

ВІСНИК



Дніпропетровського університету

Науковий журнал

№ 4

Том 22

2014

РЕДАКЦІЙНА РАДА:

акад. Академії наук ВО України, д-р фіз.-мат. наук, проф. **М. В. Поляков** (*голова редакційної ради*); ст. наук. співроб., проф. **В. І. Карплюк** (*заст. голови*); д-р фіз.-мат. наук, проф. **О. О. Кочубей**; д-р хім. наук, проф. **В. Ф. Варгалюк**; чл.-кор. НАПН України, д-р філос. наук, проф. **П. І. Гнатенко**; д-р фіз.-мат. наук, проф. **О. Г. Гоман**; д-р філол. наук, проф. **В. Д. Демченко**; д-р техн. наук, проф. **А. П. Дзюба**; д-р пед. наук, проф. **Л. І. Зеленська**; чл.-кор. НАН України, д-р фіз.-мат. наук, проф. **В. П. Моторний**; чл.-кор. НАПН України, д-р психол. наук, проф. **Е. Л. Носенко**; д-р біол. наук, проф. **О. Є. Пахомов**; д-р іст. наук, проф. **В. С. Савчук**; д-р іст. наук, проф. **С. І. Світленко**; акад. Академії наук ВО України, д-р фіз.-мат. наук, проф. **В. В. Скалозуб**; д-р філол. наук, проф. **Т. С. Пристайко**; чл.-кор. НАН України, д-р біол. наук, проф. **А. П. Травлєєв**; д-р техн. наук, проф. **Ю. Д. Шептун**.

**Серія: РАКЕТНО-КОСМІЧНА
ТЕХНІКА**

Випуск 17, том 1

Дніпропетровськ
Видавництво
Дніпропетровського
національного університету

*Друкується за рішенням вченої ради
Дніпропетровського національного університету
імені Олеся Гончара згідно з планом видаць на 2014 рік*

Вісник фізико-технічного факультету Дніпропетровського національного університету містить оглядові статті з матеріалами наукових досліджень, виконаних у 2013–2014 рр.

Вестник физико-технического факультета Днепропетровского национального университета содержит обзорные статьи с материалами научных исследований, выполненных в 2013–2014 гг.

Редакційна колегія:

д-р техн. наук, проф. **Ю. Д. Шептун** (відп. редактор); д-р техн. наук, проф. **В. П. Малайчук** (заст. відп. редактора); д-р техн. наук, проф. **В. В. Авдєєв**; д-р техн. наук, проф. **Є. О. Джур**; д-р техн. наук, проф. **С. О. Давидов**; д-р техн. наук, проф. **М. М. Дронь**; д-р техн. наук, проф. **О. М. Петренко**; д-р техн. наук, проф. **О. В. Січевий**; д-р техн. наук, проф. **В. С. Хорошилов** (ДКБ «Південне», м. Дніпропетровськ); д-р техн. наук, проф. **А. С. Кулик** (Національний аерокосмічний університет «ХАІ», м. Харків); д-р техн. наук, проф. **В. С. Брусов** (Московський авіаційний інститут «МАІ», Росія); д-р техн. наук, проф. **Є. І. Веремей** (Санкт-Петербурзький державний університет, Росія); канд. техн. наук, доц. **О. О. Манойленко** (відп. секретар).

В. В. Авдєєв

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

ПОХИБКИ СТАБІЛІЗАЦІЇ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ РАКЕТИ І ПОКАЗНИКИ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ

Встановлено зв'язок коефіцієнтів похибок компенсації дії лінійного збурення із тривалістю перехідного процесу, частотою коливань, коефіцієнтами рівнянь руху та закону регулювання.

Ключові слова: похибки кутового положення, перехідний процес.

Установлена связь коэффициентов ошибок компенсации линейного возмущающего воздействия с длительностью переходного процесса, частотой колебаний, коэффициентами уравнений движения и закона регулирования.

Ключевые слова: ошибки углового положения, переходный процесс.

The connection between error quotients by cancellation of a linear disturbance, duration of the transient process, an oscillation frequency, coefficients of the motion equations and law of control is established.

Key words: errors of an angle position, transient process.

Вступ. Дослідження стійкості системи стабілізації обертального руху ракети космічного призначення (РКП) як твердого тіла при постійних в околі вибраних точок траєкторії параметрах із використанням припущення про відсутність взаємного впливу руху в різних площинах і без урахування каналу стабілізації центра мас є одним із перших етапів проектування системи управління РКП [2].

У статті визначено розташування області стійкості на площині коефіцієнтів закону регулювання залежно від параметрів РКП і виконавчого пристрою; для дослідження динамічних характеристик РКП як об'єкта управління розроблені методи використання апарату передатних функцій, частотних характеристик та кореневого годографу [2; 5–7]. Встановлені особливості роботи системи стабілізації з використанням цифрової машини при врахуванні квантування сигналів і дискретизації у часі [4].

Для зменшення дії на РКП аеродинамічних сил запропонований спосіб стабілізації її обертального руху, у якому замість традиційного закону регулювання, залежно від кутів і кутових швидкостей ривкання і тангажа, прийнято регулювання, з опорою на кути, на основі кутів ковзання та атаки [3], що знайшло використання в ракетах «Аріан», «Енергія» і «Зеніт».

Завдяки покращенню швидкодії та збільшенню ємності пам'яті бортових цифрових машин з'являється можливість з метою покращення показників системи стабілізації ввести в традиційний закон регулювання доданки, пропорційні похідній за часом кутової швидкості [1] та кута повороту керма. Показано, що це дає зменшення статичної похибки і тривалості перехідного процесу при збереженні заданого запасу стійкості.

При виборі закону регулювання у системі стабілізації обертального руху і розрахунку його параметрів використовуються різні критерії мінімізації, зокрема інтеграла квадратів відхилень координат вектора стану, похибки при дії постійного і лінійно зростаючого збурення та тривалості перехідного процесу.

Постановка завдання. У даній роботі ставиться завдання визначити залежність векторів коефіцієнтів похибок системи стабілізації плоского обертального руху РКП від коефіцієнтів системи рівнянь збуреного руху і закону регулювання, а також встановити їхній зв'язок із тривалістю перехідного процесу і частотою

власних коливань. Наявність таких закономірностей дасть можливість отримати перше наближення для розробки системи стабілізації руху РКП з використанням більш точних моделей і чисельних методів.

Приймаючи РКП як тверде тіло без урахування інерційності виконавчого пристрою і руху центра мас рівняння системи стабілізації обертального руху у площині ристання, можна записати:

$$\dot{x} = a \cdot x + c \cdot m, \quad (1)$$

де кут ристання $\psi = x_1$, його похідна за часом $\dot{\psi} = x_2$; збурювальне обертальне прискорення як функція часу t визначається так:

$$m = m_0 + \dot{m}_0 \cdot t; \quad (2)$$

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{\psi\delta} \cdot k_{\psi} + a_{\psi\psi} & a'_{\psi\psi} + a_{\psi\delta} \cdot k'_{\psi} \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Коефіцієнти $a_{\psi\delta}$, $a_{\psi\psi}$, $a'_{\psi\psi}$ залежать від геометричних, інерційно-масових та інших параметрів РКП, у тому числі від рушійної установки і положення точки на траєкторії [5]. Залежність кута повороту керма курсу δ від координат вектора x (закон регулювання) прийнята традиційною: $\delta = k_{\psi} \cdot \psi + k'_{\psi} \cdot \dot{\psi}$.

Оскільки збурювальне прискорення (2) має тільки постійну і лінійно зростаючу складові, то визначаємо два вектори коефіцієнтів помилок:

$$er_0 = -a^{-1} \cdot c; \quad er_1 = -a^{-2} \cdot c. \quad (4)$$

Як відомо, вектори (4) дають залежність від часу вектора стану x після закінчення перехідного процесу, тривалість якого позначимо T_p :

$$x = er_0 \cdot (m_0 + \dot{m}_0 \cdot t) + er_1 \cdot \dot{m}_0 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad t > T_p. \quad (5)$$

Якщо виконати дії згідно з (3), (4) і для скорочення запису ввести позначення

$$d = a_{21} = a_{\psi\delta} \cdot k_{\psi} + a_{\psi\psi}, \quad (6)$$

то

$$er_0 = - \begin{bmatrix} 1/d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad er_1 = - \begin{bmatrix} a'_{\psi\psi} + a_{\psi\delta} \cdot k'_{\psi} \\ d^2 \\ 1/d \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Із (6), (7) виходить відомий результат: збільшення коефіцієнта k_{ψ} закону регулювання зменшує похибки стабілізації, але через інерційність виконавчого пристрою, яка в моделі (1) не береться до уваги, k_{ψ} має обмеження зверху.

Для аналітичного розв'язку рівняння (1) визначаються корені характеристичного полінома

$$Q(s) = s^2 + q_2 s + q_1, \quad (8)$$

де $q_1 = -d$, $q_2 = -(a'_{\psi\psi} + a_{\psi\delta} \cdot k'_{\psi})$, s – змінна комплексного типу.

У переважній більшості випадків параметри РКП є такими, що для забезпечення заданої точності стабілізації коефіцієнт закону регулювання k_{ψ} вибирається таким, що дискримінант характеристичного полінома (8) отримує від'ємне значення, тобто корені $Q(s)$ будуть комплексні: $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$, де $j^2 = -1$. При дії збурення (2) і початковій умові $x(0) = [\psi_0 \quad \dot{\psi}_0]^T$ розв'язок рівняння (1) такий:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \psi = A \cdot t + B + e^{\alpha \cdot t} \cdot (C_1 \cdot \sin \beta t + C_2 \cdot \cos \beta t) \\ \dot{\psi} = A + e^{\alpha \cdot t} \cdot ((C_1 \cdot \alpha - C_2 \cdot \beta) \cdot \sin \beta t + (C_2 \cdot \alpha + C_1 \cdot \beta) \cdot \cos \beta t) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

де $A = \dot{m}_0 / q_1$, $B = (m_0 \cdot q_1 - \dot{m}_0 \cdot q_2) / q_1^2$, $C_1 = [\dot{\psi}_0 - A - (\psi_0 - B) \cdot \alpha] / \beta$, $C_2 = \psi_0 - B$.

Після закінчення перехідного процесу, коли частка коливальної складової розв'язку (9) стає несуттєвою, вектор стану системи стабілізації змінюється за законом (рис. 1, 2)

$$x(t) = \begin{bmatrix} \psi = A \cdot t + B \\ \dot{\psi} = A \end{bmatrix}, \quad t > T_p = \frac{3}{-\alpha}. \quad (10)$$

Відповідно до (5, 7) маємо

$$\begin{aligned} x_1 &= er_{01} \cdot (m_0 + \dot{m}_0 \cdot t) + er_{11} \cdot \dot{m}_0 = er_{01} \cdot \dot{m}_0 \cdot t + er_{01} \cdot m_0 + er_{11} \cdot \dot{m}_0 = \\ &= \frac{\dot{m}_0}{q_1} \cdot t + \frac{q_1 \cdot m_0 - q_2 \cdot \dot{m}_0}{q_1^2} = A \cdot t + B, \\ x_2 &= er_{02} \cdot (m_0 + \dot{m}_0 \cdot t) + er_{12} \cdot \dot{m}_0 = -\frac{\dot{m}_0}{d} = A. \end{aligned} \quad (11)$$

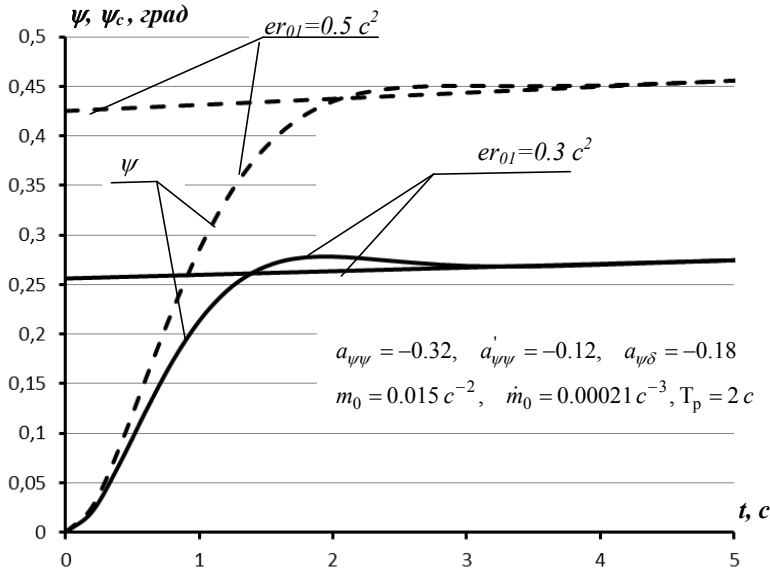


Рис. 1. Перехід кута рихання ψ до усталеного значення ψ_c залежно від коефіцієнта помилки er_{01}

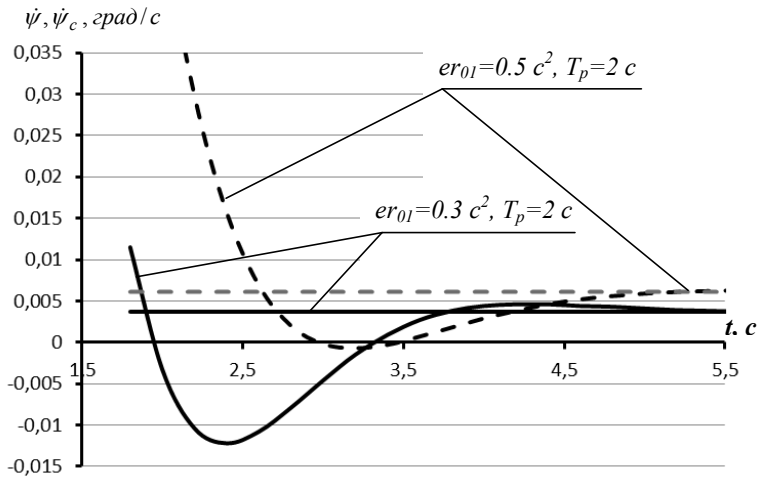


Рис. 2. Перехід швидкості рихання $\dot{\psi}$ до усталеного значення $\dot{\psi}_c$

Виконані дії (11) підтверджують, що вектор стану (5), виражений через коефіцієнти помилок (4), (7), це часткова складова (10) розв'язку (9) диференційного рівняння (1) збуреного руху системи стабілізації.

Встановимо зв'язок тривалості перехідного процесу T_p і частоти власних коливань β з коефіцієнтами помилок (7).

Величина уявної частини коренів полінома (8)

$$\beta = \frac{1}{2} \sqrt{4q_1 - q_2^2}. \quad (12)$$

Із (7), (8) випливає, що коефіцієнт полінома $q_1 = 1 / er_{01}$, $q_2 = -er_{11} / er_{01}^2$; тоді відповідно до (12) частота коливального перехідного процесу залежно від коефіцієнтів помилок

$$\beta = \frac{1}{2er_{01}^2} \sqrt{4er_{01}^3 - er_{11}^2}. \quad (13)$$

Співвідношення (13) дає також умову, при виконанні якої перехідний процес буде коливальним:

$$4er_{01}^3 - er_{11}^2 > 0.$$

Виходячи з (6), (8), (12) частота коливального перехідного процесу може бути також визначена через коефіцієнти рівнянь збуреного руху (1):

$$\beta = \frac{1}{2} \sqrt{|a_{\psi\delta}| \cdot (4k_{\psi} - k'_{\psi} \cdot (|a_{\psi\delta}| \cdot k'_{\psi} - 2a'_{\psi\psi})) - 4a_{\psi\psi} - (a'_{\psi\psi})^2}. \quad (14)$$

Як відомо, наближена оцінка тривалості перехідного процесу T_p виражається через ступінь стійкості системи – відстань від уявної осі на площині комплексного змінного s до найближчого кореня характеристичного полінома (8), тобто $T_p = 3 / |\alpha|$. Тоді згідно з (7), (8) цей показник системи стабілізації, виражений через коефіцієнти помилок і коефіцієнти рівнянь (1), матиме вигляд

$$T_p = -\frac{3 \cdot er_{01}^2}{er_{11}} = \frac{6}{q_2} = \frac{6}{k'_{\psi} \cdot |a_{\psi\delta}| - a'_{\psi\psi}}. \quad (15)$$

Співвідношення (7), (14), (15) показують вплив коефіцієнта регулювання k'_{ψ} на показники системи стабілізації, а саме: збільшення k'_{ψ} приводить до зменшення тривалості перехідного процесу та частоти коливального перехідного процесу і до зростання коефіцієнта помилки er_{11} .

Виходячи з (13), (15) встановимо залежність коефіцієнтів помилок від показників β , T_p :

$$er_{01} = \frac{4T_p^2}{4\beta^2 \cdot T_p^2 + 9}, \quad er_{11} = \frac{-48T_p^3}{(4\beta^2 \cdot T_p^2 + 9)^2}, \quad er_{12} = \frac{T_p^2}{\beta^2 \cdot T_p^2 + 9}. \quad (16)$$

Із трьох ненульових координат векторів (7) незалежними між собою є тільки дві. Так, згідно з (6), (8)

$$er_{12} = \frac{1}{q_1} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{4er_{01}^4}{3er_{11}^2 + 4er_{01}^3}. \quad (17)$$

Розглянемо варіант, коли найбільш важливими показниками є пропорційна координаті er_{01} статична похибка і тривалість перехідного процесу T_p . Залежно від цих показників координати вектора er_1 і частота коливального перехідного процесу є такими:

$$er_{11} = -\frac{3er_{01}^2}{T_p}, \quad er_{12} = er_{01}, \quad \beta = 2\pi f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{er_{01}} - \frac{9}{T_p^2}}. \quad (18)$$

Як впливає з (18), прагнення покращити швидкодію системи (зменшити T_p) приводить до зростання координати er_{01} вектора коефіцієнтів помилок і до зменшення частоти коливального перехідного процесу (рис. 3).

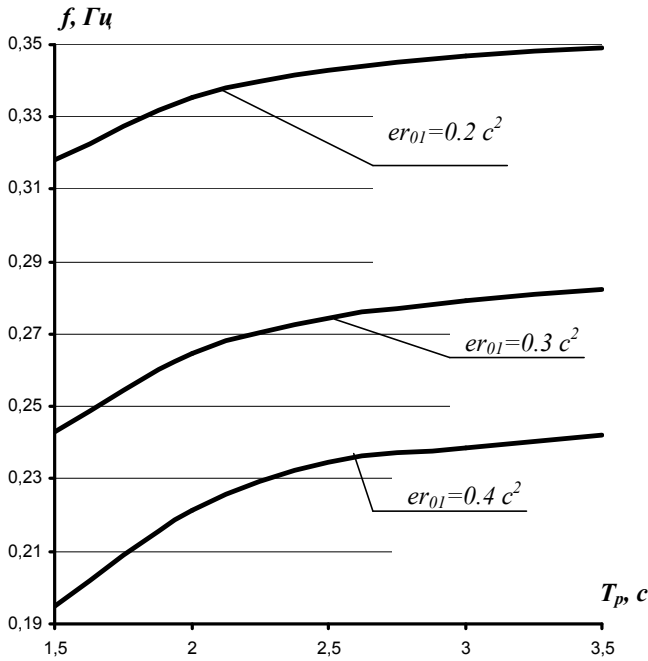


Рис. 3. Вплив вимог до точності і швидкодії на частоту коливального перехідного процесу

Коли обертальне збурювальне прискорення m порівняно із (2) має складнішу залежність від часу t , то для визначення реакції системи виходячи із розв'язку (9) функція $m(t)$ подається у вигляді ломаної, тобто інтервал часу ділиться на ділянки, на кожній з яких поновлюються початкові умови і величини m_0 та \dot{m}_0 . Як приклад розглянемо реакцію системи стабілізації (рис. 4, 5) на імпульсне збурення розмірності c^{-2} у вигляді

$$m(t) = \begin{cases} 0.07 \cdot t & t = 0 - 0.2 c \\ 0.014 & t = 0.2 - 1 c \\ 0.014 - 0.028 \cdot (t - 1) & t = 1 - 1.5 c \\ 0 & t > 1.5 c \end{cases} \quad (19)$$

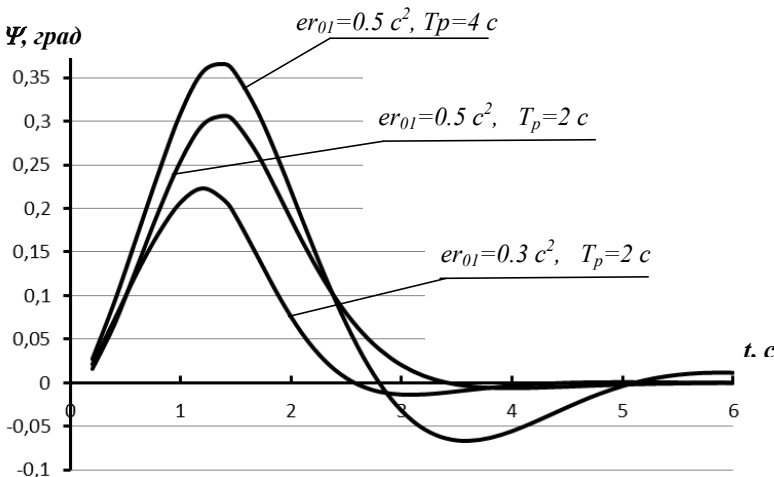


Рис. 4. Перехідні процеси ривкання при дії імпульсного збурення (19)

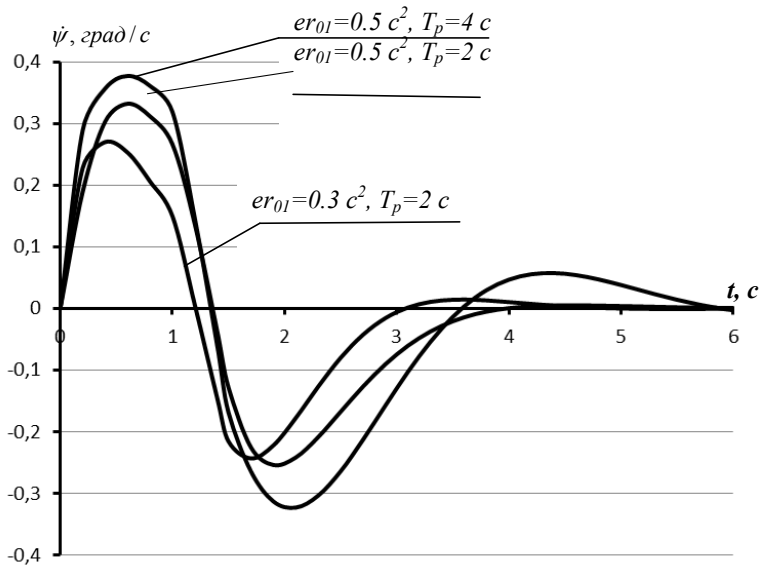


Рис. 5. Перехідні процеси швидкості рискання при імпульсному збуренні (19)

Висновки

1. Встановлено залежність (7) коефіцієнтів помилок системи стабілізації від коефіцієнтів рівнянь збуреного руху ($a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{\psi\delta}$) і закону регулювання (k_{ψ}, k_{ψ}).

2. Встановлено зв'язок коефіцієнтів помилок із частотою коливального перехідного процесу та його тривалістю (18).

3. Отримано розв'язок (9) рівнянь збуреного руху системи стабілізації (1) при дії лінійного збурення (2), який дає можливість визначити її реакцію на збурення складнішої форми, яка апроксимується набором ломаних.

Отримані закономірності дають перше наближення для розробки системи стабілізації руху РКП з використанням більш точних моделей і чисельних методів.

Бібліографічні посилання

1. Авдеев В. В. Влияние закона управления и постоянной времени регулятора на запас устойчивости системы стабилизации вращательного движения ракеты / В. В. Авдеев // Информационные технологии в управлении сложными системами: сб. докл. науч. конф. – 2013, июнь. – С. 1–3.

2. Айзенберг Я. Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов / Я. Е. Айзенберг, В. Г. Сухоробрый. – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.

3. Айзенберг Я. Е. Управление по углам атаки и скольжения первых ступеней РН / Я. Е. Айзенберг, Ю. М. Златкин, А. Н. Калногуз, В. А. Батаев, А. И. Кузьмин // Косм. наука і технологія. – 2002. – Т. 8, № 1. – С. 61–80.

4. Динамика систем управления ракет с бортовыми цифровыми вычислительными машинами / под ред. М. С. Хитрика, С. М. Федорова. – М. : Машиностроение, 1976. – 272 с.

5. Игдалов И. М. Динамическое проектирование ракет. Задачи динамики ракет и космических ступеней : монография / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун; под. ред. акад. С. Н. Конюхова. – Днепропетровск: Изд-во Днепропетр. нац. ун-та, 2010. – 264 с.

6. Колесников К. С. Динамика ракет / К. С. Колесников. – М. : Машиностроение, 1980. – 376 с.

7. Кузовков Н. Т. Системы стабилизации летательных аппаратов (баллистических и зенитных ракет) / Н. Т. Кузовков. – М. : Высш. шк., 1976. – 364 с.

Надійшла до редколегії 05.06.2014 р.

УДК 629.7.615

Н. С. Ащепкова

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ИЗМЕНЯЕМОЙ КОНФИГУРАЦИИ С УЧЕТОМ НЕЖЕСТКОСТИ КОНСТРУКЦИИ

Розроблено математичну модель космічного апарата (КА) із дволанковим манипулятором з урахуванням нетвердості конструкції: люфти приводів і пружні коливання ланок манипулятора. Урахування нетвердості конструкції дозволяє збільшити точність позиціонування схвату при відпрацюванні манипулятором програмних рухів.

Ключові слова: радіус-вектор, кутова швидкість.

Разработана математическая модель космического аппарата (КА) с двухзвенным манипулятором с учетом нежесткости конструкции: люфты приводов и упругие колебания звеньев манипулятора. Учет нежесткости конструкции позволяет увеличить точность позиционирования схвата при отработке программных движений манипулятора.

Ключевые слова: радиус-вектор, угловая скорость.

The mathematical model of a spacecraft (SC) equipped by the two-tier manipulator is developed in view of deformations of a design: backlash of drives and elastic fluctuations of parts of the manipulator. The account of deformations of a design allows to increase accuracy of positioning gripper at improvement of program movements of the manipulator.

Key words: a radius – vector, angular speed.

Введение. Большинство конструкций современных КА имеют подвижные элементы конструкции малой жесткости – манипуляторы, панели солнечных батарей, исполнительные органы различных механизмов. При эксплуатации КА эти элементы, отклоняясь от корпуса, изменяют геометрию масс системы, что обуславливает:

- изменение положения центра масс системы;
- несоосность главных центральных осей инерции системы с осями связанной с корпусом КА системы координат;
- соизмеримость недиагональных и диагональных элементов тензора инерции, вычисленных относительно связанной с корпусом КА системы координат;
- взаимозависимость каналов управления.

Следовательно, при отработке программного поворота КА изменяемой конфигурации, например по тангажу, могут возникнуть угловые движения по рысканию и крену. Эти движения системой управления воспринимаются как возмущения. Если при выполнении программного поворота КА необходимо обеспечить движение манипулятора, то ошибки позиционирования схвата зависят от:

- точности ориентации корпуса КА;
- жесткости механизма манипулятора;
- люфтов в приводах манипулятора;
- параметров качества системы управления манипулятора;
- внешних возмущений и т.д.

Постановка задачи. В данной статье ставится задача составления математической модели КА с двухзвенным манипулятором с учетом люфтов в приводах и упругих колебаний звеньев манипулятора. Такая модель позволит оценить погрешности точности позиционирования схвата манипулятора, обусловленные изменением ориентации КА и нежесткостью конструкции.

Рассматривается КА с активной релейной системой управления на пассивном участке траектории круговой орбиты. Движение КА изменяемой конфигурации характеризуется скоростью \dot{v}_0 полюса O – центра масс системы и вектором угловой скорости $\bar{\Omega}$:

$$\bar{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} \Omega_x = \dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot \text{Sin}\psi, \\ \Omega_y = \dot{\psi} \cdot \text{Cos}\varphi + \dot{\psi} \cdot \text{Sin}\varphi \cdot \text{Cos}\psi, \\ \Omega_z = -\dot{\psi} \cdot \text{Sin}\varphi + \dot{\psi} \cdot \text{Cos}\varphi \cdot \text{Cos}\psi. \end{cases}$$

Для определенности, в качестве примера, рассматривается КА, состоящий из цилиндрического корпуса и двухзвенного манипулятора; масса манипулятора с грузом составляет до 10% от массы корпуса КА. Звенья манипулятора – кольцо, вращающееся вокруг корпуса КА, и стержень – соединены ротационной кинематической парой 5-го класса (см. рисунок).

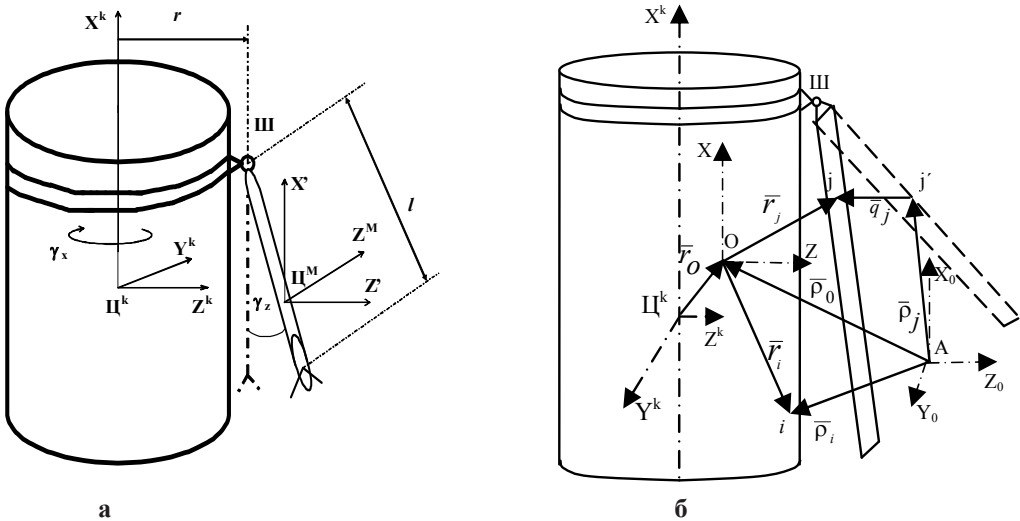


Рисунок: а – космический аппарат с двухзвенным манипулятором; б – схема систем координат

Математическая модель динамической системы, полученная с учетом нестационарности и недиагональности тензора инерции, описывает:

- угловое движение «КА с манипулятором» в инерциальной системе отсчета;
- относительное движение манипулятора с учетом нежесткости конструкции;
- уравнения сил, действующих на систему «КА с манипулятором»;
- уравнения системы управления.

Уравнения движения получены в скалярной форме с учетом недиагональности тензора инерции для дальнейшего анализа взаимного влияния каналов управления.

Для анализа результатов математического моделирования динамики системы «КА с манипулятором» примем выполняющимися следующие допущения и предположения:

- корпус КА – абсолютно твердый жесткий цилиндр с равномерным распределением массы с плотностью $\rho = 2 \text{ г/см}^3$, радиусом $R = 0,25 \text{ м}$ и длиной $L = 1,0 \text{ м}$;
- звенья манипулятора имеют равномерное распределение массы с плотностью $\rho = 2 \text{ г/см}^3$;
- геометрические размеры двухзвенного манипулятора: $l = 1 \text{ м}$, $r = 0,26 \text{ м}$ (см. рисунок).

Введем следующие правые системы координат (см. рисунок, б):

$AX_0Y_0Z_0$ – инерциальная система координат;

$OXYZ$ – связанная система координат I. Начало отсчета совмещено с центром масс системы двух тел. Оси параллельны главным центральным осям инерции корпуса КА. Ось OX направлена в сторону шарнира Ш;

$\Pi^kX^kY^kZ^k$ – связанная система координат II. Начало отсчета совмещено с центром масс корпуса КА. Оси совпадают с главными центральными осями инерции КА. Π^kX^k совпадает с осью симметрии корпуса КА и направлена к шарниру Ш;

$\text{ШX}^kY^kZ^k$ – связанная система координат III. Начало отсчета совмещено с шарниром Ш. Оси параллельны осям системы координат II.

$\text{ШX}^MY^MZ^M$ – связанная система координат IV. Начало отсчета совмещено с шарниром Ш. Оси $\text{ШX}^M, \text{ШZ}^M$ совпадают со строительными осями манипулятора, ШY^M дополняет систему координат до правой;

$OX'Y'Z'$ – базовая система координат. Начало отсчета совмещено с центром масс системы двух тел. Ось OX' совпадает с местной вертикалью и направлена вверх, OZ' расположена в плоскости орбиты и направлена в сторону движения, ось OY' перпендикулярна плоскости орбиты и дополняет систему координат до правой.

Изгиб звена учтён с помощью радиус-вектора \bar{q}_j , соединяющего предполагаемое положение j' -й точки жесткого манипулятора с фактическим положением j -й точки деформируемого звена. Люфты в приводах вращения кольца и стержневого звена манипулятора учтён с помощью углов $\alpha_x 1$ и $\alpha_z 2$ соответственно. Дополним, таким образом, математическую модель КА с манипулятором, полученную в [1].

Из теоремы об изменении кинетического момента получим

$$\frac{d}{dt} \sum_i \bar{\rho}_i \times m_i \cdot \bar{V}_i + \frac{d}{dt} \sum_j \bar{\rho}_j \times m_j \cdot \bar{V}_j = \bar{M}_\Sigma, \quad (1)$$

где $\bar{\rho}_i$ – радиус-вектор i -й точки КА в инерционной системе координат $\bar{\rho}_i = \bar{\rho}_0 + \bar{r}_i$, $\bar{\rho}_0$ – радиус-вектор центра масс системы КА с манипулятором относительно начала инерционной системы координат, \bar{r}_i – радиус-вектор i -й точки КА в связанной системе координат 2; $\bar{\rho}_j$ – радиус-вектор j -й точки манипулятора в инерционной системе координат, $\bar{\rho}_j = \bar{\rho}_0 + \bar{r}_j + \bar{q}_j$; \bar{r}_j – радиус-вектор j -й точки манипулятора в связанной системе координат 2; m_i – масса i -й точки КА, m_j – масса j -й точки манипулятора, $\bar{V}_i = \frac{d\bar{\rho}_i}{dt}$ – скорость i -й точки КА в инерциальной системе координат, $\bar{V}_j = \frac{d\bar{\rho}_j}{dt}$ – скорость j -й точки манипулятора в инерциальной системе отсчета. Преобразуем первое слагаемое в (1)

$$\frac{d}{dt} \sum_i \bar{\rho}_i \times m_i \cdot \bar{V}_i = \sum_i \frac{d\bar{\rho}_i}{dt} \times m_i \cdot \bar{V}_i + \sum_i \bar{\rho}_i \times m_i \cdot \frac{d\bar{V}_i}{dt} = \sum_i \bar{\rho}_i \times m_i \frac{d\bar{V}_i}{dt}, \quad (2)$$

где $\frac{d\bar{\rho}_i}{dt} \times m_i \cdot \bar{V}_i = 0$, как векторное произведение коллинеарных векторов. Так как $\bar{\rho}_i = \bar{\rho}_0 + \bar{r}_i$ (см. рисунок, а), то

$$\frac{d\bar{\rho}_i}{dt} = \frac{d\bar{\rho}_0}{dt} + \frac{d\bar{r}_i}{dt}, \quad (3)$$

используя понятие локальной производной, можно записать:

$$\frac{d\bar{\rho}_0}{dt} = \frac{\delta\bar{\rho}_0}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{\rho}_0, \quad (4)$$

$$\frac{d\bar{r}_i}{dt} = \frac{\delta\bar{r}_i}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{r}_i, \quad (5)$$

Подставив (3) – (5) в (2), получим

$$\begin{aligned} \sum_i \bar{\rho}_i \times m_i \frac{d\bar{V}_i}{dt} &= \sum_i (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_i) \times m_i \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{d(\bar{\rho}_0 + \bar{r}_i)}{dt} \right\} = \sum_i (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_i) \times m_i \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{d\bar{\rho}_0}{dt} + \frac{d\bar{r}_i}{dt} \right\} = \\ &= \sum_i (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_i) \times m_i \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\delta\bar{\rho}_0}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{\rho}_0 + \frac{\delta\bar{r}_i}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{r}_i \right\} = \\ &= \sum_i (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_i) \times m_i \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\delta}{dt} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_i) + \bar{\Omega} \times (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_i) \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Преобразуем второе слагаемое в (1)

$$\frac{d}{dt} \sum_j \bar{\rho}_j \times m_j \cdot \bar{V}_j = \sum_j \frac{d\bar{\rho}_j}{dt} \times m_j \cdot \bar{V}_j + \sum_j \bar{\rho}_j \times m_j \frac{d\bar{V}_j}{dt} = \sum_j \bar{\rho}_j \times m_j \frac{d\bar{V}_j}{dt}, \quad (7)$$

где $\frac{d\bar{\rho}_j}{dt} \times m_j \cdot \bar{V}_j = 0$, как векторное произведение коллинеарных векторов.

Представим совокупность точек манипулятора как сумму всех точек кольца и всех точек руки, тогда

$$\frac{d}{dt} \sum_j \bar{\rho}_j \times m_j \cdot \frac{d\bar{V}_j}{dt} = \sum_m \bar{\rho}_m \times m_m \cdot \frac{d\bar{V}_m}{dt} + \sum_n \bar{\rho}_n \times m_n \frac{d\bar{V}_n}{dt}, \quad (8)$$

где $m_j = m_n + m_m$; m – число точек кольца, n – число точек руки манипулятора,

$$\bar{\rho}_m = \bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}; \quad \bar{\rho}_n = \bar{\rho}_0 + \bar{r}_2 + \bar{r}_{2n} + \bar{r}'_{2n};$$

где \bar{r}_1 – радиус-вектор центра масс кольца в связанной системе координат 2, \bar{r}'_{1m} – радиус-вектор m -й точки кольца в связанной системе координат, \bar{r}_{1m} – изменение радиус-вектора m -й точки кольца в связанной системе координат, обусловленное нежесткостью конструкции.

\bar{r}_2 – радиус-вектор центра масс руки манипулятора в связанной системе координат, \bar{r}'_{2n} – радиус-вектор n -й точки руки манипулятора в связанной системе координат, \bar{r}_{2n} – изменение радиус-вектора n -й точки руки манипулятора в связанной системе координат, обусловленное нежесткостью конструкции.

Преобразуем первое слагаемое в (8):

$$\begin{aligned} \sum_m \bar{\rho}_m \times m_m \cdot \frac{d\bar{V}_m}{dt} &= \sum_m (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) = \\ &= \sum_m \bar{\rho}_0 \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) + \sum_m \bar{r}_1 \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) + \\ &+ \sum_m \bar{r}_{1m} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) + \sum_m \bar{r}'_{1m} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}). \end{aligned} \quad (9)$$

а)

$$\begin{aligned} \sum_m \bar{\rho}_0 \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) &= \bar{\rho}_0 \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1) + \bar{\rho}_0 \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) = \\ &= \bar{\rho}_0 \times m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1) + \bar{\rho}_0 \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}); \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} \sum_m \bar{r}_1 \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1 + \bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) &= \bar{r}_1 \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1) + \bar{r}_1 \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}) = \\ &= \bar{r}_1 \cdot m_1 \times \frac{d^2}{dt^2} (\bar{\rho}_0 + \bar{r}_1) + \bar{r}_1 \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\bar{r}_{1m} + \bar{r}'_{1m}); \end{aligned}$$

в)

$$\begin{aligned} \sum_m \overline{r_{1m}} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) &= \sum_m \overline{r_{1m}} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + \sum_m \overline{r_{1m}} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) = \\ &= \sum_m \overline{r_{1m}} \cdot m_m \times \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + \sum_m \overline{r_{1m}} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) = \sum_m \overline{r_{1m}} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}), \end{aligned}$$

так как $\sum_m \overline{r_{1m}} \cdot m_m = 0$ – как статический момент массы относительно центра масс кольца;

г)

$$\sum_m \overline{r_{1m}'} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) = \sum_m \overline{r_{1m}'} \cdot m_m \times \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + \sum_m \overline{r_{1m}'} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}).$$

Подставим полученные выражения в (9).

$$\begin{aligned} \sum_m \overline{\rho_m} \times m_m \cdot \frac{d\overline{V_m}}{dt} &= \overline{\rho_0} \times m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + \overline{\rho_0} \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) + \\ &+ \overline{r_1} \cdot m_1 \times \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + \overline{r_1} \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) + \sum_m \overline{r_{1m}} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) + \\ &+ \sum_m \overline{r_{1m}'} \cdot m_m \times \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + \sum_m \overline{r_{1m}'} \times m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) = \\ &= (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) \times m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}). \end{aligned} \quad (10)$$

Вычислим производные

$$\frac{d^2}{dt^2} \overline{r_{1m}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \overline{r_{1m}} \right);$$

$$\frac{d}{dt} \overline{r_{1m}} = \frac{\delta \overline{r_{1m}}}{dt} + \overline{\Omega} \times \overline{r_{1m}} = \frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} + \overline{\omega_1} \times \overline{r_{1m}} + \overline{\Omega} \times \overline{r_{1m}} = (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}} + \frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt};$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \overline{r_{1m}'} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \overline{r_{1m}'} \right);$$

$$\frac{d}{dt} \overline{r_{1m}'} = \frac{\delta \overline{r_{1m}'}}{dt} + \overline{\Omega} \times \overline{r_{1m}'} = \frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt} + \overline{\omega_1} \times \overline{r_{1m}'} + \overline{\Omega} \times \overline{r_{1m}'} = (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}'} + \frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt};$$

где $\frac{\delta \overline{r_{1m}}}{dt}$, $\frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt}$ – локальные производные в системе координат, связанной с кольцом манипулятора.

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \overline{r_{1m}} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \overline{r_{1m}} \right) = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\delta \overline{r_{1m}}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}} \right\} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} \right) + \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}} + \\ &+ (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \frac{d}{dt} \overline{r_{1m}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} \right) + \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \overline{r_{1m}'} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \overline{r_{1m}'} \right) = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\delta \overline{r_{1m}'}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}'} \right\} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt} \right) + \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}'} + \\ &+ (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \frac{d}{dt} \overline{r_{1m}'} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt} \right) + \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}'} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}'} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

С учётом (11), (12) можно записать:

$$\begin{aligned}
 & \sum_m \left\{ m_m \cdot \frac{d^2 \overline{r_{1m}}}{dt^2} \right\} = \sum_m m_m \cdot \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} \right) \right\} + \sum_m \left\{ m_m \cdot \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}} \right\} + \\
 & + \sum_m m_m \cdot \left\{ (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}} \right] \right\} = \\
 & = \sum_m m_m \cdot \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} \right) \right\} + \sum_m \left\{ \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}} m_m \right\} + \\
 & + \sum_m m_m \cdot \left\{ (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times [(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}}] \right\} = \\
 & = \sum_m m_m \cdot \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} \right) \right\} + \sum_m m_m \cdot \left\{ (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} \right\} + \sum_m m_m \cdot \left\{ (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times [(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}}] \right\}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

так как $\sum_m \overline{r_{1m}} m_m = 0$ – как статический момент массы относительно центра масс кольца,

$$\begin{aligned}
 & \sum_m \left\{ m_m \cdot \frac{d^2 \overline{r_{1m}'}}{dt^2} \right\} = \sum_m \left\{ m_m \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt} \right) \right\} + \sum_m \left\{ m_m \cdot \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}'} \right\} + \\
 & + \sum_m m_m \cdot (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt} + \sum_m \left\{ m_m \cdot (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times [(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}'}] \right\}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Подставив (13) и (14) в (10), получим

$$\begin{aligned}
 & \sum_m \overline{\rho_m} \times m_m \cdot \frac{d\overline{V_m}}{dt} \overline{\rho_m} = (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) \times m_1 \cdot \frac{d^2(\overline{\rho_0} + \overline{r_1})}{dt^2} + \\
 & + (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2 \overline{r_{1m}}}{dt^2} + \\
 & + (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) \times \sum_m m_m \cdot \frac{d^2 \overline{r_{1m}'}}{dt^2} = (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) \times m_1 \cdot \frac{d^2(\overline{\rho_0} + \overline{r_1})}{dt^2} + \\
 & + (\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'}) \times \sum_m m_m \cdot \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} \right) + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' \overline{r_{1m}}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}} \right] \right\} + \\
 & + \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt} \right) + \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}'} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' \overline{r_{1m}'}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}'} \right] \}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Если провести аналогичные преобразования для второго слагаемого (8), то получим

$$\begin{aligned}
 & \sum_n \overline{\rho_n} \times m_n \cdot \frac{d\overline{V_n}}{dt} \overline{\rho_n} = (\overline{\rho_0} + \overline{r_2} + \overline{r_{2n}} + \overline{r_{2n}'}) \times m_2 \cdot \frac{d^2(\overline{\rho_0} + \overline{r_2})}{dt^2} + \\
 & + (\overline{\rho_0} + \overline{r_2} + \overline{r_{2n}} + \overline{r_{2n}'}) \times \sum_n m_n \cdot \frac{d^2 \overline{r_{2n}}}{dt^2} + \\
 & + (\overline{\rho_0} + \overline{r_2} + \overline{r_{2n}} + \overline{r_{2n}'}) \times \sum_n m_n \cdot \frac{d^2 \overline{r_{2n}'}}{dt^2} = (\overline{\rho_0} + \overline{r_2} + \overline{r_{2n}} + \overline{r_{2n}'}) \times m_2 \cdot \frac{d^2(\overline{\rho_0} + \overline{r_2})}{dt^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\overline{\rho_0} + \overline{r_2} + \overline{r_{2n}} + \overline{r_{2n}'} \right) \times \sum_n m_n \cdot \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' r_{2n}}{dt} \right) + (\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta'' r_{2n}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{2n}} \right] + \right. \\
& \left. + \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' r_{2n}'}{dt} \right) + \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{2n}'} + (\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' r_{2n}'}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{2n}'} \right] \right\}. \quad (16)
\end{aligned}$$

Подставим (6) и (8) с учётом (15) и (16) в (1) и получим

$$\begin{aligned}
M_{\Sigma} = & \sum_i (\overline{\rho_0} + \overline{r_i}) \times m_i \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\delta}{dt} (\overline{\rho_0} + \overline{r_i}) + \overline{\Omega} \times (\overline{\rho_0} + \overline{r_i}) \right\} + \\
& + (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) \times m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + \sum_m \overline{r_{1m}'} \cdot m_m \times \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_1}) + \\
& + \left(\overline{\rho_0} + \overline{r_1} + \overline{r_{1m}} + \overline{r_{1m}'} \right) \times \sum_m m_m \cdot \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' r_{1m}}{dt} \right) + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' r_{1m}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}} \right] + \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' r_{1m}'}{dt} \right) + \right. \\
& \left. + \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{1m}'} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' r_{1m}'}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{1m}'} \right] \right\} + \\
& + (\overline{\rho_0} + \overline{r_2}) \times m_2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_2}) + \sum_n \overline{r_{2n}'} \cdot m_n \times \frac{d^2}{dt^2} (\overline{\rho_0} + \overline{r_2}) + \\
& + \left(\overline{\rho_0} + \overline{r_2} + \overline{r_{2n}} + \overline{r_{2n}'} \right) \times \sum_n m_n \cdot \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' r_{2n}}{dt} \right) + (\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta'' r_{2n}}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{2n}} \right] + \right. \\
& \left. + \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta' r_{2n}'}{dt} \right) + \frac{d(\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega})}{dt} \times \overline{r_{2n}'} + (\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega}) \times \left[\frac{\delta' r_{2n}'}{dt} + (\overline{\omega_1} + \overline{\omega_2} + \overline{\Omega}) \times \overline{r_{2n}'} \right] \right\}. \quad (17)
\end{aligned}$$

Уравнение (17) – это уравнение движения КА с манипулятором относительно центра масс системы.

