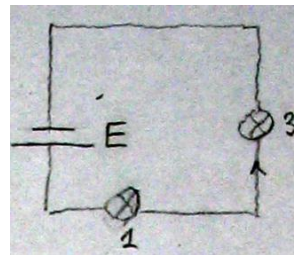
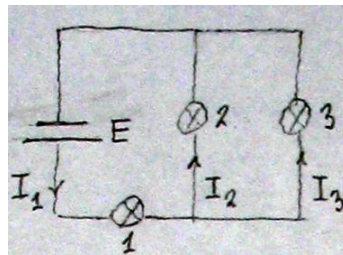
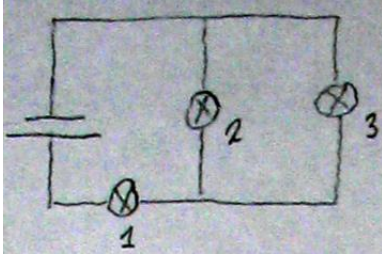


Олімпіада ДНУ для вступників з фізики
Умови та розв'язки задач II туру

1. Елементами електричного кола є три однакові лампи. Як зміниться яскравість світіння (споживана потужність) ламп 1 і 3, якщо лампа 2 вийде з ладу.



$$I_1 = \frac{E}{R + R/2} = \frac{2E}{3R}$$

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_2 R = I_3 R \end{cases} \rightarrow I_2 = I_3 = I_1 / 2 = \frac{E}{2R}$$

$$P_1 = I_1^2 R = \frac{4E^2}{9R}, \quad P_3 = I_3^2 R = \frac{E^2}{9R};$$

$$I'_1 = I'_3 = \frac{E}{2R}$$

$$P'_1 = I'^2_1 R = \frac{E^2}{4R}, \quad P'_3 = I'^2_3 R = \frac{E^2}{4R};$$

$$P'_3 > P_3, \quad P'_1 < P_1.$$

2. Відстань 60 км човен, який рухається відносно води з однаковою швидкістю, проходить за 3 год за течією і за 6 год – проти неї. За який час човен пройде зазначену відстань у водоймі без течії?

$$s = 60 \text{ км}$$

$$t_{\text{пр}} = 6 \text{ год}$$

$$t_{\text{за}} = 3 \text{ год}$$

$$t_{\text{без}} = ?$$

$$t_{\text{пр}} = \frac{s}{v - u}, \quad t_{\text{за}} = \frac{s}{v + u};$$

$$\begin{cases} v - u = s / t_{\text{пр}} \\ v + u = s / t_{\text{за}} \end{cases} \rightarrow v = \frac{s}{2} \left(\frac{1}{t_{\text{пр}}} + \frac{1}{t_{\text{за}}} \right),$$

$$t_{\text{без}} = \frac{s}{v} = \frac{2t_{\text{пр}}t_{\text{за}}}{t_{\text{пр}} + t_{\text{за}}} = 4 \text{ год}.$$

3. Пружину розрізали на дві частини 1 і 2. Тягарець масою m_1 здійснює вертикальні коливання на пружині 1, а тягарець масою m_2 – на пружині 2, яка вдвічі коротша за пружину 1. Визначте відношення мас m_2 / m_1 за умови, що періоди коливань однакові. Період коливань тягарця визначається формулою $T = 2\pi(m/k)^{1/2}$, де k – жорсткість пружини. Врахувати, що видовження пружини пропорційне її довжині l і тому k пропорційне $1/l$.

$l_1 = 2l_2$ $T_1 = T_2$	$F = kx$ – сила, яка необхідна для розтягування пружини на довжину x . За вказівкою $k_2 / k_1 = l_1 / l_2$.
$m_2 / m_1 = ?$	$T_1 = 2\pi(m_1 / k_1)^{1/2}$, $T_2 = 2\pi(m_2 / k_2)^{1/2}$ За умови $T_1 = T_2$ і тому $m_1 / k_1 = m_2 / k_2$. Звідси маємо $m_2 / m_1 = k_2 / k_1 = l_1 / l_2 = 2$.

