

## Вступ

Програма вивчення вибіркової навчальної дисципліни «Нелінійні рівняння математичної фізики» складена відповідно до освітньо-професійної програми для першого бакалаврського рівня спеціальності 6.040201 Математика

**Предметом** вивчення вибіркової навчальної дисципліни «Нелінійні рівняння математичної фізики» є нелінійні диференціальні рівняння в частинних похідних, що описують на модельному рівні складні хвильові явища, що спостерігаються в природних та лабораторних умовах.

**Міждисциплінарні зв'язки:** звичайні диференціальні рівняння, аналітична теорія диференціальних рівнянь та спеціальні функції, асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь, рівняння математичної фізики, теорія розсіювання *Лакса-Філінса*, теорія канонічного оператора *Маслова*.

### 1. Мета та завдання вибіркової навчальної дисципліни

**1.1. Метою** викладання вибіркової навчальної дисципліни «Нелінійні рівняння математичної фізики» є засвоєння деяких розділів сучасної теорії диференціальних рівнянь із частинними похідними, а саме методів знаходження хвильових, розривних та солітонних розв'язків нелінійних рівнянь.

**1.2. Основними завданнями** вивчення вибіркової навчальної дисципліни «Нелінійні рівняння математичної фізики» є:

– опанування деяких методів розв'язання задач *Кові* для нелінійних еволюційних рівнянь математичної фізики;

– зіставлення прямого та зворотнього перетворень *Фурьє* в теорії лінійних еволюційних рівнянь із сталими коефіцієнтами з методами прямого та зворотнього спектральних перетворень для нелінійних еволюційних рівнянь;

– підготовка до засвоєння сучасних теорій інтегровності нелінійних рівнянь в частинних похідних;

– утворення логічних зв'язків з іншими дисциплінами, які вказані в розділі «Міждисциплінарні зв'язки», зокрема створити основу для можливості вивчення теорії розсіювання *Лакса-Філінса* (для лінійних хвильових операторів), теорії канонічного оператора *Маслова* (для нелінійних операторів довільного типу).

### 1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти мають:

#### знати:

1) основні відомості про коливальні та хвильові рухи, амплітуду і фазу хвилі, довжину хвилі, хвильове число, хвильовий вектор, біжні і стоячі хвилі, фазову і групову швидкості хвиль, хвильовий пакет, дисперсію та дифузійну лінійних хвиль;

2) основні лінійні модельні рівняння, які описують лінійні хвилі;

3) основні асимптотичні методи для інтегральних розв'язків задач *Кові* для лінійних рівнянь;

4) основні нелінійні модельні рівняння, які описують нелінійні хвилі;

5) про явище перекидання нелінійних хвиль та утворення розривів за моделлю *Хонфа*;

6) про запобігання перекиданню нелінійних хвиль за рахунок дисперсії та дифузії за моделями *Бюргерса* та *Кортвега – де Вріза*;

7) про існування законів збереження для лінійних та нелінійних рівнянь математичної фізики;

5) основи методу зворотньої задачі розсіювання;

#### вміти:

1) обчислювати основні характеристики хвильових явищ;

2) перетворювати за *Хонфом – Коулом* нелінійне рівняння *Бюргерса* до лінійного рівняння теплопровідності;

- 3) знаходити розв'язки задачі *Коші* для рівняння *Бюргерса*, зокрема із перекиданням та утворенням розривів за *Ренкіним – Гюгоньо*;
- 4) знаходити розв'язки задачі *Коші* для рівняння *Кортевега – де Вріза* в змінних рухомої хвилі;
- 5) досліджувати нелінійні еволюційні рівняння методом зворотної задачі розсіювання.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 108 годин / 3 кредити ECTS.

## 2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

### Змістовий модуль 1. Лінійні та нелінійні еволюційні рівняння математичної фізики

**Тема 1.** Коливальні і хвильові рухи (амплітуда і фаза хвилі, довжина хвилі, хвильове число, хвильовий вектор, біжні і стоячі хвилі, фазова і групова швидкості хвиль, хвильовий пакет), описання лінійних хвиль лінійними диференціальними рівняннями порядку  $m > 1$  та системами лінійних диференціальних рівнянь першого порядку із сталими коефіцієнтами (лінійні рівняння переносу, дифузії, хвильове, *Кортевега – де Вріза*, *Шрьодінгера*, пряме та зворотнє перетворення *Фурь'є*, інтегральні формули розв'язків задач *Коші* для лінійних рівнянь та систем рівнянь, вплив дисипації та дисперсії)

**Тема 2.** Асимптотичні методи для інтегральних розв'язків задач *Коші* для лінійних рівнянь із сталими коефіцієнтами (методи стаціонарної фази, перевалу, *Лапласа*)

**Тема 3.** Нелінійні хвилі (рівняння *Хопфа*, прості хвилі, перекидання хвиль, рівняння *Бюргерса*, вплив дисипації та дисперсії); закони збереження для рівняння *Бюргерса* (поток, множинність законів, розриви розв'язків, рівняння *Ренкіна – Гюгоньо* на розривах), перетворення *Коула – Хопфа* для рівняння *Бюргерса* (зведення рівняння *Бюргерса* до рівняння дифузії, перетворення *Коула – Хопфа* як умова сумісності двох лінійних еволюційних рівнянь)

**Тема 4.** Рівняння *Кортевега – де Вріза* (хвильові розв'язки рівняння *Кортевега – де Вріза*, закони збереження для рівняння *Кортевега – де Вріза*, рівняння *Кортевега – де Вріза* як умова сумісності двох лінійних еволюційних рівнянь, операторна пара *Лакса* та її знаходження, модифіковане рівняння *Кортевега – де Вріза*, перетворення *Міури*)