Выводы. Учет нежесткости конструкции позволяет увеличить точность позиционирования схвата при отработке программных движений манипулятора во время манёвров КА. Для примера приведём результаты математического моделирования в предположении, что массово-габаритные параметры и характеристики систем управления для двух КА одинаковы, конструктивная схема соответствует рисунку. При повороте корпуса КА на 0,1 рад по тангажу манипулятор выполняет поворот кольца на 0,17 рад и отклонение руки на 0,1 рад. Продолжительность переходного процесса для жесткого манипулятора составила 400 с, для нежесткого – 600 с; точность позиционирования схвата жесткого манипулятора составила 0 рад, для нежесткого – 0,075 рад ($\approx 4,3^\circ$).

Библиографические ссылки

1. **Ащепкова Н. С.** Математическая модель движения космического аппарата с манипулятором / Н. С. Ащепкова, Ю. Д. Шептун // Космічна наука і технологія. – К., 1997. – Т. 3, № 5/6. – С. 34–42.
2. **Ащепкова Н. С.** Инерционные характеристики малогабаритного космического аппарата с манипулятором / Н. С. Ащепкова, Ю. Д. Шептун // Придніпровський науковий вісник. Серія «Машиностроєння». – Дніпропетровськ, 1997. – Вип. 45 (56), ч. I. – С. 11–17.
3. **Болотник Н. Н.** Оптимизация управления манипуляционными роботами / Н. Н. Болотник, Ф. Л. Черноусько // Техническая кибернетика. – М., 1990. – № 1. – С. 180–215.

Надійшла до редколегії 05.06.2014 р.

С. С. Василів

*Інститут технічної механіки Національної академії наук України
і Державного космічного агентства України***РОЗРОБКА МОДЕЛІ
ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ГАЗИФІКАЦІЇ ПАЛИВА
В СПІНОВІЙ ДЕТОНАЦІЙНІЙ ХВИЛІ**

Розглянуто задачу створення моделі ракетного двигуна для дослідження газифікації палива у спіновій детонаційній хвилі. На основі аналізу існуючих конструкцій запропоновано розробку з покращеними параметрами. Наведено результати комп'ютерного моделювання поля течії компонентів у порожнинах.

Ключові слова: детонаційний двигун, спінова детонація, конструкторські рішення.

Рассмотрена задача создания модели ракетного двигателя для исследования газификации топлива в спиновой детонационной волне. На основе анализа существующих конструкций предложена разработка с улучшенными параметрами. Приведены результаты компьютерного моделирования поля течения компонентов в полостях.

Ключевые слова: детонационный ракетный двигатель, спиновая детонация, конструкторские решения.

The problem of creating a model of rocket engine to research fuel gasification in spin detonation wave is studied in current work. A development with improved parameters is proposed, using the basis of existing structures analysis. The results of computer simulation of the flow field components in the cavities are given.

Key words: detonation rocket engine, spin detonation, design solutions.

Вступ. Упродовж усієї історії ракетного двигунобудування вчені і конструктори намагаються постійно покращувати характеристики двигунних установок. У розвинених країнах нині проводять дослідження з використання в реактивних двигунах детонаційного горіння. В Україні здійснювалися подібні експерименти наприкінці 80-х рр. Було створено стендове обладнання і декілька моделей твердопаливних двигунів із шнуровими подовженими зарядами. Для газоподібних або рідких компонентів експерименти поки не проводяться, хоча теоретичні напрацювання в даному напрямі наявні.

Дефлаграційне горіння відбувається при дозвукових швидкостях, воно описується циклом Брайтона, який має місце при постійному тиску. Детонаційне горіння відбувається при надзвукових швидкостях, а машини, які його зможуть використовувати, будуть працювати згідно з циклом Хампрі – при постійному об'ємі [1].

Як бачимо з діаграм на рис. 1 і 2, цикл Хампрі відбувається при вищому тиску і меншій ентропії. Термодинамічний ККД по циклу Брайтона визначиться співвідношенням

$$\eta_{\text{Брайтона}} = 1 - \frac{T_A}{T_B}.$$

Дане співвідношення справедливе у припущенні, що

$$\frac{T_A}{T_B} \approx \frac{T_D}{T_C},$$

ККД по циклу Хампрі:

$$\eta_{\text{Хампрі}} = 1 - k \frac{T_A}{T_B} \left[\frac{\frac{1}{T_{C'}^k} - 1}{\frac{T_C}{T_B} - 1} \right]$$

Комплекс $k \left[\frac{\frac{1}{T_{C'}^k} - 1}{\frac{T_C}{T_B} - 1} \right]$ завжди менший за 1, відповідно і $\eta_{\text{Хампрі}} > \eta_{\text{Брайтона}}$.

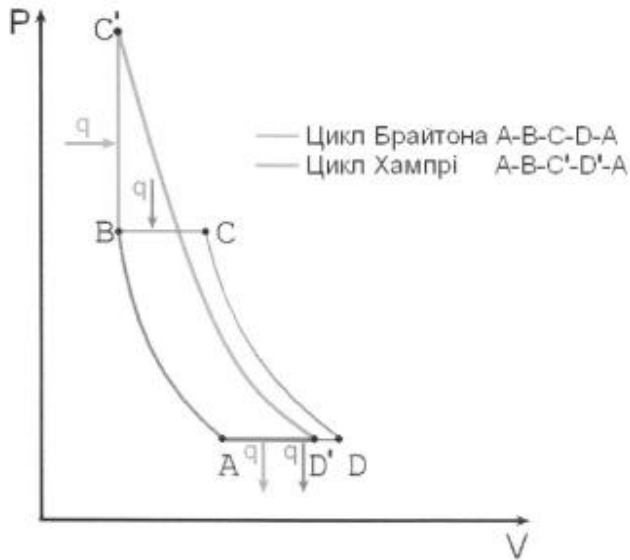


Рис. 1. P-V діаграма для порівняння циклів Брайтона і Хампрі

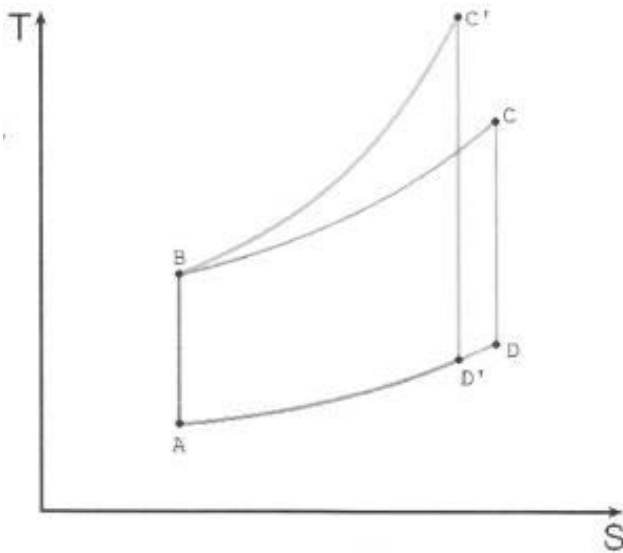


Рис. 2. T-S діаграма для порівняння циклів Брайтона і Хампрі

Багато робіт присвячено ідеї створення пульсуючого детонаційного двигуна. На сьогоднішній день проведено чимало експериментів, побудовано багато моде-

лей таких двигунів. Основним їхнім недоліком є необхідність заповнення камери згорання та ініціація детонаційної хвилі кожного наступного циклу, а це спричиняє обмежену частоту роботи та зниження надійності. Цього недоліку позбавлені двигуни із газифікацією палива в спіновій детонаційній хвилі. Принцип їхньої роботи полягає в подачі суміші в кільцеву камеру згорання та ініціації детонаційної хвилі в тангенціальному напрямку.

Газифікація палива в спіновій детонаційній хвилі є найбільш перспективною, однак роботи хоча й почалися ще в середині минулого століття, дотепер перебувають лише на етапі експериментів. Ще в 60-х рр. здійснені експерименти показали, що при ініціації детонаційної хвилі в кільцевому каналі можна отримати стійку постійну детонацію. Основними критеріями, виявленими в той час, були розміри каналу, які мали бути більшими за розміри детонаційної комірки (див. таблицю). Аналіз аварій на підприємствах і чисельні експерименти з різними газовими сумішами й різними умовами реакції показали, що розмір детонаційної комірки залежить від початкового тиску, коефіцієнта стехіометричного співвідношення компонентів, а також від наявності обмежуючих поверхонь [2].

Таблиця

Довжина детонаційної комірки при початковому тиску 1 атм.

№ з/п	Газова суміш	Довжина детонаційної комірки, мм
1	H_2 +повітря	15,9
2	CH_4+2O_2	4,5
3	C_2H_2 +повітря	13,6
4	$C_2H_2+2,5O_2$	0,6
5	C_2H_4 +повітря	39
6	C_2H_6 +повітря	88
7	C_3H_8 +повітря	72

Як свідчать експерименти, проведені на сучасних моделях, стабільність хвилі залежить також від якості перемішування компонентів. Дослідниками випробувано багато схем сумішоутворення і в деяких експериментах отримано стабільне горіння в детонаційній хвилі, однак при дуже вузьких параметрах режиму роботи. Хоча вченими проведена чимала кількість досліджень у цьому напрямі, утім багато питань залишаються відкритими.

Постановка завдання. Розглядається завдання створення діючої моделі детонаційного ракетного двигуна із газифікацією палива у спіновій детонаційній хвилі. Конструкція має бути модульною для можливості проведення експериментів зі зміною як геометрії камери згорання, так і компонентів палива та їхніх витрат. Окрім того, необхідною умовою є також безпека проведення експерименту. Конструкторські рішення базуються на аналізі публікацій іноземних авторів з урахуванням вимог технологічності конструкції, її надійності та міцності.

Результати. Для вибору проектних параметрів моделі був проведений аналіз існуючих конструкцій, що використовуються в інших країнах. Діаметри камер згорання коливаються в межах від 40 до 330 мм [3–5]. Тривалість експериментів зазвичай не перевищує декількох секунд. Це обумовлено відсутністю системи терморегуляції, яка ускладнила б модель і не дозволила б виготовити її по модульному принципу. Компоненти палива в таких експериментах зазвичай водень і повітря, або суміш водню, кисню і аргону чи азоту.

Недоліками існуючих конструкцій є недосконалість пристроїв подачі компонентів палива і сумішоутворення в кільцевій детонаційній камері. Окрім цього модель, описана в [5], має недостатньо надійні елементи конструкції та неопти-

мальні габаритні параметри. Зокрема, це колектор окислювача і колектор пального, утворені внутрішнім і зовнішнім кільцем, верхньою й нижньою платформою та з'єднані за допомогою болтів із герметизуючими прокладками. При дефектах прокладок або поверхонь деталей, на яких вони розмішуються, при недотриманні технології складання кільцевої детонаційної камери згорання виникає імовірність змішування компонентів палива в колекторі окислювача або в колекторі пального, що може призвести до вибуху та руйнування конструкції. Розміщення колектора пального за межами габаритного розміру камери знижує і її габаритно-масові характеристики, і двигуна в цілому.

На рис. 3 зображено варіант розробленої моделі.

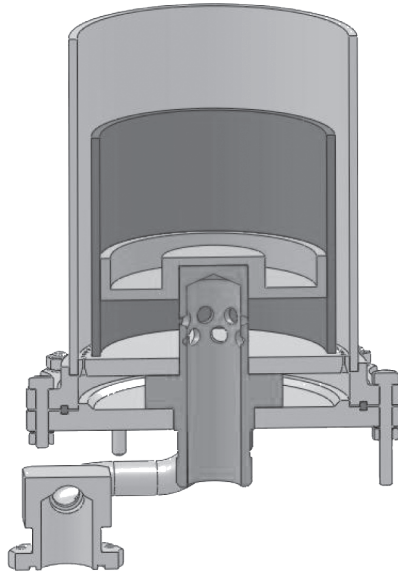


Рис. 3. Варіант № 1 конструкції моделі детонаційного ракетного двигуна

Діаметр камери згорання становить 146 мм, а ширина каналу – 8 мм. Ці розміри були вибрані з огляду на існуючу статистичну інформацію і технологічні можливості. Деталі, що утворюють колектор пального, зварюються в одну деталь, що суттєво знижує ризик змішування компонентів палива у внутрішніх порожнинах за межами камери згорання і, відповідно, ризик вибуху моделі. Зовнішня стінка і центральне тіло можуть змінюватись. На відміну від існуючих моделей у розроблюваній колектор окислювача знаходиться всередині центрального тіла і таким чином майже вдвічі зменшує зовнішній діаметр моделі при тій же камері згорання. Розмір щілинної форсунки може змінюватись, забезпечуючи різне значення коефіцієнта стехіометричного співвідношення і витрат компонентів. Тиск на вході в модель – від 2 до 10 атм. Така модель може бути використана для повторення експериментів, а також для подальших досліджень поведінки детонаційного горіння.

Оскільки подача компонентів палива здійснюється на дозвукових швидкостях, має місце вплив шорсткості поверхні на процес сумішоутворення. З одного боку, чим більшими є нерівності поверхні (чим гірша механічна обробка), тим більше утворюватиметься вихрових потоків, що сприятиме кращому перемішуванню. З іншого боку, детонаційний фронт, контактуючи з такою поверхнею, створюватиме складну дифракційну картину стрибків ущільнення, а розгалужена поверхня камери згорання буде інтенсивніше прогріватись. Описати аналітично цей процес складно, а чисельні експерименти на обчислювальних машинах не враховують усіх факторів, що можуть мати місце в експерименті.

Для покращення сумішоутворення, а також для проведення досліджень описаних вище проблем пропонується ще одна модель. Розміри камери згорання в неї такі ж, як і в попередньої, однак виконання колекторів змінене. З метою покращення сумішоутворення кільцева детонаційна камера згорання дооснащена кільцевою форкамерою із засобами нерозповсюдження детонаційного горіння в порожнину форкамери. Колектори подачі компонентів палива до форсунок розміщені у внутрішньому об'ємі кільцевої камери згорання, вони виготовлені у вигляді збірної конструкції з надійно розділеними порожнинами. Зокрема, колектори виготовлено як зварну деталь – розподільвач, що має форму тіла обертання з центральним входним каналом для пального, а бокові поверхні слугують стінкою колектора окислювача.

Для підвищення якості робочого процесу в детонаційній камері двигуна форсуночну головку виготовлено щільною двокомпонентною, із внутрішнім частковим перемішуванням компонентів палива. Крім того, на її поверхнях виконано турбулізатори струменів, що утворюють зустрічні потоки компонентів і перемішують їх у двох системах вихорів.

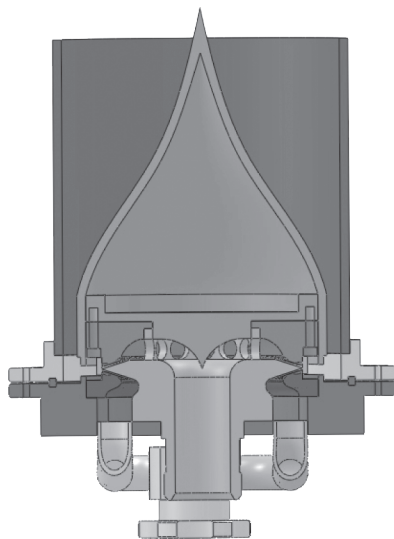


Рис. 4. Варіант № 2 конструкції моделі детонаційного ракетного двигуна

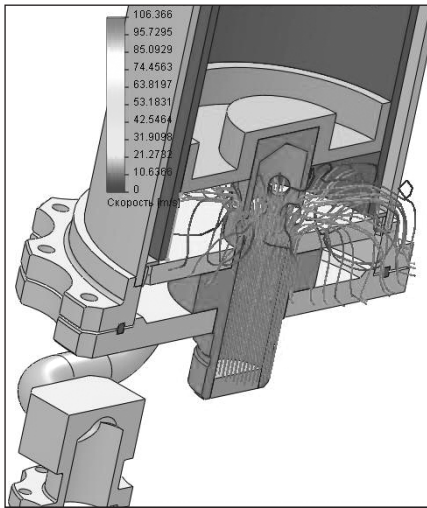
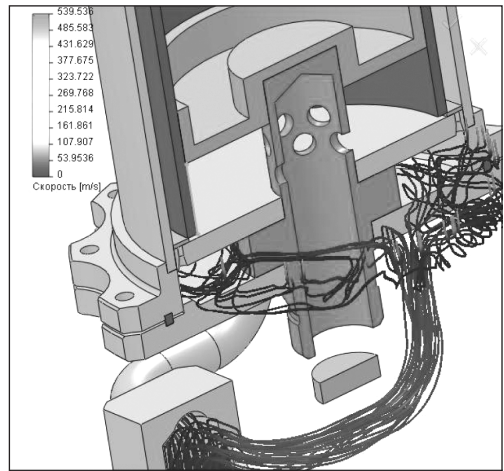
З метою підвищення технологічності дослідження та відпрацювання робочого процесу в камері згорання форсуночна головка кільцевої детонаційної камери згорання виготовлена з можливістю регулювання висоти щільних каналів газових форсунок. Колектори виконано із плавними переходами для зниження місцевого гідродинамічного опору.

Матеріалами, з яких можливе виготовлення моделей, є нержавіючі сталі, наприклад 12Х18Н10Т. Зварювальні шви при цьому необхідно виконувати електродуговим зварюванням у середовищі захисних газів.

Для першої моделі проводилося комп'ютерне моделювання поля течії компонентів у колекторах. На рис. 5 і 6 показано результати при значенні входного тиску 2 атм.

Як компоненти палива при моделюванні розглядалася пара кисень – водень у стехіометричному співвідношенні та в газоподібному стані.

Моделювання здійснювалося з метою отримання картини поля течії та швидкості потоку в колекторах. Для виконання моделювання використовувався прикладний програмний пакет SolidWorks, який базується на методі кінцевих елементів. Як можна бачити на рис. 5, геометрія колектора виконує задачу рівномірного розподілу окислювача по периметру щільної форсунки.

Рис. 5. Поле течії кисню при $P = 2$ атм.Рис. 6. Поле течії водню при $P = 2$ атм.

На рис. 6 показано поле течії пального в колекторі. Добре видно вихрові лінії, що свідчить про недостатню кількість патрубків для подачі компонента. Цей недолік можна усунути, збільшивши кількість підвідних патрубків або висоту колектора для тривалішого проходження палива до форсуночної головки, що сприяло би вирівнюванню тиску і витрат по периметру. Дана ідея була використана при конструюванні колектора пального моделі № 2.

Висновки. У даній статті розглянуто розробки фізичної моделі детонаційного двигуна з покращеними геометричними параметрами для дослідження газифікації палива в спіновій детонаційній хвилі. Конструктивні рішення прийнято на основі аналізу відомих експериментів, опублікованих у відкритих виданнях і проведених ученими різних країн до сьогоднішнього дня. Подано результати чисельного моделювання поля течії, що здійснювалося з метою визначення швидкостей витікання газів із форсунок і підтвердження можливості ініціювання спінової детонації в моделях. Дані, викладені у статті, використовуватимуться для дослідження процесів у детонаційних ракетних двигунах на обладнанні Інституту технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України.

Бібліографічні посилання

1. Импульсные детонационные двигатели / под ред. С. М. Фролова. – М. : ТОРУС ПРЕСС, 2006. – 592 с.
2. Нетлетон М. Детонация в газах / М. Нетлетон; пер. с англ. под ред. Л. Г. Гвоздевой. – М. : Мир, 1989. – 280 с.
3. Shank Jason C. Development and testing of a rotating detonation engine run on hydrogen and air: thesis, presented to the Faculty Department of Aeronautics and Astronautics Graduate School of Engineering and Management Air Force Institute of Technology Air University Air Education and Training Command In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Aeronautical Engineering / Jason C. Shank. – USAF, 2012. – 70 p.
4. Falempin F. / Continuous Detonation Wave Engine. Advances on Propulsion Technology for High-Speed Aircraft / RTO / AVT / VKI Lecture Series – MBDA, 2007. – 32 p.
5. Suchocki Alexander James. Operational space and characterization of a rotating detonation engine using hydrogen and air: thesis, presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Master of Science in the Graduate School of The Ohio State University / James Alexander Suchocki. – The Ohio State University, 2012. – 116 p.

Надійшла до редколегії 24.10.2014 р.

З. В. Вилищук, Е. В. Мусина

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ПОВЫШЕНИЕ КОРРОЗИОННЫХ СВОЙСТВ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ ПРИ НАНОМОДИФИЦИРОВАНИИ

Вивчено корозійні властивості алюмінієвих сплавів систем Al–Mg, Al–Mg–Sc, Al–Si до та після модифікування. Проведено випробування на загальну, межкристалітну, розслоюючу корозію та корозійне розтріскування сплавів AMg6, 01570, AL4 та AL4C. Результати показали ефективність модифікування алюмінієвих сплавів карбідом кремнію.

Ключові слова: алюмінієві сплави, наномодифікатор, карбід кремнію, корозійні властивості.

Изучены коррозионные свойства алюминиевых сплавов систем Al–Mg, Al–Mg–Sc, Al–Si до и после модифицирования. Проведены испытания на общую, межкристаллитную, расслаивающую коррозию и коррозионное растрескивание сплавов AMg6, 01570, AL4 и AL4C. Результаты показали эффективность модифицирования алюминиевых сплавов карбидом кремния.

Ключевые слова: алюминиевые сплавы, наномодификатор, карбид кремния, коррозионные свойства.

Corrosion properties of aluminum alloys by systems Al–Mg, Al–Mg–Sc, Al–Si before and after modification were studied. Testing of the total, intergranular, exfoliation corrosion and stress-corrosion cracking by allows “AMg6”, 01570, “AL4” and “AL4C” was completed. The results showed the effectiveness of the modification of aluminum alloys with silicon carbide.

Key words: aluminium alloys, nanomodifiers, silicon carbide, corrosion properties.

Введение. Технология изготовления деталей в современных условиях играет существенную роль в развитии научно-технического прогресса. Поиск и внедрение новых эффективных, менее металло- и энергоёмких технологий позволят создавать высокопроизводительные, надёжные и долговечные, конкурентоспособные машины и оборудование, а также принимать технологические решения, способные качественно изменить процессы потребления трудовых и материальных ресурсов. В напряжённых конструкциях авиационной и ракетно-космической техники широко используются деформируемые алюминиевые сплавы систем Al–Mg, Al–Mg–Sc и литейные алюминиевые сплавы системы Al–Si.

Постановка задачи. В отечественном машиностроении для деталей ответственного назначения РКТ применяют алюминиевые сплавы систем алюминий – магний, алюминий – магний – скандий и алюминий – кремний, в частности сплавы AMg6, 01570, AL4(AK9ч) и AL4C. Такие сплавы имеют высокие показатели механических свойств, высокую коррозионную стойкость, что обуславливает их перспективность для производства. Однако применение легких сплавов осложняется одновременным развитием нескольких видов коррозии при эксплуатации.

С учетом высоких требований, предъявляемых к продукции авиакосмической промышленности, а также ввиду агрессивных сред их эксплуатации в данном исследовании были изучены коррозионные свойства алюминиевых сплавов систем Al–Mg, Al–Mg–Sc, Al–Si.

Один из эффективных путей повышения качества отливок, устранения столбчатой и веерной структуры, измельчения зерна и дендритов, достижения однородной структуры и повышения коррозионных свойств – модифицирование [3]. Промышленные предприятия Украины применяют модифицирование литейных

алюминиевых сплавов солями натрия. Однако легкоплавкие соли натрия нетехнологичны для обработки расплавов, поскольку время действия модификатора не позволяет достичь необходимого измельчения зерна и повышения механических и технологических характеристик.

В настоящее время перспективным направлением является применение дисперсных тугоплавких модификаторов: карбидов, нитридов, боридов, чистых металлов размерами 10...100 нм [4]. Роль нанодисперсных добавок-модификаторов сводится к созданию в расплаве дополнительных искусственных центров кристаллизации. Для этого такие добавки должны быть соразмерны с критическими зародышами матричной фазы и способны обеспечивать достаточное их количество для получения в отливке мелкодисперсной структуры.

Как показано в работе [2], наиболее эффективным модификатором алюминиевых сплавов признаны порошки тугоплавких соединений титана и кремния размером менее 100 нм.

Материалы и методы исследований. В данной работе исследовались коррозионные свойства сплавов АЛ4, АЛ4С, АМг6 до и после модифицирования.

В целях улучшения качества и технологичности алюминиевых сплавов систем Al–Mg–Sc и Al–Si проведено модифицирование их расплавов тонкодисперсными порошками на основе карбида кремния размером до 100 нм. Дисперсный порошок SiC был выбран исходя из соответствия кристаллических решеток алюминия и SiC (г.ц.к. решетки) и различия атомных радиусов алюминия и SiC. Порошок новой SiC модификации β получен способом плазменно-химического синтеза.

Для определения коррозионной стойкости алюминиевых сплавов, модифицированных карбидом кремния, проведены испытания на общую, межкристаллитную и расслаивающую коррозию, а также коррозионное растрескивание.

Для получения сравнительных данных по коррозионной стойкости сплавов проводили испытания на общую коррозию по ГОСТ 9.017–94. Для имитации жестких условий эксплуатации был выбран метод испытаний в условиях 100 %-ной относительной влажности, а также метод периодического воздействия 3 %-ного раствора хлористого натрия NaCl при комнатной температуре. Оценку коррозионной стойкости алюминиевых сплавов проводили по изменению внешнего вида образцов и по изменению массы.

Межкристаллитную коррозию (МКК) определяли согласно ГОСТ 9.021–84 «Единая система защиты от коррозии и старения. Алюминий и сплавы алюминиевые. Методы ускоренных испытаний на межкристаллитную коррозию».

Испытания проводили в следующем растворе: 30 г NaCl + 10 см³ HCl. Температура раствора поддерживалась на уровне $+22 \pm 1^\circ\text{C}$, продолжительность испытания составляла 24 часа. Плоские образцы размером 20x10x3 мм вырезали из отливок. Оценку производили металлографическим способом на оптическом микроскопе МИМ–8 при увеличении $\times 100$. Фиксировали характер коррозии и максимальное значение глубины межкристаллитной коррозии.

Расслаивающая коррозия (РСК) – вид коррозии, которая развивается преимущественно параллельно вектору деформации, создаваемой в процессе прокатки или прессования полуфабрикат, и сопровождается образованием трещин в этом направлении, отслаиванием отдельных частиц металла или полным разрушением образцов либо деталей [6]. РСК в основном проходит по границам зерен, имеющих продолговатую форму. Испытания проводили в соответствии с ГОСТ 9.904–82 «Единая система защиты от коррозии и старения. Сплавы алюминиевые. Метод ускоренных испытаний на расслаивающую коррозию».

Коррозионное растрескивание – поражение металла, вызванное одновременным воздействием коррозионной среды и номинально статическим растягивающим напряжением, в результате которого обычно образуются трещины [5]. При

испытании на коррозионное растрескивание погружение производили в 3%-ный раствор NaCl циклически: 10 мин. в растворе, 50 мин. на воздухе. Продолжительность испытаний составила 45 суток.

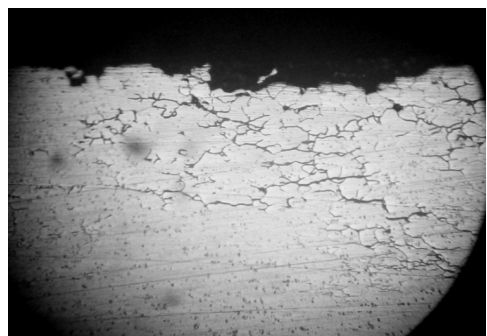
Результаты и их обсуждение. Анализ результатов испытаний показал, что все исследуемые алюминиевые сплавы, независимо от состояния поверхности, имеют достаточно высокую коррозионную стойкость при испытании в условиях 100 %-ной относительной влажности; коррозионные поражения практически отсутствуют. После трех циклов испытаний на образцах без модифицирования было отмечено потемнение поверхности в виде единичных пятен и точек. Через десять циклов испытаний в камере влажности на образцах из алюминиевого сплава АЛ4 и АЛ4С до модифицирования дисперсным карбидом кремния отмечено потемнение поверхности в виде пятен, занимающих до 70 % площади поверхности, после модифицирования – 50 % площади поверхности.

Результаты испытаний на общую коррозию показывают, что модифицирование частицами SiC приводит к повышению коррозионной стойкости сплавов за счёт снижения скорости коррозии: сплава АЛ4 на 10,8... 16,7 %, сплава АЛ4С на 5,6...6,3 %. Повышение коррозионной стойкости можно объяснить измельчением структуры алюминиевых сплавов. При модифицировании увеличивается протяжённость многочисленных межфазных границ, Интерметаллиды и примесные атомы, которые располагались в межфазных границах в сплаве до модифицирования, распределяются после модифицирования на более значительной площади. Следовательно, они будут оказывать меньшее отрицательное влияние на коррозионную стойкость алюминиевых сплавов. Важную роль играет и напряженное состояние модифицированной структуры. При введении дисперсных частиц SiC микрообъёмы сплавов АЛ4 и АЛ4С становятся более энергетически напряжёнными, что и повышает коррозионную стойкость.

Для алюминиевых сплавов системы Al–Si характерна межкристаллитная коррозия. Чувствительность к МКК появляется вследствие структурной неоднородности границ зёрен, выделения вторичных фаз, обеднения или обогащения прилегающих участков α -твёрдого раствора легирующими элементами, образования субмикро- и микропустот из-за стока и коагуляции вакансий. В модифицированных сплавах АЛ4 и АЛ4С склонность к МКК не обнаружена. В сплаве АМг6 выявлена β -фаза в виде сетки по границам зерен (см. рисунок, а) и межкристаллитная коррозия, идущая от питтинга по β -фазе (см. рисунок, б).



а) x500



б) x90

Рисунок. Испытания на межкристаллитную коррозию сплава АМг6:

а – β -фаза в виде сетки по границам зерен;

б – межкристаллитная коррозия, идущая от питтинга по β -фазе

В деформируемом сплаве 01570 при микролегировании скандием и модифицировании карбидом кремния за счет уменьшения выделений β -фазы и их равномерного распределения по объёму заготовки склонность к МКК отсутствует.

Так как сплавы систем Al–Mg, Al–Mg–Sc относятся к деформируемым и используются в сварных конструкциях, то важными показателями являются расслаивающая коррозия и коррозионное растрескивание.

Результаты испытаний на расслаивающую коррозию сплавов АМг6 и 01570 до и после модифицирования приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты испытаний на расслаивающую коррозию сплавов АМг6 и 01570

Сплав	Расслаивающая коррозия
АМг6	Пузыри диаметром 2...3 мм по всей поверхности. Балл 5.
01570	Пузыри диаметром 2...3 мм на площади 10%. Балл 4.
01570+SiC	Пузырей нет. Балл 2.

Коррозионное растрескивание оценивалось на основном металле и сварном шве, выполненном аргоно-дуговой сваркой. Результаты испытаний приведены в табл. 2.

Таблица 2

Коррозионное растрескивание основного металла и сварных швов сплавов АМг6 и 01570

Сплав	Коррозионное растрескивание			
	Основной металл		Сварной шов	
	Напряжение	Продолжительность испытания до растрескивания, сут.	Напряжение, МПа	Продолжительность испытания до растрескивания, сут.
АМг6	$0,9\sigma_B$	более 55	200	45
01570	$0,9\sigma_B$	более 55	200	55
01570 + SiC	$0,9\sigma_B$	более 55	200	более 55

Выводы. Проведены испытания алюминиевых сплавов систем Al–Si, Al–Mg, Al–Mg–Sc на общую коррозию. После трех циклов наблюдается потемнение поверхности на образцах как до, так и после модифицирования. Через десять циклов на поверхности отмечены пятна, занимающие 70% поверхности образцов до модифицирования и 50% – на образцах после модифицирования. Это свидетельствует о снижении скорости коррозии в модифицированных образцах.

Отмечена межкристаллитная коррозия в сплавах АЛ4, АЛ4С и АМг6 до модифицирования. В сплаве 01570 до и после модифицирования, а также АМг6, АЛ4 и АЛ4С после модифицирования межкристаллитная коррозия отсутствует.

Достигнуто снижение расслаивающей коррозии в сплаве 01570 после модифицирования с четвертого балла в немодифицированных образцах, до второго – в модифицированных.

Коррозионное растрескивание основного металла сплавов систем Al–Mg, Al–Mg–Sc отсутствует на протяжении 55 суток испытания. В сварном шве модифицированного сплава 01570 наблюдается увеличение времени испытания. Коррозионное растрескивание не обнаружено после 55 суток испытания.

Библиографические ссылки

1. ГОСТ 9.901.1–89. «Единая система защиты от коррозии и старения. Металлы и сплавы. Общие требования к методам испытаний на коррозионное растрескивание».

2. **Калинина Н. Е.** Особенности модифицирования алюминиевых сплавов системы Al–Mg / Н. Е. Калинина, З. В. Вилищук, В. Т. Калинин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. – № 7 (84). – С. 80–83.

3. **Мальцев М. В.** Модифицирование структуры металлов и сплавов / М. В. Мальцев. – М. : Металлургия, 1964. – 214 с.

4. **Неменюк Б. М.** Теория и практика комплексного модифицирования силовых / Б. М. Неменюк. – Л. : Технопринт, 1999. – 272 с.
5. **Петров Л. Н.** Коррозионно-механическое разрушение металлов и сплавов / Л. Н. Петров, Н. Г. Сопроноук. – К. : Наук. думка, 1991. – 216 с.
6. **Синявский В. С.** Коррозия и защита алюминиевых сплавов / В. С. Синявский, В. Д. Вальков, В. Д. Калинин. – М. : Металлургия, 1986. – 368 с.

Надійшла до редколегії 03.11.2014.

УДК 629.764

А. В. Голубек

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМНЫХ СБЛИЖЕНИЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ С КОСМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Проведено математичне моделювання сумісного руху ракети-носія та угруповання каталогізованих космічних об'єктів. Отримано розподіл кількості зближень на відстань менше 5 км по відносній відстані, відносній швидкості та куту зустрічі. Оцінено ймовірність зіткнення.

Ключові слова: ракета-носіє, угруповання каталогізованих космічних об'єктів, сумісний рух, ймовірність зіткнення, відносна швидкість зближення, відносна відстань зближення, кут зустрічі.

Проведено математическое моделирование совместного движения ракеты-носителя и группировки каталогизированных космических объектов. Получены распределения количества сближений на расстояние менее 5 км по относительному расстоянию, относительной скорости и углу встречи. Оценена вероятность столкновения.

Ключевые слова: ракета-носитель, группировка каталогизированных космических объектов, совместное движение, вероятность столкновения, относительная скорость сближения, относительное расстояние сближения, угол встречи.

Mathematical modeling of mutual motion of a launch vehicle and a group of catalogued space objects has been carried out. Distributions of the number of approaches to the distance of less than 5 km as for relative distance, relative velocity and the angle of meeting have been obtained. The probability of a collision has been evaluated.

Key words: launch vehicle, group of catalogued space objects, mutual motion, probability of collision, relative velocity of approach, relative distance of approach, angle of meeting.

Введение. Инцидент, произошедший со спутником «Блиц», подтвердил необходимость учёта взаимных сближений летательного аппарата с околоземными космическими объектами (КО) искусственного происхождения в процессе выполнения миссии.

На данный момент группировка околоземных КО искусственного происхождения, по данным средств контроля космического пространства, уже превышает 15 тыс. единиц. В их состав входят космические аппараты (КА) как функционирующие, так и нет, орбитальные ступени ракет-носителей (РН) и обломки. Процентное соотношение между типами наблюдаемых КО приведено на рис. 1. Общая же численность КО, по некоторым оценкам, составляет более миллиона единиц с суммарной массой более тысячи тонн.

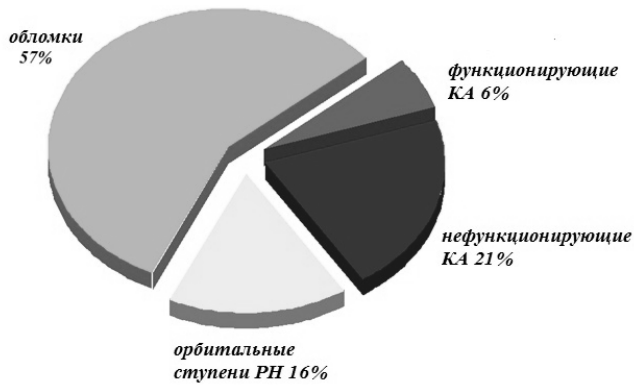


Рис. 1. Соотношение между типами наблюдаемых КО

Как можно видеть на рис. 1, большинство КО являются пассивными объектами, которые не могут выполнять операции по коррекции орбиты. Это так называемый космический мусор. Его распределение в околоземном пространстве не однородное; наиболее загрязнёнными областями являются орбиты высотой до 2100 км и наклонением 80–110 град. Кроме того, космический мусор способен численно увеличиваться за счёт процесса взаимных столкновений КО между собой, называемого синдромом Кesslera.

Космический мусор представляет опасность, подвергая риску удачность выполнения миссии не только пилотируемых полётов и функционирующих КА, но и РН, выводящих полезную нагрузку в околоземное космическое пространство.

Активные участки траекторий большинства РН проходят через область низких околоземных орбит, где наблюдается наибольшая концентрация космического мусора и могут произойти столкновения. Вероятность такого события мала (даже в сравнении с таковой для КА), но за счёт процессов развития синдрома Кesslera она будет постоянно возрастать.

Постановка задачи. Исходя из вышесказанного, в ближайшие десятилетия следует ожидать ухудшения проблемы безопасности пролёта РН через загрязнённые области околоземного космического пространства. Как следствие возникнет необходимость разработки и внедрения различных систем защиты, облик и область применения которых требуют знания вероятностных распределений параметров совместного движения РН и КО, таких как относительное взаимное расстояние, относительная скорость и угол встречи, а также вероятности столкновения.

Основные направления исследований, близких к рассматриваемому вопросу. В работе [5] предлагается аналитическая формула расчёта годовой вероятности столкновения между всеми каталогизированными и некаталогизированными КО:

$$P_C \approx 0,030 + 0,009 \frac{n_\Sigma}{n_P},$$

где n_Σ – суммарное число некаталогизированных КО различных размеров, учитываемых при расчёте вероятности столкновения; n_P – число каталогизированных КО.

Оценку вероятности столкновения МКС с каталогизированными космическими объектами предлагается проводить с использованием следующей формулы [7]:

$$P_C = \frac{1}{2\pi\sqrt{|C|}} \int_{area} \exp \left[-\frac{1}{2} (\bar{r} - \bar{r}_d)^T C^{-1} (\bar{r} - \bar{r}_d) \right] d\bar{r},$$

где C – матрица ковариации в плоскости столкновения; \bar{r}_d – номинальное относительное расстояние между МКС и КО.

Стаття [6] посвящена довгосрочному прогнозуванню еволюції КО на геостационарній орбіті. Ррахчт частоты столкновений предлагается производить с использованием формулы

$$X = \frac{\sigma_{12}}{2\pi^4 a_1 a_2 \sin \alpha} \int_{r_a}^{r_b} \frac{V_{rel} dr}{\sqrt{(r_{A1} - r)(r - r_{P1})} \sqrt{(r_{A2} - r)(r - r_{P2})}},$$

где σ_{12} – предельная дистанция, соответствующая столкновению; a_1 и a_2 – большие полуоси орбиты КО; r_a и r_b – точки пересечения орбит; V_{rel} – относительная скорость; r_{A1} и r_{A2} – радиусы апогея орбиты КО; r_{P1} и r_{P2} – радиусы перигея орбиты КО; α – орбитальный псевдоугол, определяющийся из выражения

$$\cos \alpha = \cos i_1 \cos i_2 + \sin i_1 \sin i_2 \cos(\Omega_1 - \Omega_2).$$

Здесь i_1 и i_2 – наклонение орбит КО; Ω_1 и Ω_2 – долготы восходящего узла орбит КО.

В работе [4] предложена оценка количества КО и их объёмной плотности в заданной области околоземного космического пространства с использованием статистического подхода. Количество КО в заданной области космического пространства рассчитывается с использованием плотности распределения КО от высоты и широты (распределение по долготе принимается равномерным):

$$N = 2 \int_{H_{MIN}}^{H_{MAX}} \int_0^{\pi} q(H, \varphi) dH d\varphi,$$

$$q(H, \varphi) = \frac{\partial^2 N(H, \varphi)}{\partial H \partial \varphi},$$

где $N(H, \varphi)$ – количество КО; $H(t)$ – текущее значение высоты точки измерения над общим земным эллипсоидом; $\varphi(t)$ – текущее значение широты точки измерения.

При этом объёмная плотность КО определяется из выражения

$$\rho(H, \varphi) = \frac{q(H, \varphi)}{2\pi(H + R_3)^2 \cos \varphi},$$

где R_3 – радиус Земли под точкой измерения.

В стандарте [1] приведена полуаналитическая статистическая модель для средне- и долгосрочного прогнозирования пространственного распределения концентрации и скорости техногенных КО диаметром более 1 мм.

В работах [2; 3] предлагается оценка возможных механических конфликтов между орбитальными объектами.

Анализ решений и публикаций показал, что, согласно доступным источникам, оценки основных характеристик сближения РН с группировкой КО в запуске, таких как относительное расстояние, относительная скорость, угол встречи и вероятность столкновения, не проводились. Основными направлениями исследований являются оценка вероятности столкновения МКС и КА с КО, а также столкновения КО между собой.

Сформулируем постановку задачи в следующем виде.

Даны:

- основные характеристики РН в составе: аэродинамических и массово-инерционных характеристик, характеристик двигательной установки, компоновочной схемы, циклограммы работы системы управления и угловых программ полёта;
- характеристики целевой орбиты РН;
- характеристики точки старта РН;

- окно времён запуска РН;
- каталогизированная космическая обстановка.

Необходимо:

- определить распределения основных характеристик опасных сближений, таких как относительное расстояние, относительная скорость и угол встречи;
- оценить вероятность столкновения РН с КО в запуске.

Введем предположения:

- КО, высота перигея которых менее 120 км, не учитываются как прекратившие своё существование;
- космическая обстановка постоянна, то есть не появляются новые КО и не прекращают своё существование старые;
- РН и КО – материальные точки;
- движение РН происходит под воздействием сил тяги, притяжения Земли и аэродинамического сопротивления атмосферы;
- КО – пассивные объекты, не совершающие манёвров по поддержанию или изменению орбиты, движущиеся под воздействием сил притяжения Земли и аэродинамического сопротивления верхней атмосферы;
- функция распределения относительного расстояния между РН и КО – усечённая нормальная.

С учётом принятых допущений совместное движение группировки КО и РН будем рассматривать на участке от момента выхода последней из плотных слоёв атмосферы до момента отделения КА.

Под опасным будем понимать сближение РН с КО на относительное расстояние менее 5 км, а под опасным КО – объект, с которым выявлено опасное сближение.

Рассмотрим совместное движение РН и группировки КО, которое в детерминированной постановке описывается системой из $3N_{КО}$ алгебраических (где $N_{КО}$ – количество космических объектов) и $3N_{КО}$ дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{V}_i &= \bar{V}_{РН} - \bar{V}_{КО_i} \\ \Delta \dot{\bar{R}}_i &= \Delta \bar{V}_i \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $\Delta \bar{V}$ – вектор относительной скорости сближения пары РН – КО; $\bar{V}_{РН}$ – вектор скорости РН; $\bar{V}_{КО}$ – вектор скорости КО; $\Delta \bar{R}$ – вектор относительного расстояния между РН и КО; $i \in \overline{1, N_{КО}}$ – номер пары РН – КО.

Вектор скорости РН, входящий в (1), определим из системы дифференциальных уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{V}}_{РН} &= \dot{\bar{W}}_{РН} + \bar{g}_{РН} = (\bar{P}_{РН} + \bar{S}_{РН}) / m_{РН} + \bar{g}_{РН} \\ \dot{m}_{РН} &= -G_{РН} / g_0 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $\bar{P}_{РН}$ – вектор силы тяги РН; $\bar{S}_{РН}$ – вектор аэродинамического сопротивления атмосферы, действующей на РН; $\bar{g}_{РН}$ – вектор ускорения силы притяжения Земли, действующей на РН; $m_{РН}$ – масса РН; $G_{РН}$ – весовой секундный расход компонентов топлива через двигательную установку РН; g_0 – ускорение силы притяжения Земли в точке старта.