4. Глибина ока людини 1,71см. Відстань найкращого зору становить у нормі 25см. Знайти оптичну силу ока під час читання, вважаючи оптичну систему ока тонкою лінзою.

$d = 0,4\text{м}$ $f = 0,0171\text{м}$	Глибина ока визначає відстань між оптичним центром лінзи яка описує око, і сітківкою, де утворюється зображення.
$D = ?$	$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,0171} = 4 + 58,5 = 62,5(\text{м}^{-1}) = 62,5(\text{дптр})$

5. Унаслідок радіоактивних α - і β - розпадів масове число ядра зменшилося на 16, а зарядове – на 5. Визначте кількість β - розпадів.

$m' - m = -16$ $z - z' = -5$	${}^m_z\text{X}$ – ядро, що розпадається
$\beta = ?$	При α - розпаді з ядра вилітають ${}^4_2\text{He}$ При β - розпаді розпадається нейтрон: $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ Позначимо кількість α - розпадів через α , а кількість β - розпадів – через β . Масові і зарядові числа після розпаду $\begin{cases} m' = m - 4\alpha \\ z' = z - 2\alpha + \beta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4\alpha = 16 \\ 2\alpha - \beta = 5 \end{cases} \rightarrow \alpha = 4, \beta = 3.$

6. У мензурці, заповненій прісною водою, плаває кубик льоду масою 10г. Рівень водив становився на позначці 50мл. Яким він буде після того, я весь лід розтане? Густина води дорівнює 1000кг/м^3 , а льоду 900кг/м^3 . Уважайте, що протягом всього спостереження температура води залишається сталою.

$\rho_{\text{в}} = 1000\text{кг/м}^3$ $\rho_{\text{л}} = 900\text{кг/м}^3$ $m = 10\text{г}$ $V_0 = 50\text{мл}$
$V - V_0 = ?$

Нехай $V_{\text{в}}$ – об’єм води до танення, а $V_{\text{з}}$ – об’єм зануреної частини.

Умова плавання льоду $\rho_{\text{в}} g V_{\text{з}} = mg$.

Рівень води до танення визначається формулою

$$V_0 = V_{\text{в}} + V_{\text{з}} = V_{\text{в}} + m / \rho_{\text{в}}$$

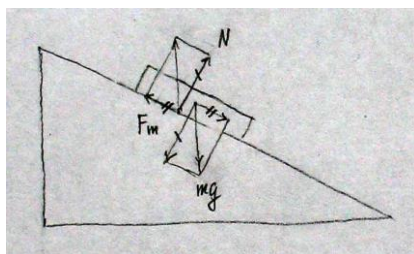
Об’єм води від танення льоду $V_{\text{в1}} = m / \rho_{\text{в}}$.

Рівень води після танення визначається формулою

$$V = V_{\text{в}} + V_{\text{в1}} = V_{\text{в}} + m / \rho_{\text{в}} = V_0, \text{ тобто він не змінився.}$$

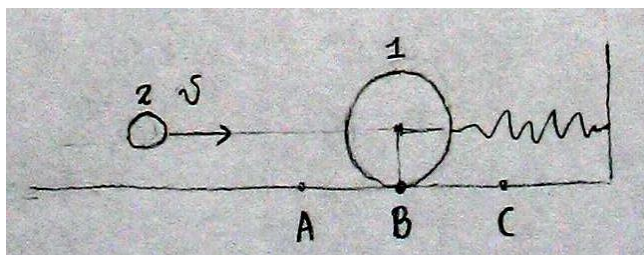
7. Камінь маси m лежить нерухомо на гірському схилі з кутом нахилу α . Куди спрямована сила, з якою він діє на схил? Прискорення вільного падіння g відоме.

– ?



За III законом Ньютона з рисунку видно, що сила, з якою камінь діє на схил, спрямована вертикально вниз і дорівнює mg .

