

## Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета.** Курс призначений ознайомити студентів з методами теорії оптимізації і варіаційного числення та її численним застосуванням. Курс супроводжується розв'язанням практичних завдань, що дозволяє студентам закріпити теоретичні знання та отримати практичні навички в застосуванні отриманих знань до розв'язання конкретних задач фізики та механіки.

**Завдання.** При вивченні дисципліни «Методи оптимізації та варіаційне числення» потрібно набути знань та практичних навичок в розв'язанні та дослідженні оптимізаційних задач в нормованих просторах та задач варіаційного числення, вміти залучати сучасні концепції теорії варіаційного числення та будувати оптимальні розв'язки в таких задачах. Окрім того, вивчення дисципліни удосконалює загальну структуру мислення, виховує точність аргументації, що в свою чергу дає значний ефект при розв'язуванні конкретних прикладних задач.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:** постановки основних оптимізаційних задач та задач варіаційного числення, поняття сильного та слабого екстремумів, будувати необхідні та достатні умови екстремуму, отримувати та розв'язувати рівняння Ейлера-Лагранжа в задачах варіаційного числення.

**вміти:** користуватись методами теорії оптимізації, ставити задачі, які вимагають залучення методів варіаційного числення та перевірки умов оптимальності, перевіряти факт існування розв'язків в оптимізаційних задачах та отримувати умови для їх побудови.

## Програма навчальної дисципліни

**Змістовий модуль 1. Елементи опуклого аналізу та опуклих задач мінімізації. Якісний аналіз екстремальних задач.**

**Тема 1.** Основні означення та попередні положення опуклого аналізу. Опукла оболонка. Нерівність Йенсена. Критерій опуклості диференційованих функцій.

**Тема 2.** Теорема Куна-Таккера та задачі опуклого програмування. Теорема Ферма та її застосування. Теорема про абсолютний мінімум в задачах опуклої мінімізації.

**Тема 3.** Диференційованість в нормованих просторах. Постановка задач оптимізації в нормованих просторах. Похідна за напрямом, варіація за Лагранжем, похідна Гато, сильна похідна.

**Тема 4.** Якісна теорія екстремальних задач. Напівнеперервні функціонали в нормованих просторах. Достатні умови розв'язності екстремальних задач (теорема Тоннелі).

**Змістовий модуль 2. Основні поняття теорії варіаційного числення. Необхідні умови оптимальності.**

**Тема 5.** Найпростіша задача варіаційного числення та задача Больца. Постановка задачі варіаційного числення. Поняття слабого та сильного мінімуму. Задача про брахістрахону. Основна лема варіаційного числення.

**Тема 6.** Задачі варіаційного числення з рухомими кінцями та ізопериметричні задачі. Необхідні умови екстремуму. Узагальнення на векторний випадок.

**Тема 7.** Сильні та слабкі екстремуми. Достатні умови оптимальності в задачах варіаційного числення. Умови Лежандра, Якобі та Веєрштраса та їх застосування.

**Тема 8.** Необхідні та достатні умови слабого екстремуму. Умова Веєрштраса. Лема про округлення кутів. Поле екстремалей. Достатні умови слабого мінімуму.

## Рекомендована література

**Базова**

1. Половинкин Е. С., Балашов М. В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. – М.: Физматлит, 2004.
2. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. – М.: Наука, 1979.
3. Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи. – М: УРСС, 2002.
4. Люстерник Л.А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. – М.: Наука, 1975.
5. Иоффе А.Д., Тихомиров В. М. Теория экстремальных задач. – М.: Наука, 1974.
6. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. – М.: Мир, 1973.
7. Пшеничный Б. Н., Данилин Ю. М. Численные методы в экстремальных задачах. – М.: Наука, 1975.
8. Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. – М.: Мир, 1974.

**Допоміжна**

1. Когут О. П., Когут П. І., Рядно О. А. Оптимізація в еліптичних крайових задачах. – Дніпропетровськ: ДДФА, 2010. – 238 с.
2. Алексеев В.М., Галеев Э. М., Тихомиров В. М. Сьюорник задач по оптимизации. – М.: Наука, 1984.
3. Заславский Ю.Л. Сборник задач по линейному программированию.

**Форма підсумкового контролю:** іспит

Засоби діагностики і успішності навчання-модульні контрольні роботи, індивідуальні завдання