Вектор скорости КО определим из дифференциального уравнения

$$\dot{\bar{V}}_{КО} = \bar{S}_{КО} / m_{КО} + \bar{g}_{КО}, \quad (3)$$

где $\bar{S}_{КО}$ – вектор аэродинамического сопротивления атмосферы, действующей на КО; $\bar{g}_{КО}$ – вектор ускорения силы притяжения Земли, действующей на КО.

В итоге совместное движение РН и группировки КО описывается системой (1) – (3) из $3N_{КО}$ алгебраических и $6N_{КО} + 4$ нелинейных дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши, исследование которой аналитическим путём затруднительно. В связи с этим решение системы проведено путём компьютерного моделирования с использованием метода интегрирования Рунге – Кутты четвёртого порядка с постоянным шагом интегрирования.

Угол встречи пары РН – КО определим из выражения

$$\alpha = \arccos \left(\frac{\bar{V}_{РН} \cdot \bar{V}_{КО}}{|\bar{V}_{РН}| \cdot |\bar{V}_{КО}|} \right).$$

В качестве начальных условий движения приняты гипотетическая РН легко-го класса с точкой старта на экваторе, каталог космической обстановки NORAD от 20.06.13 г. и окно запуска с 00:00:00 21.06.13 г. по 00:00:00 22.06.13 г. Продолжительность окна запуска длительностью в сутки обусловлена необходимостью получения большего количества статистических данных при сравнительно низкой вероятности опасных сближений на активном участке траектории РН. Учитывая неравномерность распределения плотности потока КО от высоты орбиты и наклона, моделирование проводили для ряда траекторий выведения на солнечно-синхронные орбиты высотами до 2100 км.

По данным выбранного каталога, околоземная космическая обстановка описывается 17816 КО, 14026 из которых имеют начальные условия движения.

В результате решения системы (1) – (3) для выбранных начальных условий движения получены гистограммы распределения опасных сближений по высоте целевой орбиты и модулю относительной скорости (рис. 2), модулю относительного расстояния (рис. 3) и углу встречи (рис. 4). Статистические характеристики основных параметров опасных сближений приведены в табл. 1.

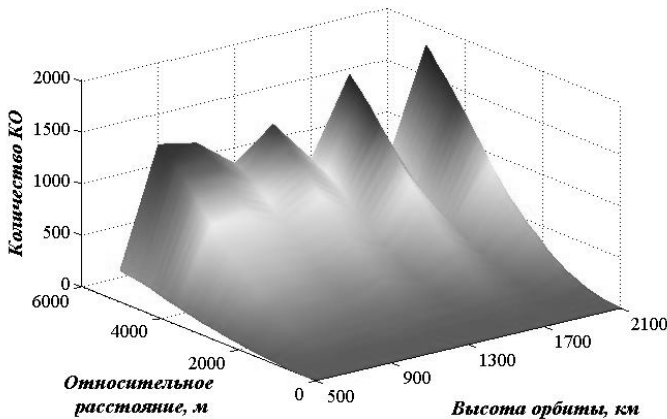


Рис. 2. Распределение опасных сближений по относительному расстоянию и высоте целевой орбиты РН

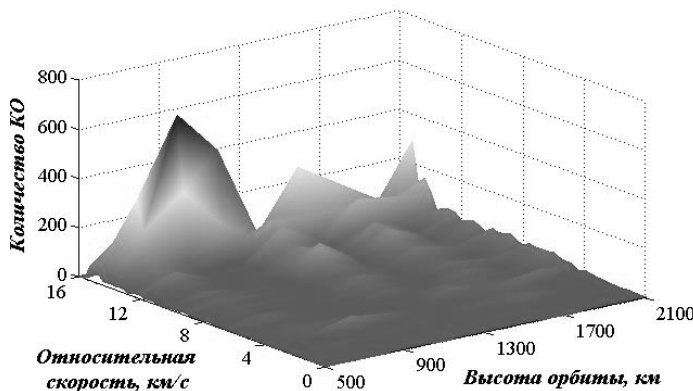


Рис. 3. Распределение опасных сближений по относительной скорости и высоте целевой орбиты РН

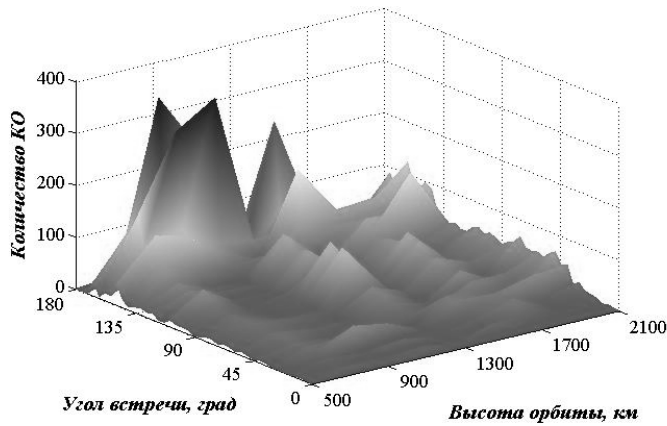


Рис. 4. Гистограмма распределения опасных сближений по углу встречи и высоте целевой орбиты РН

Таблица 1
Статистические характеристики основных параметров опасных сближений

Параметр	Минимальное относительное расстояние, м	Относительная скорость, км/с	Угол встречи, град
Математическое ожидание	3181	11,880	119,344
Среднее квадратическое отклонение	1133	3,576	46,098
Минимальное значение	38	0,154	0,804
Максимальное значение	5000	16,825	178,605

Из 750 тыс. промоделированных запусков выявлено три опасных сближения РН и КО на относительные расстояния менее 100 м, параметры которых приведены в табл. 2. Кроме того, выявлены три опасных сближения на высотах менее 300 км.

Таблица 2
Параметры сближения РН с КО на относительные расстояния менее 100 м

Минимальное относительное расстояние, м	Относительная скорость, км/с	Угол встречи, град	Высота полёта, км
38	9,3	77	883
69	14,5	152	692
76	13,9	136	712

Из полученных результатов следует, что наибольшее количество опасных сближений наблюдается на относительных скоростях более 10 км/с с углами встречи более 90 град. Следует обратить внимание, что корреляция между этими двумя параметрами составляет 0,97, что говорит о высокой зависимости между ними.

Рассмотрим оценку вероятности столкновения РН и КО в запуске. Столкновению с учётом предположений соответствует событие

$$|\Delta \bar{R}| \leq \Delta R_{MIN}, \quad (4)$$

где ΔR_{MIN} – предельно допустимое относительное расстояние сближения РН с КО.

Вероятности столкновения РН и КО соответствует вероятность выполнения неравенства (4):

$$P_C = P\left(|\Delta\bar{R}| \leq \Delta R_{MIN}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}n\sigma} \int_0^{\Delta R_{MIN}} \exp\left[-\frac{(R-M)^2}{2\sigma^2}\right] dR, \quad (5)$$

где M – математическое ожидание; σ – среднее квадратическое отклонение; n – нормирующий коэффициент распределения.

Нормирующий коэффициент определяется выражением

$$n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(R-M)^2}{2\sigma^2}\right] dR.$$

Параметры распределения определим из распределения относительного расстояния сближения по всем рассматриваемым орбитам (рис. 5).

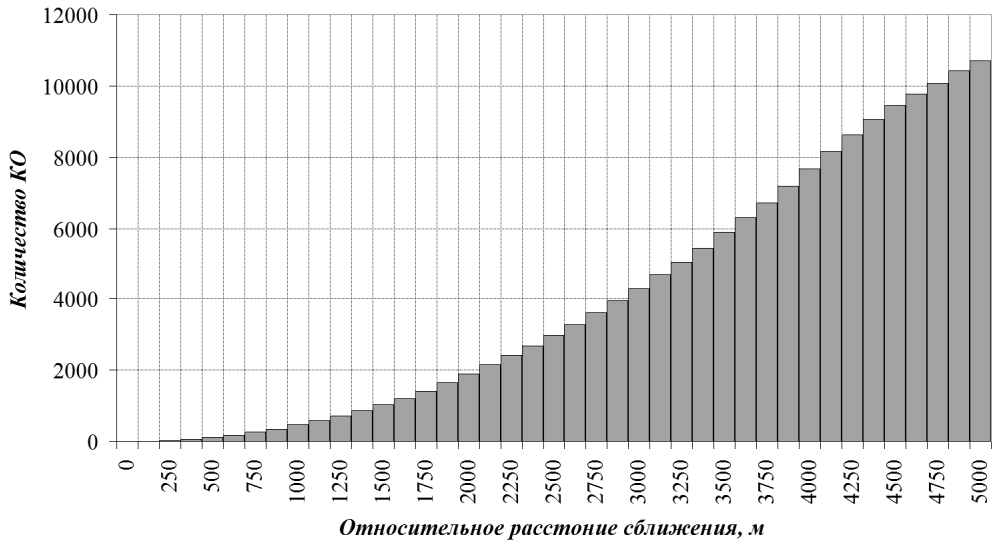


Рис. 5. Гистограмма распределения КО по относительному расстоянию сближения для всех рассматриваемых орбит

Выберем две характерные точки с координатами (предельно допустимое относительное расстояние сближения; количество КО) (100 м; 3) и (4000 м; 7681). Вероятность столкновения для каждого из рассматриваемых интервалов определяется соотношением

$$P = \frac{\omega}{\omega_{\Sigma}},$$

где ω – количество опасных сближений в заданном интервале относительных расстояний; $\omega_{\Sigma} = 777600$ – количество промоделированных траекторий РН. Вероятности столкновения для выбранных значений предельно допустимого относительного расстояния сближения составляют 4×10^{-6} и 10^{-2} соответственно.

С учётом предположения об усечённом нормальном распределении относительного расстояния определены параметры распределения относительного расстояния между РН и КО, которые приведены в табл. 3.

Таблица 3

Параметры распределения относительного расстояния между РН и КО

Параметр	Значение
Математическое ожидание, м	9154
Среднее квадратическое отклонение, м	2212
Нормирующий коэффициент, б/р	0,999982

На основаних отриманих параметрах розподілу проведена оцінка ймовірності зближення РН з КО в запуску на відносне відстань 1 м і 10 м, що складає 4×10^{-8} і 4×10^{-7} відповідно.

Спільно з дослідженням процесу взаємних зближень РН і КО проаналізовані оскулюючі параметри орбіти небезпечних КО. На основаних отриманих статистичних даних побудовані гистограми розподілу кількості КО по середній висоті, ексцентриситету і нахилу орбіти (рис. 6–8). З отриманих даних випливає, що небезпечні зближення в основному відбуваються з КО, що рухаються по орбітам з середньою висотою 700 – 1100 км і нахилу орбіти 80 – 110 град.

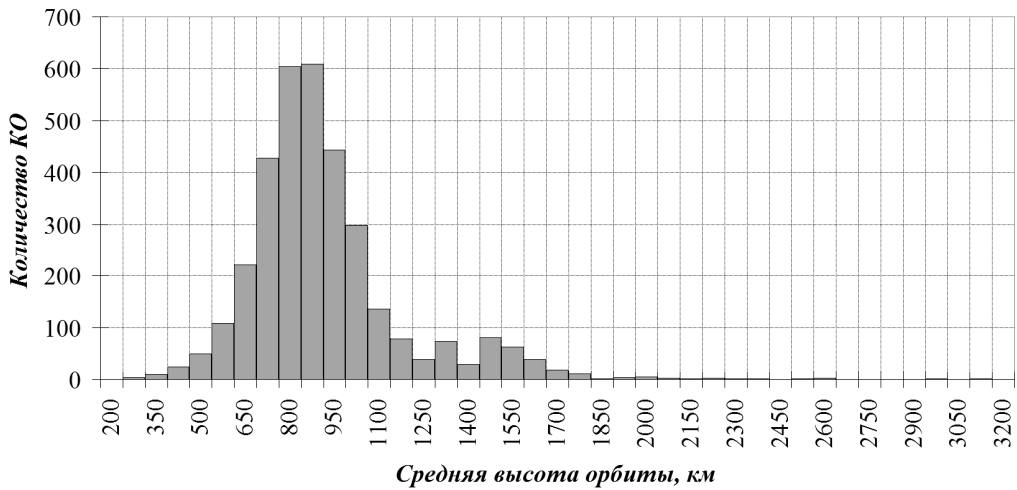


Рис. 6. Гистограма розподілу небезпечних КО по висоті орбіти

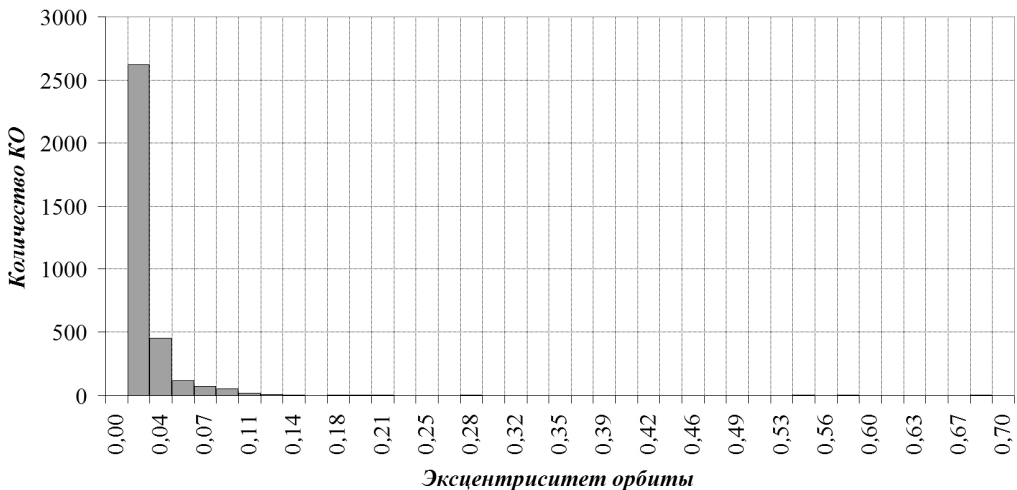


Рис. 7. Гистограма розподілу небезпечних КО по ексцентриситету орбіти

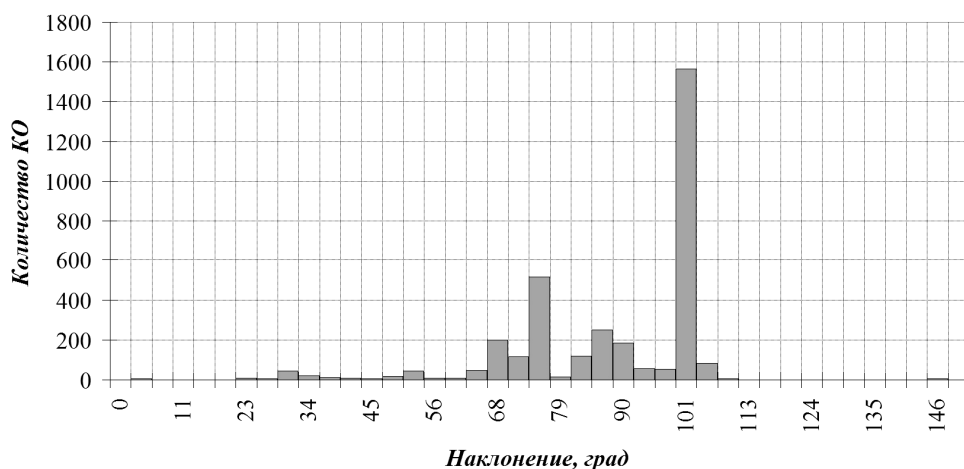


Рис. 8. Гистограмма распределения опасных КО по наклонению орбиты

Выводы. В результате проведенного исследования взаимных сближений РН и группировки КО можно сделать следующие выводы:

- распределение основных характеристик параметров сближения РН и КО имеет сложный характер, зависящий от высоты целевой орбиты РН, что говорит о неравномерности распределения КО по низкой околоземной орбите;
- большинство опасных сближений наблюдается на относительных скоростях более 10 км/с и углах встречи более 90 град;
- наибольшую опасность для полётов РН на солнечно-синхронные орбиты представляют КО, движущиеся на орбитах высотой 700–1000 км и наклонением 80–110 град;
- из более 750 тыс. промоделированных траекторий выявлено несколько сближений на относительные расстояния менее 100 м, что с учётом вероятностного характера совместного движения РН и КО может представлять существенную опасность для полёта РН и говорит о необходимости учёта состояния космической обстановки в процессе планирования миссий выведения;
- вероятность сближения РН с КО в запуске на расстояние менее 100 м составляет 4×10^{-6} , что почти в два раза меньше предельно допустимого значения вероятности столкновения МКС с космическим мусором, при котором станция совершает манёвр увода.

Необходимо обратить внимание на следующее. Коррекция времени запуска на несколько секунд влево или вправо позволяет избежать сближения на критические расстояния и существенно повысить вероятность безопасного пролёта РН через группировку околоземных КО. С другой стороны, развитие синдрома Кесслера в перспективе приведёт к невозможности запуска РН в любой момент времени, что говорит о необходимости разработки активных методов очистки околоземного космического пространства.

Исходя из этого надлежащее планирование момента запуска, в зависимости от состояния космической обстановки в районе траектории РН, может быть эффективным методом по увеличению вероятности безопасного пролёта РН через группировку КО, используемым совместно с активными методами очистки.

Библиографические ссылки

1. ГОСТ Р25645.167-2005. Космическая среда (естественная и искусственная). Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества в космическом пространстве.

2. **Лабуткина Т. В.** Быстрый метод прогноза опасных сближений орбитальных объектов и оценки расстояния сближения / Т. В. Лабуткина, А. Н. Петренко // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. – Д. : Пороги, 2012. – Т. XIV. – С. 28–40.

3. **Лабуткина Т. В.** Методика прогноза механических конфликтов между элементами квазистабильного множества орбитальных тел / Т. В. Лабуткина // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. – Д. : Пороги, 2009. – Т. 9. – С. 41–52.

4. **Назаренко А. И.** Моделирование эволюции распределения техногенных частиц и объектов / А. И. Назаренко // Проблема загрязнения космоса (космический мусор). – 1993. – С. 114–126.

5. **Хуторовский З. Н.** Контроль космических объектов на низких высотах / З. Н. Хуторовский, В. Ф. Бойков, Л. Н. Пылаев // Околосемная астрономия (космический мусор). – М. : Космосинформ, 1998. – С. 34–101.

6. **Anz-Meador P.** GEO_EVOLVE 1.0: A Long-Term Debris Evolution Model for the Geosynchronous Belt [Електронний ресурс] / P. Anz-Meador, P. Krisko, M. Matney // Orbital Debris. Quarterly News. – 2000. – Vol. 5, Issue 4. – P. 5–7. – Режим доступу: <http://www.orbitaldebris.jsc.nasa.gov/newsletter/pdfs/ODQNv5i4.pdf>.

7. **Foster L.** International Space Station Debris Avoidance Operations [Електронний ресурс] / L. Foster, J. Frisbee, M. Wortham, and L. Howorth // Orbital Debris. Quarterly News. – 2001. – Vol. 6, Issue 2. – P. 4–5. – Режим доступу: <http://www.orbitaldebris.jsc.nasa.gov/newsletter/pdfs/ODQNv6i2.pdf>.

Надійшла до редколегії 08.09.2014 р.

УДК 678.02:621.365

И. А. Гусарова¹, Т. А. Манько²

*¹Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное”
им. М. К. Янгеля»*

²Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ИЗУЧЕНИЕ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ ТЕРМОСТОЙКИХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ВОЗВРАЩАЕМЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

На підставі експериментальних досліджень властивостей термостійких матеріалів при температурах 1100°C обрана для використання у теплозахисних конструкціях космічних апаратів, що повертаються, теплоізоляція на основі кремнеземних волокон.

Ключові слова: теплоізоляційні матеріали, оксидні волокна, космічні апарати, що повертаються.

На основании экспериментальных исследований свойств термостойких материалов при температурах 1100°C выбрана для использования в теплозащитных конструкциях возвращаемых космических аппаратов теплоизоляция на основе кремнеземных волокон.

Ключевые слова: теплоизоляционные материалы, оксидные волокна, возвращаемые космические аппараты.

On the basis of experimental studies of heat-resistant materials properties under the temperature of 1100°C heat insulation on the basis of silica fibers have been selected for application in thermo protection structures of reusable spacecraft.

Key words: heat-insulating materials, oxide fibers, reusable spacecraft.

Введение. Полеты первых возвращаемых космических аппаратов (КА) «Спейс Шаттл» и «Буран» с плиточными теплозащитными конструкциями (ТЗК)

на основе кварцевых волокон выявили ряд недостатков такой теплозащиты. К ним относится чрезвычайная хрупкость и низкая прочность плиток, а также неразъемное соединение теплозащиты с силовой оболочкой КА, что создает неудобства наземного обслуживания и проведения ремонтных работ [1]. Время восстановления теплозащиты КА «Спейс Шаттл» между полетами оценивается в 17000 чел. часов [5].

Съемная многослойная ТЗК с наружным слоем из жаропрочного конструкционного материала, воспринимающего аэродинамические нагрузки, и внутреннего теплоизоляционного слоя позволяет устранить эти недостатки. Такая теплозащита сохраняет работоспособность при температурах до 1100°C при многократных запусках КА. Разработка перспективной ТЗК, выдерживающей аэродинамические нагрузки и обеспечивающей теплозащиту корабля, ведется практически во всех странах, участвующих в освоении космического пространства [6].

Требования к прочностным свойствам теплоизоляции, входящей в состав теплозащиты, в которой прочностные и теплозащитные функции конструкции разнесены, значительно ниже. В данном случае основными требованиями являются высокая температура разрушения материала (выше 1200°C), малый удельный вес и низкая теплопроводность.

В обзоре НАСА по направлениям развития теплозащиты для сверхзвуковых КА в Европе приводятся два вида высокотемпературных теплоизоляционных материалов – на основе волокон двуокиси кремния и волокон оксида алюминия (саффил) [6]. Это дорогостоящие теплоизоляционные материалы, не имеющие широкого коммерческого применения и отсутствующие на рынке Украины.

В целях создания экономически эффективной ТЗК возвращаемых КА были исследованы перспективные отечественные теплоизоляционные материалы на основе муллитокремнеземистых волокон [2], однако все они оказались непригодны для использования в теплозащитных конструкциях возвращаемых КА. Недостаточные теплоизоляционные свойства волокнистой коммерческой теплоизоляции связаны со сравнительно большим диаметром волокон и наличием в материале неволоконистых включений – «королька», коротких волокон, утолщений.

Постановка задачи. Целью работы является освоение и экспериментальное исследование теплоизоляционных материалов на основе оксидных волокон для ТЗК возвращаемых КА, работающих при температурах 1100°C.

Объект исследований – теплоизоляционные материалы на основе волокон SiO_2 , волокон Al_2O_3 , муллитокремнеземистых волокон, муллитокремнеземистых волокон с добавлением оксида циркония.

Сравнительный анализ этих волокон приведен в [4].

Для экспериментального исследования теплоизоляционных свойств материалов на основе данных волокон изготавливались образцы плиточной теплоизоляции по следующей схеме:

- очистка волокна от смазки, «королька», коротких волокон, утолщений;
- разделение исходного сырья на отдельные волокна;
- модификация поверхности волокна технологической связкой (приготовление гидромассы);
- формование заготовок волокнистых блоков;
- сушка блоков;
- обжиг блоков;
- обрезка блоков.

Образцы имели вид трехслойных пакетов, состоящих:

- из верхнего слоя – никелевой фольги, имитирующей наружную несущую конструкцию теплозащиты;
- исследуемого теплоизоляционного материала;
- нижнего слоя – пластины из алюминиевого сплава АМг6, выполняющего роль обшивки КА. Общий вид образцов и схема установки термпар приведены на рис. 1.

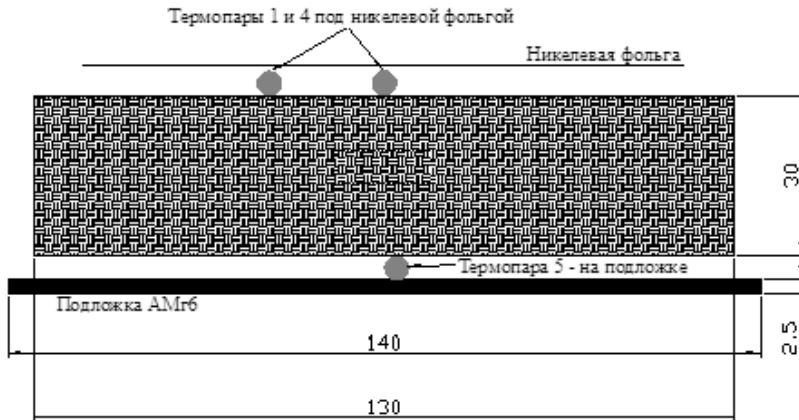


Рис. 1. Общий вид образцов и схема установки термопар

Было изготовлено 4 партии образцов по 5 – 10 штук с различными видами теплоизоляции на основе:

- промышленного фетра марки МКРФ из муллитокремнеземистых волокон ОАО «Синельниковская теплоизоляция», диаметр волокна 3–5 мкм;
- промышленного фетра марки МКРФ с удалением неволокнистых включений;
- волокна ГВ-08 из оксида алюминия Саткинского огнеупорного комбината (Россия) с удалением неволокнистых включений, диаметр волокна 1–2 мкм;
- волокон типа К11С6-68 из оксида кремния с удалением неволокнистых включений, диаметр волокна 2–7 мкм, теплоизоляция изготавливались на ОАО «НИИ Стекловолокно», г. Буча.

Поверхностная плотность исследуемых образцов варьировалась в диапазоне от 2 до 12 кг/м².

В качестве контрольного образца исследовался образец штатной теплоизоляционной плитки КА «Буран» с поверхностной плотностью 4,84 кг/м².

Методы исследований. Сравнительные испытания теплоизоляционных материалов на основе оксидных волокон проводились при тепловых режимах, соответствующих условиям эксплуатации: температура на поверхности – 1100 °С, время теплового воздействия – 20 мин.

Для проведения испытаний в лабораторных условиях была разработана методика с использованием электропечи СНОЛ–7,2/13 И4П, обеспечивающей требуемую температуру на поверхности образцов.

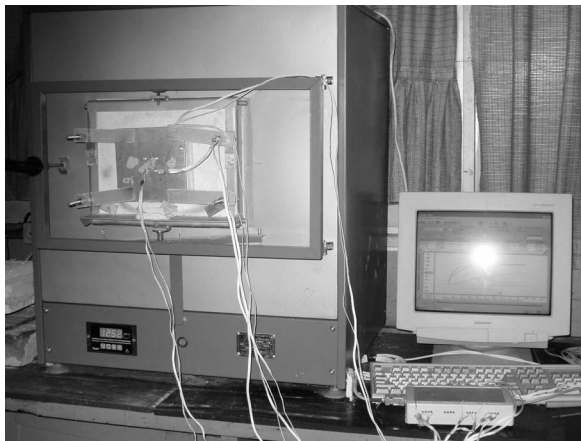


Рис. 2. Установка для тепловых испытаний теплоизоляционных материалов

В проем печи монтировалась специально разработанная панель для нагрева образцов. Для измерения температур в теплозащитных пакетах использовались хромель-алюмелевые термопары. Вначале осуществлялся предварительный прогрев печи до 1250°C , после чего образец с установленными в нем термопарами помещался на специальной панели в проем печи. При таком режиме испытаний температура на поверхности образцов составляла $1100 \pm 50^{\circ}\text{C}$. Время выхода на режим длилось 4 – 8 мин., после этого образец выдерживался 20 мин. при требуемой температуре поверхности. Регистрация сигнала с термопар производилась в непрерывном режиме с помощью аппаратуры СА-320.

Результаты и обсуждение. Результаты испытаний теплоизоляционных материалов получены в виде графика изменения температур в местах установки термопар.

Изменение температур в контрольном образце из керамической плитки КА «Буря» марки ТЗМК-10 с удельной плотностью $0,15 \text{ кг/м}^3$, толщиной $32,3 \text{ мм}$ представлено на рис. 3.

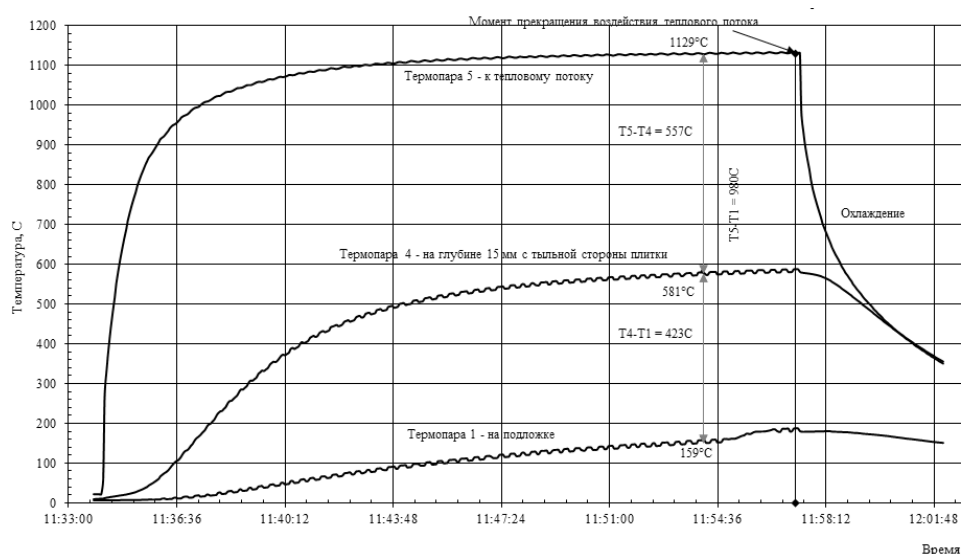


Рис. 3. Изменение температуры от времени в местах установки термопар контрольного образца (теплоизоляции КА «Буря» – плитка марки ТЗМК-10)

Исходя из требований, предъявляемых к теплозащитному материалу, обеспечивать температуру подложки не выше 200°C , в течение всего времени воздействия теплового потока (20 мин.) для сравнения пакетов теплозащиты в качестве контрольного параметра была установлена температура на подложке на 20-й минуте нагрева до 1100°C . Анализ теплоизоляционных материалов осуществлялся с учетом их поверхностной плотности, при которой обеспечивается данное требование. Материал может быть использован в ТЗК возвращаемых КА при условии, что его поверхностная плотность не превышает поверхностную плотность контрольного образца – $4,84 \text{ кг/м}^2$.

Теплоизоляция на основе муллитокремнеземистых волокон испытывалась из фетра в состоянии поставки и в виде блоков из волокон того же фетра – после удаления неволоконистых включений. Теплоизоляционные блоки изготавливались по лабораторной технологии [3].

Теплоизоляция на основе фетров МКРФ, МКРЦФ обеспечивает температуру на подложке в течение заданного времени при поверхностной плотности более $5,6 \text{ кг/м}^2$. Улучшения теплоизоляционных свойств блоков по сравнению с исходными фетрами не установлено. Очевидно, это связано с более высокой плотно-

стю материала в теплоизоляционных блоках. Теплоизоляционные свойства исследуемой теплоизоляции на основе муллитокремнеземистых волокон недостаточны для использования ее в составе теплозащиты КА, так как она обеспечивает требуемые температуры на подложке при поверхностной плотности, превышающей допустимый уровень на 20%.

Таблица 1

Характеристика теплоизоляции на основе муллитокремнеземистого фетра

Теплоизоляция в составе образца	Плотность, кг/м ³	Поверхностная плотность, кг/м ²	Масс. доля ZrO ₂ , %	Размеры образца, мм	Температура на подложке, °С
Теплоизоляция из муллитокремнеземистого фетра МКРФ в состоянии поставки					
Фетр МКРФ-100	94	4,123	–	130x130x2*20	286
Фетр МКРЦФ – 140	142	8,5	12,27	130x130x2*30	124
Фетр МКРЦФ – 140	142	4,26	12,27	130x130x30	228
Теплоизоляционные блоки на основе фетра МКРФ после удаления неволоконистых включений					
На основе фетра МКРФ-100	247	6,17	–	100x103x25	176
На основе фетра МКРФ-100	183	5,66	–	102x102x31	176
На основе фетра МКРФ-100	198	6,46	–	107x105x32	184

Теплоизоляционные блоки из волокон Al₂O₃ изготавливались по лабораторной технологии. Характеристика образцов и результаты испытаний приведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристика образцов теплоизоляции на основе волокон Al₂O₃

Теплоизоляция в составе образца	Плотность, кг/м ³	Поверхностная плотность, кг/м ²	Размеры образца, мм	Температура на подложке, °С
Волокна Al ₂ O ₃	0,32-0,33	7,30	104x99x23,5	187
Волокна Al ₂ O ₃	0,32-0,33	7,35	104x99x23,7	229

Теплоизоляционные блоки на основе волокон Al₂O₃ имеют сравнительно высокий удельный вес (0,32 кг/м³) и обеспечивают требуемую температуру на подложке при поверхностной плотности порядка 7,3 кг/м², что превышает допустимый уровень более чем на 50% и не позволяет использовать их для теплозащиты возвращаемых КА.

Теплоизоляционные материалы на основе волокон SiO₂ изготовлены на ОАО «НИИ Стекловолокно», г.Буча. Работы по созданию таких теплоизоляционных материалов из кремнеземных волокон проводились на данном предприятии с 1986 г. по техническому заданию НПО «Энергия» для создания теплозащиты многоэтажного космического корабля «Заря». Характеристика образцов и результаты испытаний приведены в табл. 3.

Исследуемые теплоизоляционные материалы на основе волокон SiO₂ имели поверхностную плотность от 2,24 до 13 кг/м². Все они обеспечили требуемую температуру на подложке в течение заданного времени. Лучшие результаты были получены на образцах с наименьшей плотностью – 0,066 кг/м³ – при поверхностной плотности 2,24 кг/м² в течение 20 мин. прогрева до 1100 °С они обеспечивали температуру подложки не выше 145° С.

Характеристика образцов теплоизоляции на основе кремнеземных волокон

Теплоизоляция в составе образца	Плотность, кг/м ³	Поверхностная плотность, кг/м ²	Размеры образца, мм	Температура на подложке, °С
Образец 6* Волокна SiO ₂	0,309	12,9	102x101x41,8	91
Образец 5* Волокна SiO ₂	0,201	7,1	147x147x35,5	151
Образец 4* Волокна SiO ₂	0,167	6,0	148x149x36	188
Образец 7* Волокна SiO ₂	0,145	4,9	110x110x34	130
Образец 8* Волокна SiO ₂	0,066	2,24	125x125x34	145
Плитка «Буран», Волокна SiO ₂	0,150	4,84	150x150x32,3	159

*Номер образцов соответствует номеру, присвоенному образцу данного материала на предприятии-изготовителе.

Поскольку параметры исходного волокна отсутствовали, был проведен анализ образца 8 и контрольной плитки «Бурана». Анализ образца 8 показал, что он состоит из волокон диаметром 2-3 мкм с низким содержанием «корольков», диаметр которых не превышает 10 мкм. Анализ плитки «Бурана» показал, что она состоит из субтонких волокон (меньше 1 мкм) SiO₂.

Образцы 7 и 8 на основе кремнеземных волокон обеспечивают требуемую температуру на подложке при допустимых значениях поверхностной плотности и даже превосходят контрольный образец по своим характеристикам.

Выводы. Изготовлены и испытаны теплоизоляционные материалы на основе волокон SiO₂, волокон Al₂O₃, муллитокремнеземистых волокон, муллитокремнеземистых волокон с добавлением оксида циркония.

Теплоизоляционные материалы на основе волокон Al₂O₃, муллитокремнеземистых волокон и муллитокремнеземистых волокон с добавлением оксида циркония обеспечивают требуемые температуры на подложке при поверхностной плотности, превышающей допустимый уровень – 4,84 кг/м², что ограничивает их применение в ТЗК возвращаемых КА.

Образцы 7 и 8 на основе кремнеземных волокон обеспечивают требуемую температуру на подложке при допустимых значениях поверхностной плотности и даже превосходят контрольный образец по своим характеристикам.

Для использования в качестве теплозащиты возвращаемых КА целесообразно применять теплоизоляцию на основе кремнеземных волокон, аналогичную изготавливаемой на предприятии НИИ «Стекловолокно» (г. Буча).

Для оптимизации теплоизоляционных и весовых параметров материала необходимо проведение дополнительных исследований по выбору связующего и технологических характеристик его получения.

Библиографические ссылки

1. Гофин М. Я. Жаростойкие и теплозащитные конструкции многоразовых аэрокосмических аппаратов / М. Я. Гофин. – М., 2003.
2. Гусарова И. А. Выбор теплоизоляции многослойных теплозащитных конструкций возвращаемых космических аппаратов / И. А. Гусарова, Т. А. Манько // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. – 2014.
3. Коледа В. В. Теплозащитные элементы для многоразовых аэрокосмических летательных аппаратов / В. В. Коледа, С. Г. Положай, А. М. Потапов, Ф. М. Телевой и др. /

Передовые космические технологии на благо человечества: 1-я междунар. конф., Днепропетровск, 18–20 апр. 2007г.

4. **Тихий В. Г.** Перспективные материалы для многослойной теплозащитной конструкции космических аппаратов многоразового использования / В. Г. Тихий, И. А. Гусарова, А. М. Потапов, Г. А. Фролов // Космическая техника. Ракетное вооружение: науч.-техн. сб. – Д., 2011. – Вып. 2. – С. 133–145.

5. **Baluragi H.** Volume Advances in Metallic Materials and Manufacturing Processes for Strategic Sectors [Електронний ресурс] / H. Baluragi, V. Anil Kumar, K. Narasaiah, S. Gopinath, P. P. Sinha // Materials Science Forum: Online since January. – 2012. – Vol. 710. – P. 197–202. – Режим доступа: <http://www.scientific.net/MSF.710.197>.

6. European Directions for Hypersonic Thermal Protection Systems and Hot Structures / David E. Glass NASA Langley Research Center, Hampton // 31st Annual Conference on Composites Materials and Structures Daytona Beach, FL. – 2007. – January 22.

Надійшла до редколегії 10.02.2014 р.

УДК 531.383

А. Е. Закржевский¹, В. С. Хорошилов²

¹*Институт механики имени С. П. Тимошенко НАНУ,*

²*Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное” имени М. К. Янгеля»*

РАСКРЫТИЕ НА ОРБИТЕ УПРУГОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ

Досліджено динаміку космічного апарата з гірогравітаційною системою стабілізації, у якому як гравітаційний стабілізатор і носій сонячних батарей використовується пантографна конструкція, що розкривається на орбіті та утримує на кінці зосереджену масу. Здійснено аналіз одержаної інформації та наведені графіки, які ілюструють поведінку характерних змінних.

Ключові слова: гірогравітаційна система стабілізації, пантографна конструкція, гравітаційний стабілізатор, зосереджена маса, пружні елементи.

Исследована динамика космического аппарата с гиросгравитационной системой стабилизации, в котором в качестве гравитационного стабилизатора и носителя солнечных батарей используется пантографная конструкция, которая раскрывается на орбите и удерживает на конце сосредоточенную массу. Осуществлен анализ полученной информации и представлены графики, иллюстрирующие поведение характерных переменных.

Ключевые слова: гиросгравитационная система стабилизации, пантографная конструкция, гравитационный стабилизатор, сосредоточенная масса, упругие элементы.

A current work is contributed to research of the dynamics of spacecraft with hyrogravitation stabilization system, where pantograph construction, opening on the orbit and holding the concentrated mass on its edge, is used as a gravity stabilizer and carrier of solar batteries. The analysis of achieved information is done, and graphs illustrating the processes of the characteristic variables are given here.

Key words: hyrogravitation stabilization system, pantograph construction, gravity stabilizer, concentrated mass, elastic elements.

Введение. Изучение динамики космических конструкций изменяемой конфигурации является одним из перспективных и актуальных направлений механики космических систем. Современные КА имеют в своем составе разнообраз-

ные элементы конструкции, которые трансформируются на орбите (СБ, ГС, антенны и др.).

В литературе имеется большое количество исследований, посвященных развертыванию упругих элементов как с неподвижного основания, так и с вращающегося КА. Анализ публикаций, связанных с такими космическими системами, проведен в [3].

Постановка задачи. Здесь исследуется КА, несущий развертываемую на орбите пантографную конструкцию, которая состоит из двух параллельных, соединенных между собою плоских систем стержней и сосредоточенной массы на конце (рис. 1). Механическая модель такого КА может быть представлена в виде твердого несущего тела, на котором установлена пантографная конструкция, и самой конструкции изменяемой конфигурации с сосредоточенной массой в последнем ярусе.

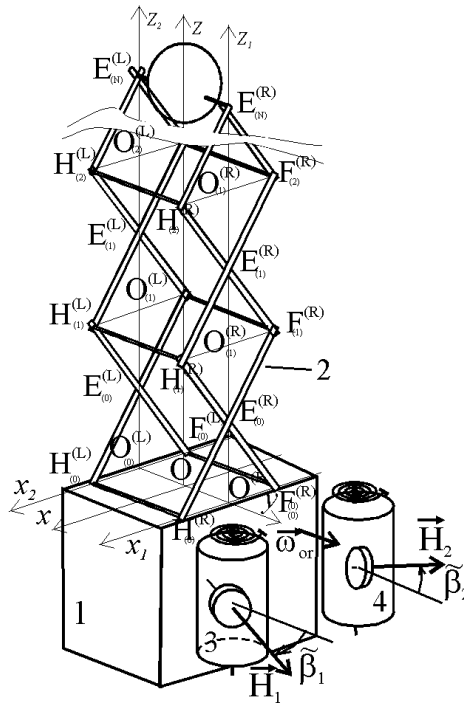


Рис. 1. КА с трансформируемой пантографной конструкцией

Изменение конфигурации конструкции происходит за счет синхронного принудительного сближения точек $H_0^{(R)}, F_0^{(R)}$ и $H_0^{(L)}, F_0^{(L)}$, в которых она соединяется с механизмом развертывания, установленным на несущем теле.

Развертывание описанных элементов вносит значительные возмущения в динамику движения КА вокруг его центра масс. Описать эти возмущения простыми математическими моделями в рамках динамики систем тел невозможно. Поскольку всегда актуальной является проблема снижения массы таких систем, их элементы приходится рассматривать как упругие тела.

1. Механическая и математическая модели системы. Для случая развертывания такой упругой конструкции на орбите ее обобщенная механическая модель может быть представлена как главное твердое тело S_1 и тело S_2 переменной конфигурации, присоединенное к нему. Тело S_1 – гиростатическая часть системы. Тело S_2 – развертываемая часть системы с центром масс в точке C_2 . Оно не включает гиростатических компонентов. Движение тела S_1 определяется вектором скорости \vec{v}_{C_1} точки C_1 и вектором абсолютной угловой скорости $\vec{\omega}$ тела S_1 .

Введем следующие системы координат: $\overline{C\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}}$ – связанная с Землей инерциальная система координат с $\overline{C\bar{Y}}$ вдоль оси вращения Земли, $\overline{C\bar{Z}}$ направлена в точку весеннего равноденствия, $\overline{C\bar{X}}$ дополняет ортогональную триаду; $Oxyz$ – связанная с главным телом система координат с началом в центре основания пантографа O , с Oz вдоль направления оси гравитационного стабилизатора.

При постановке задачи могут быть полезными еще две системы отсчета. Система C_1xyz , как и выше, является системой отсчета, связанной с гиростатической частью КА. Орбитальная система $Cx^{or}y^{or}z^{or}$ связана с центром масс всего КА. Эта система координат определяется традиционным способом [1] с Cx^{or} вдоль вектора скорости КА, Cy^{or} вдоль бинормали орбиты и Cz^{or} вдоль местной вертикали. Пренебрегая прецессией орбиты, можно считать, что абсолютная угловая скорость орбитального базиса равна $\vec{\omega}^{or}$.

Для каждого пантографа упругие стержни длиной $2a$ и массой $m_a(i)$, где i – номер яруса, образуемого полным ромбом, соединены в шарнирах $E_{(i)}^{(R)}, E_{(i)}^{(L)}$, ($i = \overline{0, N}$), где N – количество ярусов, и в точках $H_{(i)}^{(R)}, H_{(i)}^{(L)}, F_{(i)}^{(R)}, F_{(i)}^{(L)}$, ($i = \overline{1, N}$), где верхний индекс определяет пантограф в соответствии с рис. 1, а нижний i соответствует номеру яруса этого пантографа. Эти два пантографа обозначены L и R соответственно. В начальном положении углы, которые составляют стержни нулевого и всех остальных ярусов с осью Ox , равны 5^0 . При полном раскрытии конструкции проектные значения указанных углов составляют 75^0 . Положение точек стержней относительно инерциальной системы координат $\overline{C\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}}$ определяется радиусом-вектором \vec{r}_i , а относительно системы $Oxyz$ – радиусом-вектором \vec{r}'_i . Выражение для \vec{r}'_i зависит от времени t явно, а не только через обобщенные координаты, как в [2]:

$$\vec{r}'_i = \vec{r}_i(q_1, \dots, q_N, t). \tag{1}$$

Упругие стержни длиной $2a$ заменяются парами жестких стержней с упругими цилиндрическими шарнирами $E_{(i)}^{(R)}, E_{(i)}^{(L)}$, ($i = \overline{0, N}$), обладающими эквивалентной жесткостью, равной $3EJ / (2a)$.

Для построения математической модели используется формализм построения уравнений движения Лагранжа второго рода [2]. Если в качестве полюса выбрать мгновенное положение центра масс системы C , уравнения движения несущего тела вокруг центра масс и уравнения относительного движения носимых тел в обозначениях [2] примут наиболее компактный вид:

$$\Theta^C \cdot \dot{\vec{\omega}} + \Theta^C \cdot \vec{\omega} + \vec{\omega} \times \left(\Theta^C \cdot \vec{\omega} \right) + \vec{K}_r^C + \vec{\omega} \times \vec{K}_r^C = \vec{m}^C, \tag{2}$$

$$E_s(T_r^O) - M \vec{r}_C^{**} \cdot \frac{\partial \vec{r}_C'}{\partial q_s} - \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \frac{\partial \Theta^C}{\partial q_s} \cdot \vec{\omega} + \vec{\omega} \cdot \frac{\partial \vec{K}_r^C}{\partial q_s} + \vec{\omega} \cdot E_s^*(\vec{K}_r^C) = Q_s. \tag{3}$$

Далее для построения уравнений движения необходимо выбрать подходящие обобщенные координаты q_s и найти значения выражений для всех величин, которые входят в выражения для коэффициентов уравнений (2) и (3).