8. Масивна куля 1 коливається на пружині між точками A і C . Легка куля 2, що рухається горизонтально, зазнає пружне зіткнення з кулею 1. Визначте, в якому положенні кулі 1 має відбутися зіткнення, щоб куля 2 відлетіла з максимальною швидкістю?



	$AB = BC \equiv a$															
– ?	$x = a \sin \omega t$ – закон руху кулі 1, де x відраховуються від точки B вліво. $u = a \omega \cos \omega t$ – проекція швидкості кулі 1 на вісь x, v – проекція швидкості кулі 2 на вісь x ($v < 0$). Зручно розглянути зіткнення не в лабораторній системі відліку (ЛСВ), а в системі спокою кулі 1 (СВ1). В СВ1 швидкість легкої кулі 2 просто міняє знак. <table><tr><td></td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>Швидкості куль до зіткнення в ЛСВ</td><td>v</td><td>u</td></tr><tr><td>Швидкості куль до зіткнення в СВ1</td><td>$v - u$</td><td>0</td></tr><tr><td>Швидкості куль після зіткнення в СВ1</td><td>$u - v$</td><td>0</td></tr><tr><td>Швидкості куль після зіткнення в ЛСВ</td><td>$2u - v$</td><td>u</td></tr></table> Швидкість кулі 2 після зіткнення максимальна при додатному і максимальному значенні u ($v < 0$). Це буде, коли при зіткненні центр кулі 1 перебуває над точкою B. Максимальна швидкість кулі 2 після зіткнення дорівнює за модулем $2a\omega + v$.		1	2	Швидкості куль до зіткнення в ЛСВ	v	u	Швидкості куль до зіткнення в СВ1	$v - u$	0	Швидкості куль після зіткнення в СВ1	$u - v$	0	Швидкості куль після зіткнення в ЛСВ	$2u - v$	u
	1	2														
Швидкості куль до зіткнення в ЛСВ	v	u														
Швидкості куль до зіткнення в СВ1	$v - u$	0														
Швидкості куль після зіткнення в СВ1	$u - v$	0														
Швидкості куль після зіткнення в ЛСВ	$2u - v$	u														

9. Електрон влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 45^\circ$ до ліній поля і рухається по гвинтовій лінії радіусом $R = 2\text{см}$. На скільки переміститься електрон вздовж поля за 5 обертів?

$\alpha = 45^\circ$ $N = 5$ $R = 2\text{см}$	$v_{\parallel} = v \cos \alpha$, $v_{\perp} = v \sin \alpha$ – складові швидкості вдовж поля і перпендикулярно полю. При русі $v_{\parallel}$ незмінне, а $v_{\perp}$ міняється лише за напрямком, описуючи рух по колу $2\pi R = v_{\perp} T$, де T – період.
$l - ?$	$l = v_{\parallel} N T = v_{\parallel} N \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi N R}{\operatorname{tg} \alpha} = 62,8\text{см}$

10. В ідеальній тепловій машині нагрівником є резервуар з водою, що кипить, а холодильником – ємність з льодом, який тане. Яка маса льоду розтане внаслідок виконання машиною роботи 110кДж ? Уважати, що питома теплота плавлення льоду 330кДж/кг .

$A = 110\text{кДж/кг}$ $T_1 = 273\text{К}$ $T_2 = 373\text{К}$	Теплова машина бере від нагрівника теплоту Q_2, віддає холодильнику теплоту Q_1 і виконує роботу A. ККД ідеальної теплової машини визначається формулою $\frac{A}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \rightarrow Q_2 = A \frac{T_2}{T_2 - T_1}$ Закон збереження енергії дає $Q_1 = Q_2 - A = A \frac{T_1}{T_2 - T_1}.$ Маса льоду, що розтане, має вигляд $m = \frac{Q_1}{\lambda} = A \frac{T_1}{(T_2 - T_1)\lambda} = 0,91\text{кг}$
$m - ?$	