### Змістовий модуль 2. Методи розв'язання нелінійних еволюційних рівнянь математичної фізики

**Тема 5.** Спектральна задача для рівняння *Шрьодінгера* (пряма задача розсіювання, дані розсіювання)

**Тема 6.** Інтегральне рівняння метода зворотної задачі (виведення рівняння *Гельфанда–Левітана – Марченка*, еволюція даних зворотної задачі)

**Тема 7.** Багатосолітонні розв'язки рівняння *Кортевега – де Вріза*

**Тема 8.** Метод *Хіроту* (оператор *Хіроту*, метод *Хіроту* для рівняння *Кортевега – де Вріза*, метод *Хіроту* для модифікованого рівняння *Кортевега – де Вріза*)

## 3. Рекомендована література

01. *Абловиц М., Сигур Х.* Солитоны и метод обратной задачи: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 480 с.
02. *Агранович З.С., Марченко В.А.* Обратная задача теории рассеяния. – Харьков: Изд-во ХГУ, 1960. – 268 с.
03. *Богоявленский О.И.* Опрокидывающиеся солитоны. Нелинейные интегрируемые уравнения. – М.: Наука. Гл. ред. мат. лит., 1991. – 320 с.
04. *де Брэйи Н.Г.* Асимптотические методы в анализе: Пер. с англ. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 248 с.
05. *Бхатнагар П.* Нелинейные волны в одномерных диспергирующих системах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 136 с.
06. *Габов С.А.* Введение в теорию нелинейных волн. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 176 с.

07. *Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Л.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 694 с.
08. *Дубровский В.Г.* Элементарное введение в метод обратной задачи и теорию солитонов: Курс лекций. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1997. – 88 с.
09. *Калоджеро Ф., Дегасперис А.* Спектральные преобразования и солитоны. Методы решения и исследования эволюционных уравнений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 472 с.
10. *Карлов Н.В., Кириченко Н.А.* Колебания, волны, структуры. – М.: Физматлит, 2008. – 496 с.
11. *Копсон Е.Т.* Асимптотические разложения: Пер. с англ. – М.: Мир, –
12. *Кудряшов Н.А.* Методы нелинейной математической физики: Учебное пособие. – М.: Изд-во МИФИ, 2008. – 352 с.
13. *Кудряшов Н.А.* Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 360 с.
14. *Лакс П.* Гиперболические дифференциальные уравнения в частных производных: Пер. с англ. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, Институт компьютерных исследований, 2010. – 296 с.
15. *Лакс П.Д., Филлипс Р.С.* Теория рассеяния: Пер. с англ. – М.: Мир, 1971. – 312 с.
16. *Ланда П.С.* Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, Физматлит, 1997. – 496 с.
17. *Лэм Дж.Л.* Введение в теорию солитонов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 294 с.
18. Нелинейные волны: Пер. с англ. / ред. *С. Лейбович, А. Сибасс.* – М.: Мир, 1977. – 320 с.
19. *Новокушенов В.Ю.* Введение в теорию солитонов. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 96 с.
20. *Ньюэлл А.* Солитоны в физике и математике: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 324 с.
21. *Олвер Ф.* Асимптотика и специальные функции: Пер. с англ. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 528 с.
22. *Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И.* Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. – М.: Физматлит, 2005. – 256 с.
23. *Рыскин Н.М., Трубецков Д.И.* Нелинейные волны: Учебное пособие для вузов. – М.: Наука. Физматлит, 2000. – 272 с. (*Современная теория колебаний и волн*)
24. Солитоны в действии: Пер. с англ. / Под ред. *К. Лонгрена, М. Скотта.* – М.: Мир, 1981. – 312 с.
25. Солитоны. Сборник статей: Пер. с англ. / Под ред. *Р. Буллафа, Ф. Кодри.* – Новокузнецкий физико-математический институт, 1999. – 408 с.
26. Теория солитонов: Метод обратной задачи / Под ред. *С.П. Новикова.* – М.: Наука, 1980. – 320 с.
27. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 1977. – 624 с.
28. *Фаддеев Л.Д., Тахтаджян Л.А.* Гамильтонов подход к теории солитонов. – М.: Наука, 1986. – 530 с.
29. *Федорюк М.В.* Асимптотика: Интегралы и ряды. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 544 с. (*Справочная математическая библиотека*)
30. *Федорюк М.В.* Метод перевала. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1977. – 368 с.
31. *Ablowitz M.J.* Nonlinear Dispersive Waves: Asymptotic Analysis and Solitons. – Cambridge: Cambridge University Press, 2001. – xiv+348 p.
32. *Jeffrey A., Taniuti T.* Non-Linear Wave Propagation With Applications to Physics and Magneto-hydrodynamics. – New York, London: Academic Press, 1964. – x + 370 p. (*Mathematics in Science and Engineering*)
33. *Jeffrey A., Kawahara T.* Asymptotic Methods in Nonlinear Wave Theory. – Boston: Pitman Advanced Publishing, 1982. – x + 256 p.

34. *Taniuti T., Nishihara K.* Nonlinear Waves: translated from Japanese. — Boston: Pitman Advanced Publishing, 1983. —xiv + 258 p.

Студенти, які обирають вибірково навчальну дисципліну «Нелінійні рівняння математичної фізики», мають змогу послуговуватися конспектом лекцій, який також містить довідковий матеріал (що дозволяє не звертатися безпосередньо до дисциплін, вказаних в розділі «Міждисциплінарні зв'язки»), численні приклади розв'язання задач та задачі для самостійного розв'язання, перелік літератури та путівник до нього.

**4. Форма підсумкового контролю успішності навчання:** залік.

**5. Засоби діагностики успішності навчання:** кнр.