В качестве обобщенных координат были выбраны значения координат x_i, z_i ($i = \overline{1, N}$) верхних точек ярусов E_i , лежащих на оси Oz на прямых, соединяющих точки $E_{(i)}^{(L)}, E_{(i)}^{(R)}$. При этом $b(t) = H_0O = OF_0$ является известной функцией времени, которая задает закон раскрытия или свертывания пантографной конструкции.

Несложно показать, что радиус-вектор центра масс i -го яруса пантографа MS_i имеет вид

$$\vec{r}_O'(i) = \{x_{(i-1)} + x_{(i)} / 2, 0, (z_{(i-1)} + z_{(i)}) / 2\}. \tag{4}$$

Радиус-вектор сосредоточенной массы на конце пантографа

$$\vec{r}_{OM}' = \{x_{(5)}, 0, z_{(5)}\}. \quad (5)$$

В результате для всей пантографной конструкции

$$\vec{r}_O' = (\{a_x, a_y, a_z\}m_{KA} + \{0, 0, \tilde{z}_0\}(m_0 + m_1) + \sum_{i=1}^N \{x_i, 0, z_i\}\tilde{m}_i + \{x_{(5)}, 0, z_{(5)}\}M_K) / M. \quad (6)$$

Здесь $\{a_x, a_y, a_z\}$ – радиус-вектор центра масс несущего тела в связанном базисе, m_{KA} – масса несущего тела, m_i ($i = 0, N$) – массы i -го яруса, $\{x_i, 0, z_i\}$ – радиус-векторы точек E_i , $\tilde{m}_i = (m_i + m_{i+1}) / 2$, $\tilde{m}_N = m_N / 2$, $\tilde{z}_0 = z_0 k_0$, k_0 – коэффициент, определяющий положение центра масс нулевого яруса на оси Oz , M_K – сосредоточенная масса на конце пантографа.

Выражения для всех динамических величин, входящих в уравнения движения, были получены с использованием возможностей символьных преобразований пакета Mathematica 5[©] и здесь не приводятся ввиду их громоздкости.

Подставив полученные выражения в уравнения (2), (3) и дополнив их подходящими кинематическими уравнениями, можно сформулировать задачу Коши для изучения поведения рассматриваемого объекта в процессе разворачивания пантографной конструкции. Выберем в качестве параметров ориентации, определяющих угловое положение связанного базиса в орбитальном, параметры Родрига – Гамильтона.

2. Численное моделирование. Для численного интегрирования система записывается в неявной форме

$$\sum_{j=1}^{N_{eq}} A_{ij}(y_1, y_2, \dots, y_{N_{eq}}, t) \dot{y}_j = f_i(y_1, y_2, \dots, y_{N_{eq}}, t) \quad (i = \overline{1, N_{eq}}). \quad (7)$$

Общее количество переменных интегрирования $N_{eq} = 7 + 4N$. Для интегрирования системы дифференциальных уравнений в рамках задачи Коши разработан оригинальный пакет прикладных программ.

Рассматривалась пантографная конструкция из 5 ярусов. Шаг интегрирования менялся в интервале 0,01 – 0,001 с. Продолжительность режима раскрытия составляла 500 с. Величина изгибной жесткости стержней EJ принималась в диапазоне 20 – 150 Нм². Величина концевой массы была принята равной 20 кг.

Особое внимание в данном исследовании было уделено зависимости динамического поведения исследуемой упругой конструкции от закона раскрытия конструкции. Здесь было рассмотрено два таких закона (рис. 2). Линия 1 показывает традиционный закон изменения скорости изменения расстояния $b(t)$. Линия 2 соответствует оптимальному закону, который минимизирует относительные динамические перегрузки несомых тел (см. [0], частный случай 2). Такой закон вносит существенно меньше возмущений в динамику конструкции, чем традиционный. Численное моделирование подтверждает это.

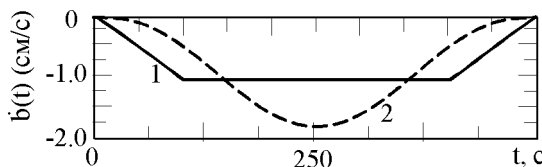


Рис. 2. Законы изменения скорости вращения двигателя электропривода системы разворачивания

На рис. 3,а показано поведение обобщенных координат z_i ($i = 1, \dots, 5$) при раскрытии конструкции, имеющей изгибную жесткость стержней 20 Нм², в течение

500 с. Сплошные линии соответствуют случаю, когда используется традиционный неоптимальный закон управления, пунктирные – когда используется оптимальный закон.

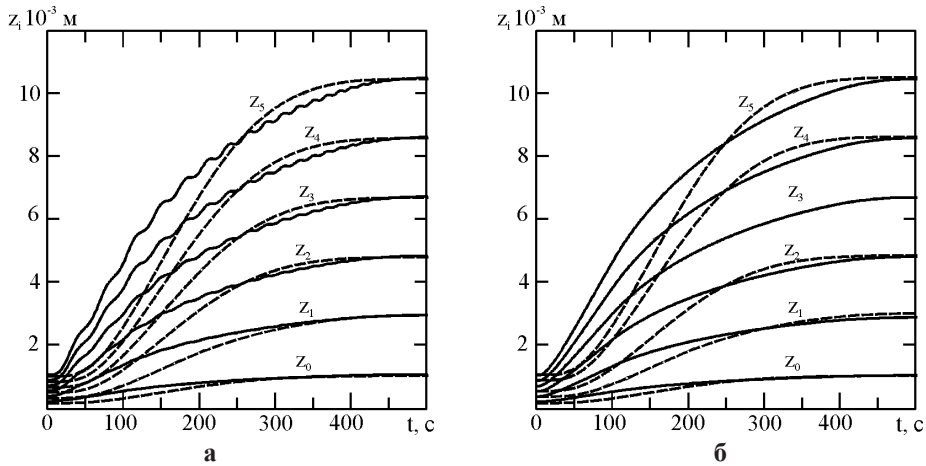


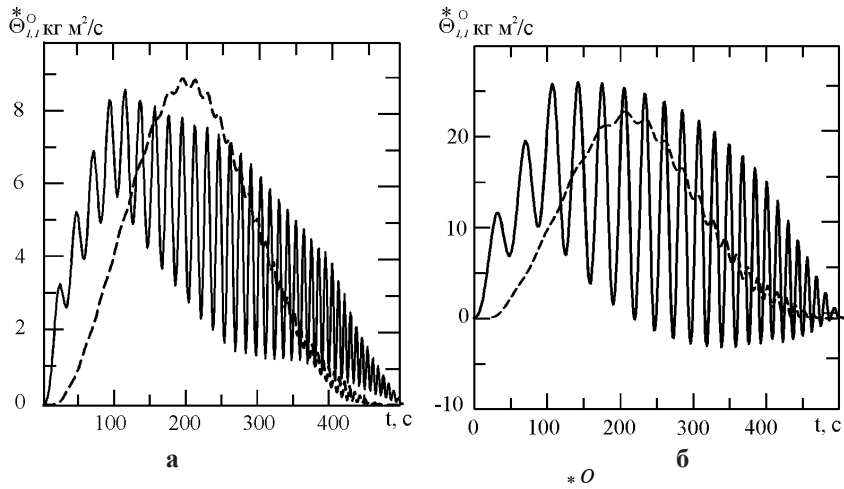
Рис. 3. Динамические процессы в конструкции:
а – $EJ=20 \text{ Нм}^2$; б – $EJ=150 \text{ Нм}^2$

Из рис. 3 видно, что при неоптимальном законе изменения $\dot{b}(t)$ в конструкции возникают заметные упругие колебания, которые отсутствуют при использовании оптимального закона. Как видно из рис. 3,б, увеличение жесткости конструкции до 150 Нм^2 позволяет убрать упругие колебания при традиционном законе раскрытия конструкции за счет ее утяжеления. В то же время оптимизация процесса раскрытия дает возможность исключить упругие колебания без увеличения жесткости.

Очень чувствителен к появлению упругих колебаний в рассматриваемой конструкции график производной по времени в связанном базисе от компонент тензора инерции. На рис. 4,а показаны законы изменения $\Theta_{1,1}^{*O}$ для 5-ярусной конструкции без концевой массы при разворачивании по традиционному закону (сплошная линия) и по оптимальному (пунктирная линия). На рисунке видно, насколько различается интенсивность колебательных составляющих в сравниваемых случаях. На рис. 4,б изображены те же графики, но для случая, когда на конце пантографа установлена масса 20 кг. Здесь интенсивность колебаний заметно выше и, кроме того, видно естественное снижение частоты колебательной составляющей.

Что касается отклонений x_i ($i = 1, \dots, 5$), то при выбранной жесткости стержней они невелики, но даже при очень плавном законе раскрытия их характер достаточно сложен. Особенно это заметно в отношении нижних ярусов, для которых силы Кориолиса существенно меньше, чем для верхнего яруса, скорость движения которого выше других. При оптимальном законе раскрытия величина амплитуд колебаний убывает на порядок и кориолисова составляющая отклонений становится заметнее.

Не приводя графики изменения компонент тензора инерции всего КА, отметим, что $\Theta_{1,1}$ и $\Theta_{2,2}$, которые вначале различаются, затем увеличиваются практически синхронно, отражая колебания длины пантографа. Компонента $\Theta_{3,3}$, естественно, уменьшается, поскольку по мере разворачивания пантографа расстояния его точек до оси Oz в целом заметно уменьшаются. Говоря обобщенно, при наличии поперечных отклонений конструкции вдоль оси Ox тензор инерции перестает быть диагональным. У него появляется отличная от нуля компонента $\Theta_{1,3}$, но в силу малости смещений в направлении оси Ox она мала и существенного влияния на динамику КА не оказывает.

Рис. 4. Законы изменения $\dot{\Theta}_{1,1}$:

а – без конечной массы; б – с массой на конце пантографа

Уменьшение длительности раскрытия при жесткости стержней 20 Н м^2 показывает неприемлемое поведение конструкции. После остановки механизма развертывания в нулевом ярусе длина конструкции резко уменьшается, а затем восстанавливается. Этот эффект для каждого яруса проявляется тем заметнее, чем ближе ярус к концу конструкции. Такое ее поведение отражается и на поведении компоненты абсолютной угловой скорости ω_2 в связанном базисе. Изменение компоненты ω_2 свидетельствует о монотонном затухании угловых колебаний КА, вызванных изменением компонент его тензора инерции, в результате рассеивания энергии этих колебаний гиродемпферами. Под действием гравитационного момента угловая скорость по тангажу начинает приближаться к орбитальной угловой скорости. По мере затухания угловых колебаний КА по тангажу уменьшаются колебания гиродемпферов.

Выводы. Подводя итог, можно отметить следующее:

- в этой статье проведено построение математической модели сложной пространственной конструкции переменной конфигурации и изучена ее динамика в процессе развертывания на орбите;
- построенная математическая модель может рассматриваться как обобщение теории относительного движения тел на случай, когда конфигурация системы определяется не только ее обобщенными координатами, но и временем непосредственно;
- для изучения поведения системы под действием разнообразных возмущающих факторов создан пакет вычислительных программ, который позволил получить информацию для создания представления о поведении системы и может быть достаточно просто адаптирован для исследования развертываемых конструкций других типов.

Библиографические ссылки

1. **Белецкий В. В.** Движение искусственного спутника относительно центра масс / В. В. Белецкий. – М. : Наука, 1965. – 416 с.
2. **Лурье А. И.** Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М. : Физматгиз, 1961. – 824 с.
3. **Khoroshilov V. S.** Dynamics of spacecraft with gyro-gravitational system of stabilization due to elastic ring antenna deployment / V. S. Khoroshilov, A. E. Zakrzhevskii // Journ. of Mechanical Engineering Science. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. – Part C. Special issue commemorating Professor Hans Troger's work. – 2011, October. – Vol. 225, Issue 10. – P. 2333–2347.

4. Zakrzhevskii A. E. Slewing of Flexible Spacecraft with Minimal Relative Flexible Acceleration / Zakrzhevskii A. E // Journ. of Guidance, Control, and Dynamics. – 2008. – Vol. 31, No. 3. – P. 563–570.

Надійшла до редколегії 03.01.2014 р.

УДК 629.7.051

Д. А. Литовченко

*Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное”
имени М. К. Янгеля»*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРЫ ПРИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОМ ОБЕСПЕЧЕНИИ ПУСКОВ РКН

Розглянуто можливості сучасних інформаційних систем забезпечення метеоінформацією в застосуванні до завдань проектування та експлуатації РКН.

Ключові слова: ракета космічного призначення, метеорологічне забезпечення, атмосфера, супутник, системи прогнозування.

Рассмотрены возможности современных информационных систем обеспечения метеоинформацией применительно к задачам проектирования и эксплуатации РКН.

Ключевые слова: ракета космического назначения, метеорологическое обеспечение, атмосфера, спутник, системы прогнозирования.

Modern information systems possibilities of meteorological dates supply in application to the tasks of design and operation are considered.

Key words: Integrated Launch Vehicle, meteorological support, atmosphere, satellite, forecast system.

Введение. При проектировании летательных аппаратов актуальными являются вопросы корректного задания атмосферных моделей, так как полет большинства из них начинается либо заканчивается в пределах плотных слоев атмосферы. Среди параметров, характеризующих возмущенные состояния атмосферы, имеются такие, которые влияют на выбор конструктивных параметров проектируемого летательного аппарата, например максимальные оценки характеристик ветра. Ряд других параметров, таких как распределение плотности воздуха по трассе полета и ветра в приземном слое, можно использовать при подготовке летательного аппарата перед стартом с целью улучшения его функциональных характеристик.

Для ряда конверсионных РКН первоочередным вопросом метеорологического обеспечения стал вопрос прогнозирования величины высотного ветра в плотных слоях атмосферы (примерно 3–20 км) и на высотах разделения ступеней (40–45 км), поскольку конструкция РКН, будучи конверсионной, обуславливает определенную ограниченность конструктивной прочности и эффективности органов управления.

В то же время при проектировании ряда изделий ракетно-космической техники для улучшения их технических характеристик закладывается возможность уточнения в процессе планирования пусков термодинамических параметров атмосферы, соответствующих географическому району и климатическому сезону применения этой техники.

Реалізація такої можливості сопряжена с необхідністю розробки локальних атмосферних моделей для цілого діапазона регіонів и кліматических сезонів применення розробляваних изделий либо с определением текущего состояния атмосферы в выбранном регионе.

Для забезпечення рішення описаних задач предложена розробка двох методик, одна из которых должна позволить осуществить прогноз погоды и возмущенного состояния атмосферы в выбранном районе, а вторая – оценить фактическое состояние в некоторый прошедший момент времени.

Использование метеорологических данных, получаемых от спутников, в настоящее время доступно в рамках проекта EUMETCast. Схема сбора и передачи данных через систему EUMETCast показана на рис. 1.

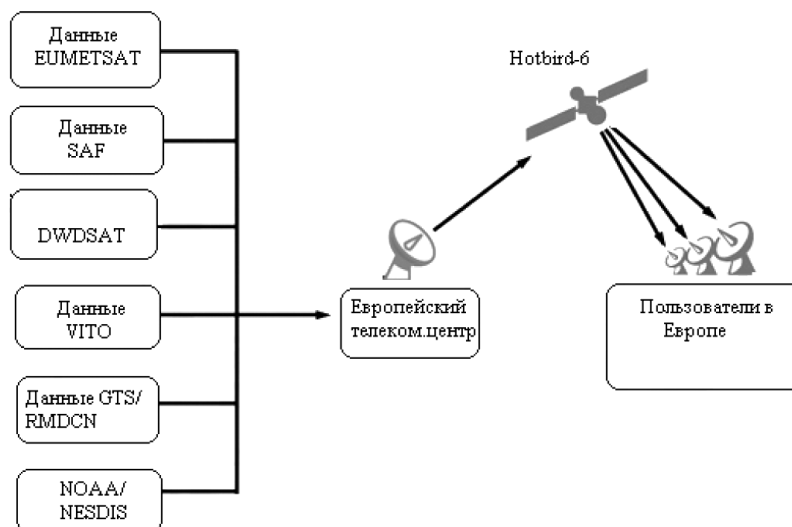


Рис. 1. Схема сбора и передачи данных через систему EUMETCast

Эксплуатация разрабатываемой методики может позволить решить следующие технические проблемы, связанные с метеорологическим обеспечением разработки и эксплуатации изделий ракетно-космической техники:

- разработка математических моделей номинальных и возмущенных состояний атмосферы различных районов земного шара;
- получение данных о фактическом состоянии атмосферы в период эксплуатации изделий РКТ.

На рис. 2 представлена блок-схема системы приема и обработки данных, получаемых через EUMETCast.

Согласно результату анализа требуемых аппаратных средств и условий предоставления сервиса можно выделить вопросы, которые необходимо решить для использования сервиса представления метеоинформации EUMETCast в задачах метеообеспечения пусков КРН:

- разработка и создание ресурсоемкого аппаратно-программного комплекса, осуществляющего прием и обработку спутниковой информации, например, с объемом передаваемой информации за 1 сутки примерно 40 GB;
- приобретение лицензии на использование исходных данных около 10–20 тыс. евро в год для одного района.

Из технических вопросов, которые могут ограничить использование сервиса, можно выделить отсутствие данных на высотах более 30 км.

На протяжении последних десятилетий модели прогноза погоды утвердились как высокоэффективный способ в повседневной оперативной практике прогнозирующих центров многих стран мира. Их использование значительно ускоряет и

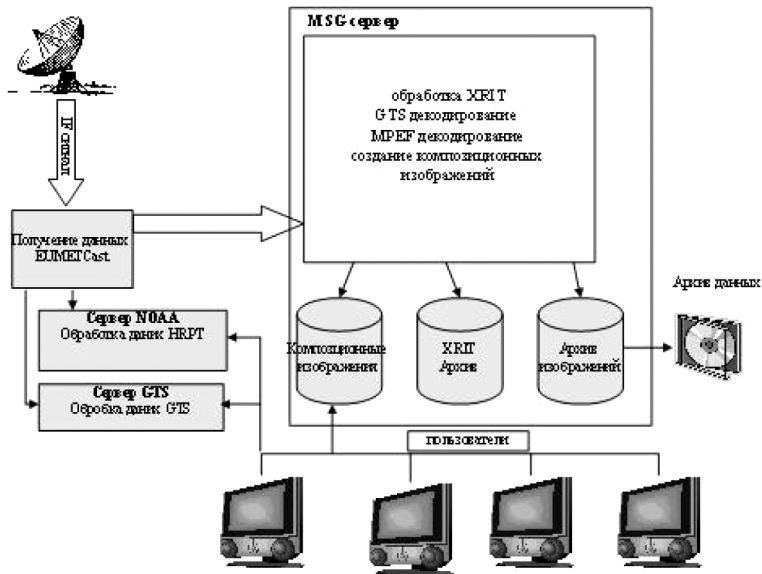


Рис. 2. Блок-схема системы приема и обработки данных, получаемых через EUMETCast

упрощает процесс образования разнотипной информации для широкого круга использования.

Точность таких моделей, как правило, превышает точность синоптических прогнозов, особенно если речь идет об их пространственно-временной дискретизации. Несмотря на все преимущества численных моделей, их разработка и эксплуатация сопряжены с определенными трудностями, связанными с полнотой физических схем, упрощениями и математическими методами, которые в них используются, необходимостью в вычислительных ресурсах и, в случае использования эмпирических величин, – своеобразной территориально-географической ограниченностью в использовании.

Численные прогнозы в метеорологии активно развиваются в нескольких основных направлениях, которые охватывают как решение теоретических вопросов с широким использованием экспериментальных данных, так и включение в расчетные схемы новых видов наблюдений, улучшение использования уже существующих, оптимизацию вычислений на программном и аппаратном уровнях.

Анализ существующих глобальных систем прогнозирования показал, что использование результатов обработки метеоинформации глобальной атмосферной численной модели GFS позволит прогнозировать основные параметры состояния атмосферы в районе пуска РКН.

GFS (Global Forecast System) – трехмерная гидростатическая глобальная спектральная модель, которая эксплуатируется в оперативном режиме в Национальном центре прогнозирования состояния окружающей среды США (NCEP). Вычисления GFS состоят из двух этапов расчетов в течение 6-часового цикла (00, 06, 12, 18 UTC часов) – «ранний запуск», собственно GFS и «финальный запуск» GDAS:

- в реальном режиме времени «ранний запуск» GFS занимает интервал в течение примерно 3 часов после инициализации;
- цикл расчетов «финальный запуск» GDAS занимает интервал порядка 6 часов.

Суточный цикл эксплуатации GFS и GDAS показан на рис. 3.

На рис. 4 представлена блок-схема процесса эксплуатации GFS.

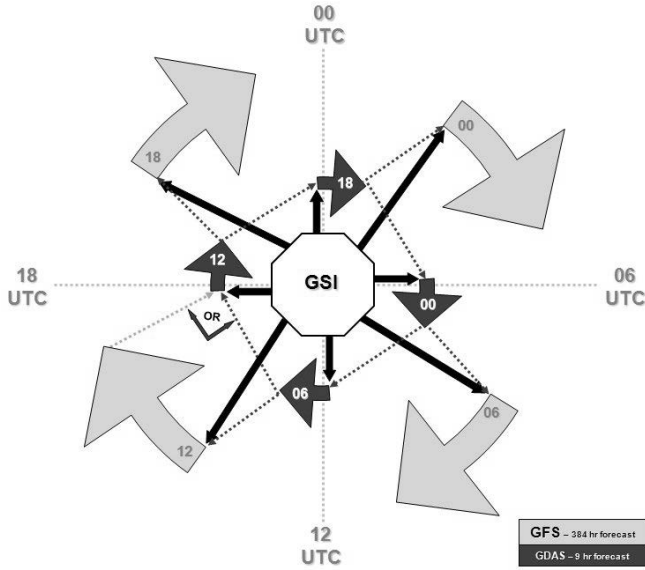


Рис. 3. Суточный цикл эксплуатации GFS и GDAS

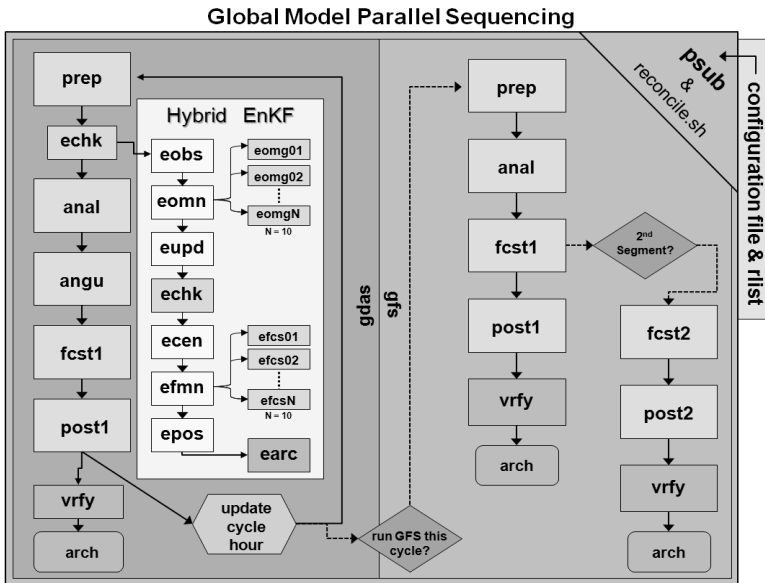


Рис. 4. Блок-схема процесса эксплуатации GFS

Аппаратное и программное обеспечение, которое предполагается использовать при выполнении работ по поддержанию работоспособности разрабатываемой системы:

- x86_64, 12 процессоров Intel Xeon X5660, 24 Гб оперативной памяти, дисковый массив Raid5 объемом 20 Тб;
- операционная система – CentOS 6.2;
- компиляторы, установленные на платформе (в дополнение к системным gcc и gfortran): Intel Fortran, C/C++ v.9,10, G95 Fortran, Open64 Fortran, C/C++;
- скриптовый язык программирования общего назначения PHP;
- интерпретатор команд операционной системы Shell, с помощью которого выполняется управление функциями системы;
- мультипроцессорные вычисления – библиотека OpenMPI;
- постройка изображений – графический пакет GrADS.

Имеется ряд моментов, ограничивающих область возможных применений системы:

- ресурсоемкий аппаратно-программный комплекс, осуществляющий обработку метеоинформации (показан примерный перечень только для одного района);
- высокая стоимость лицензии на использование исходных данных – около 20 – 30 тыс. USD в год для одного района;
- остается открытым вопрос относительно осуществления прогноза на высотах (больших 30 км), а также точности предоставляемых прогнозов.

Выводы

1. Проведен анализ существующих систем прогнозирования и предоставления спутниковой метеоинформации.
2. Рассмотрены вопросы функционирования систем GFS и EUMETCast.
3. Осуществлен анализ программно-аппаратных средств, необходимых для использования в задачах метеообеспечения информации указанных систем.

Библиографические ссылки

1. Методические указания по проведению оперативных испытаний новых методов гидрометеорологических прогнозов / под ред. канд. геогр. наук А. И. Угрюмова. – Л. : Гидрометеоиздат, 1977. – 103 с.
2. Recommendations for the verification and intercomparison of QPFs and PQPFs from Operational NWP Models // WMO TD. – 2009. – No. 1485. – 37 p.
3. Terrestrial environment (climatic) criteria handbook for use in aerospace vehicle development // NASA Technical Memorandum. – 1993. – No. 4511. – 455 p.

Надійшла до редколегії 04.11.2014 р.

УДК 629.78

А. А. Манойленко

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ОЦЕНКА РАЗБРОСОВ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ НА МОМЕНТ РАЗДЕЛЕНИЯ СТУПЕНЕЙ

Розглянуто задачу оцінки величин розкидів висоти, швидкості та швидкісного напору на момент розділення ступенів ракети-носія, які обумовлені випадковим характером впливу збурюючих факторів.

Ключові слова: ракета-носіє, розділення ступенів, розкид кінематичних параметрів.

Рассматривается задача оценки величин разбросов высоты, скорости и скоростного напора на момент разделения ступеней ракеты-носителя, обусловленных случайным характером влияния возмущающих факторов.

Ключевые слова: ракета-носитель, разделение ступеней, разброс кинематических параметров.

The task of estimation of sizes of variations of height is examined, speed and speed pressure in the moment of division of the stages of rocket carrier, conditioned casual character of influence of revolting factors.

Key words: carrier rocket, division of the stages, variation of kinematics parameters.

Введение. Рассматривается задача оценки величин разбросов высоты, скорости и скоростного напора на момент разделения I и II ступеней ракеты-носителя (РН) космического аппарата (КА), обусловленных случайным характером влияния возмущающих факторов.

Постановка задачі. Данная задача актуальна при проектировании и разработке системы разделения ступеней РН и отделения КА от РН. Следует отметить, что разделение I и II ступеней РН происходит на высотах 50 – 60 км. В связи с этим целесообразно получить адекватную математическую модель движения РН и соответствующую методику оценки разбросов кинематических параметров РН на моменты разделения ее ступеней и отделения КА от РН.

Величины указанных разбросов в основном обусловлены возможными разбросами номинальных характеристик двигательной установки (ДУ), аэродинамических характеристик (АДХ) ракеты-носителя и характеристик атмосферы Земли.

Для этого необходимо также:

– учесть в математической модели величины разбросов номинальных характеристик ДУ, аэродинамических характеристик РН, характеристик атмосферы Земли;

– выполнить анализ влияния на кинематические параметры РН указанных величин разбросов на момент разделения ступеней;

– исследования провести методом численного моделирования на ПЭВМ.

Введем в рассмотрение следующие прямоугольные системы координат (СК).

1. **Земная СК** $Oxyz$, неподвижно связанная с Землей (ЗСК). Начало системы расположено в центре Земли. Ось Ox направлена по касательной к поверхности Земли в точке старта РН в направлении пуска, ось Oy направлена вертикально вверх в точке старта РН, ось Oz дополняет систему до правой.

Точка в пространстве с координатами (x, y, z) относительно центра Земли характеризуется вектором \vec{r} , длина которого равна $r = \sqrt{x^2 + (R^2 + y^2) + z^2}$.

Высота этой точки над поверхностью Земли равна $H = r - R$, где R – радиус Земли.

Земная система координат не является инерциальной, так как она участвует во вращении Земли вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega_3 = 7,2921 \cdot 10^{-5} \frac{1}{c}$.

2. **Связанная СК** $O_1x_1y_1z_1$, связанная с РН (ССК). Начало системы расположено в центре тяжести РН. Ось O_1x_1 направлена вдоль продольной оси РН к ее вершине (носку).

В момент пуска РН направления осей ЗСК совпадают с направлениями осей ССК.

В полете направления осей ССК по отношению к осям ЗСК определяются тремя углами φ, ξ, η тангажа, рыскания, крена соответственно. Они задают направление продольной оси РН относительно ЗСК.

Система управления РН должна обеспечивать в полете небольшие значения углов рыскания и крена ξ, η , а угол тангажа φ изменять по определенному заранее заданному закону, например $\varphi = \varphi_{np}(t)$, где t – текущее время.

Тогда наиболее общая для численных расчетов система уравнений движения РН на активном участке траектории принимает вид [1]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \theta, \\ \dot{y} &= V \sin \theta, \\ \dot{z} &= -V \sigma, \\ \dot{V} &= \frac{1}{m} (P - c_x q S) - g \sin \theta - \frac{x}{r} g \cos \theta, \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{V} \left[\frac{\alpha}{m} \left(P + \frac{l_1 - x_D}{l_1 - x_T} c_y q S \right) - g \cos \theta + \frac{x}{r} g \sin \theta \right] + 2\omega_3 \cos \varphi_T \sin \psi, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\beta}{mV} \left(P + \frac{l_1 - x_D}{l_1 - x_T} c'_y q S \right) + \frac{\sigma}{V} g \sin \theta - 2\omega_3 (\sin \varphi_T \cos \theta - \cos \varphi_T \cos \psi \sin \theta),$$

где

t – время;

x, y, z – координаты центра тяжести РН в ЗСК;

V – скорость РН;

θ, σ – углы, определяющие направление вектора скорости РН (направление касательной к траектории), аналогичные углам тангажа и рыскания φ, ξ ;

$\alpha = \varphi - \theta, \beta = \xi - \sigma$ – углы атаки и скольжения РН;

$m = m_0 - \dot{G} t$ – текущее значение массы РН;

m_0 – стартовая масса РН;

$H = r - R$ – высота полета РН, $r = \sqrt{x^2 + (R^2 + y^2) + z^2}$;

$P = P_{yD} \dot{G} - S_{aP}$ – тяга ДУ РН;

P_{yD} – удельная тяга ДУ (в пустоте);

\dot{G} – секундный расход топлива;

S_a – характерная площадь поперечного сечения сопла ДУ;

p – давление атмосферы на высоте H ;

S – площадь миделевого сечения РН;

$c_x, c'_y = \frac{\partial c_y}{\partial \alpha}$ – коэффициенты продольной и поперечной аэродинамических сил, действующих на РН;

$q = \frac{\rho V^2}{2}$ – скоростной напор;

ρ – плотность атмосферы на высоте H ;

l_1 – расстояние от вершины (носки) РН до точки приложения силы тяги ДУ;

x_T – расстояние от вершины (носки) РН до ее центра тяжести;

x_D – расстояние от вершины (носки) РН до ее центра аэродинамического давления;

$\omega_3 = 7,2921 \cdot 10^{-5} \frac{1}{c}$ – угловая скорость вращения Земли;

$g = 9,81$ м/с – ускорение силы земного тяготения;

φ_T – географическая широта точки старта РН;

ψ – азимут прицеливания РН.

Система уравнений (1) может быть использована для численных расчетов, если известны следующие конструктивные данные по РН:

– закон изменения тяги и секундного расхода ДУ в полете;

– значения аэродинамических характеристик для различных условий полета (число Маха – M , высота полета – H , угол атаки – α);

– параметры системы управления (программа тангажа $\varphi_{np}(t)$ и коэффициент пропорциональности $a_o = \frac{\varphi - \varphi_{np}}{\delta}$ между средним отклонением продольной оси РН от программного положения и средним отклонением управляющих органов);

– положение точки старта и направление пуска (углы φ_T, ψ).

Однако на начальных этапах проектирования РН перечисленные конструктивные данные известны приближенно.

Поэтому для упрощения дальнейших численных расчетов не будем учитывать вращение Земли, то есть пренебрежем слагаемыми $2\omega_3 \cos \varphi_T \sin \psi, 2\omega_3 (\sin \varphi_T \cos \theta - \cos \varphi_T \cos \psi \sin \theta)$ в уравнениях движения (1).

Движение РН будем рассматривать только в плоскости угла тангажа. При этом предположим, что незначительное изменение формы активного участка траектории движения РН, то есть изменение зависимости $\theta(t)$, оказывает сравнительно малое влияние на величину скорости РН в момент разделения ступеней.

Будем считать систему управления РН «идеальной», что соответствует бесконечно большому значению коэффициента пропорциональности a_o . Этот коэффициент характеризует чувствительность системы управления РН. В предельном случае при $a_o \rightarrow \infty$ получаем следующую упрощенную систему уравнений движения РН:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \theta, \\ \dot{y} &= V \sin \theta, \\ \dot{V} &= \frac{1}{m}(P - c_x q S) - g \sin \theta - \frac{x}{r} g \cos \theta, \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{V} \left[\frac{\alpha}{m} \left(P + \frac{l_1 - x_D}{l_1 - x_T} c_y q S \right) - g \cos \theta + \frac{x}{r} g \sin \theta \right], \\ \alpha &= \varphi - \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Система уравнений (2) наиболее применима в тех случаях, когда производится поверочный расчет траектории с целью определения параметров движения РН и нагрузок, действующих на РН на активном участке [1].

Если отсутствуют точные значения АДХ и данные о положении центра тяжести РН, то это существенно повлияет на определение угла θ наклона касательной к траектории, так как в уравнении для производной $\frac{d\theta}{dt}$ член $\frac{l_1 - x_D}{l_1 - x_T} c_y q S$ является главным по величине. Следовательно, угол атаки $\alpha = \varphi - \theta$ будет определен также неточно.

Учитывая, что угол атаки РН в процессе полета обычно мал по величине (5–10 град), то, частично пренебрегая им, можно рассчитывать траекторию по уравнениям, получаемым из (2) при $\varphi = \varphi_{np}$. В этом случае можно также пренебречь в уравнениях и членом $\frac{x}{r} g$.

С учетом сделанных предположений и допущений получаем следующую математическую модель для моделирования движения РН:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \varphi_{np}, \\ \dot{y} &= V \sin \varphi_{np}, \\ \dot{V} &= \frac{1}{m}(P - c_x q S) - g \sin \varphi_{np}, \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{V} \left(\frac{P \cdot \alpha + c_y q S}{m} - g \cos \varphi_{np} \right), \\ \alpha &= \varphi_{np} - \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Величины $X = c_x q S$, $Y = c_y q S$ определяют соответственно силу лобового сопротивления и подъемную силу, действующие на РН.

Результаты численного моделирования. Рассмотрим РН, первая ступень которой оснащена ДУ с четырьмя поворотными управляющими соплами, обеспечивающими управление РН в каналах крена, рыскания и тангажа. Номинальная тяга ДУ первой ступени РН в пустоте составляет ~ 450 тс. Фактическое значение тяги ДУ рассчитывается по формуле

$$P = (P_{y\partial} + \Delta P_{y\partial}) \left(\dot{G} + \Delta \dot{G} \right) - S_a(p + \Delta p), \quad (4)$$

где $\Delta \dot{G}$ – разброс секундного весового расхода ДУ; $\Delta P_{y\partial}$ – разброс удельной тяги ДУ; Δp – разброс давления атмосферы Земли.

Программа угла тангажа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ первой ступени РН и соответствующие программные значения скорости и высоты полета РН приведены в табл. 1. При этом величина скоростного напора на момент разделения I и II ступеней РН составляет ~ 155 кгс/м².

Таблица 1

**Программа угла тангажа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ первой ступени РН
и программные значения скорости и высоты полета РН по времени**

t, c	0	12	13	20	30	40	50	60	70	76	103	110
$V_{np}, m/c$	0	32	42	117	244	401	590	818	1090	1277	2469	2757
$H_{np}, км$	0,11	0,24	0,27	0,82	2,51	5,29	9,20	14,29	20,62	25,03	49,98	58,39
$\varphi_{np}, град$	90	90	88,1	76,1	63,6	56,5	49,7	44,1	39,8	27,8	27,3	25,5

Проведено численное моделирование номинального и возмущенного движения РН на участке от момента старта до момента разделения I и II ступеней.

В табл. 2 представлены величины разбросов кинематических параметров РН и скоростного напора на момент разделения I и II ступеней, обусловленных влиянием возможных случайных разбросов характеристик ДУ, аэродинамических характеристик РН и параметров атмосферы Земли. Программа угла тангажа РН формировалась как функция времени $\varphi = \varphi_{np}(t)$ (см. табл. 1).

Таблица 2

**Величины разбросов кинематических параметров РН и скоростного напора
на момент разделения I и II ступеней**

Возмущающий фактор	Разброс параметра движения РН		
	$\Delta H, км$	$\Delta V, м/с$	$\Delta q, кгс/м^2$
Разброс секундного весового расхода топлива ДУ $\pm 10\% G$	$\pm 8,95$	± 397	$-48...+468$
Разброс удельной тяги ДУ $\pm 1\% P_{уд}$	$\pm 0,90$	± 40	± 2
Разброс коэффициента лобового сопротивления $\pm 20\% c_x$	$\pm 0,62$	± 23	± 2
Разброс коэффициента подъемной аэродинамической силы $\pm 20\% c_y$	$\pm 0,1$	± 1	$\pm 0,1$
Разброс плотности атмосферы $\pm 15\% \rho(H)$	$\pm 0,47$	± 18	± 55
Разброс давления атмосферы $\pm 15\% p(H)$	$\pm 1,1$	± 25	± 8

Знаки величин разбросов связаны соотношением $sign \Delta V = sign \Delta H = -sign \Delta q$.

Из результатов, приведенных в табл. 2, следует, что существенное влияние на величины разбросов высоты полета РН, скоростного напора и скорости РН в момент разделения I и II ступеней оказывает возможный случайный разброс секундного весового расхода топлива ДУ в полете.

В табл. 3 приведены результаты моделирования движения РН для предельных режимов работы ДУ (разброс секундного весового расхода топлива ДУ $\pm 10\% G$) и двух вариантов задания программы угла тангажа как функции высоты полета $\varphi = \varphi_{np}(H)$ и функции скорости РН $\varphi = \varphi_{np}(V)$ (см. табл. 1).

Таблица 3

**Величины разбросов кинематических параметров РН и скоростного напора
на момент разделения I и II ступеней**

Программа тангажа $\varphi = \varphi_{np}(H)$			Программа тангажа $\varphi = \varphi_{np}(V)$		
$\Delta H, км$	$\Delta V, м/с$	$\Delta q, кгс/м^2$	$\Delta H, км$	$\Delta V, м/с$	$\Delta q, кгс/м^2$
$-7,83...+7,38$	$-420...+408$	$+310...-20$	$-7,18...+6,77$	$-431...+418$	$+255...-7$

Для численного расчета величины разброса скоростного напора Δq можно использовать также формулу полной производной от выражения для величины q , если известны разбросы плотности $\Delta \rho$ атмосферы и скорости ΔV ракеты-носителя в момент разделения ступеней:

$$\Delta q = \frac{1}{2} (\Delta \rho V^2 + 2\rho V \Delta V). \quad (5)$$

Выводы. Из результатов, приведенных в табл. 3, следует, что:

1) формирование программы угла тангажа как функции высоты полета РН $\varphi = \varphi_{np}(H)$ или как функции скорости РН $\varphi = \varphi_{np}(V)$ дает лучший результат по разбросу высоты и скоростного напора и худший результат по разбросу скорости РН на момент разделения ступеней по сравнению со случаем задания программы угла тангажа как функции времени $\varphi = \varphi_{np}(t)$;

2) задание программы угла тангажа как функции скорости РН $\varphi = \varphi_{np}(V)$ обеспечивает наименьший по величине разброс скоростного напора на момент разделения ступеней РН по сравнению со случаем задания программы угла тангажа как функции времени $\varphi = \varphi_{np}(t)$ или как функции высоты полета $\varphi = \varphi_{np}(H)$.

1. **Аппазов Р. Ф.** Баллистика управляемых ракет дальнего действия / Р. Ф. Аппазов, С. С. Лавров, В. П. Мишин. – М. : Наука, 1966. – 308 с.

Надійшла до редколегії 20.03.2014 р.

УДК 629.78

М. П. Олейник

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ НАЗЕМНЫХ СТАНЦИЙ ПРИЕМА ИНФОРМАЦИИ СПУТНИКОВ ДЗЗ

Розглянуто питання оптимального розміщення наземної станції з огляду на максимальну тривалість часу видимості супутника ДЗЗ залежно від нахилу орбіти супутника.

Ключові слова: дистанційне зондування Землі, наземні станції прийому інформації, зони видимості.

Рассматривается задача оптимального размещения наземной станции с точки зрения максимальной длительности времени видимости спутника ДЗЗ в зависимости от наклона орбиты спутника.

Ключевые слова: дистанционное зондирование Земли, наземные станции приема информации, зоны видимости.

The optimal placement problem of the ground station in the maximum time terms in view of the satellite Earth remote sensing, depending on the orbit inclination of the satellite.

Key words: earth remote sensing, ground stations receiving the information, visibility zones.

Введение. Дистанционное зондирование Земли (ДЗЗ) является в настоящее время одним из важнейших направлений применения космической техники для решения различных народнохозяйственных задач, в том числе в области информационных технологий. Космические снимки ДЗЗ дают оперативную информа-

цію, використовувану в таких сферах, як картографування, моніторинг чрезвычайних ситуацій, гідрологія, лісний і сільськогосподарський, рибний господарство, екологічний моніторинг, учет земельного кадастра, і ряду інших [1].

Організація радіосв'язі со спутниками ДЗЗ наталкується на проблему передачі великого обсягу інформації в короткі проміжки радіовидимості, що часто приводить до створенню великого числа наземних станцій прийому інформації.

Постановка задачі. Розглянемо задачу визначення залежності часу видимості спутника з наземної станції (НС) від її розташування і оптимізації вибору координат наземної станції в залежності від вибору параметрів орбіти спутника ДЗЗ при визначених обмеженнях: Кеплерове рухання спутника, орбіта спутника окологрунтова, спутник видно під заданим кутом h_{\min} относително горизонту.

Решення задачі. Зона видимості спутника з НС представлена на рис. 1:

$t_{\text{вх}}$ – час входу спутника ДЗЗ в зону видимості;

$t_{\text{вых}}$ – час виходу спутника ДЗЗ з зони видимості;

B – положення НС;

O – центр Землі;

\vec{r}_c і \vec{r}_{nc} – радіус вектора спутника ДЗЗ і НС відповідно.

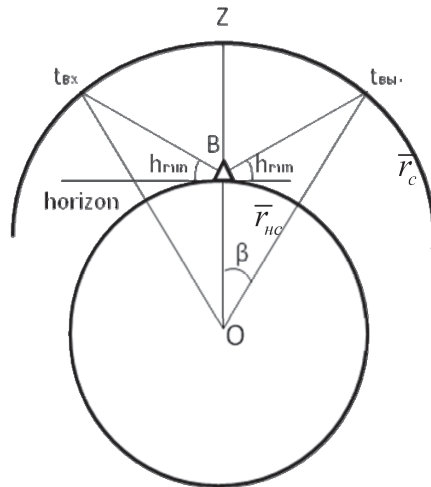


Рис. 1. Зона видимості спутника ДЗЗ з наземної станції

Кут β – кут, при якому спутник ДЗЗ буде видно з наземної станції:

$$\beta = \arccos \frac{R \cdot \cos h_{\min}}{a} - h_{\min}.$$

Кут γ – кут між векторами \vec{r}_c і \vec{r}_{nc} , визначається з властивості скалярного добутку векторів:

$$\gamma = \arccos \frac{\vec{r}_c \cdot \vec{r}_{nc}}{|\vec{r}_c| \cdot |\vec{r}_{nc}|}.$$

Умова потрапляння спутника в зону видимості наземної станції:

$$\gamma < \beta.$$

Визначимо координати наземної станції в геоцентричній інерціальній системі координат [3] (Ось z направлена вздовж осі обертання Землі і вказує на північ; ось x направлена в точку весняного рівнодення; ось y доповнює дві попередні до правосторонньої ортогональної системи).

$$\begin{aligned}z &= R \cdot \sin \varphi; \\x(\tau) &= R \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta(\tau); \\y(\tau) &= R \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta(\tau); \\\theta(\tau) &= \theta_g(\tau) + \lambda_E,\end{aligned}$$

где функция $\theta(\tau)$ – местное сидерическое время. Местное сидерическое время может быть вычислено добавлением восточной долготы наземной станции λ_E к гринвичскому сидерическому $\theta_g(\tau)$ времени для заданной даты.

$$\theta_g(\tau) = \theta_g(0) + \omega_e \cdot \tau,$$

где τ – время UTC; $\omega_e = 7,29211510 \cdot 10^{-5}$ рад/с – скорость вращения Земли. Гринвичское сидерическое время:

$$\theta_g(\tau) = 24110,54841 + 8640184,812866 \cdot T_u + 0,093104 \cdot T_u^2 - 6,2 \cdot 10^{-6} \cdot T_u^3,$$

$$T_u = \frac{JD - 51544,5}{36525},$$

где JD – юлианская дата, количество суток, прошедших с JD 2451545.0 (1 января 2000, 12h UT1).

Для Земли в системе WGS-72 (Всемирная геодезическая система, 1972) координаты наземной станции будут определяться по формулам [3]:

$$\begin{aligned}x &= a \cdot C \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta; \\y &= a \cdot C \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta; \\z &= a \cdot S \cdot \sin \varphi,\end{aligned}$$

где величины C и S определяются по формулам

$$\begin{aligned}C &= \frac{1}{\sqrt{1 + f \cdot (f - 2) \cdot \sin^2(\varphi)}}; \\S &= (1 - f)^2 \cdot C,\end{aligned}$$

где f – сжатие, определенное в WGS-72, равное $1/298,26$ – очень малое отклонение из совершенной сферы.

Определим координаты спутника ДЗЗ. Параметры орбиты берутся из TLE файла: i – наклонение орбиты; υ – долгота восходящего узла; W – аргумент перигея; M_0 – начальное значение средней аномалии; n – среднее движение. Для этого определим среднюю аномалию [2]:

$$M = M_0 + n \cdot (t - t_0).$$

Эксцентрискую аномалию находим из уравнения Кеплера:

$$E - e \cdot \sin E = M.$$

Решение уравнения Кеплера находим итерационным путем:

$$\begin{aligned}E_1 &= M + e \cdot \sin M \cdot (1 + e \cdot \cos M); \\E_{k+1} &= E_k - \frac{E_k - e \cdot \sin E_k - M}{1 - e \cdot \cos E_k}; \\|E_{k+1} - E_k| &< 10^{-16}.\end{aligned}$$

Истинную аномалию определяем по формуле

$$\theta = 2 \cdot \arctan\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan \frac{E}{2}\right).$$

Аргумент широты будет равен

$$U = W + \theta.$$

Расстояние от спутника до центра Земли вычисляем по формуле

$$r = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos \theta}$$

Координаты спутника ДЗЗ в абсолютной системе координат будут равны:

$$\begin{aligned} x &= r \cdot (\cos U \cdot \cos \vartheta - \sin U \cdot \sin \vartheta \cdot \cos i); \\ y &= r \cdot (\cos U \cdot \cos \vartheta + \sin U \cdot \sin \vartheta \cdot \cos i); \\ z &= r \cdot \sin U \cdot \sin i. \end{aligned}$$

При подстановке \bar{r}_c и \bar{r}_{nc} в условие видимости можно определять время сеанса видимости.

При расчете не учитывается влияние аэродинамического сопротивления и других возмущающих факторов.

Используя эту математическую модель, можно узнать положение спутника ДЗЗ относительно НС в любой момент времени.

В среде разработки LabVIEW было создано программное обеспечение для моделирования длительности сеансов связи спутника ДЗЗ с наземной станцией.

Исходные данные для моделирования:

Файл TLE:

```
1 27844U 03031E 14201.51600531 .00000286 00000-0 15057-3 0 9267
2 27844 30.0000 147.7174 0000002 0.4550 51.4550 14.21195983564365
```

Минимальный угол наблюдения $h_{\min} = 15^\circ$.

Моделирование сеанса связи в течение суток.

Для определения оптимального положения наземной станции были построены графики зависимости времени видимости спутника ДЗЗ от широты наземной станции для спутников, имеющих наклонение орбиты 30,40,50,60,70,80°

Наклонение орбиты 30°

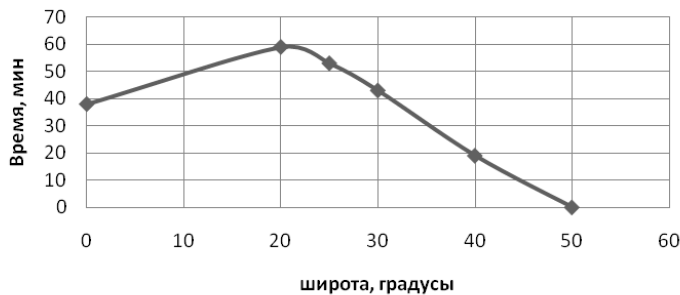


Рис. 2. Зависимость времени видимости спутника ДЗЗ от широты наземной станции при наклонении орбиты спутника 30°

Наклонение орбиты 40°

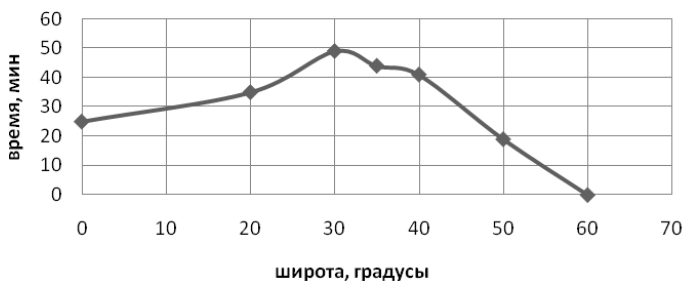


Рис. 3. Зависимость времени видимости спутника ДЗЗ от широты наземной станции при наклонении орбиты спутника 40°

Наклонение орбиты 50°

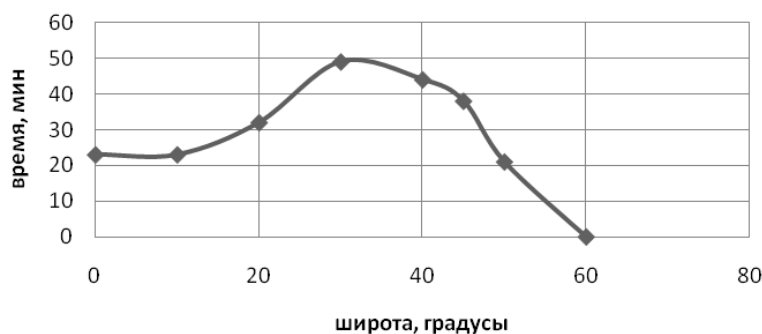


Рис. 4. Зависимость времени видимости спутника ДЗЗ от широты наземной станции при наклонении орбиты спутника 50°

Наклонение орбиты 60°

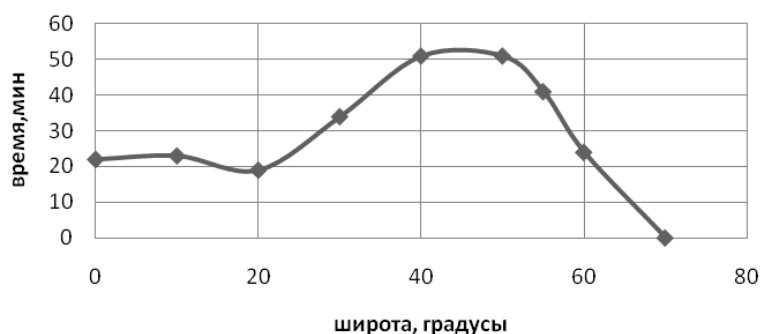


Рис. 5. Зависимость времени видимости спутника ДЗЗ от широты наземной станции при наклонении орбиты спутника 60°

Наклонение орбиты 70°

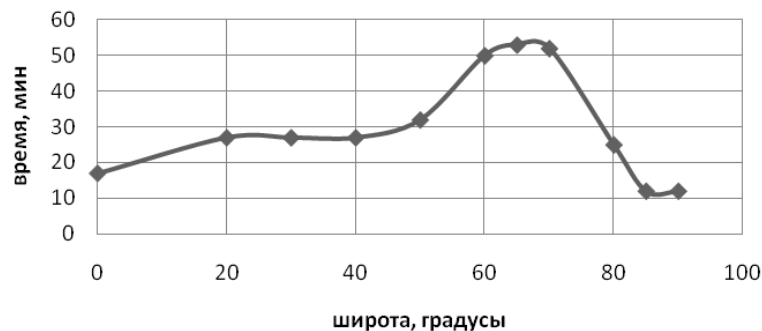


Рис. 6. Зависимость времени видимости спутника ДЗЗ от широты наземной станции при наклонении орбиты спутника 70°

Наклонение орбиты 80°

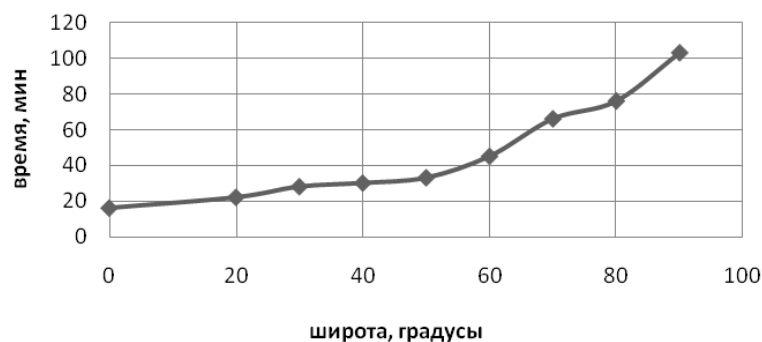


Рис. 7. Зависимость времени видимости спутника ДЗЗ от широты наземной станции при наклонении орбиты спутника 80°

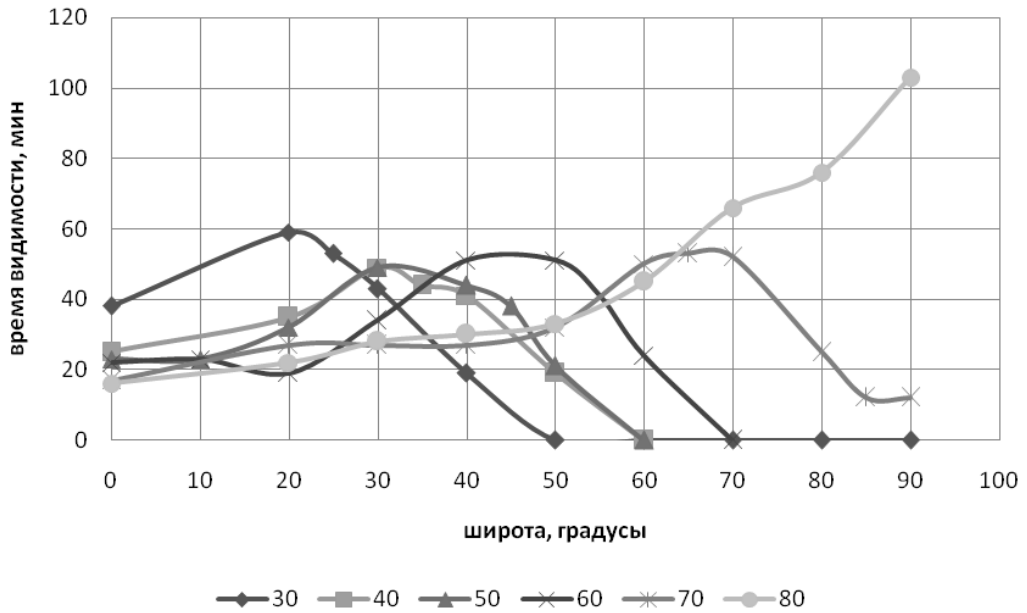


Рис. 8. Графік залежності часу видимості супутника ДЗЗ від широти наземної станції при нахленнях орбіти супутника, рівних 30,40,50,60,70,80°

По результатам моделювання був побудований графік залежності часу видимості супутника ДЗЗ від довготи наземної станції (рис. 9) при нахленні орбіти 30°. З графіка видно, що тривалість часу видимості супутника ДЗЗ знаходиться в межах 17–20 хвилин, що становить незначительну різницю. Можна зробити висновок, що довгота наземної станції не впливає на час видимості супутника.

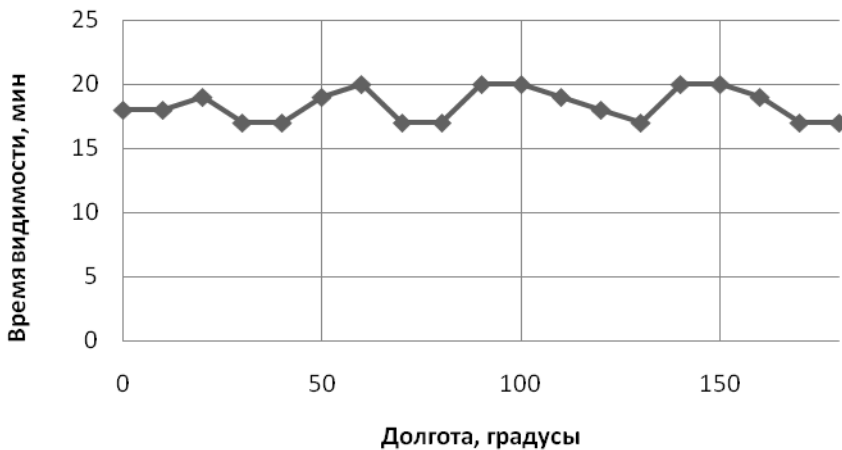


Рис. 9. Залежність часу видимості супутника ДЗЗ від довготи наземної станції при нахленні орбіти супутника 30°

Результати моделювання приведені в таблиці, в якій для орбіт супутників з різним нахленням пропонуються оптимальні широти розміщення наземних станцій з точки зору максимальної тривалості видимості супутника ДЗЗ.

Оптимальные широты размещения наземных станций

Наклонение орбиты спутника ДЗЗ, град.	Оптимальные широты размещения наземной станции, град.	Максимальное время видимости, мин.
30	20	59
40	30	49
50	30	49
60	40–50	51
70	65–70	53
80	90	103

Выводы

1. Разработан алгоритм определения времени сеансов видимости спутника ДЗЗ с наземной станции. Разработано программное обеспечение для расчета времени видимости спутника ДЗЗ по заданным параметрам TLE файла и координат наземной станции.

2. В результате моделирования получены графики зависимостей времени видимости спутника ДЗЗ от координат наземной станции для разных значений наклона орбиты спутника. Результаты показали, что долгота наземной станции практически не влияет на длительность времени видимости спутника ДЗЗ.

3. Получены рекомендации для определения оптимальной широты наземной станции в зависимости от наклона орбиты спутника ДЗЗ.

4. Результаты могут быть использованы при проектировании систем передачи данных ДЗЗ, определении места расположения наземных станций приема информации.

Библиографические ссылки

1. **Гарбук С. В.** Космические системы дистанционного зондирования Земли / С. В. Гарбук, В. Е. Гершензон. – М. : Изд-во А и Б, 1997. – 296 с.
2. **Охоцимский Д. Е.** Основы механики космического полета / Д. Е. Охоцимский, Ю. Г. Сихарулидзе. – М. : Наука, 1990. – 448 с.
3. Электронный ресурс. – Режим доступа: <http://www.celestrak.com>.

Надійшла до редколегії 12.09.2014 р.

УДК 532.51

Л. Е. Пицьк

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

РАСЧЕТ ВЛИЯНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ШЕРОХОВАТОСТИ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ

Запропоновано аналітичний метод розрахунку коефіцієнта опору пластини з окремими елементами шорсткості різної геометричної форми при дозвуковому турбулентному режимі обтікання.

Ключові слова: пластина, елементи шорсткості, сходинок, уступ, квадратний виступ, дозвуковий турбулентний режим обтікання, коефіцієнт опору, аналітичні вирази.

Предложен аналитический метод расчета коэффициента сопротивления пластины с отдельными элементами шероховатости различной геометрической формы при дозвуковом турбулентном режиме обтекания.

© Л. Е. Пицьк, 2014

Ключевые слова: пластина, элементы шероховатости, ступенька, уступ, квадратный выступ, дозвуковой турбулентный режим обтекания, коэффициент сопротивления, аналитические выражения.

An analytical method for calculating the coefficient of drag of a plate with a separate elements rough of different geometric form in a subsonic turbulent flow regime is proposing.

Key words: plate, elements rough, forward step, rear step, square ridge, subsonic turbulent flow regime, the coefficient of drag, analytical expressions.

Введение. Обтекание поверхностей тел потоком реальной жидкости, осложняемое эффектами шероховатости поверхности и теплоотдачи, связано с широким кругом актуальных проблем как аэродинамики, так и теплоэнергетики. Шероховатость в виде различных выступающих препятствий на стенке относится к типу внутренних воздействий на турбулентный пограничный слой. Исследование сопротивления изолированных элементов шероховатости было начато в работах К. Вигхардта [6] и К. Федеевского [5]. Многообразие геометрических форм и схем распределения препятствий затрудняет не только общее описание течения, но и построение корреляционных зависимостей [1;2;6].

Настоящая работа ставит своей целью разработку аналитического метода расчета [4] сопротивления изолированных элементов шероховатости для режимов переходного и полного проявления шероховатости, а также режима отрывного взаимодействия выступа с турбулентным пограничным слоем.

Постановка задачи. Рассматривается задача расчета влияния отдельных элементов шероховатости различной формы на сопротивление и теплоотдачу плоской пластины в дозвуковом потоке при турбулентном режиме обтекания. Исследуются классические формы препятствий в виде уступа, ступеньки, квадратного и прямоугольного выступа.

Многослойная структура турбулентного пограничного слоя. Для учета многослойной структуры пристенного турбулентного течения предположим, что распределение средней скорости во внутренних переменных можно записать в виде степенной функции

$$\varphi = \frac{U}{U_\tau} = nB \exp\left(\frac{C}{nB} - 1\right) \eta^{1/n}, \quad \eta = \frac{U_\tau y}{\nu}, \quad (1)$$

где B , C – постоянные, а n – показатель степени. Можно показать, что степенной профиль скоростей (1) имеет две огибающие семейства профилей

$$\varphi = C\eta^{1/n}, \quad \varphi = Blm\eta + C \quad (2)$$

для буферного слоя и турбулентного ядра соответственно. Предположим, что в ламинарном подслое с линейным распределением скорости $n = B = C = 1$; в буферном слое $n = 2$, $C = 5$; в области логарифмического закона распределения скорости $B = 2,565$, $C = 5,13$. Тогда многослойную модель пристенного турбулентного течения можно представить в виде

$$\varphi = \eta, \quad \varphi = \sqrt{C\eta}, 5 \leq \eta \leq 44; \quad \varphi = Blm\eta + C, 44 \leq \eta \leq 0, 2\delta, \quad (3)$$

$$\varphi = \frac{\sqrt{2}}{C_f \left(\frac{y}{\delta}\right)^n}, y > (0, 1 - 0, 2)\delta.$$

Заметим, что структура профиля средней скорости (3) удовлетворительно согласуется с опытными и теоретическими данными различных авторов [2]. Известно, что турбулентный пограничный слой можно разделить на внутренний и внешний слой. Во внутреннем слое выделяют линейный подслой, буферный слой и область логарифмического закона для средней скорости. Внешний слой, или об-

ласть следа, включает в себя турбулентное ядро и нестационарный надслой, отделяющийся пограничный слой от внешнего потока.

Локальный коэффициент трения и теплоотдачи, а также связь между характерными числами Рейнольдса можно найти из (1) в виде

$$C_f = 2 \left(\frac{\theta}{\delta} \right)^n (nB)^{-2}, \quad \text{Re}_\theta = nB \exp \left(n - \frac{C}{B} \right) \left(\frac{\theta}{\delta} \right)^{-\frac{1}{n}},$$

$$\overline{C_f} = 2 \frac{\text{Re}_\theta}{\text{Re}_x},$$

$$\text{Re}_x = \text{Re}_\theta \left(\left(\sqrt{\frac{2}{C_f}} - B \right)^2 + 3B^2 \right),$$

$$\overline{Nu} = 0,8 \overline{C_f} \text{Re}^{0,97}.$$

где δ , θ – толщина и толщина потери импульса пограничного слоя на пластине соответственно; C_f , $\overline{C_f}$, Nu – локальный и средний коэффициенты трения и теплообмена соответственно.

Модель сопротивления препятствий на поверхности. Сопротивление отдельных выступающих элементов шероховатости в общем случае состоит из сопротивления давления, трения и донного сопротивления, возникающих вследствие изменения скорости в окрестности препятствия. Учитывая это, воспользуемся интегральными уравнениями сохранения массы и количества движения во внутреннем вязком слое пристенного течения около выступов на поверхности:

$$\rho U_\tau H \sim \rho U \varepsilon; \quad \rho U_\tau^2 H \sim (P - P_\infty) \varepsilon, \quad (5)$$

где U_τ – динамическая скорость; U , U_τ , ε , H – характерные скорости и высоты контрольного объема жидкости при наличии и отсутствии выступа соответственно. Тогда из (5) можно получить

$$C_x(\varepsilon) \sim C_f \frac{U}{U_\tau} = C_f \varphi(\varepsilon^+), \quad \varepsilon^+ = \frac{U_\tau \varepsilon}{\nu}. \quad (6)$$

В зависимости от высоты изолированной шероховатости на стенке будем различать четыре случая: режим гидравлически гладкой поверхности; переходной режим влияния шероховатости; режим полного проявления шероховатости ($\varepsilon^+ \geq 44$); режим отрывного взаимодействия выступа с вязким слоем ($y > (0,1 - 0,2) \delta$). Тогда для режимов переходного, полного проявления шероховатости и режима отрывного взаимодействия изолированного элемента шероховатости с турбулентным пограничным слоем получим коэффициент сопротивления отдельного элемента соответственно в виде

$$\frac{C_x(\varepsilon^+)}{C_f} = (F \ln 44 - G) \left(\frac{\varepsilon^+ - 5}{39} \right)^{0,5}, \quad \frac{C_x(\varepsilon^+)}{C_f} = F \ln \varepsilon^+ - G, \quad (7)$$

$$\frac{C_x \left(\frac{y}{\varepsilon} \right)}{C_f} = K \frac{\sqrt{2}}{C_f \left[\left(\frac{y}{\delta} \right) \right]^n},$$

где C_x – коэффициент сопротивления отдельного элемента шероховатости, установленного на гладкой пластине; C_f – коэффициент трения гладкой пластины; F , G , K – постоянные, которые зависят от геометрической формы изолированного выступа и числа Маха.

Сравнение расчетных и опытных данных. В табл. 1 – 4 приведены расчетные значения коэффициента сопротивления выступов различной геометрической

форми для режимов частичного и полного проявления шероховатости при числе Маха, равном 0,2. Там же, для сравнения, приведены и опытные данные [3].

Таблица 1

**Сопrotивление ступеньки для режимов переходного
и полного проявления шероховатости**

ε^+	10	20	30	50	100	500	1000	2000
$\frac{C_x}{C_f}$	6,7	11,5	14,9	21,9	40	81,9	100	118
$\frac{C_x}{C_f} [3]$					37–41	62–87	93–103	120

Таблица 2

**Сопrotивление уступа для режимов переходного
и полного проявления шероховатости**

ε^+	10	20	30	50	100	500	1000	2000
$\frac{C_x}{C_f}$	7,3	12,6	16,3	21,2	26	37,2	42	46,8
$\frac{C_x}{C_f} [3]$					25	36	41	47

Таблица 3

**Сопrotивление квадратного выступа для режимов переходного
и полного проявления шероховатости**

ε^+	10	20	30	50	100	500	1000	2000
$\frac{C_x}{C_f}$	20,2	35	45	54,9	110	214,9	260	305
$\frac{C_x}{C_f} [3]$					111	216	261	306

Таблица 4

**Сопrotивление прямоугольного выступа для режимов переходного
и полного проявления шероховатости**

ε^+	10	20	30	50	100	500	1000	2000
$\frac{C_x}{C_f}$	42,6	73,7	95,2	124,7	156	228,7	260	291,3
$\frac{C_x}{C_f} [3]$					155–158	229	261	292

В табл. 5 представлены расчетные значения коэффициентов сопротивления выступов различной геометрической формы для режима отрывного взаимодействия препятствия с вязким слоем. При этом использовались следующие значения определяющих параметров:

$$M = 0,2; n = 8; \lg Re_x = 6,864; \lg Re_0 = 4,049; C_f = 0,0025935; \varepsilon^+ = 680,5; \frac{\varepsilon}{\delta} = 0,15.$$

В табл. 6 представлены расчетные значения влияния относительной толщины потери импульса турбулентного пограничного слоя на коэффициент сопротивления уступа для режима отрывного взаимодействия при числе $M = 0,2$. Для сравнения приведены и опытные данные [1].

Таблиця 5

**Сопrotивление препятствий для режима
отрывного взаимодействия с вязким слоем**

C_x	$\frac{\varepsilon}{\delta}$	0,2	0,6	1,0	10	20
Ступенька		0,242	0,278	0,296	0,395	0,43
Уступ		0,105	0,121	0,129	0,172	0,188
Квадратный выступ		0,63	0,724	0,772	1,03	1,12
Прямоугольный выступ		0,65	0,75	0,8	1,06	1,16

Таблиця 6

**Влияние толщины потери импульса на сопротивление уступа
для режима отрывного взаимодействия**

$\frac{\theta}{\varepsilon}$	0,05	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,6	0,7	1,0
C_x	0,139	0,127	0,121	0,117	0,111	0,107	0,102	0,099	0,095
C_x [1]	0,14	0,135	0,135- 0,15	0,124- 0,135	0,123	0,106	0,1	0,098	0,095

В табл. 7 показано расчетное влияние числа Маха на коэффициент сопротивления ступеньки для режима полного проявления шероховатости при $\varepsilon^+ = 1000$. Там же, для сравнения, приведены экспериментальные данные различных авторов [3].

Таблиця 7

**Влияние числа Маха на сопротивление ступеньки
для режима полного проявления шероховатости**

M	0,05	0,1	0,2	0,5	0,8
$\frac{C_x}{C_f}$	97,5	98,3	100	105	110
$\frac{C_x}{C_f}$ [3]		95	97-103		111

Выводы. На основе модели пристенного вязкого течения получены аналитические соотношения для расчета сопротивления изолированных выступов на пластине для режимов переходного и полного проявления шероховатости, а также режима отрывного взаимодействия, которые учитывают влияние чисел Маха, Рейнольдса и геометрии препятствий. Предложенные соотношения обеспечивают удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных в широких диапазонах изменения определяющих параметров.

Библиографические ссылки

1. Девнин С. И. Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций : справочник / С. И. Девнин. – Л., 1983. – 320 с.
2. Жукаускас А. А. Ковективный перенос в теплообменниках / А. А. Жукаускас. – М., 1982. – 472 с.
3. Gaudet L. Measurements of the drag of some characteristics aircraft excrescences immersed in turbulent boundary layers / L. Gaudet, K. G. Winter // AGARD-CP-124, 1973. – 12 p.
4. Пицык Л. Е. Расчет сопротивления тел с шероховатыми поверхностями при турбулентных режимах обтекания / Л. Е. Пицык // Вісн. Дніпропетр.ун-ту. Ракетно-космічна техніка. – 2013. – № 4. – С. 79–84.

5. **Федяевский К. К.** Исследование влияния шероховатости на сопротивление / К. К. Федяевский, Н. Н. Фомина // Тр. ЦАГИ. – 1940. – № 441. – 60 с.
6. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М., 1974. – 711 с.

Надійшла до редколегії 25.09.2014 р.

УДК 669.295.04

С. А. Полишко

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ВЛИЯНИЯ ФОСФОРА, УГЛЕРОДА И КРЕМНИЯ НА ПРОЧНОСТНЫЕ И ПЛАСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАЛИ 07ЮТ

Досліджено вплив багатофункціональних модифікаторів на стабілізацію хімічного складу і підвищення рівня механічних властивостей маловуглецевої конструкційної сталі 07ЮТ. Побудовано аналітичні залежності підвищення міцності без втрати пластичності від хімічного складу під впливом модифікування. Встановлено також, що із застосуванням багатофункціональних модифікаторів відбулося подрібнення і підвищення однорідності зеренної структури металу. Визначено підвищення рівня механічних властивостей під дією модифікаторів багатофункціональної дії.

Ключові слова: модифікування, маловуглецева сталь, фосфор, вуглець, кремній, механічні властивості, структура, стабілізація.

Исследовано влияние многофункциональных модификаторов на стабилизацию химического состава и повышение уровня механических свойств малоуглеродистой конструкционной стали 07ЮТ. Построены аналитические зависимости повышения прочности без потери пластичности от химического состава под влиянием модифицирования. Установлено также, что с применением многофункциональных модификаторов произошло измельчение и повышение однородности зеренной структуры металла. Определено повышение уровня механических свойств под действием модификаторов многофункционального действия.

Ключевые слова: модифицирование, малоуглеродистая сталь, фосфор, углерод, кремний, механические свойства, структура, стабилизация.

Influence of multifunction modifiers was investigational on stabilizing of chemical composition and increase of level of mechanical properties of low-carbon construction steel of 07ЮТ. Analytical dependences of increase of durability were built without the loss of plasticity from chemical composition under influence of modification. It was set also, that grinding down and increase of homogeneity of structure of metal happened with the use of multifunction modifiers. The increase of level of mechanical properties was certain under the action of modifiers of multifunction action.

Key words: modification, low-carbon steel, phosphorus, carbon, silicon, mechanical properties, structure, stabilizing.

Введение. Снижение концентрации вредных примесей, особенно фосфора, для повышения качества арматуры – одна из важнейших задач современной металлургии. Поскольку малоуглеродистые строительные стали выплавляются кислородно-конвертерным способом, то в данном случае очень сложно использовать такие дефосфораторы, как CaO и CaF₂. Кроме того, арматурные стали име-

ют низкое содержание кремния, способствующего образованию охрупчивающего монооксида кремния SiO [3]. Поэтому их обрабатывают в промышленности в жидком состоянии без FeSi только FeMn , SiMn , углеродсодержащими материалами и алюминием чушковым. При повышенных требованиях к металлу используют и FeTi для увеличения выхода, годного до 90–95 %. Но введение каждого из них снижает температуру металла в ковше, захлаживая его, что часто приводит к недорастворенности тугоплавких ферросплавов и образованию микроликватов.

Постановка задачи. Наиболее эффективным способом достижения вышеуказанной цели является обработка сталей в жидком состоянии многофункциональными модификаторами [2]. В связи с этим было проведено в условиях ОАО «Арселор Миттал Кривой Рог» модифицирование арматурной стали 07ЮТ многофункциональными модификаторами. В результате этих исследований было установлено следующее.

Углерод в присутствии фосфора резко монотонно снижал пластичность в серийной стали 07ЮТ, в отличие от модифицированной, где падение пластичности практически не наблюдается (рис. 1, а; б). Это связано с большей чистотой металла и снижением концентрации вредных примесей благодаря специальным компонентам модификатора [2]. При этом повышение содержания углерода в серийной стали от 0,05% С до 0,1% С приводит к уменьшению относительного сужения с 97 до 70%, а при 0,025% Р – от 83 до 65%.

При совместном влиянии углерода и кремния ситуация в серийном металле практически не изменяется (рис. 1, в; г). А вот при совместном влиянии углерода, фосфора и кремния (рис. 1, д; е) в серийной стали 07ЮТ резко падают все механические свойства. Причины этого указаны выше.

В модифицированном металле наблюдается повышение прочности без потери пластичности во всех случаях (рис. 1). Сильнейшие десульфураторы и дефосфораторы (Ti, Mg, Ca), входящие в состав модификатора, позволяют повысить качество готовой металлургической продукции.

Влияние фосфора экстремально. Так, находясь в избытке и располагаясь по границам зерен, фосфор разрушает их, резко снижая прочность металла.

Например, кремний однозначно снижает предел прочности в присутствии как фосфора, так и углерода при наибольших (0,005 % Р), так и при наименьших (0,025% Р) концентрациях. При низком содержании фосфора кремний уменьшает предел прочности до 430 МПа, а при наибольшем количестве фосфора – с 622 до 355 МПа.

При всем при этом структура серийного металла получается разнотельная, в отличие от модифицированной стали (рис. 2).

Вышеописанные исследования подтверждают и данные, полученные методом регрессионно-корреляционного анализа (рис. 3). Определенные коэффициенты корреляции также свидетельствуют о модифицирующем эффекте.

В конечном итоге установлено повышение уровня механических свойств под действием многофункциональных модификаторов (рис. 4).

Выводы. Таким образом, установлено позитивное влияние компонентов многофункциональных модификаторов на структуру и механические свойства низколегированной стали 07ЮТ. Определено, что под действием модифицирования измельчается зеренная структура, повышаются пластичность [1] и прочность арматурной стали 07ЮТ.

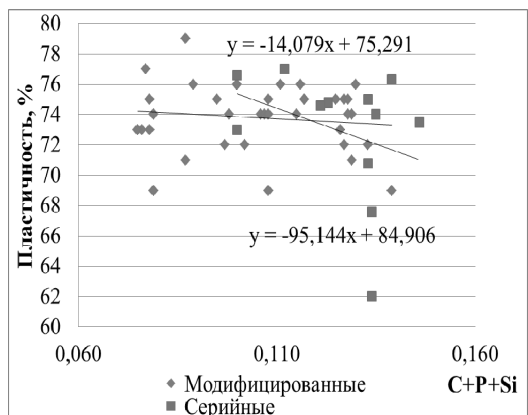
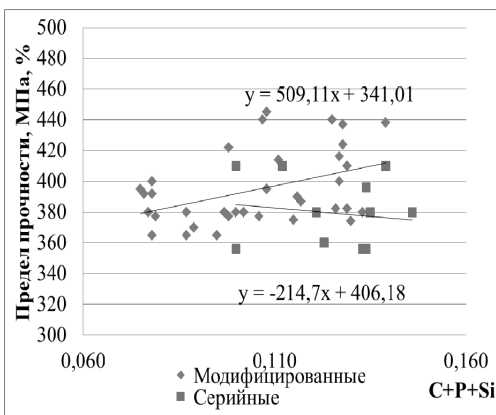
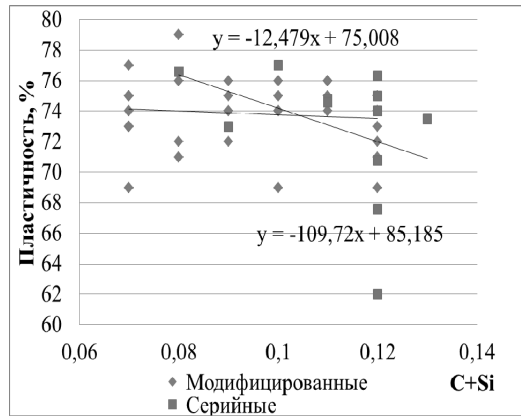
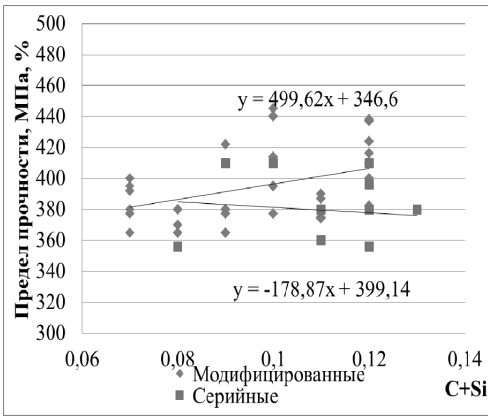
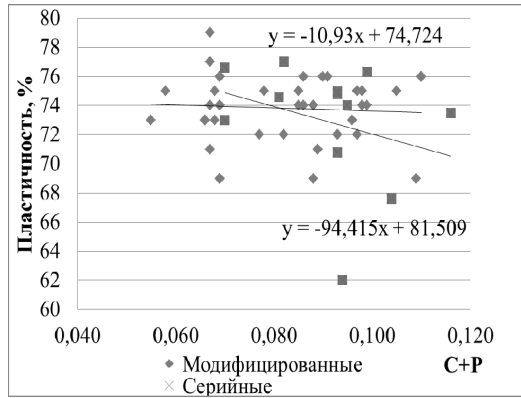
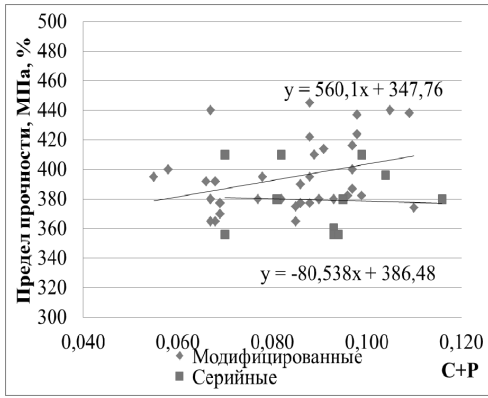


Рис. 1. Повышение прочности (а, в, д) без потери пластичности (б, г, е) под влиянием модифицирования

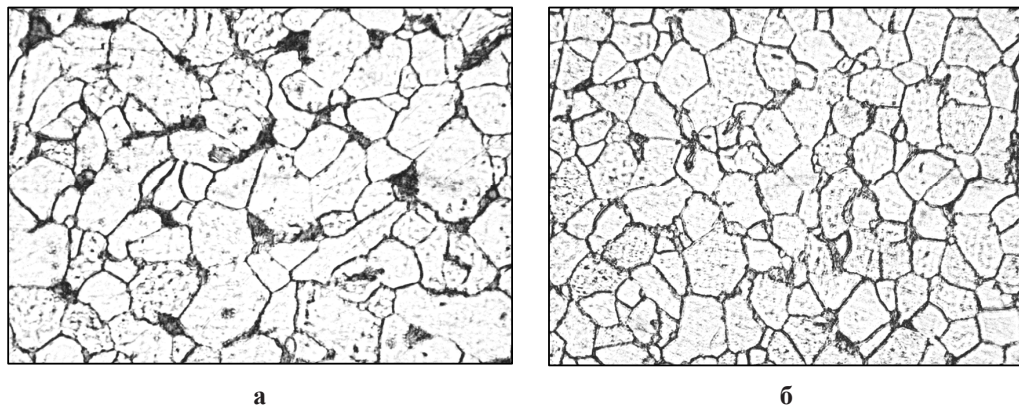


Рис. 2. Фото структур серийной (а) и модифицированной (б) стали 07ЮТ

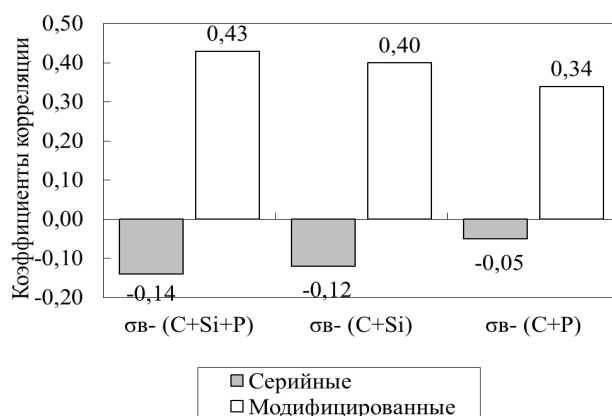


Рис. 3. Коэффициенты корреляции групп элементов низколегированной стали 07ЮТ

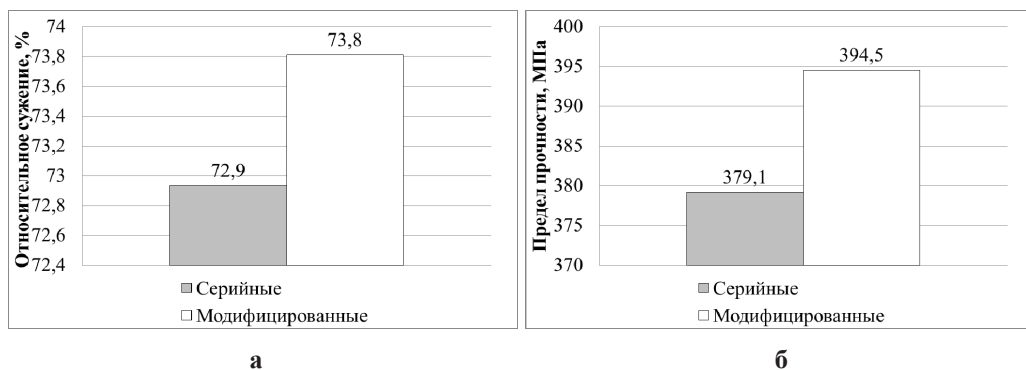


Рис. 4. Повышение уровня средних значений механических свойств под действием модифицирования

Библиографические ссылки

1. Зуев М. И. Пластичность стали при высоких температурах / М. И. Зуев, В. С. Култыгин, М. И. Виноград, А. В. Остапенко и др. – М.: Металлургиздат, 1954. – 46 с.
2. Пат. 85254 Україна МПК⁷ С22С 35/00 С22С 38/06 С21С 7/04, С21С 7/06. Композиційний розкислювач для обробки сталей / О. М. Шаповалова, В. П. Шаповалов, О. В. Шаповалов, С. О. Полішко; заявник та патентоутримувач: Дніпропетровський національний університет. – № а200700858; заявл. 26.01.2007; опубл. 12.01.2009 // Бюл. № 1.
3. Спиридонов В. С. Химическое модифицирование оксида кремния и гидроксилата бора органическими соединениями / В. С. Спиридонов, П. Г. Мингалев, Г. В. Лисичкин // Вестн. Моск. ун-та. Химия. – 2002. – Т. 43. № 5. – С. 315–316.

Надійшла до редколегії 02.06.2014 р.

УДК 669.295.04

В. П. Пошивалов, А. И. Кузьмицкая, В. С. Жданов

Институт технической механики НАНУ и ГКАУ

ВЛИЯНИЕ ХОЛОДНОЙ ОБРАБОТКИ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА АМГ6

Досліджено вплив холодної обробки на фізико-механічні властивості алюмінієвого сплаву типу АМг. Мета – переведення максимального обсягу вторинної фази у стан пересиченого розчину в матриці; при цьому вторинні виділення розподіляються всередині зерна, утворюючи пересичений твердий розчин Mg в Al. Передбачається, що після витримки за температури 330–340 °С структура розплаву модифікується, а в закристалізованому сплаві структурні складові мають рівномірно розподілитися по всьому об'єму. Заключним етапом обробки сплаву є відпуск при 110 °С.

Ключові слова: алюмінієвий сплав АМг6, холодна обробка, міцність, пластичність, мікроструктура.

Исследовано влияние холодной обработки на физико-механические свойства алюминиевого сплава типа АМг. Цель – перевод максимального объема вторичной фазы в состояние пересыщенного раствора в матрице; при этом вторичные выделения распределяются внутри зерна, образуя пересыщенный твердый раствор Mg в Al. Предположительно после выдержки при температуре 330–340 °С структура расплава модифицируется, а в закристаллизовавшемся сплаве структурные составляющие равномерно распределяются по всему объему. Заключительный этап обработки сплава – отпуск при 110 °С.

Ключевые слова: алюминиевый сплав АМг6, холодная обработка, прочность, пластичность, микроструктура.

The main goal of the study is to investigate the influence of cold treatment on physical and mechanical characteristics of AMg aluminium alloy. This study is focused on movement of the second phase value into supersaturated solid solution in matrix, and to distribute secondary isolations inside of grain, forming supersaturated solid solution of Mg in Al. Assumed that after exposure at this temperature the structure of the solution will be modified, and structural components are uniformly distributed throughout the volume in the crystallized alloy. Final stage of the treatment is tempering at 110 °C.

Key words: aluminium alloy AMg6, cold treatment, strength, ductility, microstructure.

Введение. В последние годы наряду с различными видами энергетической обработки [7] широко применяется процесс низкотемпературной обработки различных материалов для улучшения их физико-механических свойств.

Изменение механических свойств металлов и сплавов при снижении температуры зависит от вида кристаллической решетки и несовершенства ее строения, размера зерен, включений атомов легирующих элементов, фазового состава сплавов. На прочность и пластичность кристаллических тел особое влияние оказывают число действующих в кристаллической решетке систем скольжения, количество и распределение примесей, упорядоченность дислокационной структуры.

Исследования механических свойств металлов различного кристаллического строения показывают, что охлаждение их образцов ниже 0°С приводит к повышению предела прочности при растяжении и росту модуля упругости [4].

При сохранении пластичности у металлов и сплавов в условиях низких температур растет работа разрушения при динамических нагрузках и сопротивление разрушению материалов при циклических нагрузках. Переход металла в хрупкое состояние при охлаждении связан с изменением характеристик пластичности и уменьшением работы разрушения. Кристаллическое строение металлов с решеткой в форме гранцентрированного куба (ГЦК) допускает развитие значительных пластических деформаций. Число систем скольжения у ГЦК-кристаллов с понижением температуры возрастает, пластическая деформация распределяется равномерно и сопровождается упрочнением; тетрагональные искажения решетки отсутствуют, и температурная зависимость напряжений течения ослаблена. У металлов с гексагональной плотно упакованной кристаллической решеткой пластические деформации ограничены, так как у них работает в основном одна система скольжения [4].

При охлаждении материалов на изменение таких важных характеристик, как пределы прочности, усталости, показатели упругости и пластичности, температурный порог хрупкости, ударная вязкость, дополнительно могут влиять концентрация напряжений, дефекты механической обработки, сварки и коррозионное воздействие рабочей среды. Механические характеристики материала, определенные при испытаниях образцов, нельзя считать константами, так как их величины связаны в определенной мере с условиями нагружения, с формой и размерами образца. Только комплексная оценка и учет всех факторов могут позволить более полно оценить влияние холода на свойства конструкционных материалов. Возможность хрупкого разрушения определяется составом и структурой металла, особенностями нагружения и местной концентрацией напряжений, наличием трещин, раковин, надразов и царапин. Хрупкое разрушение происходит внезапно при напряжениях, которые могут быть меньше предела текучести; поэтому помимо удовлетворительных прочностных свойств материалы должны иметь удовлетворительную пластичность [4].

На поведение металлов и сплавов при охлаждении влияют также размер зерен в поликристаллите и их ориентация по отношению к приложенному напряжению. При увеличении размеров зерна ухудшаются пластические свойства. Усложнение напряженного состояния, увеличение его неоднородности обычно способствуют переходу металла из пластичного состояния в хрупкое [4].

Постановка задачи. Целью данной работы является исследование влияния холодной обработки на физико-механические свойства алюминиевого сплава типа АМг.

Многие алюминиевые сплавы обладают хорошей вязкостью как при низких, так и при высоких температурах. Особенностью алюминиевых сплавов по сравнению со сталями является отсутствие у них перехода от вязкого состояния к хрупкому при низких температурах.

Следует различать пластичность и вязкость металла. Пластичность определяют как способность материала подвергаться деформации, приводящей к необратимому остаточному изменению его первоначальной формы без микроскопического разрушения. Вязкость – это свойство металла поглощать в заметных коли-

чествах, не разрушаясь, механическую энергию. Вязкость определяется величиной работы внешних сил, затрачиваемой на упругую и на пластическую части общей деформации. Пластичные металлы, такие как алюминий, могут иметь малую вязкость при высоком относительном удлинении.

Температура, соответствующая переходу металлов из пластического в хрупкое состояние, называется критической температурой; она характеризует порог хладноломкости. Так как переход из пластического состояния в хрупкое для большинства металлов и сплавов происходит в некотором диапазоне температур, то различают два порога хладноломкости: верхний – соответствующий переходу из пластического состояния в промежуточное, и нижний – соответствующий переходу из промежуточного состояния в хрупкое.

Прочность материалов при многократных нагружениях характеризуется пределом усталости. Его изменения у некоторых металлов, при их охлаждении, показаны на рис. 1. Из рис. 1 следует, что, хотя предел усталости у многих металлов при снижении температуры возрастает, однако при этом увеличивается опасность перехода от усталостного к хрупкому разрушению при возникновении первых небольших трещин.

Общей закономерностью для исследованных сплавов является повышение временного сопротивления при снижении температуры от 20°C до -269°C в 3–4 раза у малолегированных сплавов системы Al–Mg и Al–Cu.

Механические свойства промышленных термически не упрочняемых алюминиевых сплавов в интервале температур от 20°C до -269°C изменяются аналогично чистому алюминию: с понижением температуры временное сопротивление увеличивается, предел текучести меняется незначительно, отношение $\frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_B}$ снижается, относительное удлинение повышается при охлаждении сплавов до температуры -196°C , а затем снижается [8].

Материалы и методы исследования. В работе [11] исследовалось влияние криогенной обработки на параметры остаточного напряжения и механические свойства алюминиевого сплава 7075–T651, применяемого в аэрокосмической отрасли. Образцы медленно охлаждались до температуры -89°C , выдерживались 24 часа, а затем медленно нагревались до комнатной температуры. Было обнаружено, что после обработки изменились параметры остаточного напряжения, а также значительно улучшились параметры коррозионного растрескивания. В то же время менее значительные улучшения наблюдались в параметрах усталости и прочности.

Кроме того, в работе [11] изучалось влияние криогенной обработки на предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности, удлинения, испытание на удар по Шарпи сплава 7075–T651 при комнатной температуре. Образцы помещали в криогенную печь на 2 и 48 часов при температуре -196°C .

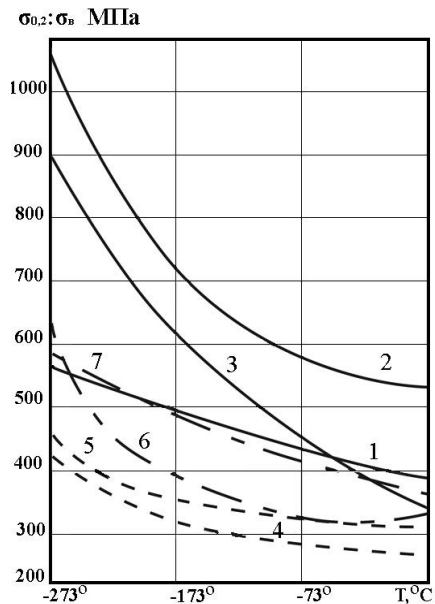


Рис. 1. Зависимость предела усталости $\sigma_{0,2}$ от температуры: 1 – сталь 12Х18Н10Т; 2 – сталь 7Х16Н6; 3 – сталь 03Х20Н16АГ6; 4 – алюминиевый сплав АМг6; 5 – алюминиевый сплав Д20; 6 – титановый сплав АТ2; 7 – титановый сплав ВТ-5

Влияние криогенной обработки на стандартные механические свойства оказалось незначительным и составило 1% разницы при 48-часовой выдержке. Максимальное улучшение было зафиксировано при испытании на удар по Шарпи – 12% разницы при 48-часовой выдержке. При этом не было зафиксировано изменений в свойствах между исходным образцом и обработанным с выдержкой 2 часа.

Исследования [9] по влиянию низких температур на свойства таких металлов, как алюминий и его сплавы, то есть металлы с гранцентрированной кубической решеткой, показали, что при понижении температуры в испытании наблюдается небольшое, постепенное, непрерывное повышение начального сопротивления пластической деформации – предела текучести и модуля упругости. Пластичность меняется незначительно. Наблюдается существенное повышение предела прочности при снижении температуры, что указывает на значительную степень зависимости упрочнения от температуры. Также при снижении температуры снижается вязкость, что можно объяснить количеством и размером интерметаллических соединений в структуре сплава. Считается, что более высокое содержание легирующих элементов в сплаве приводит к созданию более искаженной или напряженной кристаллической решетки и снижению сопротивления хрупкому разрушению при криогенных температурах.

Склонность к хрупкому разрушению алюминиевых сплавов зависит от количества и размера интерметаллических соединений в сплаве и от степени искаженности или напряжения кристаллической решетки. Поэтому на получение оптимальных свойств влияют технология изготовления и химический состав материала [1].

Устойчивость переохлажденного твердого раствора зависит от природы основы сплава и системы легирования, содержания легирующих элементов и структуры сплава перед закалкой. В сплавах на разной основе и с разными легирующими элементами при одной основе различна диффузионная подвижность атомов. Работа образования критического зародыша зависит от поверхностной энергии на границе матрицы, выделения энергии и упругой деформации, возникающей из-за различия в удельных объемах фаз [3].

С увеличением степени переохлаждения уменьшаются размер критического зародыша и работа его образования. Следовательно, чем больше степень переохлаждения, тем меньшая по уровню энергии и геометрическим размерам требуется флуктуация, на базе которой образуется критический зародыш, и тем больше число таких флуктуаций. Поэтому с ростом степени переохлаждения увеличивается число критических зародышей, возникающих в единицу времени в единице объема в результате флуктуаций энергии. Их число должно быть пропорционально фактору

$$\exp\left(\frac{-\Delta F_{KP}}{kT}\right),$$

где ΔF_{KP} – работа образования критического зародыша; k – постоянная Больцмана; T – температура.

Критический зародыш становится центром кристаллизации только тогда, когда он присоединяет к себе один или несколько атомов от материнской фазы.

Частота присоединения атомов к зародышу пропорциональна фактору $\exp\left(\frac{-Q}{kT}\right)$,

где Q – энергия активации перехода атома через границу раздела фаз. Следовательно, скорость зарождения центров кристаллизации, зависящую от вероятности образования определенных энергетических флуктуаций и вероятности присоединения атомов к критическим зародышам, можно представить следующим выражением [6]:

$$J = A_e \frac{-\Delta F_{kp}}{kT} \frac{-Q}{e^{kT}}, \quad (1)$$

где J – скорость зарождения центров кристаллизации, ΔF_{kp} – работа образования критического зародыша; k – постоянная Больцмана; T – температура; Q – энергия активации перехода атома через границу раздела фаз.

Поскольку составы α - и β -фаз различны, то выделение β -фазы связано с диффузионным перераспределением компонентов. При достаточно быстром охлаждении диффузионное перераспределение, необходимое для зарождения и роста кристаллов β -фазы, не успевает пройти и β -фаза не выделяется из α -раствора. После такой термообработки сплав при комнатной температуре состоит из одной α -фазы, как и при температуре нагрева. Таким образом, закалка без полиморфного превращения состоит в фиксации при более низкой температуре состояния, свойственного более высокой температуре.

На рис. 2 представлена диаграмма состояния двухкомпонентного сплава [5], из которой видно, что при закалке без полиморфного превращения образуется пересыщенный твердый раствор.

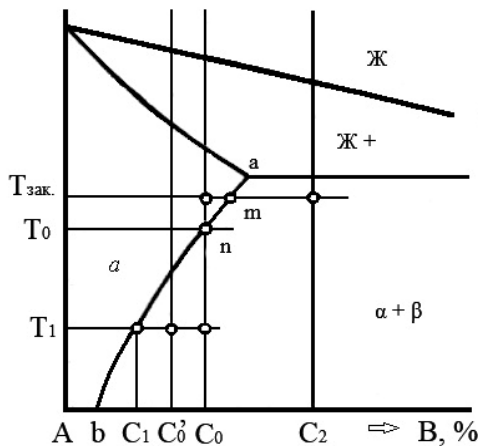


Рис. 2. Диаграмма состояния двухкомпонентного сплава

Такая закалка к чистым металлам принципиально неприменима. Рассмотренную на примере сплава C_0 закалку без полиморфного превращения широко применяют к алюминиевым, магниевым, никелевым, медным и другим сплавам, а также к некоторым легированным сталям.

При быстром охлаждении β -фаза не успевает выделиться из α -раствора, и его состав при комнатной температуре, так же как и при температуре закалки, определяется точкой m [6].

Характерные свойства сплавов серии 5000, представленных сплавами марок 5083 (АМг4) и 5456 (АМг6), показаны на рис. 3 и 4, построенных по данным работ [12] и [10]. Листы сплава 5083 в состоянии Н38 (высокая степень нагартовки, стабилизированный) имеют относительно высокий уровень механических свойств как для сплава, не упрочняемого термической обработкой.

Из рис. 3 видно, что сплав 5083-Н113 имеет значительно более низкий уровень предела прочности, чем 5083-Н38. Значения при криогенных температурах вдвое больше, чем при комнатной температуре [1].

На рис. 5,а приведена структура сплава АМг6 в исходном состоянии, которая отмечается зернистым строением материала с многочисленными включениями второй фазы как по границам, так и равномерно распределенными в матрице зерна. Дислокационная картина в виде ямок травления, которые идентифици-

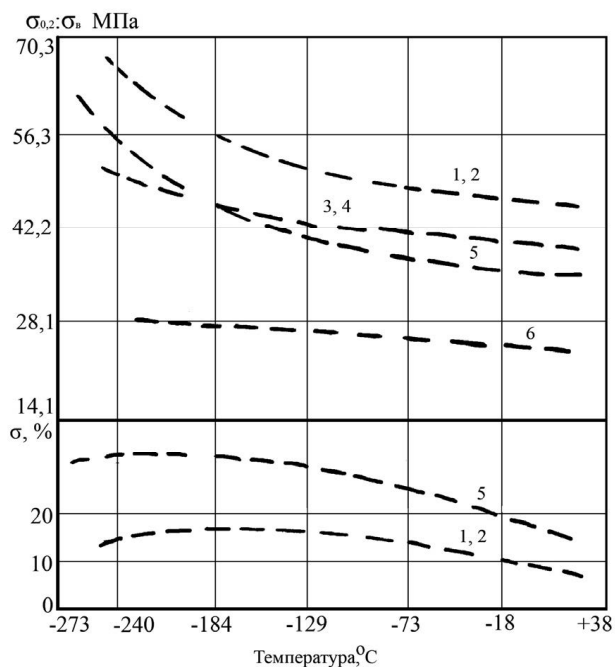


Рис. 3. Механические свойства листов и плит сплава 5083 при низких температурах [1]: 1,2 – σ_B , δ – лист НЗ8 (продольное, поперечное); 3,4 – $\sigma_{0.2}$ лист НЗ8 (продольное, поперечное); 5 – σ_B , δ – плита Н113 (продольное); 6 – $\sigma_{0.2}$ – плита Н113 (продольное)

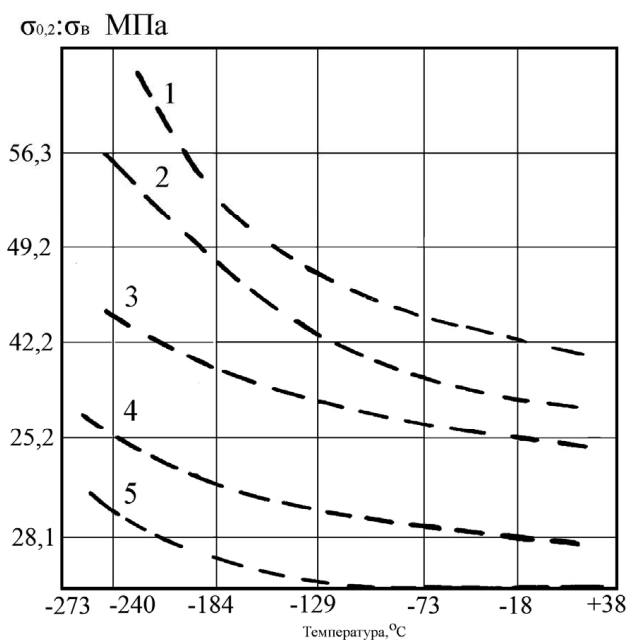


Рис. 4. Механические свойства листов и плит сплава 5456 при низких температурах [1]: 1,2 – σ_B лист (продольное, поперечное); 3,4 – $\sigma_{0.2}$ лист (продольное, поперечное); 5 – $\sigma_{0.2}$ плита (продольное)

руються як виходи дислокацій на поверхню, доволно однородна (рис. 5, b). Електронно-мікроскопічні дослідження ілюструють практично прямі лінії сколюження і частини другої фази (рис. 5, c).

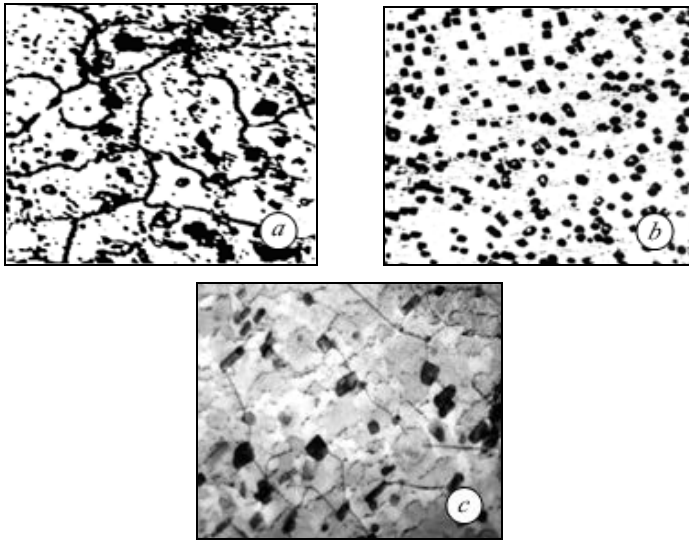


Рис. 5. Структура сплава АМг6 в исходному стані: а, б, с

Вторинна β -фаза Al_3Mg_2 в сплав АМг6 являється більш хрупкої і твердої, ніж матриця алюмінія; друга фаза утворює неперервний шар по границях зерен. Якщо дана фаза буде рівномірно дисперсійно розподілена всередині зерна, то буде досягнуто помітне упрочнення з збереженням необхідної пластичності.

В роботі [2] було відзначено, що коли кількість β -фази досягає приблизно 30%, α -фаза перестає бути неперервною матрицею і α -кристали починають оточуватися β -кристалами.

З швидкістю охолодження при порівняльно невеликих швидкостях, $10^2 - 10^4$ град/с, оптичний аналіз показав структуру α -твердого розчину, по границям якого були розподілені вторинні виділення β -фази (Al_3Mg_2).

З двохкомпонентної діаграми стану системи Al-Mg, зображеної на рис. 6, видно, що нагрів АМг6 до температури 330 – 340°C сплав перейде в стан пересиченого твердого розчину Mg в Al.

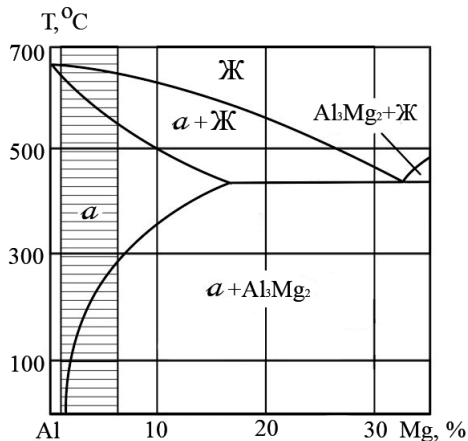


Рис. 6. Двохкомпонентна діаграма стану системи Al-Mg

В данной работе основной целью является перевод максимального объема вторичной фазы в состояние пересыщенного раствора в матрице и распределение вторичных выделений внутри зерна.

Предполагается, что после выдержки при данной температуре структура расплава модифицируется, а в закристаллизовавшемся сплаве структурные составляющие окажутся равномерно распределенными по всему объему. С увеличением скорости охлаждения данный эффект усиливается. В быстрозакристаллизованных сплавах (10^4 град/с) предполагается отсутствие β -фазы или появление вторичных выделений, представляющих собой пересыщенный твердый раствор Mg в Al.

При высоких скоростях охлаждения, после обработки холодом, возникают внутренние напряжения, которые могут привести к короблению и растрескиванию. Поэтому заключительным этапом обработки сплава является отпуск. Его цель состоит в повышении вязкости и пластичности, уменьшении внутренних напряжений и более равномерном распределении вторичных выделений. Для алюминиево-магниевого сплава АМг6 можно выбирать низкотемпературный отпуск при 110 °С.

Выводы. Для повышения показателей прочности и долговечности алюминиевого сплава АМг6 предлагается использовать метод быстрого охлаждения материала, в том числе и до криогенных температур.

В работе представлено теоретическое обоснование изменения прочностных свойств сплава АМг6 при криогенной обработке после высокотемпературного нагрева. Приведены результаты такого воздействия на механические и структурные свойства алюминиевых сплавов, близких по составу к АМг6, и установлена тенденция в изменениях соответствующих прочностных характеристик.

Определена целесообразность проведения низкотемпературной обработки сплавов в зависимости от типа кристаллической решетки, наличия легирующих элементов и способа получения заготовки. Для некоторых сплавов оценивается величина эффекта в зависимости от времени воздействия. Обосновано применение такого подхода к обработке сплава АМг6 для повышения соответствующих прочностных характеристик.

Библиографические ссылки

1. Алюминиевые сплавы при низких температурах / под ред. И. Н. Фридляндера. – М. : Металлургия, 1967. – 296 с.
2. **Бернштейн М. Л.** Механические свойства металлов / М. Л. Бернштейн, В. А. Займовский. – М. : Металлургия, 1979. – 495 с.
3. **Ватолин Н. А.** Влияние ближнего порядка жидких сплавов Al–Mg и Al–Si на структуру и свойства в кристаллическом состоянии / Н. А. Ватолин, Э. А. Пастухов, В. Н. Сермягин. – М. : Наука, 1986. – 304 с.
4. **Клименко А. П.** Холод в машиностроении / А. П. Клименко, Н. В. Новиков, Б. Л. Смоленский, В. И. Могильный и др. – М. : Машиностроение, 1977. – 192 с.
5. **Лахтин Ю. М.** Металловедение и термическая обработка металлов / Ю. М. Лахтин. – М. : Металлургия, 1969. – 448 с.
6. **Новиков И. И.** Теория термической обработки металлов / И. И. Новиков – М. : Металлургия, 1978. – 391 с.
7. **Пошивалов В. П.** Підвищення довговічності сплаву АМг6М за рахунок енергетичної обробки в умовах повзучості / В. П. Пошивалов, Д. Г. Борщевська, В. Д. Рябчій, І. І. Телегіна // ФМММ. – 2013. – № 6. – С. 62–69.
8. **Фридляндер И. Н.** Алюминиевые деформированные конструкционные сплавы / И. Н. Фридляндер. – М. : Металлургия, 1979. – 208 с.
9. **Христиан Дж. Л.** Механические свойства некоторых алюминиевых сплавов серии 5000 при криогенных температурах / Дж. Л. Христиан, Дж. Ф. Уотсон. – М. : Металлургия, 1967. – С. 57–68.

10. **Kaufman J. G.** Advances in cryogenic engineering / J. G. Kaufman, E. W. Jonson. – NY : Plenum press, 1961. – P. 637–649.
11. **Pavan K. M.** Effect Of Cryogenic Treatment On The Mechanical And Microstructural Properties Of Aluminium Alloys / K. M. Pavan, L. S. Sachin, S. Mayur, A. Chandrashekar, B. S. Ajaykumar // International Journ. of Mechanical And Production Engineering. – May 2014. – Vol.2, Issue 5.
12. **Rise L. P.** Advances in cryogenic engineering / L. P. Rise. – NY : Plenum press, 1962. – P. 671–677.

Надішла до редколегії 01.10.2014 р.

УДК 629.76 (075.8)

Ю. А. Ромасько, Ю. Д. Шептун

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ КОСМИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

Йдеться про актуальність проблеми розробки значних за розмірами космічних конструкцій (сонячні електростанції, антени, телескопи тощо), про необхідність кутової орієнтації космічних конструкцій (КК) у просторі. Великі розміри, мала жорсткість КК обумовлюють виникнення пружних коливань конструкцій, наявність яких ускладнює забезпечення сталого керованого руху КК. Згадані конструкції як об'єкти керування можуть бути за своїми властивостями і структурою нестійкими щодо руху. Показано можливість ліквідації зазначеної нестійкості шляхом використання коригуючих зв'язків.

Ключові слова: об'єкт регулювання, нестійкість руху, коректуючи зв'язки.

Затронута актуальная проблема разработки значительных по размеру космических конструкций (солнечные электростанции, антенны, телескопы и др.), подчеркивается необходимость угловой ориентации космических конструкций (КК) в пространстве. Большие размеры, малая жёсткость КК обуславливают возникновение упругих колебаний конструкции, затрудняющих обеспечение устойчивого управляемого движения КК. Данные конструкции как объекты регулирования могут быть по своим свойствам и структуре неустойчивыми. Показана возможность устранения собственной и структурной неустойчивости объекта регулирования путем использования корректирующих связей.

Ключевые слова: объект управления, неустойчивость движения, корректирующие связи.

The problem of development significant on the size of space designs (solar power stations, aeriels, telescopes, etc.) is actual. As a rule, there is a necessity of angular orientation of space designs (SD) for space. The big sizes, small rigidity SD cause occurrence of elastic fluctuations of the design complicating maintenance of steady controlled movement SD. The named designs as objects of regulation can be actually and structurally unstable the opportunity of elimination of own and structural instability of object of regulation is below shown by use of adjusting communications (connections).

Key words: object of control, instability the movements adjusting communications (connections).

Введение. Математическая модель космической конструкции как объекта регулирования (ОР) принимается в виде

$$\begin{aligned} \ddot{\Psi}_z + \eta_1 \cdot \dot{q}_1 + \eta_2 \cdot \dot{q}_2 &= a_{\psi\delta} \cdot \delta, \\ \ddot{q}_1 + \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 + \omega_1^2 \cdot q_1 &= a_{q1\delta} \cdot \delta, \\ \ddot{q}_2 + \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 + \omega_2^2 \cdot q_2 &= a_{q2\delta} \cdot \delta. \end{aligned} \tag{1}$$

Частотные характеристики ОР представлены на рис. 1.

$\omega := 12.99, 12.995.. 45$

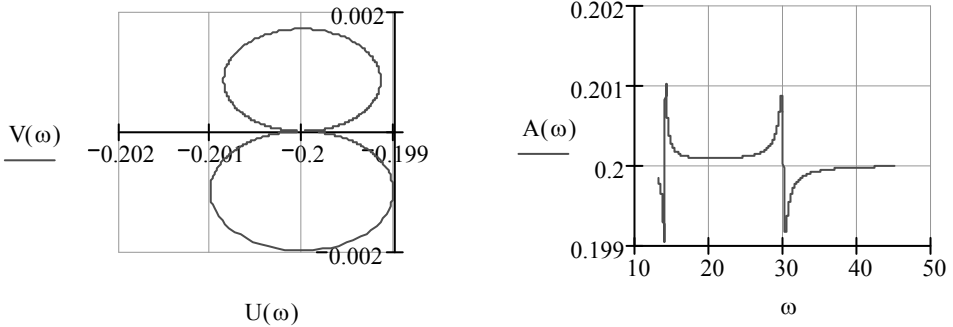


Рис. 1. АФЧХ и АЧХ в диапазоне частот, включающем первый и второй тона колебаний

На рис. 1 петли АФЧХ расположены в верхней и нижней полуплоскостях комплексной плоскости, обходятся по часовой стрелке; смещены влево на величину 0,2 от начала координат комплексной плоскости. Из графика АЧХ можно видеть, что значения собственных частот колебаний первого и второго тонов равны $\omega_1 = 13 \text{ c}^{-1}$, $\omega_2 = 30 \text{ c}^{-1}$ соответственно.

Таким образом, объект регулирования, математическая модель которого (1), характеризуется собственной динамической и структурной неустойчивостью [6].

Оценим устойчивость замкнутой системы регулирования, математическая модель которого

$$\begin{cases} \ddot{\Psi} = a_{\psi\delta} \cdot \delta, \\ \ddot{q}_1 + \varepsilon_{q1} \cdot \dot{q}_1 + \omega_{q1}^2 \cdot q_1 = a_{q1\delta} \cdot \delta, \\ \ddot{q}_2 + \varepsilon_{q2} \cdot \dot{q}_2 + \omega_{q2}^2 \cdot q_2 = a_{q2\delta} \cdot \delta, \\ \Psi_{\Gamma} = \Psi - \eta_1(x_{\Gamma}) \cdot q_1 - \eta_2(x_{\Gamma}) \cdot q_2, \\ \delta = a_0 \cdot \Psi_{\Gamma} + a_1 \cdot \dot{\Psi}_{\Gamma}. \end{cases} \tag{2}$$

Характеристический определитель системы уравнений (2)

$$\begin{bmatrix} (p^2 - a_{\psi\delta} \cdot a_1 \cdot p - a_{\psi\delta} \cdot a_0) & (a_{\psi\delta} \cdot a_1 \cdot \eta_1 \cdot p + a_{\psi\delta} \cdot a_0 \cdot \eta_1) & (a_{\psi\delta} \cdot a_1 \cdot \eta_2 \cdot p - a_{\psi\delta} \cdot a_0 \cdot \eta_2) \\ -(a_{q1\delta} \cdot a_1 \cdot p + a_{q1\delta} \cdot a_0) & \begin{bmatrix} p^2 + (\varepsilon_{q1} + a_{q1\delta} \cdot a_1 \cdot \eta_1) \cdot p + \\ + (\omega_{q1}^2 + a_{q1\delta} \cdot a_0 \cdot \eta_1) \end{bmatrix} & (a_{q1\delta} \cdot a_1 \cdot \eta_2 \cdot p + a_{q1\delta} \cdot a_0 \cdot \eta_2) \\ -(a_{q2\delta} \cdot a_1 \cdot p + a_{q2\delta} \cdot a_0) & (a_{q2\delta} \cdot a_1 \cdot \eta_1 \cdot p + a_{q2\delta} \cdot a_0 \cdot \eta_1) & \begin{bmatrix} p^2 + (\varepsilon_{q2} + a_{q2\delta} \cdot a_1 \cdot \eta_2) \cdot p + \\ + \omega_{q2}^2 + a_{q2\delta} \cdot a_0 \cdot \eta_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

характеристическое уравнение

$$4.6 \cdot p^7 + 10.58 \cdot p^6 + 4162.356 \cdot p^5 + 4391.272 \cdot p^4 + 8919.287 \cdot p^3 + 198885.153 \cdot p^2 + 262440.07 \cdot p + 512917.326 = 0. \quad (3)$$

Коэффициенты уравнения соответствуют исходным данным:

$$a_{\psi\delta} = -0.2c^{-2}, \quad a_{q1\delta} = -6.7m \cdot c^{-2}, \quad a_{q1\delta} = -0,967m \cdot c^{-2}, \quad \varepsilon_{q1} = -0.2c^{-1}, \quad \varepsilon_{q1} = -0.2c^{-1};$$

$$\eta_1(x_F) = 0.13m^{-1}, \quad \eta_2(x_F) = -0.3m^{-1}, \quad \eta_3(x_F) = 0.075m^{-1}, \quad a_0 = 10, \quad a_1 = 5.$$

Расчет корней уравнения (3), проведенный с использованием пакета программ Mathcad, приводит к следующим значениям:

$$\begin{bmatrix} -3.566 \\ -0.652 - 1.455 \cdot j \\ -0.652 + 1.455 \cdot j \\ -0.648 - 30.019 \cdot j \\ -0.648 + 30.019 \cdot j \\ 1.933 - 3.148 \cdot j \\ 1.933 + 3.148 \cdot j \end{bmatrix},$$

которые подтверждают вывод о структурной и собственной динамической неустойчивости ОР.

Рассмотрим процедуру синтеза модального регулятора для объекта регулирования (1).

Запишем уравнения (1) в векторно-матричной форме, для чего выполним следующее. Решим уравнения относительно вторых производных:

$$\begin{aligned} \ddot{\psi}_e + \eta_1 \cdot \dot{q}_1 + \eta_2 \cdot \dot{q}_2 &= a_{\psi\delta} \cdot \delta, \\ 0 \cdot \ddot{\psi}_e + 1 \cdot \dot{q}_1 + 0 \cdot \dot{q}_2 &= a_{q1\delta} \cdot \delta - \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 - \omega_1^2 \cdot q_1, \\ 0 \cdot \ddot{\psi}_e + 0 \cdot \dot{q}_1 + 1 \cdot \dot{q}_2 &= a_{q2\delta} \cdot \delta - \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 - \omega_2^2 \cdot q_2. \end{aligned}$$

$$\ddot{\psi}_e = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \dot{q}_1 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \dot{q}_2 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \eta_1 & \eta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_{\psi\delta} \cdot \delta & \eta_1 & \eta_2 \\ a_{q1\delta} \cdot \delta - \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 - \omega_1^2 \cdot q_1 & 1 & 0 \\ a_{q2\delta} \cdot \delta - \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 - \omega_2^2 \cdot q_2 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \eta_2 \cdot (-a_{q2\delta} \cdot \delta + \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 + \omega_2^2 \cdot q_2) + a_{\psi\delta} \cdot \delta - \eta_1 \cdot (a_{q1\delta} \cdot \delta - \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 - \omega_1^2 \cdot q_1).$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & a_{\psi\delta} \cdot \delta & \eta_2 \\ 0 & a_{q1\delta} \cdot \delta - \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 - \omega_1^2 \cdot q_1 & 0 \\ 0 & a_{q2\delta} \cdot \delta - \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 - \omega_2^2 \cdot q_2 & 1 \end{vmatrix} = a_{q1\delta} \cdot \delta - \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 - \omega_1^2 \cdot q_1.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & \eta_1 & a_{\psi\delta} \cdot \delta \\ 0 & 1 & a_{q1\delta} \cdot \delta - \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 - \omega_1^2 \cdot q_1 \\ 0 & 0 & a_{q2\delta} \cdot \delta - \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 - \omega_2^2 \cdot q_2 \end{vmatrix} = a_{q2\delta} \cdot \delta - \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 - \omega_2^2 \cdot q_2.$$

$$\begin{aligned}\ddot{\psi} &= \left(-a_{q2\delta} \cdot \delta + \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 + \omega_2^2 \cdot q_2\right) \cdot \eta_2' + a_{\psi\delta} \cdot \delta - \eta_1' \cdot \left(a_{q1\delta} \cdot \delta + \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 + \omega_1^2 \cdot q_1\right), \\ \dot{q}_1 &= -\omega_1^2 \cdot q_1 - \varepsilon_1 \cdot \dot{q}_1 + a_{q1\delta} \cdot \delta, \\ \dot{q}_2 &= -\omega_2^2 \cdot q_2 - \varepsilon_2 \cdot \dot{q}_2 + a_{q2\delta} \cdot \delta.\end{aligned}$$

Запишем уравнения движения в нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= \eta_1' \cdot \omega_1^2 \cdot x_3 + \eta_1' \cdot \varepsilon_1 \cdot x_4 + \eta_2' \cdot \omega_2^2 \cdot x_5 + \eta_2' \cdot \varepsilon_2 \cdot x_6 + \left(a_{\psi\delta} - \eta_1' \cdot a_{q1\delta} - \eta_2' \cdot a_{q2\delta}\right) \cdot \delta, \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_4, \\ \frac{dx_4}{dt} &= -\omega_1^2 \cdot x_3 - \varepsilon_1 \cdot x_4 + a_{q1\delta} \cdot \delta, \\ \frac{dx_5}{dt} &= x_6, \\ \frac{dx_6}{dt} &= -\omega_2^2 \cdot x_5 - \varepsilon_2 \cdot x_6 + a_{q2\delta} \cdot \delta,\end{aligned}\tag{4}$$

в области комплексного переменного:

$$\begin{aligned}s \cdot X_1(s) - X_2(s) &= 0, \\ s \cdot X_2(s) - \eta_1' \cdot \omega_1^2 \cdot X_3(s) + \eta_1' \cdot \varepsilon_1 \cdot X_4(s) + \eta_2' \cdot \varepsilon_2 \cdot X_5(s) + \\ &+ \eta_2' \cdot \varepsilon_2 \cdot X_6(s) + \left(a_{\psi\delta} - \eta_1' \cdot a_{q1\delta} - \eta_2' \cdot a_{q2\delta}\right) \cdot \delta(s), \\ s \cdot X_3(s) - X_4(s) &= 0, \\ s \cdot X_4(s) + \omega_1^2 \cdot X_3(s) + \varepsilon_1 \cdot X_4(s) &= 0, \\ s \cdot X_5(s) - X_6(s) &= 0, \\ s \cdot X_6(s) + \omega_2^2 \cdot X_5(s) + \varepsilon_2 \cdot X_6(s) &= 0\end{aligned}$$

и в векторно-матричном виде:

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t).\tag{5}$$

Здесь

$$A = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & -\eta_1' \cdot \omega_1^2 & -\eta_1' \cdot \varepsilon_1 & -\eta_2' \cdot \omega_2^2 & -\eta_2' \cdot \varepsilon_2 \\ 0 & 0 & s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_1^2 & s + \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_2^2 & s + \varepsilon_2 \end{vmatrix},$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 \\ a_{\psi\delta} - \eta_1' \cdot a_{q1\delta} - \eta_2' \cdot a_{q2\delta} \\ 0 \\ a_{q1\delta} \\ 0 \\ a_{q2\delta} \end{vmatrix}.$$

Характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (3), имеет вид [2]:

$$a_0 \cdot P^6 + a_1 \cdot P^5 + a_2 \cdot P^4 + a_3 \cdot P^3 + a_4 \cdot P^2 + a_5 \cdot P + a_6 = 0. \quad (6)$$

Запишем матрицу А в управляемом каноническом представлении:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_6 & -a_5 & -a_4 & -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{pmatrix}$$

или с явным написанием выражений коэффициентов, а характеристического полинома через физические параметры космической конструкции:

$$-a_6 = 0, -a_5 = 0, -a_4 = -\omega_1^2 \cdot \omega_2^2, -a_3 = -\varepsilon_1 \cdot \omega_2^2 + \omega_1^2 \cdot \varepsilon_2, -a_2 = -\omega_1^2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 - \omega_2^2, -a_1 = -\varepsilon_2 - \varepsilon_1.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_1^2 \cdot \omega_2^2 & -\varepsilon_1 \cdot \omega_2^2 + \omega_1^2 \cdot \varepsilon_2 & -\omega_1^2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 - \omega_2^2 & -\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Известна теорема: если задана стационарная система с одним входом и одним выходом $\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t)$ и задан $\alpha(s) = s^n + \alpha_1 \cdot s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} \cdot s + \alpha_n$ – произвольный нормированный многочлен n -го порядка, который определяет динамические свойства желаемой системы, то существует вектор обратной связи – K^T такой, что замкнутая система

$$\dot{x}(t) = [A - B \cdot K^T] \cdot x(t) \quad (8)$$

имеет $\alpha(s)$ своим характеристическим многочленом.

Обозначим $A - B \cdot K^T = A_{жк}$, где $A, A_{жк}$ – располагаемая и желаемая характеристические матрицы системы в форме управляемого канонического представления.

Используем теорему и синтезируем корректирующие обратные связи:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_1 & k & \dots & \dots & k_{n-1} & k_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -\alpha_n & -\alpha_{n-1} & \dots & -\alpha_2 & -\alpha_1 \end{pmatrix}.$$

Здесь $a_n, \dots, a_1; \alpha_n, \dots, \alpha_1$ – коэффициенты характеристических уравнений располагаемой и желаемой систем соответственно.

Составим уравнения для определения коэффициентов $k_i (i=1 \dots 6)$ корректирующих обратных связей и решим их относительно k_i :

$$\begin{aligned} 1) & -a_6 - k_1 = -\alpha_6, & \alpha_6 & = 0, & k_1 & = \alpha_6, \\ 2) & -a_5 - k_2 = -\alpha_5, & \alpha_5 & = 0, & k_2 & = \alpha_5, \\ 3) & -a_4 - k_3 = -\alpha_4, & \omega_1^2 \cdot \omega_2^2 + k_3 & = \alpha_4, & k_3 & = \alpha_4 - \omega_1^2 \cdot \omega_2^2, \\ 4) & -a_3 - k_4 = -\alpha_3, & \varepsilon_1 \cdot \omega_2^2 + \omega_1^2 \cdot \varepsilon_2 + k_4 & = \alpha_3, & k_4 & = \alpha_3 - \varepsilon_1 \cdot \omega_2^2 - \omega_1^2 \cdot \varepsilon_2, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 5) \quad & -a_2 - k_5 = -\alpha_2, & \omega_2^2 + \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 + \omega_1^2 + k_5 &= \alpha_2, & k_5 &= \alpha_2 - \omega_2^2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 - \omega_1^2, \\
 6) \quad & -a_1 - k_6 = -\alpha_1, & \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + k_6 &= \alpha_1, & k_6 &= \alpha_1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2
 \end{aligned}$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ – коэффициенты характеристического полинома желаемой замкнутой системы регулирования (объект регулирования с автоматом стабилизации). Назначим значения нулей этого полинома с учетом значений корней уравнения (6). Значения коэффициентов уравнения (6)

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 1, & a_3 &= \varepsilon_1 \cdot \omega_2^2 + \omega_1^2 \cdot \varepsilon_2 = 293.972, \\
 a_1 &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0.723, & a_4 &= \omega_1^2 \cdot \omega_2^2, \\
 a_2 &= \omega_1^2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \omega_2^2 = 1.069 \cdot 10^3, & a_5 &= 0, \quad a_6 = 0.
 \end{aligned}$$

Корнями этого уравнения являются:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{1,2} &= -0.244 \pm 29.997i, \\
 \lambda_{3,4} &= -0.118 \pm 13i, \quad \lambda_{5,6} = 0.
 \end{aligned}$$

Примем значения нулей характеристического полинома желаемой системы $\kappa_{1,2} = \lambda_{1,2}$; $\kappa_{3,4} = \lambda_{3,4}$; $\kappa_{5,6} = -0.3$.

Запишем полином, имеющий записанные выше нули:

$$(S+0.244-29.997i)(S+0.244+29.997i)(S+0.118-13i)(S+0.118+13i)(S+0.3)(S+0.3). \quad (10)$$

Определим полином (найдем коэффициенты полинома), сохраняя две значащие цифры после запятой:

$$S^6 + 1.33 \cdot S^5 + 1069.5 \cdot S^4 + 947 \cdot S^3 + 152371.45 \cdot S^2 + 92803.6 \cdot S + 14144.6. \quad (11)$$

Расчет показывает, что нулями полинома являются

$$S_{1,2} = -0.305 \pm 0.044i, \quad S_{3,4} = -0.242 \pm 29.996i, \quad S_{5,6} = -0.118 \pm 13i.$$

Коэффициенты полинома:

$$\alpha_0 = 1, \quad \alpha_1 = 1.33, \quad \alpha_2 = 1069.5, \quad \alpha_3 = 947, \quad \alpha_4 = 152371.45, \quad \alpha_5 = 92803.6, \quad \alpha_6 = 14444.6.$$

Коэффициенты корректирующих обратных связей, соответствующих равенствам (8):

$$k_1 = \alpha_6 = 14444.6, \quad k_2 = \alpha_5 = 92803.6, \quad k_3 = 152371.45, \quad k_4 = 947.208, \quad k_5 = 1069, \quad k_6 = 1.33.$$

На рис. 2 представлена схема математического моделирования, с использованием пакета программ Matlab, движения системы «ОР с модальным регулятором»; на рис. 3, 4 – результаты моделирования – реакция системы на внешнее единичное воздействие.

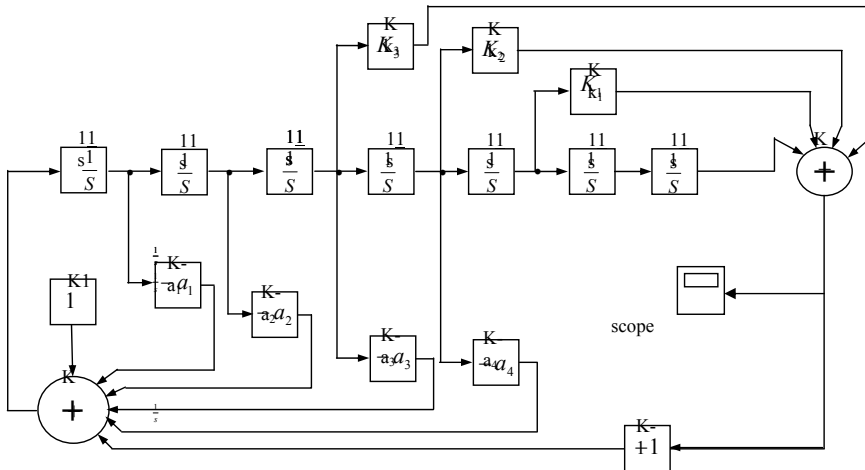


Рис. 2. Схема моделирования движения системы, которой соответствует полином (10)

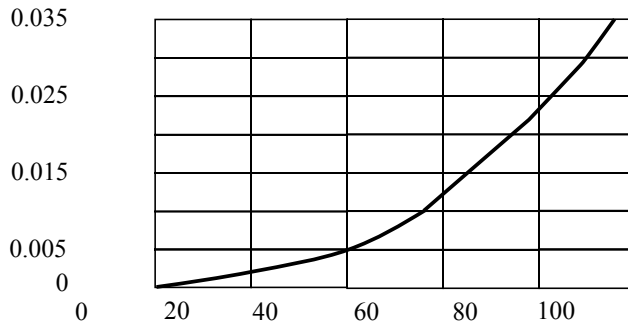


Рис. 3. Реакция системы «ОР с корректирующими связями» на внешнее воздействие

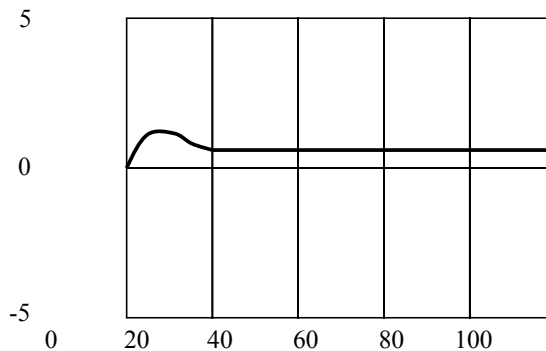


Рис. 4. Реакция системы «ОР с корректирующими связями» на внешнее воздействие

Результаты исследования, которые следует рассматривать как предварительные, указывают на принципиальную возможность стабилизировать движение космической конструкции (1) с использованием корректирующих обратных связей.

Библиографические ссылки

1. **Баничук Н. В.** Механика больших космических конструкций / Н. В. Баничук, И. И. Карпов, Д. М. Климов, А. П. Маркеев и др. – М. : Факториал, 1997. – 302 с.
2. **Бессекерский В. А.** Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бессекерский, Е. П. Попов. – М. : Наука, 1966. – 752 с.
3. **Игдалов И. М.** Ракета как объект управления / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун. – Днепропетровск : АРТ-ПРЕСС, 2004. – 542 с.
4. **Игдалов И. М.** Динамическое проектирование ракет / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун. – Днепропетровск : Изд-во ДНУ, 2010. – 264 с.
5. **Микишев Г. Н.** Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость / Г. Н. Микишев, Б. И. Рабинович. – М. : Машиностроение, 1971. – 563 с.
6. **Рабинович Б. И.** Введение в динамику ракет-носителей космических аппаратов / Б. И. Рабинович. – М. : Машиностроение, 1975. – 416 с.

Надійшла до редколегії 17.10.2014 р.

Е. В. Светличная

*Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное”
имени М. К. Янгеля»*

СПОСОБ УПРАВЛЕНИЯ РКН НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ПОЛЁТА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЙ БЕЗУДАРНОЕ ВЫВЕДЕНИЕ РКН ЗА ГРАНИЦЫ ГАБАРИТНЫХ ТОЧЕК СТАРТОВЫХ СООРУЖЕНИЙ

Визначено умови, необхідні для забезпечення безударного руху РКП на початковій ділянці польоту в зоні розміщення елементів стартових споруд.

Ключові слова: ракета космічного призначення, збурений рух, рівняння руху, зона стійкості, маневр відведення.

Определены условия, достаточные для обеспечения безударного движения РКН на начальном участке полёта в зоне размещения элементов стартовых сооружений.

Ключевые слова: ракета космического назначения, возмущённое движение, уравнения движения, область устойчивости, манёвр увода.

Sufficient conditions for ILV movement shockless maintenance during initial flight phase are defined in a placing zone of launch facility.

Key words: Integrated Launch Vehicle, disturbed motion, the equations of motion, domain of stability, avoiding maneuver.

Введение. Обеспечение безопасности движения РКН в зоне размещения элементов стартового комплекса (СК) является одной из многих важнейших задач, которые должны быть решены при проектировании космических ракетных комплексов (КРК). На рис. 1 показана конфигурация элементов СК, которая предложена при разработке одного из перспективных КРК.

Требования по обеспечению безопасности старта РКН состоят в том, что минимальное расстояние между любой точкой РКН и любой точкой кабель-заправочной мачты не должно быть меньше безопасного уровня: $R_{\min} \geq 0.1$ м.

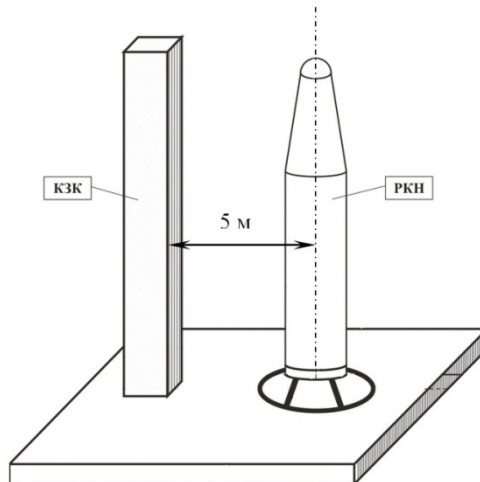


Рис. 1. Конфигурация элементов СК

Исследование возмущённого движения РКН на начальном участке полёта. Исследование возмущённого движения РКН на начальном участке полёта осуществлено путём математического моделирования с учётом следующих возмущающих факторов:

- ветер: $W = 21$ м/с, углы обдува $\varphi = 0^\circ \dots 360^\circ$;
- погрешности изготовления РКН;
- возмущения РКН в момент включения системы стабилизации первой ступени.

Оценка управляемости РКН на участке старта произведена посредством моделирования пространственного возмущенного движения РКН как твердого тела [2,3]:

- уравнение движения ЦМ РКН

$$\bar{\bar{R}} = g_x + A_1^0 \cdot \bar{\bar{W}}_1,$$

- уравнение углового движения вокруг ЦМ

$$J \cdot \bar{\bar{\omega}} + [\bar{\omega}, J, \bar{\omega}],$$

где $\bar{\bar{W}}_1 = \frac{\bar{F}_\Sigma}{m}$ – кажущееся ускорение ЦМ РКН в проекциях на оси ССК;

$A_1^0 = (A_0^1)^{-1}$ – матрица перехода от ССК к НСтСК;

$\bar{F}_\Sigma = \begin{pmatrix} F_{\Sigma X} \\ F_{\Sigma Y} \\ F_{\Sigma Z} \end{pmatrix}$ – проекции вектора суммы сил, приложенных к РКН на оси ССК;

$\bar{M}_\Sigma = \begin{pmatrix} M_{\Sigma X} \\ M_{\Sigma Y} \\ M_{\Sigma Z} \end{pmatrix}$ – проекции вектора суммарного момента сил, приложенных к

РКН на оси ССК;

J – тензор инерции РКН.

Кинематические соотношения, связывающие проекции вектора угловой скорости с производной кватерниона ориентации:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\omega_X \cdot \Lambda_1 - \omega_Y \cdot \Lambda_2 - \omega_Z \cdot \Lambda_3 \\ \omega_X \cdot \Lambda_0 + \omega_Z \cdot \Lambda_2 - \omega_Y \cdot \Lambda_3 \\ \omega_Y \cdot \Lambda_0 + \omega_X \cdot \Lambda_3 - \omega_Z \cdot \Lambda_1 \\ \omega_Z \cdot \Lambda_0 + \omega_Y \cdot \Lambda_1 - \omega_X \cdot \Lambda_2 \end{pmatrix}.$$

При задании ориентации РКН через параметры Родрига – Гамильтона выражение для вычисления рассогласования имеет вид

$$\Delta\Lambda = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\varphi_C}{2} \\ \frac{\psi_C}{2} \\ \frac{\vartheta_C}{2} \end{pmatrix} = \tilde{\Lambda}_P \circ \Lambda,$$

где $\Delta\Lambda$ – разностный кватернион между ССК и ПСК;

Λ_P – кватернион ориентации ПСК [1].

Закон управления в каналах тангажа и рыскания при исследовании возмущенного движения РКН на начальном участке полёта принят в виде

$$\begin{aligned} \delta_\vartheta &= K_\vartheta \vartheta_c + K_{\dot{\vartheta}} \dot{\vartheta}_c + K_y \Delta \dot{y} + K_y \Delta y; \\ \delta_\psi &= K_\psi \psi_c + K_{\dot{\psi}} \dot{\psi}_c - K_y \Delta \dot{y} - K_y \Delta y. \end{aligned}$$

На рис. 2 изображена область устойчивости, полученная в результате анализа устойчивости РКН. Исследование проведено с учётом первой гармоники коле-

баний топлива в баках 3-й ступени, двух тонов упругих колебаний корпуса РКН, взаимного влияния колебаний топлива и первого тона упругих колебаний корпуса РКН, а также для расчётных режимов N_0 (сплошная линия), N_+ (пунктирная линия) и N_- (штрихпунктирная линия).

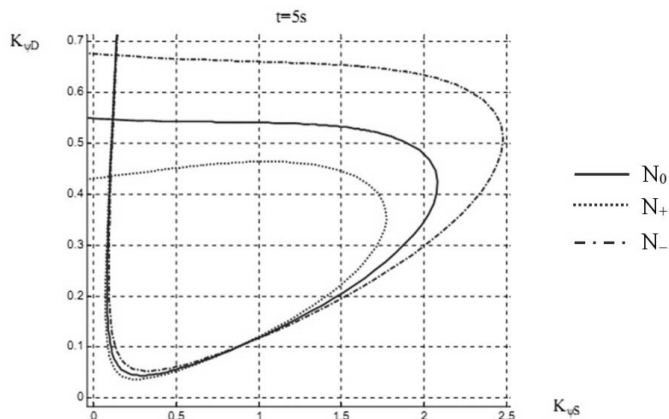


Рис. 2. Область устойчивости

Результаты расчетов параметров возмущенного движения РКН на участке старта, с учётом области устойчивости, приведены на рис. 3 и рис. 4.

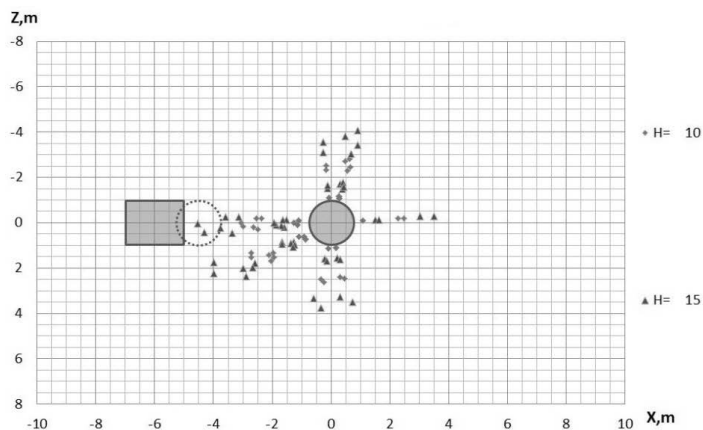


Рис. 3. Перемещения центра масс в стартовой СК относительно начального положения

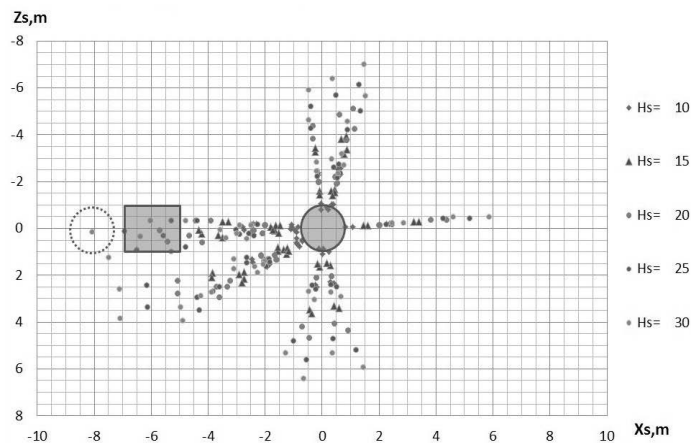


Рис. 4. Продольное и боковое перемещения центра крайнего заднего сечения РКН

В результате анализа области устойчивости можно сделать вывод, что подбором настроек алгоритмов стабилизации в пределах области устойчивости задача обеспечения безударного расхождения РКН и кабель-заправочной колонны не обеспечивается.

Для обеспечения безударного движения РКН (чтобы не ограничивать при проведении пуска скорость приземного ветра до 15 м/с) предложено использовать манёвр увода.

При исследовании возмущённого движения РКН с применением манёвра увода использованы настройки системы стабилизации, обеспечивающие максимальное быстродействие системы стабилизации.

Результаты анализа возмущённого движения РКН при различной глубине манёвра (от 1 до 4°) показали, что при глубине манёвра больше 3° требование $R_{\min} \geq 0.1$ м обеспечивается (рис. 5 и 6).

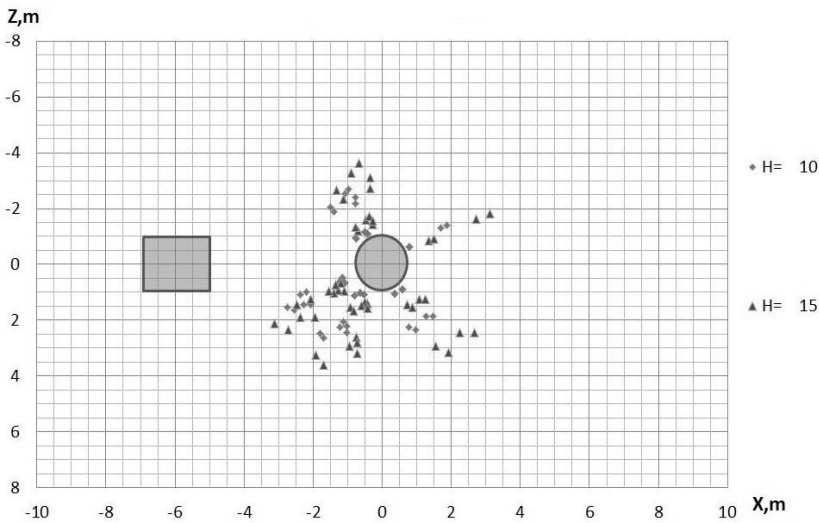


Рис. 5. Перемещения центра масс в стартовой СК относительно начального положения

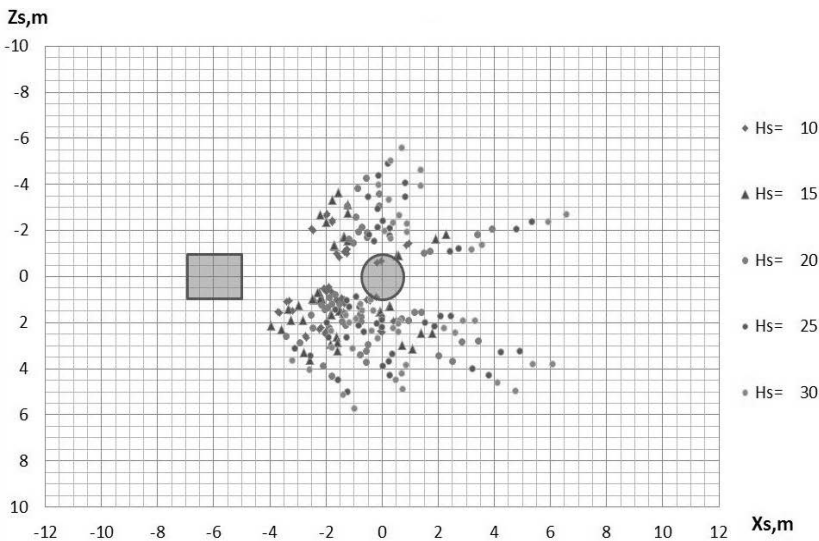


Рис. 6. Продольное и боковое перемещения центра крайнего заднего сечения РКН

Выводы

1. Рассмотрена РКН как объект управления на начальном участке полёта.
2. Проведен анализ устойчивости.
3. Оценена возможность выполнения безударного выведения РКН за границы габаритных точек стартовых сооружений путём выбора настроек системы стабилизации в пределах области устойчивости.
4. Предложено использовать манёвр увода, выбраны его параметры.

Библиографические ссылки

1. **Бранец В. Н.** Применение кватернионов в задачах ориентации твёрдого тела / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский. – М. : Наука, 1973. – 320 с.
2. **Колесников К. С.** Динамика ракет : учебник для вузов / К. С. Колесников. – М. : Машиностроение, 1980. – 376 с.
3. **Остославский И. В.** Динамика полёта. Траектории летательных аппаратов / И. В. Остославский, И. В. Стражева. – М. : Машиностроение, 1969. – 499 с.

Надійшла до редколегії 04.11.2014 р.

УДК 620.1.535.41:772.99

Ю. В. Сохач, В. Ф. Рожковский, А. Т. Кудреватых

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ГОЛОГРАФИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ НА СЛУЖБЕ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

Представлено історію розвитку в Дніпропетровському національному університеті методології та інструментальної бази неруйнівного голографічного контролю. Описано основні напрями та приклади практичної реалізації технологій контролю, розроблених співробітниками Діагностичної галузевої лабораторії голографії ДНУ.

Ключові слова: голографічні технології, ракетно-космічна техніка, дефектоскопія.

Представлена история развития в Днепропетровском национальном университете методологии и инструментальной базы неразрушающего голографического контроля. Описаны основные направления и примеры практической реализации технологий контроля, разработанных сотрудниками Диагностической отраслевой лаборатории голографии ДНУ.

Ключевые слова: голографические технологии, ракетно-космическая техника, дефектоскопия.

The history of the nondestructive holographic testing methodology and instrumentation development in Dnepropetrovsk National University is presented. The main directions and examples of the practical implementation of testing technologies developed by the staff of Diagnostic holography Laboratory in the DNU are described.

Key words: holographic technologies, rocket and space technology, defect inspection.

В конце 70-х годов прошлого века в Конструкторском бюро «Южное» активизировалось использование полимерно-композиционных материалов для создания ракет-носителей. Применение новых материалов вызвало необходимость создания высокоэффективных методов и средств неразрушающего контроля изделий.

В это же время в Проблемной научно-исследовательской лаборатории прочности и надежности конструкций Днепропетровского госуниверситета под руко-

водством академика НАН Украины В. И. Моссаковского начало развиваться новое научное направление – голографические методы исследований. Первые положительные результаты были получены при решении контактных задач теории упругости, однако очень скоро основные усилия исследователей были направлены на создание голографических технологий и устройств, позволяющих проводить неразрушающие исследования элементов и узлов ракетной техники. Это произошло при активном содействии начальника девятого комплекса КБ «Южное» В. Г. Ситало, начальника отдела Ф. П. Санина, начальника лаборатории В. Г. Тихого, начальника отдела Ю. Г. Артеменко и других сотрудников предприятия.

В 1980 г. сотрудниками лаборатории был получен диплом ВДНХ СССР за создание малогабаритной универсальной голографической установки, в 1981 г. – Премия Совета Министров СССР в области науки и техники за разработку и внедрение новых физических методов для исследования и совершенствования конструкций новой техники. Научный задел, созданный в те годы, позволил в 1983 г. создать при Днепропетровском госуниверситете новую Диагностическую отраслевую лабораторию голографии (ДОЛГ), призванную довести метод голографической интерферометрии до практического применения на натуральных образцах ракетно-космической техники (РКТ). Лабораторию возглавили ученики академика В. И. Моссаковского – кандидат технических наук В. В. Петров (научный руководитель) и старший научный сотрудник Е. А. Ларионова (заведующая лабораторией).

В короткие сроки силами сотрудников лаборатории, при активной помощи и непосредственном участии Генерального директора Южного машиностроительного завода (ЮМЗ) А. М. Макарова и Генерального конструктора КБ «Южное» В. Ф. Уткина, было реконструировано здание лаборатории, спроектировано, изготовлено и смонтировано нестандартное оборудование. Это голографические установки, оснастка для закрепления изделий на голографических испытательных стендах, нагружающие устройства, стенд для гидроиспытаний конструкций на разрушение. Для экспериментальной отработки методик голографирования крупногабаритных объектов была создана уникальная установка со специальным «плавающим» фундаментом, оснащенная подъемными средствами, мощными лазерами. Профильное министерство для этих целей выделило соответствующие штаты и обеспечило финансирование проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. В лаборатории трудились более 40 сотрудников разных специальностей – физики-оптики, физики-лазерщики, конструкторы, прочнисты, математики.

Новый импульс развития ДОЛГ получила после назначения ее научным руководителем члена-корреспондента АН Украины, первого заместителя Генерального конструктора ГКБ «Южное» Ю. А. Сметанина, который прекрасно знал проблемы отрасли и умело направлял научную деятельность сотрудников лаборатории.

Разработанные голографические методы и устройства использовались при отработке технологии изготовления композиционных пусковых мембран, раструбов из У-У материалов, хвостовых отсеков из ПКМ, модельных баков РДТТ и ЖРД, шаробаллонов и других деталей и узлов ракет [1]. Пример реализации метода на модельном баке ЖРД представлен на рис. 1.

Созданные в ДОЛГ голографические установки отличались от известных тем, что оптические схемы располагались в специальных голографических камерах закрытого типа, пригодных для эксплуатации в производственных условиях, использовалась модульно-блочная компоновка оптических элементов с независимыми системами сопряжения и юстировки, что существенно облегчало их обслуживание. В комплект установок входили серийные лазеры либо изготовленные по специальному заказу их опытно-конструкторские образцы.

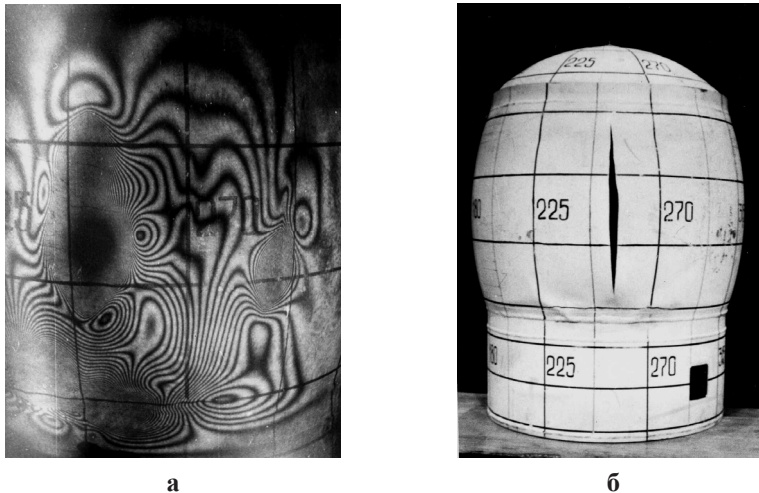


Рис. 1. Модель ЖРД: а – интерференционный портрет; б – объект после разрушения (разрыв бака произошел в области, соответствующей максимальной плотности интерференционных полос)

В 1985 г. сотрудниками лаборатории впервые в СССР был получен голографический интерференционный портрет натурального корпуса ракетного двигателя (РДТТ Д305), изготовленного из ПКМ. Длина корпуса составляла около 10 м, диаметр – 2,5 м. Голографические испытания были произведены с помощью опытного образца аргонового лазера «Днепр» непрерывного действия с мощностью излучения до 10 Вт (разработчик – ИАиЭ АН СССР, г. Новосибирск). Разработанная в лаборатории методика позволяла определять опасные в прочностном отношении места неравнопрочной композиционной оболочки. При голографировании использовалась также спроектированная в лаборатории и изготовленная на ЮМЗ специальная голографическая установка ГУ-2.

Большую роль в развитии и становлении лаборатории сыграло тесное сотрудничество ДОЛГ с КБ-4. В 1988 г. при непосредственном участии начальника отдела В. Н. Шнякина были разработаны и защищены авторским свидетельством технология и технические средства для неразрушающего контроля качества паяных швов камер сгорания ЖРД [7]. Данная разработка позволила существенно сократить стоимость изделий за счет отказа от изготовления образцов-свидетелей и проведения их разрушающих испытаний. В настоящее время при помощи голографической технологии, разработанной в ДОЛГ, на ГП ПО «ЮМЗ им. А. М. Макарова» проводится сплошной неразрушающий контроль качества паяных швов камер сгорания ракет-носителей «Зенит» и «Циклон-4». Пример использования метода приведен на рис. 2.

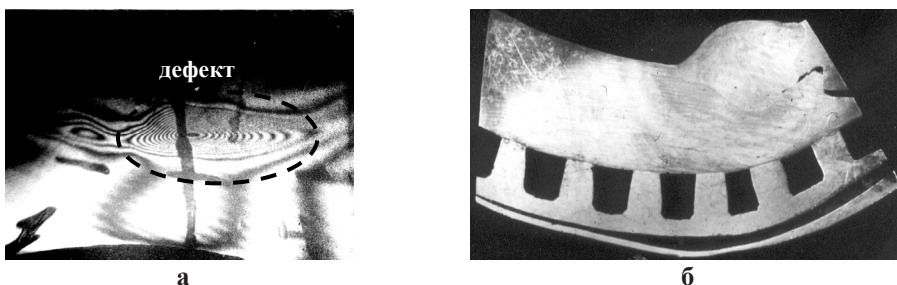


Рис. 2. Фрагмент критического сечения камеры ЖРД: а – интерференционный портрет при наличии дефектного участка; б – вспучивание в области непроява после гидравлических испытаний (объект после разрезки)

Одним из эффективных направлений использования голографических разработок ДОЛГ стала дефектоскопия сотовых панелей, которые используются в качестве каркасов солнечных батарей и корпусных деталей космических аппаратов [9]. В отличие от контактных методов неразрушающего контроля голографический контроль позволяет обнаруживать неприклеи сот к очень тонким обшивкам без их повреждения. При этом обнаруживаются неприклеи вдоль одной и даже части полки сотоблока. Голографическая методика и установка использовались при отработке конструкции и технологии изготовления каркасов солнечных батарей созданного в ГКБ «Южное» микроспутника «Египтсат» и других космических аппаратов (рис. 3).

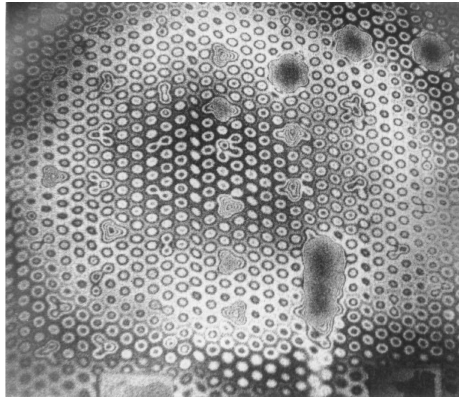


Рис. 3. Интерферограмма сотовой панели солнечной батареи с дефектами

В последние десятилетия наиболее эффективным материалом для создания спутников считается углепластик. Основным его преимуществом является высокая терморазмеростабильность. Однако в силу ряда причин применение классических методов измерения коэффициента линейного температурного расширения (КЛТР) дает значительные погрешности (до 300%). В ДОЛГ разработана новая голографическая технология, позволяющая определять КЛТР с погрешностью не более 10%. В настоящее время она используется для отработки создаваемых в ГКБ «Южное» космических аппаратов. Данные разработки были проведены при содействии и активном участии сотрудников комплекса 9 и КБ-3 – начальника комплекса А. М. Потапова, начальников отделов Г. В. Тарасова, Ю. Г. Артеменко, ведущих специалистов В. В. Кавуна, А. П. Щудро, В. А. Коваленко и других [3; 8].

Одной из последних разработок лаборатории является создание голографического дифференциального манометра, который позволяет измерять изменение давления в емкостях с чувствительностью до $1,3 \cdot 10^{-9}$ Па [4]. Он может быть использован, например, при контроле герметичности ракетных баков, в частности на стартовой площадке.

На современном этапе неотъемлемой частью голографических технологий стало создание высокопроизводительных автоматизированных систем обработки голографической информации. В лаборатории разработан новый метод расшифровки интерферограмм [5 – 6], основанный на методе конечных элементов. Использование разработанного подхода к обработке голографических интерферограмм дает возможность в автоматизированном режиме определять наличие, местоположение, форму, площадь и глубину залегания дефектов [10]. Разработанные информационно-измерительные технологии голографической интерферометрии прошли проверку на реальных узлах и агрегатах ракетно-космической техники и используются для отработки технологии изготовления, для совершенствования конструкций и неразрушающего контроля современных изделий РКТ в производственных условиях.

В условиях рыночных отношений одним из важных факторов является экономическая эффективность контроля. Для создания более благоприятных условий внедрения голографических технологий в производственные процессы в лаборатории разработан новый подход к оценке его эффективности для контроля той или иной конструкции. При создании технологии неразрушающего голографического контроля (НГК) любого типа изделий начальными этапами, определяющими эффективность применения данного вида контроля, являются выбор способа и параметров нагружения исследуемого объекта, выбор оптической схемы записи голографического интерференционного портрета (ГИП) объекта, являющегося основным источником данных об изменении состояния объекта под действием нагрузки. Как правило, обработка этих параметров осуществляется следующим образом: изготавливаются экспериментальные модели узлов или конструкций с заложенными дефектами; производится запись ГИП объектов при различных видах и параметрах нагрузок; после анализа полученных ГИП осуществляется корректировка схем нагружения и записи с целью их оптимизации. Ввиду высокой стоимости изготовления моделей аэрокосмической техники и длительности процесса экспериментальной отработки методик себестоимость создания технологии НГК оказывается достаточно высокой. Для повышения эффективности и оптимизации процесса контроля предложено ввести на начальном этапе создания и отработки его технологии построение математической модели процесса голографического контроля, которая включает в себя создание математической модели объекта контроля; моделирование поведения исследуемого объекта для определенных способов нагружения при различных параметрах нагружения; моделирование вида ГИП объекта при различных оптических схемах записи; определение расчетным путем минимальных размеров дефектов, выявляемых с использованием данной технологии; выбор оптимальных схем записи и нагружения объекта; определение целесообразности применения НГК для данного вида изделий [11].

До недавнего времени одним из существенных препятствий на пути внедрения голографических технологий в производство было отсутствие эффективных средств регистрации голограмм. Традиционное использование для этих целей высокоразрешающих фотопластин приводило к тому, что получение одной голограммы длилось в среднем около 30 минут. В настоящее время лаборатория оснащена современными фототермопластическими записывающими устройствами на жестком носителе, что дает возможность сократить время записи до нескольких секунд, а также производить наблюдение интерферограмм в реальном масштабе времени.

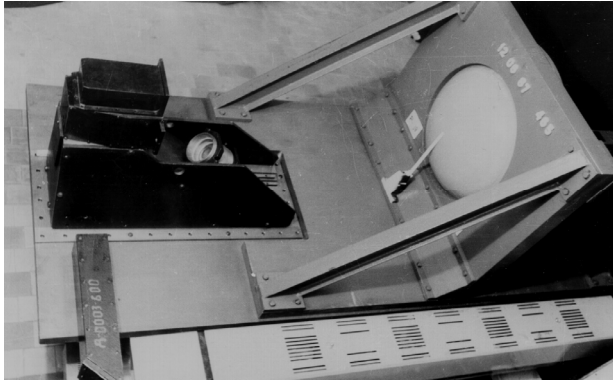
Значительный прогресс имеет место и в лазерной технике. Как правило, в лаборатории используются современные полупроводниковые лазеры мощностью в несколько десятков милливольт с длиной когерентности до 10 и более метров, что позволяет осуществлять голографирование практически любых объектов ракетно-космической техники.

Указанные достижения технического прогресса привели к тому, что разрабатываемые лабораторией голографические установки из многотонных с ручным управлением превратились в малогабаритные, автоматизированные и приспособленные для работы в производственных условиях (рис. 4).

В настоящее время сотрудниками лаборатории активно проводятся исследования по разработке новых технологий контроля, основанных на принципах современной оптической интерферометрии с цифровой регистрацией, в частности корреляционной и спекл-интерферометрии, интерференционной микроскопии.

Полученные научные и технические результаты используются при подготовке кафедрой радиоэлектронной автоматики физико-технического факультета бакалавров, специалистов и магистров направления «Приборы и системы неразру-

шаючого контролю». Выпущенное сотрудниками лаборатории учебное пособие по голографическим технологиям [2] отмечено специальным дипломом на Втором профессиональном конкурсе Украинского общества неразрушающего контроля и технической диагностики.



а



б

Рис. 4. Голографическая установка:
а – образца 1984 г. (габариты 1000x500x500 мм);
б – образца 2013 г. (габариты 200x100x80 мм)

Библиографические ссылки

1. **Ларионова Е. А.** Голографические исследования аномальных зон деформирования емкостей наддува применительно к технологии их испытаний на прочность / Е. А. Ларионова // Вестник ДГУ. Серия «Ракетно-космическая техника». – 1999. – Вып. 3.
2. **Ларионова О. О.** Голографічні технології в авіаційно-космічній техніці : навч. посібник для студентів вищих навч. закладів / О. О. Ларионова, В. Ф. Рожковський, Ю. В. Сохач; за ред. В. П. Малайчука. – Д. : РВВ ДНУ, 2003. – 280 с.
3. **Малков И. В.** Исследование терморазмеростабильности конструкций космических аппаратов / И. В. Малков, В. А. Коваленко, Г. В. Сыровой, Ю. В. Сохач // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов : сб. науч. тр. – Х. : ХАИ, 2011. – Вып. 2 (66). – С. 20–34.
4. Патент України на корисну модель №41632 МПК²⁰⁰⁹ G01L 7/00 Мембранний манометр вимірювання малого тиску / Ю. В. Сохач, В. Ф. Рожковський, О. Т. Кудреватих, В. Г. Тихий, О. Л. Аліньков. – №u200901241. Заявл. 16.02.2009; опубл. 25.05.2009 // Бюл. № 10.
5. **Рожковский В. Ф.** Применение метода конечных элементов для расшифровки голографических интерферограмм / В. Ф. Рожковский, Н. А. Бузская // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Серія «Ракетно-космічна техніка». – 2006. – Вип. 9. – С. 98–105.
6. **Рожковский В. Ф.** Применение метода конечных элементов для построения поля направлений в задаче интерпретации интерферограмм / В. Ф. Рожковский, Н. В. Саган // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій : зб. наук. пр. – Д. : Вид-во ДНУ, 2012. – Вип. 18. – С. 175–182.
7. **Сохач Ю. В.** Голографическая технология контроля непропаев в камерах ЖРД / Ю. В. Сохач, А. Г. Пилипенко // Вестник ДГУ. Серия «Ракетно-космическая техника». – 1998. – Вып. 2.
8. **Сохач Ю. В.** Голографическая дилатометрия стержневых элементов конструкций космических аппаратов / Ю. В. Сохач, Е. А. Крылов, А. А. Крутин // Там же.
9. **Сохач Ю. В.** Голографическая дефектоскопия сотовых панелей с особо тонкими обшивками / Ю. В. Сохач, Е. А. Крылов, А. Г. Пилипенко, Н. А. Бузская // Там же. – 1999. – Вып. 3.
10. **Сохач Ю. В.** Теоретико-экспериментальные исследования узлов ракетно-космической техники в процессе дефектоскопии / Ю. В. Сохач, В. Ф. Рожковский, А. Г. Пилипенко // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – К., 2005. – № 4. – С. 3–7.

11. Сохач Ю. В. Развитие голографических технологий в ДНУ / Ю. В. Сохач // Вестник ДНУ. Серия «Ракетно-космическая техника». – 2008. – Вып. 12. – С. 176–180.

Надійшла до редколегії 16.10.2014 р.

УДК 620.1.535.41:772.99

А. Н. Товстик¹, А. Б. Закарлюка², А. Н. Петренко¹

¹*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара*

²*ОАО «НПП Машиностроение»*

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ БЕСКОНТАКТНОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО ТЕНЕВОГО НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Розглянуто ультразвуковий тіньовий метод неруйнівного контролю полімерних композиційних матеріалів. Проведено огляд датчиків для здійснення контролю. Показано ефективність використання цього методу, його особливості та способи підвищення інформативності контролю.

Ключові слова: неруйнівний контроль, полімерні композиційні матеріали, ультразвукові датчики, обробка результатів, нейронні мережі.

Рассмотрен ультразвуковой бесконтактный теневой метод неразрушающего контроля полимерных композиционных материалов. Проведен обзор датчиков для осуществления контроля. Показаны эффективность применения данного метода, его особенности и способы повышения информативности контроля.

Ключевые слова: неразрушающий контроль, полимерные композиционные материалы, ультразвуковые датчики, обработка результатов, нейронные сети.

Ultrasonic noncontact shadow method of nondestructive testing of polymer composite materials was discussed. overview of the ultrasound transducers were discussed. The effectiveness of this method, its features and ways to enhance the informativeness of control were considered.

Key words: ultrasonic non-destructive testing, polymer composite materials, ultrasound transducers, analysis of the results, neural networks.

Введение. Сегодня в ракетно-космической отрасли, авиации широкое применение получили ПКМ с сотовым наполнителем, которые имеют такие преимущества, как прочность несущих слоев, жесткость на изгиб, надежность. Сотовые конструкции, выполненные из полимерных композиционных материалов (ПКМ), применяют на самолетах АН-72, ИЛ-96, Ту-204, вертолетах Ка-50.

При изготовлении и эксплуатации ПКМ необходима оценка их текущего состояния. При помощи неразрушающего контроля возможно оценивать текущее состояние. Есть особые требования к НК сотовых конструкций: отсутствие контактной жидкости, недопустимость больших механических нагрузок [1–2].

На рис. 1 представлены образцы изделий из полимерных композиционных материалов с сотовым наполнителем.

Особенности контроля изделий. Основными видами дефектов в ПКМ с сотовым наполнителем являются неприклеи обшивок к наполнителю и расслоения в обшивках (рис. 2, 3) [3–4].

В основном применяются такие виды неразрушающего контроля: тепловой, голографический, рентгеновский, акустический, ультразвуковой.

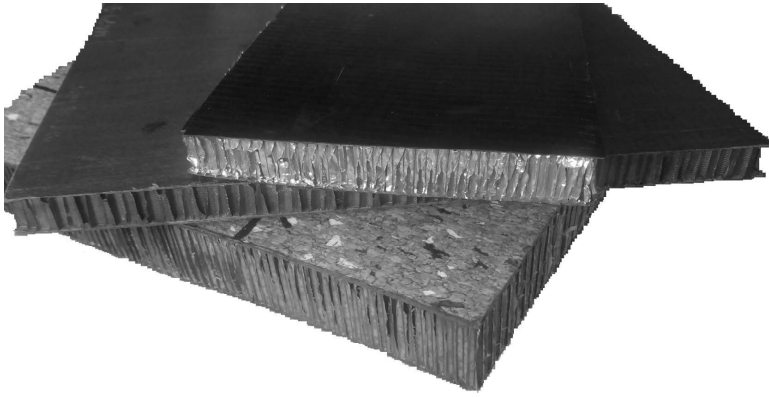


Рис. 1. Вид полимерных композиционных материалов с сотовым наполнителем

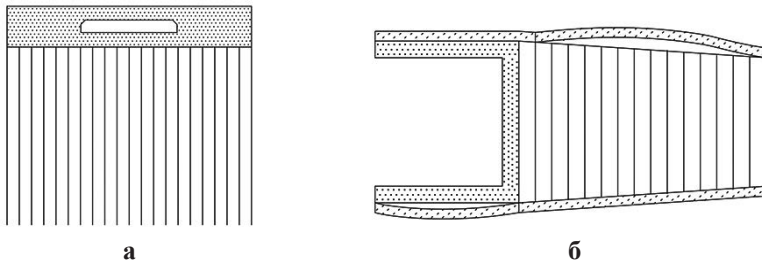


Рис. 2. Основные виды дефектов:

а – расслоения в обшивке; б – неприклеи сотового наполнителя к обшивке



Рис. 3. Пример расслоения обшивки сотовой панели

Наиболее доступен и эффективен бесконтактный ультразвуковой теневой метод контроля. Его отличительной особенностью является отсутствие контакта с поверхностью объекта контроля. Для данного вида контроля применяются датчики с воздушно-акустической связью. Обычно их рабочие частоты не превышают 0,5... 1 МГц, так как более высокие частоты в воздухе быстро затухают. Применяют пьезоэлектрические преобразователи с продольными и иногда изгибными колебаниями, а также преобразователи конденсаторного типа.

Новые преобразователи с воздушной связью на частоты 50, 100 и 250 кГц разработаны для контроля сотовых панелей с тонкими обшивками из ПКМ методом прохождения. Они работают при нормальном падении УЗ-пучка на поверхность изделия. Однако ряд изделий целесообразнее контролировать при углах ввода, больших первого критического угла, когда в объекте контроля возбуждается только поперечная волна. На выходе из ОК она вновь трансформируется в регистрируемую приемным преобразователем продольную волну. Наклон исключает возникновение стоячих волн в промежутке преобразователь – объект кон-

троля. Угол наклона преобразователей устанавливают по максимуму амплитуды сигнала [5].

Исследования эффективности метода. Для проверки эффективности ультразвукового бесконтактного метода контроля использовались ультразвуковой дефектоскоп УД2Н-ПМ и специализированные ультразвуковые преобразователи типа ПЭП-113-0,05 с воздушно-акустической связью. Рабочая частота преобразователей – 50 кГц, диаметр излучающей поверхности – 30 мм.

Объектом контроля был фрагмент межступенного отсека (МСО), который имел размеры 300х350 мм и толщину 35мм (углепластиковые обшивки, соты из полимерной бумаги).

На рис. 4 представлены дефектоскоп УД2Н-ПМ и преобразователь с воздушно-акустической связью.

Схема проведения экспериментальных исследований представлена на рис. 5.



Рис. 4. Ультразвуковой дефектоскоп УД2Н-ПМ

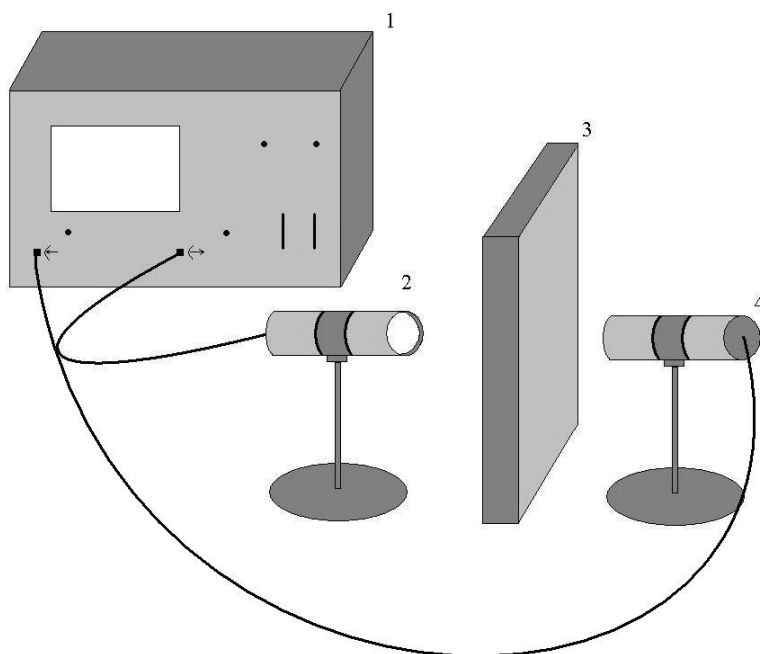


Рис. 5. Схема проведения экспериментальных исследований

К дефектоскопу 1 були підключені ультразвукові датчики 2 і 4, між якими був встановлений зразок 3. С однієї сторони об'єкта контролю нанесено імітатор зовнішнього ТЗП типу ТППФС товщиною ~1 мм.

Зразок сканувався построчно по 10 мм/с (така швидкість була вибрана для зручності замірів). Кожні 5 мм знімалися показання амплітуди з ультразвукового дефектоскопа.

На рис. 6 приведено скан ультразвукового прозвучування зразка з ПКМ з сотовим заповнювачем.

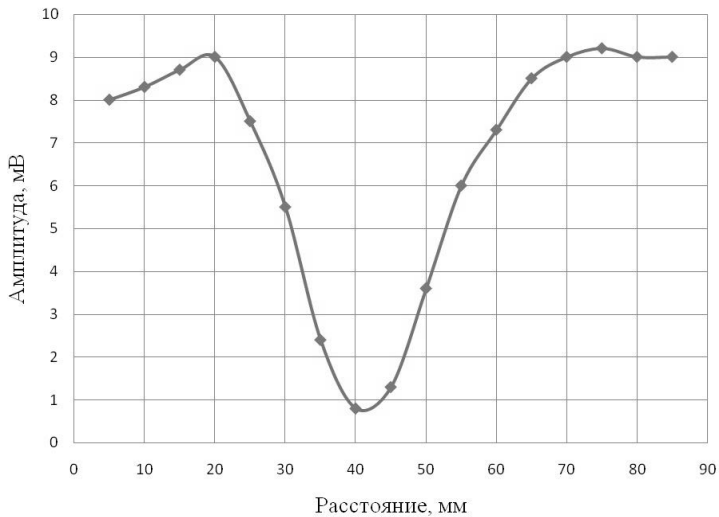


Рис. 6. Скан ультразвукового контролю зразка

Даний скан, являючись типовим, характеризує загальне уявлення про виявленні імітаторів дефектів, закладених в контролююваному зразку.

Амплітуда прийнятого сигналу на дефекті просідає більш ніж в 10 раз (більш ніж 20 дБ), що повністю задовольняє вимогам по чутливості для автоматизації процесу контролю.

Висновки. В результаті проведених досліджень в повній мірі підтверджується правильність вибору методу для неруйнівного контролю ПКМ.

Однак необхідно сказати, що при розпізнаванні малих дефектів не завжди точно можна позначити межі дефекта. Внаслідок цього виникає питання підвищення інформативності методу контролю.

Інформативність методу можливо підвищити шляхом застосування інформаційних технологій при обробці результатів контролю.

Необхідно також враховувати, що крупногабаритні вироби з полімерних композиційних матеріалів – це або єдиничні вироби, або вироби, випускаються малими партіями. Тому обсяг експериментальних даних не настільки великий; а з іншої сторони, властивості об'єктів контролю можуть суттєво змінюватися від виробу до виробу.

Використання традиційних статистичних методів обробки – нерационально, оскільки ці методи мають низьку адаптивність.

Враховуючи всі ці фактори, для підвищення інформативності і продуктивності обробки результатів ультразвукового контролю пропонуємо використовувати нейронні мережі.

Бібліографічні посилання

1. Ермолов І. Н. Неруйнівний контроль : довідник: в 8 т. – 2-е изд., испр. – Т. 3: Ультразвуковий контроль / І. Н. Ермолов, Ю. В. Ланге; під заг. ред. В. В. Ключова. – М. : Машинобудування, 2006. – 864 с.

2. Ланге Ю. В. Низкочастотные методы и средства неразрушающего контроля многослойных конструкций / Ю. В. Ланге. – М. : Машиностроение, 1991. – 272 с.
3. Нестерук Д. А. Тепловой неразрушающий контроль воды в сотовых конструкциях / Д. А. Нестерук // АВИА-2011: сб. материалов X Междунар. науч.-техн. конф. – С. 31–34.
4. Ривин Г. Л. Ремонт конструкций из полимерных композиционных материалов летательных аппаратов / Г. Л. Ривин. – Ульяновск : УлГТУ, 2000. – 75 с.
5. Справочник по композиционным материалам: в 2 т. / под ред. Дж. Любина. – М. : Машиностроение, 1988. – 584 с.

Надійшла до редколегії 14.10.2014 р.

УДК 519.683

В. И. Усиченко, А. В. Крюков, О. В. Довгун

*Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное”
имени М. К. Янгеля»*

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С НОРМАЛЬНЫМИ НЕСИММЕТРИЧНЫМИ ПОЛУВЕТВЬЯМИ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА МАРЗАГЛИЯ – БРЕЯ

Показано можливість модифікації відомого в середовищі програмістів алгоритму Марзаглія – Брея для генерування випадкових величин із нормальними напівгілками різного середнього квадратичного відхилення. Зроблено ймовірнісну оцінку зниження швидкості модифікованого алгоритму через можливість його «холостих» прогонів.

Ключові слова: алгоритм, нормальні несиметричні напівгілки, імовірність, випадкова величина.

Показана возможность модификации известного в среде программистов алгоритма Марзаглия – Брея с целью генерирования случайных величин с несимметричными нормальными полуветвями. Произведена вероятностная оценка снижения быстродействия алгоритма из-за возможности его «холостых» прогонов.

Ключевые слова: алгоритм, нормальные несимметричные полуветви, вероятность, случайная величина.

Possibility of updating of algorithm known among programmers as Marzaglija-Bray is shown for the purpose of generating of random variables with asymmetrical normal semibranches. The probability estimation of decrease in performance of algorithm is caused by of possibility of its empty runs is made.

Key words: algorithm, normal asymmetrical semibranches, probability, a random variable.

Введение. При моделировании случайных процессов, например с использованием методов Монте-Карло, часто приходится прибегать к генерации значений нормально распределенных случайных величин.

Для указанной генерации хорошо приспособлен алгоритм Марзаглия – Брея, входящий в комплект поставки интегрированной среды разработки *Delphi* последних версий. Он эффективно решает задачу генерации нормально распределенной случайной величины по заданному матожиданию и среднему квадратическому отклонению.

Однако в некоторых задачах, например при расчете гарантийных запасов топлива ракеты-носителя, встречаются величины, значения которых распределены

по несимметричному закону, состоящему из двух нормальных полуветвей с общей модой и различными средними квадратическими отклонениями на полуветвях. Генерация значений таких случайных величин с использованием встроенного генератора случайных чисел среды программирования на первый взгляд кажется проблематичной.

Выход, как свидетельствует практика, может заключаться в модификации вышеупомянутого алгоритма Марзаглия – Брея таким образом, чтобы нарушить симметрию ветвей исходной нормальной кривой применительно к конкретному случаю.

Постановка задачи. В настоящей статье ставится цель показать, что двукратное применение алгоритма Марзаглия – Брея как вложенного в алгоритм более высокого уровня нарушает симметрию генерируемой им первоначально нормальной кривой, индуцируя различные средние квадратические отклонения на ее ветвях. Однако при анализе описанной ниже модификации исходного алгоритма оказывается, что вновь полученный алгоритм не застрахован от возможных холостых прогонов, способных несколько снизить его быстродействие. Вероятностная оценка снижения быстродействия модифицированного алгоритма также является одной из целей работы.

Построение алгоритма генерации двух нормальных несимметрических ветвей. Пусть случайная величина X имеет матожидание μ и распределение значений, представленное двумя нормальными полуветвями с общей модой и средним квадратическим отклонением σ_1 для левой и σ_2 для правой ветви, причем положим для определенности $\sigma_1 < \sigma_2$ (рис. 1, сплошная кривая над областью заливки). Достроим левую ветвь нормальной кривой со средним квадратическим отклонением σ_2 (пунктир на рис. 1).

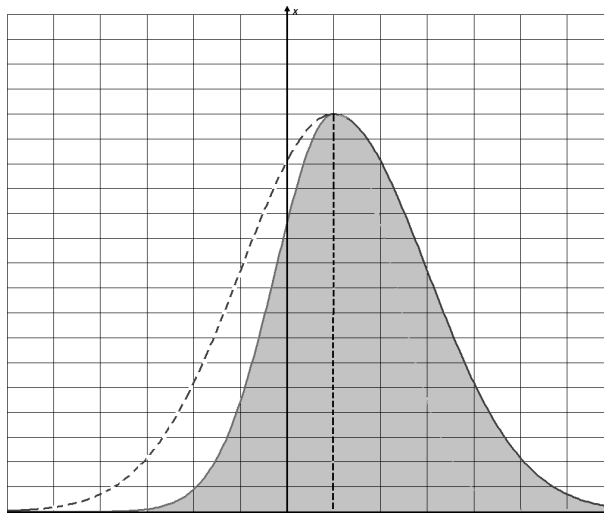


Рис. 1. Несимметричная кривая значений случайной величины (область заливки) и достроенная полуветвь для модификации алгоритма

Далее с помощью алгоритма Марзаглия – Брея для матожидания μ и среднего квадратического отклонения $\sigma_2 = \max\{\sigma_1, \sigma_2\}$ генерируем случайное значение R исследуемой величины X . Если $R > \mu$, то попадаем под правую ветвь и тем самым получаем одно значение случайной величины X с требуемым распределением. Если же $R < \mu$, то перегенерируем случайное значение величины X с помощью алгоритма Марзаглия – Брея для матожидания μ и среднего квадратического отклонения $\sigma_1 = \min\{\sigma_1, \sigma_2\}$. Получим некоторое случайное значение R_1 со средним квадратическим отклонением σ_1 . Если теперь $R_1 < \mu$, то R_1 соответствует левой ветви несим-

метрической кривой и его следует оставить. Если же $R_1 > \mu$, то попадаем под правую ветвь, где среднее квадратическое отклонение равно σ_2 , и поэтому R_1 игнорируем. Затем с помощью алгоритма Марсаглия – Брея для μ и σ_1 заново генерируем R_1 до тех пор, пока не выполнится условие $R_1 < \mu$. Лишь после этого оставляем сгенерированное случайное значение R_1 как соответствующее несимметричному распределению с нормальными полуветвями. Затем возвращаемся в самое начало алгоритма для получения следующего значения случайной величины с требуемым распределением. Описанная процедура представлена в виде блок-схемы модифицированного алгоритма на рис. 2, где блок $Marsaglia_Bray(\mu, \sigma_{1,2})$ есть подпрограмма (функция) реализации базового алгоритма Марсаглия – Брея для математического ожидания μ и средних квадратических отклонений σ_1 или σ_2 соответственно, $ArrRand[i]$ – массив сгенерированных значений случайной величины X с нормальными несимметричными полуветвями, i – счетчик итераций, N – число генерируемых значений случайной величины.

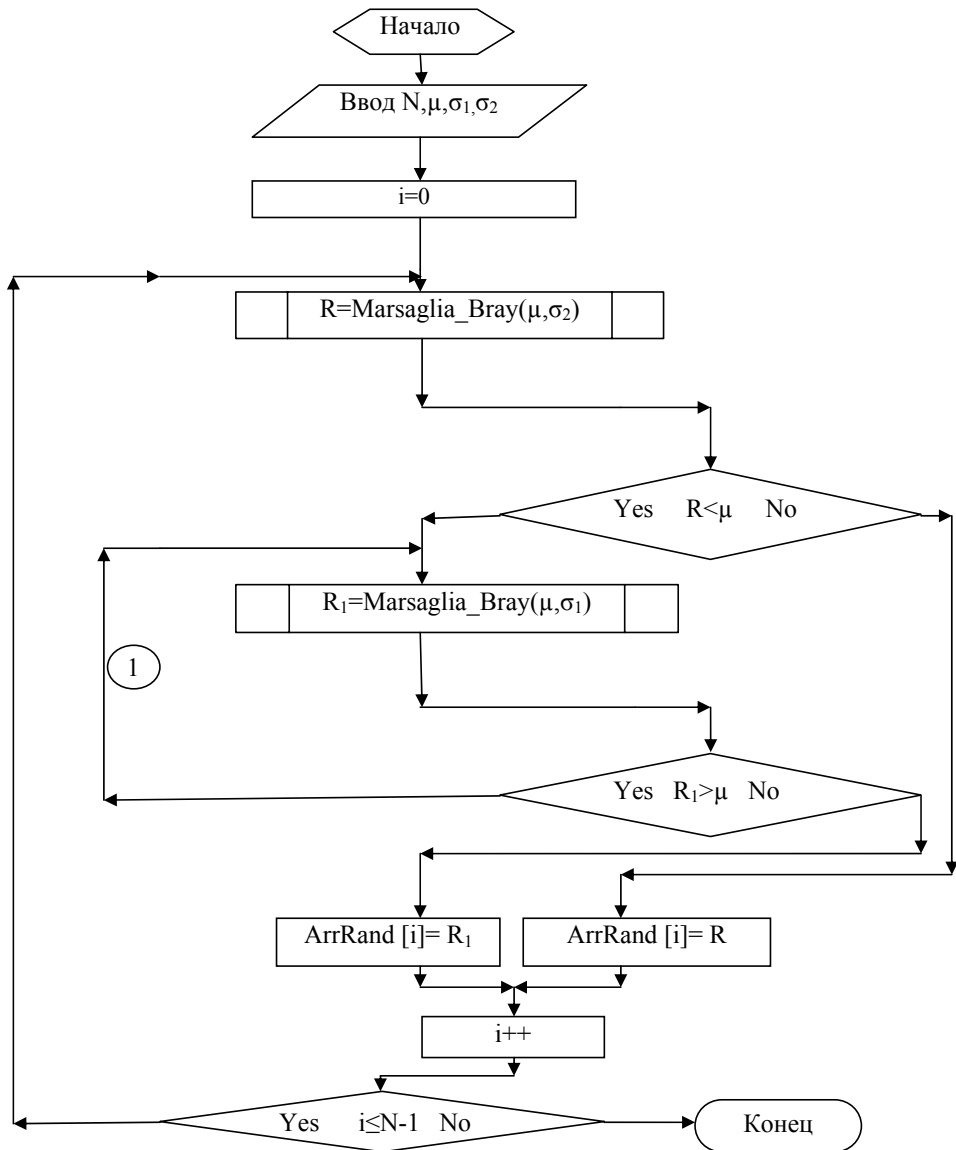


Рис. 2. Блок-схема модифицированного алгоритма

Из описания принципа работы построенного алгоритма и его блок-схемы (рис. 2) следует, что если сгенерированное для матожидания μ и среднего квадратического отклонения $\sigma_1 < \sigma_2$ значение случайной величины X попадает под правую ветвь, где среднее квадратическое отклонение равно σ_2 , то его следует регенерировать. На блок-схеме это проиллюстрировано рекуррентной ветвью 1. Прогон по этой ветви есть, по сути дела, «холостой» ход алгоритма. Естественно предположить, что число таких «холостых» прогонов будет возрастать с увеличением объема генерируемой совокупности значений. Отсюда возникает естественный вопрос о том, в какой мере такие «холостые» прогоны отразятся на быстрой работе построенного алгоритма. Следует также учесть, что приведенная на рис. 2 блок-схема алгоритма допускает, вообще говоря, генерацию случайных значений величины X в неограниченном интервале, тогда как в реальных приложениях случайная величина меняется обычно в некотором конечном интервале $[x_{\min}, x_{\max}]$, ограниченном наименьшим и наибольшим допустимыми значениями моделируемой величины. Это означает, что алгоритм должен игнорировать значения за пределами указанного интервала. Такая возможность предусмотрена в алгоритме, блок-схема которого приведена на рис. 3. Вероятность того, что сгенерированное значение случайной величины X выйдет за левый край интервала $[x_{\min}, x_{\max}]$, равна

$$P(X < x_{\min}) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\mu} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_1^2}} dx - \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \int_{x_{\min}}^{\mu} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_1^2}} dx, \quad (1)$$

где $x_{\min} = \mu - 3\sigma_1$ (правило «трех сигм» для левой полуветви). Первый интеграл в (1), очевидно, равен 0,5. Во втором интеграле производим замену переменной $(x-\mu)/\sigma_1 = t$ и получаем:

$$\frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \int_{\mu-3\sigma_1}^{\mu} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_1^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-3}^0 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{-3} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = -0,5 \cdot \Phi(-3) = 0,5 \cdot \Phi, \quad (2)$$

где $\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ есть интеграл вероятности.

Таким образом окончательно в (1) получаем:

$$P(X < x_{\min}) = 0,5(1 - \Phi(3)) = 0,00135.$$

Аналогичный результат получаем и для вероятности $P(X > x_{\max})$ на правой полуветви со средним квадратическим отклонением σ_2 . Сравнивая блок-схемы алгоритмов на рис. 2 и 3, легко заметить, что в случае ограничения интервала генерации случайной величины дополнительно возникают две возвратные ветви (2 и 3 на рис. 3). Их появление, очевидно, увеличивает вероятность Ψ «холостого» хода алгоритма. Поэтому представляется целесообразным оценить ее.

Оценка вероятности перехода алгоритма на возвратные ветви блок-схемы. Для оценки вероятности Ψ «холостого» прогона алгоритма хотя бы по одной из возвратных ветвей представляется целесообразным перейти к схеме событий, обеспечивающей в данном случае наглядную иллюстрацию стохастического характера полученного алгоритма. Введем следующую систему случайных событий (см. рис. 3):

A_1 – сгенерированное значение R случайной величины X удовлетворяет условию $R > x_{\max}$;

A_2 – сгенерированное значение R случайной величины X удовлетворяет условию $R < \mu$;

A_3 – сгенерированное значение R_1 случайной величины X удовлетворяет условию $R_1 < x_{\min}$;
 A_4 – сгенерированное значение R_1 случайной величины X удовлетворяет условию $R_1 > \mu$.

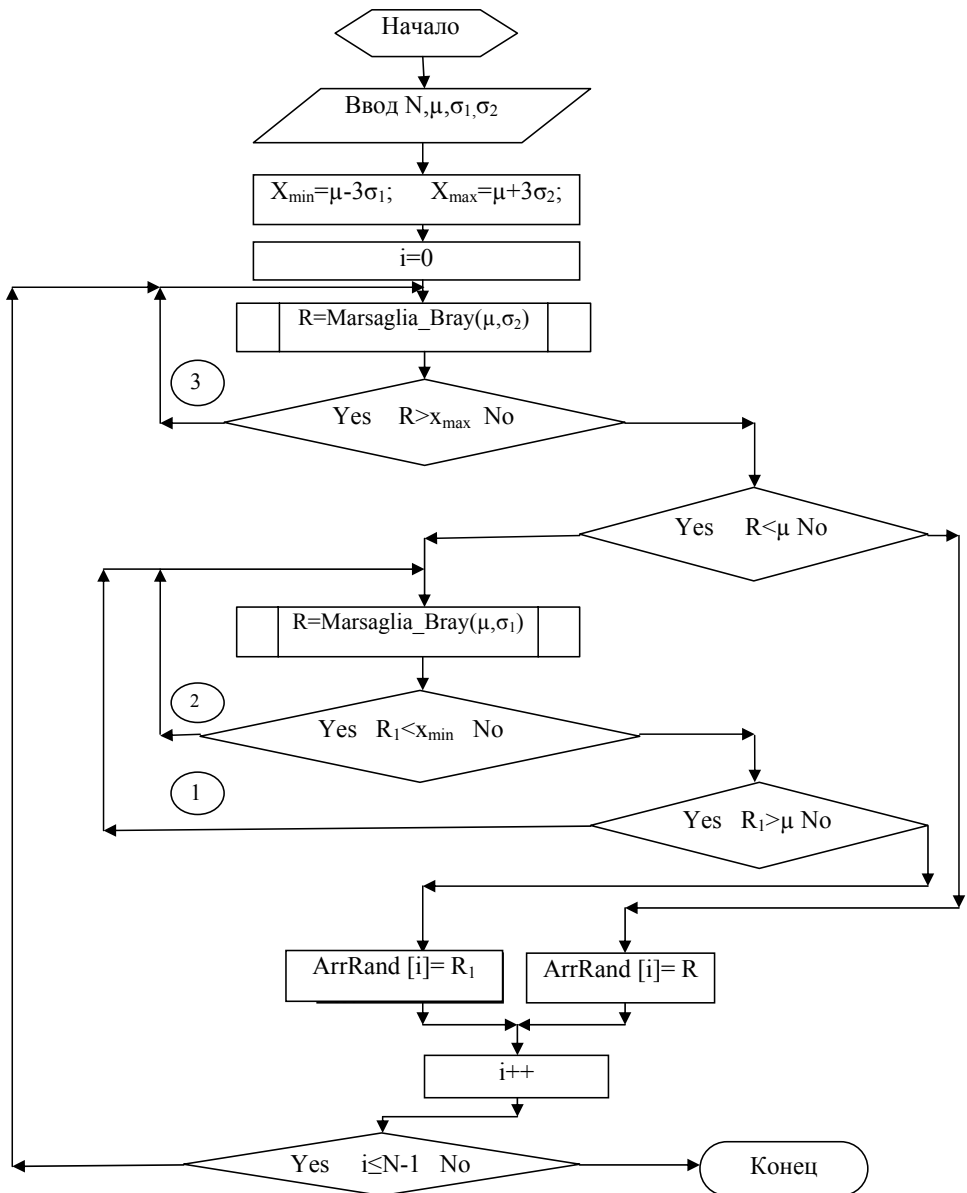


Рис. 3. Блок-схема модифицированного алгоритма для генерации значений случайной величины на заданном интервале

Вероятности каждого из этих четырех событий найти несложно. Так как $P(A_1) = P(X > x_{\max})$, а $P(A_3) = P(X < x_{\min})$, то на основании полученного для (1) результата можем заключить, что $P(A_1) = P(A_3) = 0,00135$. Анализ же базового алгоритма Марзаглия – Брея приводит к выводу, что $P(A_2) = P(A_4) = 0,5$. Из блок-схемы рис. 3 видим, что управление гарантированно будет хотя бы раз передано как минимум одной из возвратных ветвей при наступлении следующего сложного события B :

$$B = A_1 \cup (\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3 \cap A_4) .$$

Три события-слагаемые в последнем соотношении являются попарно несоместимыми, поэтому для искомой вероятности Ψ получаем $\Psi = P(B)$ или же

$$\Psi = P(A_1) + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3 \cap A_4). \tag{2}$$

На основании теорем сложения и умножения вероятностей и с учетом приведенных выше значений вероятностей для каждого из событий $\{A_i\}$ $i = 1, 2, 3, 4$ окончательно получим $\Psi = 0,75068$.

Выводы. Как следует из только что произведенной оценки, примерно в 75 процентах случаев построенный нами алгоритм не несет одного раза попадет хотя бы на одну из трех рекуррентных ветвей блок-схемы. Так, например, при генерации совокупности из ста тысяч значений случайной величины хотя бы один возврат алгоритма можно ожидать примерно в 75 000 случаев. Столь частая «пробуксовка» приведенного алгоритма обусловлена его природой, а последняя, в свою очередь, необходимостью генерации именно несимметричных ветвей.

Тем не менее практика свидетельствует, что, несмотря на достаточно высокое полученное значение вероятности Ψ , машинное время выполнения алгоритма, например, в не самой быстрой интегрированной среде *Microsoft Visual Basic 5.0 Enterprise Edition* вполне приемлемо. Причина такого явления весьма легко вскрывается. Дело в том, что наиболее критичным по времени выполнения участком алгоритма является подпрограмма (функция) реализации базового алгоритма Марзаглия – Брея, которая с вероятностью 1 выполняется при каждой итерации. К тому же возвратные ветви 1 – 3 алгоритма (см. рис. 3) пустые, а поэтому «пробуксовка» на них слабо сказывается на общем быстродействии алгоритма. Указанные обстоятельства приводят к выводу о том, что в целом полученный алгоритм является алгоритмом вполне приемлемого быстродействия. К тому же практическая проверка свидетельствует (рис. 4), что предложенная структура алгоритма дает весьма качественную совокупность случайных значений с несимметричными нормальными полуветвями. В этом можно убедиться исходя из видагибающей для гистограммы в левом нижнем углу рис. 4.

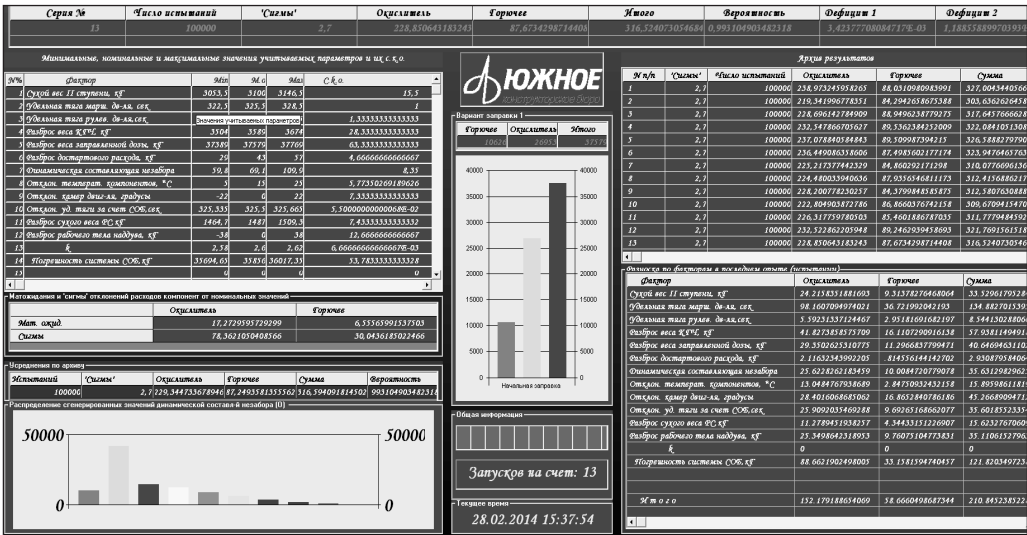


Рис. 4. Гистограмма сгенерированной случайной величины с нормальными несимметричными ветвями в интерфейсе одной из задач (левый нижний угол)

Библиографические ссылки

1. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1970.
2. Мартин Ф. Моделирование на вычислительных машинах / Ф. Мартин. – М. : Сов. радио, 1972.

Надійшла до редколегії 25.09.2014 р.

УДК 519.683

В. И. Усиченко, А. В. Крюков

*Государственное предприятие «Конструкторское бюро “Южное”
имени М. К. Янгеля»*

К ЗАДАЧЕ О РАССТОЯНИЯХ МЕЖДУ ПАРАМИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОРБИТ

Запропоновано простий алгоритм отримання верхньої оцінки відстані між парой еліптичних орбіт. Наведено аналіз існуючих методів знаходження відстаней між еліптичними орбітами з огляду на зручність їхнього програмування. Головну увагу приділено методу Галле та доцільності його дискретизації. Аналіз його швидкодії для випадку масових обчислень проведено на прикладі конкретної реалізації методу в середовищі Microsoft Visual C++6.0. Коротко висвітлено історичний аспект задачі про відстані між парами орбіт.

Ключові слова: орбіта, верхня оцінка, метод Галле, ітерація, екстремум.

Предложен простой алгоритм получения верхней оценки расстояния между парой эллиптических орбит. Приведен анализ существующих методов нахождения расстояний между эллиптическими орбитами с точки зрения удобства их программирования. Основное внимание уделено методу Галле и целесообразности его дискретизации. Анализ его быстродействия для случая массовых вычислений выполнен на примере конкретной реализации метода в среде Microsoft Visual C++6.0. Затронут исторический аспект задачи о расстояниях между парами орбит.

Ключевые слова: орбита, верхняя оценка, метод Галле, итерация, экстремум.

The simple algorithm of deriving of the upper estimation of distance between pair of elliptic orbits is offered. The analysis of existing methods for distance estimation between elliptic orbits from the point of view of convenience of their usage in given programming environment was performed. The basic attention is given for Galle's method and expediency of its discretization. The performance analysis of Galle's method realization, implemented in Microsoft Visual C++ 6.0 programming environment, was performed. The historical aspect of the task about distance between pair of orbits is briefly covered.

Key words: an orbit, the top estimation, a method of Halle, iteration, an extremum.

Постановка и формулировка задачи. Ряд задач космонавтики и астрономии ставят на повестку дня вопросы о сближении и степени совпадения орбит небесных тел. Причем, как известно, задача сближения орбит и задача о степени их совпадения являются принципиально разными, их актуальность для эллиптических орбит особенно очевидна.

Настоящая статья посвящена исключительно задаче сближения эллиптических орбит, на основе которой можно решать задачи отождествления опасных фрагментов небесных тел (как искусственных, так и естественных), выбора безопасных орбит для запуска, а также ряд вопросов, связанных с астрономией ма-

лых тел Солнечной системы, включая и некоторые вопросы астероидно-кометной опасности. Именно в астрономии малых тел еще в самом начале XIX в. и была впервые сформулирована задача о сближении эллиптических орбит.

Данная задача в классическом виде формулируется следующим образом. Пусть E и E' – две эллиптические орбиты, а P и P' – произвольные точки на E и E' соответственно. Тогда под расстоянием между орбитами E и E' понимается величина

$$\Delta(E, E') = \inf_{\substack{P \in E \\ P' \in E'}} \text{dist}(P, P'), \quad (1)$$

где $\text{dist}(P, P')$ – расстояние между двумя расположенными на различных орбитах произвольными точками. Несложно заметить, что расстояние между орбитами в таком понимании удовлетворяет условиям первой и второй теоремы Вейерштрасса, а поэтому имеет наибольшее и наименьшее значения. Другими словами, задача (1) является корректно поставленной.

Совершенно очевидным является тот факт, что в такой постановке задача о сближении пар эллиптических орбит не может претендовать на прогнозирование в реальном времени тесных сближений или столкновений находящихся на этих орбитах тел. Вместе с тем, как будет показано ниже, некоторые следующие из нее оценки могут оказаться весьма полезными на этапе предварительной селекции пар орбитальных объектов, сближающихся на потенциально опасные расстояния.

Предыстория и особенности методов решения задачи. Впервые задача определения кратчайшего расстояния между двумя эллиптическими орбитами была поставлена в астрономии в 1802 г., сразу же после открытия первых астероидов. Так, при проверке одной из гипотез происхождения астероидов проводились поиски сближения большого числа орбит в каком-либо одном месте мирового пространства. Уже тогда отмечалось, что (1) представляет собой весьма трудную задачу [2]. Основным источником вычислительных трудностей являлся крайне громоздкий вид получаемых соотношений. Тем большего уважения заслуживают результаты исследователей XIX века, которые уже тогда исследовали орбиты 82 астероидов на предмет взаимного сближения и нашли 333 случая таких сближений.

И даже сегодня, в век всеобъемлющей компьютеризации, едва ли можно назвать задачу (1) простой. Не случайно в последнее время усилия специалистов направлены на поиск оптимальных в смысле минимизации машинного времени алгоритмов ее решения [3]. В настоящее время нам известны пять методов решения, четыре из которых применимы исключительно к эллиптическим орбитам как наиболее часто встречающимся в практике вычислений. Это методы Галле, Дубяго, Свободы, графо-аналитический метод, развитый одесским астрономом Е.Н. Крамером на основе метода Свободы [1], а также предложенный в 1999 г. К.В.Холшевниковым [3] алгоритм для решения задачи (1).

Их анализ с точки зрения возможности эффективной программной реализации позволяет констатировать следующее:

– *метод Галле*: является исторически первым из известных нам строгих методов решения задачи сближения эллиптических орбит (1883 г.). Отличительной особенностью данного метода является то, что он требует минимума исходных данных. В отличие от некоторых других методов в нем не требуются ни значения координат точек на орбитах, ни долгота центрального тела – необходимы лишь значения орбитальных параметров двух исследуемых на сближение орбит (большие полуоси, наклоны орбит, эксцентриситеты, долготы восходящих узлов и аргументы перигелиев/перигеев). Этот набор параметров самодостаточен, он обеспечивает функционирование алгоритма (метода) Галле безотносительно к центральному телу. Следовательно, он одинаково пригоден для вычисления сближе-

ния двух эллиптических орбит с фокусами в центре Земли (ИСЗ), Солнца (планеты и межпланетные корабли) или какой-либо дальней звезды (экзопланеты). Именно эта особенность метода Галле делает привлекательной его программную реализацию. К тому же он дополнительно дает значение двугранного угла между плоскостями исследуемых орбит и угол между направлениями на их перигелии (перигей). Относительно возможности его программной реализации хочется отметить, что, на наш взгляд, алгоритм метода Галле не сложнее предложенного недавно и базирующегося на построении тригонометрического многочлена восьмой степени [3] алгоритма;

– *метод Дубяго*: как и метод Галле, он относится к числу классических и имеет то преимущество, что является универсальным, то есть применим, кроме эллиптических, также и к параболическим и гиперболическим орбитам. Однако его алгоритмизация представляет собой более сложную задачу, во всяком случае по сравнению с методом Галле. Если в числе исследуемых орбит отсутствуют орбиты с эксцентриситетом 1 и более, то, на наш взгляд, следует отдать предпочтение именно методу Галле;

– *метод Свободы и графо-аналитический метод Крамера* [1]: изначально были рассчитаны на получение приближенного решения задачи и поэтому едва ли заслуживают первоочередного внимания программиста. К тому же метод Свободы требует большего объема начальных данных, чем, например, метод Галле;

– *метод, предложенный К.В. Холишевниковым* [3]: позиционируется как алгоритм наименьшей сложности. Он базируется на построении тригонометрического многочлена восьмой степени и эффективно решает задачу (1) на больших промежутках времени. Судя по приводимым в [3] результатам его тестирования, быстрейшее действие данного алгоритма несколько выше, чем нашей реализации метода Галле. Его отличительной чертой является применение топологических методов в пространстве кеплеровых орбит. Набор исходных данных в этом методе идентичен таковому в методе Галле.

Даже приведенный краткий анализ известных нам методов ставит под сомнение существующее мнение о том, что до сих пор предпринимались *лишь разрозненные* попытки приближенно оценить наименьшее расстояние между точками на эллиптических орбитах – особенно если учесть вышеупомянутые работы начала XIX в.

Особенности программной реализации метода Галле. В процессе программной реализации метода Галле в самом начале работы стала очевидной основная трудность, вставшая перед астрономами прошлого. Ведь решение задачи в итоге сводится к нахождению минимума функции от двух эксцентрических аномалий исследуемых орбит. Квадрат этой функции имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta^2(E_1, E_2) = & a_1^2(1 - \sin \varphi_1 \cos E_1)^2 + \\ & + a_2^2(1 - \sin \varphi_2 \cos E_2) - \\ & - 2a_1a_2 \cos \varepsilon (\cos E_1 - \sin \varphi_1)(\cos E_2 - \sin \varphi_2) - \\ & - 2a_1a_2 \cos \xi (\cos E_1 - \sin \varphi_1) \cos \varphi_2 \sin E_2 - \\ & - 2a_1a_2 \cos \nu (\cos E_2 - \sin \varphi_2) \cos \varphi_1 \sin E_1 - \\ & - 2a_1a_2 \cos \eta \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin E_1 \sin E_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Delta(E, E')$ – расстояние между исследуемыми орбитами; a_1, a_2 – большие полуоси орбит; φ_1, φ_2 – углы эксцентриситетов; E_1, E_2 – эксцентрические аномалии; $\varepsilon, \xi, \nu, \eta$ – вводимые в алгоритме Галле вспомогательные углы.

Поэтому еще относительно недавно, даже на заре машинных вычислений, к проверке достаточного условия минимума функции (2), в явном виде выражающегося двумя неравенствами (условия Лагранжа)

$$\frac{\partial^2 (\Delta^2 (E_1, E_2))}{\partial E_1^2} \cdot \frac{\partial^2 (\Delta^2 (E_1, E_2))}{\partial E_2^2} - \left(\frac{\partial^2 (\Delta^2 (E_1, E_2))}{\partial E_1 \partial E_2} \right)^2 > 0$$

и

$$\frac{\partial^2 (\Delta^2 (E_1, E_2))}{\partial E_1^2} > 0$$
(3)

некоторые авторы даже не приступали, ограничившись выражениями для первых частных производных функции (2), которые, как известно, дают лишь «подозрительные» на экстремум точки. Ведь при подстановке (2) в неравенства (3) действительно получаем громоздкие выражения. Это накладывает свой отпечаток и на удобство программирования задачи.

Однако вычислительные возможности компьютера позволяют упростить программирование задачи, прибегнув при поиске экстремумов функции (2) к вложенным циклам по E_1 и E_2 . При этом шаг изменения каждой из переменных E_1 и E_2 задается вручную пользователем. Такая дискретизация, вполне вероятно, увеличит потребное машинное время, но сократит трудозатраты на разработку программы, избавив нас от необходимости построения и кодирования сложных аналитических выражений. Характерно и то, что такой подход дает возможность одновременно найти и наибольшее расстояние между парой эллиптических орбит. Реализация метода Галле выполнена в среде *Microsoft Visual C++ 6.0* как диалоговое приложение с использованием библиотеки классов *MFC*.

На рис. 1 показан результат нахождения экстремальных значений расстояния между орбитами астероида 1993 EA (5639) и Земли на эпоху 26 февраля 2000 г. Именно в начале 2000 г. упоминалось о возможности сближения этого астероида с Землей примерно на 0,008 а.е. Как видим, такой прогноз не лишен смысла, поскольку наименьшее расстояние между указанными орбитами чуть более 0,005 а.е., а наибольшее равно примерно 3,01 а.е. Расчеты выполнялись с шагом 0,001 радиана (~0,057 градуса) в циклах по E_1 и E_2 . Общее время выполнения программы, включая и время подготовки и ввода данных в окна программы, измерялось макросом *clock()CLOCKS_PER_SEC* библиотеки *time.h* и составило 169 секунд, из которых почти 80 занял ввод данных. Поскольку в методе Галле используются оскулирующие элементы орбит, то параметры каждой из них следует приводить на одну и ту же эпоху. В этом заключается подготовка исходных данных для всех без исключения упомянутых методов.

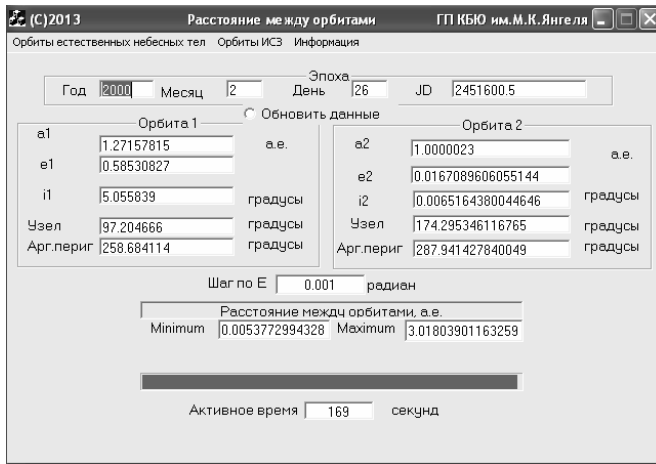


Рис. 1. Результат расчета расстояния между орбитами Земли и астероида 5639 1993 EA

За время непосредственно счета задачи (93 сек.) с шагом 0,001 радиана было выполнено $3,948 \cdot 10^7$ итераций. В процессе тестирования было установлено, что метод Галле проявляет умеренную чувствительность к изменению шага по эксцентрическим аномалиям в (2). Так, при изменении шага в 5–10 раз результат меняется начиная с четвертого десятичного знака. Этот факт не является неожиданностью, если внимательно проанализировать вид функции (2).

Применение данной программы для пар орбит искусственных спутников Земли (ИСЗ) не отличается какими-либо особенностями в силу уже отмечавшейся универсальности метода Галле. Однако в программе введенные пользователем в километрах большие полуоси орбит ИСЗ выражаются в экваториальных радиусах Земли. Полученный результат затем снова переводится в километры. Именно таким подходом обусловлено наличие в меню программы (рис. 1) отдельного пункта для спутников. Так, например, для пары орбит спутников RapidEye-1 и RapidEye-2, выведенных на орбиту 29 августа 2008 г., программа дает для расстояния (1) между их орбитами 0,304842289 км, наибольшее же удаление между точками орбит указанных спутников составляет 14004,91896862 км. RapidEye-1 и RapidEye-2 имеют весьма близкие параметры орбит. Однако часто близкими в мировом пространстве оказываются орбиты, из оскулирующих параметров которых вовсе не следует их сближение.

В случае необходимости повышения быстродействия алгоритма, например при необходимости решения задачи (1) для большого числа пар орбит (массовые вычисления), можно прибегнуть к нахождению минимума на основе соотношений (3), выполнив все же соответствующие преобразования с учетом (2).

Случай массового вычисления расстояний между парами орбит и их верхняя оценка. О случае массового вычисления наименьшего расстояния между парами эллиптических орбит, считаем, стоит сказать отдельно. Пусть N – некоторое число тел с эллиптическими орбитами, и требуется вычислить (1) для каждой двух из них. Легко убедиться, что в этом случае метод Галле будет применен

$$\sum_{k=1}^{N-1} k = \frac{(N-1) \cdot N}{2}$$

раз. Учитывая приведенное выше число итераций на один прогон алгоритма, получим, что в случае N орбит при том же шаге потребуется

$$3,948 \cdot 10^7 \cdot \frac{(N-1) \cdot N}{2} \approx 2 \cdot 10^7 \cdot (N-1) \cdot N$$

итераций. Если принять машинное время одного прогона алгоритма равным 93 секунды (как в нашем случае, хотя в целом оно существенно зависит от характеристик используемой вычислительной системы), то общее машинное время расчета минимального расстояния между парами орбит для сотни тел составит уже 460350 секунд, или 127,875 часа. За это время будет выполнено $198 \cdot 10^9$ итераций (время одной итерации $\sim 2,3 \cdot 10^{-6}$ с). Аналогичный расчет для 1000 тел дает почти 538 суток потребного машинного времени, поскольку, как видно из последних двух соотношений, число итераций растет пропорционально квадрату числа исследуемых орбит. Задача, как видим, становится критичной по времени выполнения. Одной из мер по повышению быстродействия задачи может быть создание в программе потоков. Практика свидетельствует, что при создании четырех потоков по эксцентрической аномалии (один на каждое ядро процессора) время выполнения программы уменьшается в три-четыре раза.

Ситуация кардинально упрощается, если задача о сближении пар эллиптических орбит несколько видоизменена и требуется оценить величину (1) снизу и сверху, то есть найти значения

$$\underline{\Delta}(E, E') = \inf_{\substack{P \in E \\ P' \in E'}} \inf_{\substack{P \in E \\ P' \in E'}} \text{dist}(P, P')$$

и

$$\overline{\Delta}(E, E') = \sup_{\substack{P \in E \\ P' \in E'}} \inf_{\substack{P \in E \\ P' \in E'}} \text{dist}(P, P').$$

Из первого соотношения в (4) для случая пересечения орбит легко получаем очевидное равенство $\underline{\Delta}(E, E') = 0$. Для второго же соотношения в (4) несложно получить неравенство

$$\overline{\Delta}(E, E') \leq 2 \max \{a_1 \cdot (1 + e_1), a_2 \cdot (1 + e_2)\},$$

где $a_{1,2}$ и $e_{1,2}$ соответственно большие полуоси и эксцентриситеты исследуемых орбит.

В самом деле, пусть как и ранее, E и E' – две эллиптические орбиты, а P и P' – произвольные точки на E и E' соответственно, r, r' – радиусы-векторы, а λ, λ' и β, β' – эллиптические сферические координаты точек P и P' . Несложно показать, что в любой момент времени

$$\text{dist}^2(P, P') = r^2 + r'^2 - 2rr' \cdot \Phi,$$

где $\Phi = \cos \beta \cos \beta' \cos(\lambda - \lambda') + \sin \beta \sin \beta'$ (аналогичное соотношение имеет место и для сферических экваториальных координат).

Понятно, что в силу того, что слагаемые в выражении для Φ не могут одновременно иметь модули, равные единице, имеют место следующие оценки:

$$\max \Phi(\beta, \lambda, \beta', \lambda') = 1$$

$$\begin{aligned} \beta, \beta' &\in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ \lambda, \lambda' &\in [0, 2\pi] \end{aligned}$$

и

$$\min \Phi(\beta, \lambda, \beta', \lambda') = -1.$$

$$\begin{aligned} \beta, \beta' &\in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ \lambda, \lambda' &\in [0, 2\pi] \end{aligned}$$

Это непосредственно иллюстрируется рис. 2 и 3.

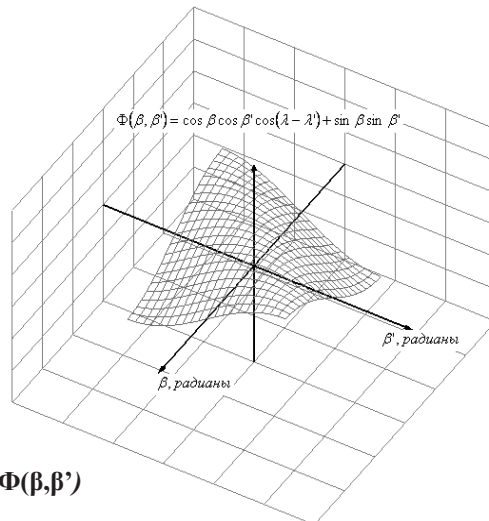


Рис. 2. Общий вид поверхности $\Phi(\beta, \beta')$ при $\cos(\lambda - \lambda') = 1$

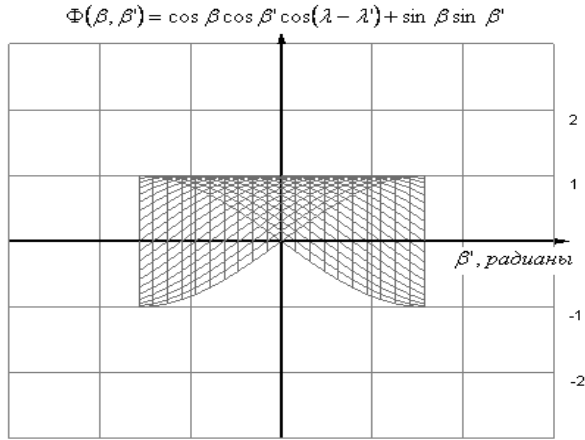


Рис. 3. Проекция поверхности $\Phi(\beta, \beta')$ на плоскость β' ОФ

Тогда из (6) получаем двойное неравенство

$$r^2 + r'^2 - 2rr' \leq \text{dist}^2(P, P') \leq r^2 + r'^2 + 2rr'. \quad (7)$$

Если $q_{1,2} = a_{1,2} \cdot (1 - e_{1,2})$ и $Q_{1,2} = a_{1,2} \cdot (1 + e_{1,2})$ – соответственно перигелийные (перигейные) и афелийные (апогейные) расстояния на каждой из двух орбит, то, сводя левую часть в (7) к наименьшему из возможных значений, а правую к наибольшему, получим следующие неравенства:

$$2(\min^2\{q_1, q_2\} - \max^2\{Q_1, Q_2\}) \leq \text{dist}^2(P, P') \quad (8)$$

и

$$\text{dist}^2(P, P') \leq 4 \max^2\{Q_1, Q_2\}. \quad (9)$$

Левая часть неравенства (8) явно отрицательная, поэтому в итоге из (7) получаем

$$0 \leq \text{dist}^2(P, P') \leq 4 \max^2\{Q_1, Q_2\}, \quad (10)$$

откуда

$$\bar{\Delta}(E, E') = \sup_{\substack{P \in E \\ P' \in E'}} \text{dist}(P, P') \leq 2 \max\{Q_1, Q_2\}.$$

Полученная только что мажоранта для расстояния между двумя эллиптическими орбитами есть не что иное, как неравенство (5). Следовательно, расстояние между точками на двух эллиптических орбитах не превосходит удвоенного значения большего из двух афелийных (апогейных в случае ИСЗ) расстояний. Последнее выражение, равно как и (5'), использует всего два орбитальных параметра – большие полуоси и эксцентриситеты пары орбит. Поэтому даже в случае массовых вычислений верхней границы расстояния между парами эллиптических орбит задача становится заурядной в плане потребного машинного времени.

Иное дело, что задача в виде (4) далеко не всегда может оказаться приемлемой, так как отвечает на вопрос о верхней границе расстояния между парой эллиптических орбит при данных орбитальных параметрах и не дает точного значения величины (1).

В заключение следует отметить, что в некоторых особых случаях, например при коллинеарности линий апсид исследуемой пары орбит, возможно нахождение точного значения величины $\bar{\Delta}(E, E')$.

Библиографические ссылки

1. Крамер Е. Н. Кометные радианты и связь метеорных потоков с кометами / Е. Н. Крамер // Известия астрономической обсерватории. – К. : Изд-во КГУ, 1953. – Т. 3.
2. Литровъ И. И. Тайны неба / И. И. Литровъ. – СПб., 1904.
3. Холшевников К. В. Топология и метрика пар кеплеровских орбит: лекция, прочитанная на XXX студенческой научной конференции «Физика космоса» в 2001 году.

Надійшла до редколегії 25.09.2014 р.

УДК 57.087.1

М. В. Чорненко, А. Н. Петренко

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Розглянуто важливість проблем інтелектуалізації прийняття рішень. У цьому зв'язку обрано напрям розробки систем експертної діагностики на базі нечіткої логіки. Проаналізовано чинники навколосьного простору, що мають вплив на стан здоров'я людини. Описано модель інформаційної системи прийняття рішення на базі нечіткої логіки. Розроблено схему інформаційної системи. Зроблено висновок про ефективність розробки такої системи аналізу впливу навколосьних факторів на людину.

Ключові слова: магнітне поле Землі, геомагнітні бурі, космічні промені, теорія нечітких множин, програмне забезпечення, скринінг.

Рассмотрена важность проблем интеллектуализации принятия решений. В этой связи выбрано направление разработки систем экспертной диагностики на базе нечеткой логики. Проанализированы факторы околоземного пространства, оказывающие влияние на состояние здоровья человека. Описана модель информационной системы принятия решения на базе нечеткой логики. Разработана схема информационной системы. Сделан вывод об эффективности разработки такой системы анализа воздействия околоземных факторов на человека.

Ключевые слова: магнитное поле Земли, геомагнитные бури, космические лучи, теория нечетких множеств, программное обеспечение, скрининг.

We consider the importance of the problems of intellectualization decision. In this regard, the development direction of the selected systems expert diagnosis, based on fuzzy logic. Would-if analyzes factors of near-Earth space, affecting the states-set man. The model of information system decision-making based on fuzzy logic. A scheme of the information system. It is concluded that the effectiveness of time-processing of such a system analysis of the impact factors on the Earth human.

Key words: Earth's magnetic field, geomagnetic storms, cosmic rays theory of fuzzy sets, software screening.

Введение. Земля окружена множеством космических аппаратов, и настало время применить их не только для технических задач, но и на благо здоровья человека. Изучение факторов околоземного пространства весьма важно для дальнейшего анализа их влияния на организм человека. Необходима в связи с этим разработка информационной технологии для обработки данных о таком влиянии, и, что немаловажно, данная технология должна быть доступна обычным пользователям.

Для разработки указанной информации применяется теория нечетких множеств. Концепция нечеткого множества зародилась у Заде – как неудовлетворен-

ность математическими методами классической теории систем, которая вынуждала добиваться искусственной точности, неуместной во многих системах реального мира, особенно в так называемых гуманистических системах, включающих людей [4].

Из основных факторов околоземного пространства, которые оказывают влияние на организм человека, можно выделить следующие: магнитное поле Земли, солнечная активность, космические лучи, действие Луны.

Действие космических факторов можно представить в виде схемы, представленной на рис. 1.

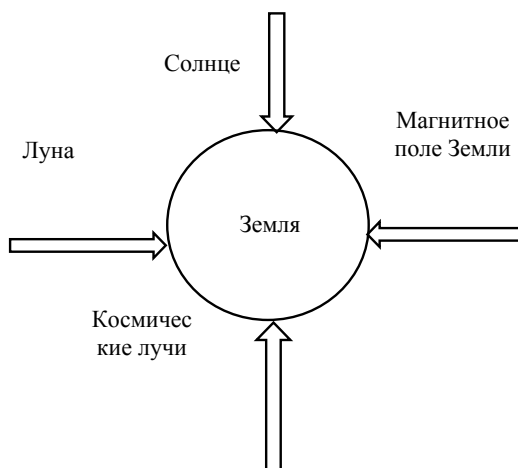


Рис. 1. Действие космических факторов на Землю

Постановка задачи. Целью работы является разработка информационной экспертной системы диагностики на базе нечеткой логики.

Рассматривается задача создания модели информационной системы на базе нечеткой логики для обработки данных о влиянии факторов околоземного пространства. Для создания модели системы используются данные о магнитном поле Земли, активности Солнца, космических лучей и воздействии Луны.

Схема процесса нечеткого вывода в упрощенном виде представлена в следующем виде:

- первый этап нечеткого вывода – фазификация, которая организует ввод и преобразование введенных данных в соответствующие лингвистические значения;
- за процедуру непосредственно нечеткого вывода ответственна машина нечеткого логического вывода, которая производит второй этап процесса вывода на основании задаваемой нечеткой базы знаний (набора правил), этап композиции (определение уровня пригодности каждого правила к конкретной ситуации);
- дефазификатор выполняет последний этап нечеткого вывода – преобразует нечеткие результаты вывода в понятный пользователю.

Схема процесса нечеткого вывода представлена на рис. 1.

Система нечеткого вывода состоит из пяти функциональных блоков (рис. 1):

- база правил, содержащая набор нечетких правил импликации;
- база данных, которая определяет функции принадлежности нечетких множеств, используемых в нечетких правилах;
- модуль принятия решения, выполняющий операции вывода на правилах;
- фазификатор, преобразующий четкие входы в степень соответствия лингвистическим значениям;
- дефазификатор, преобразующий нечеткие результаты вывода в четкий вывод.

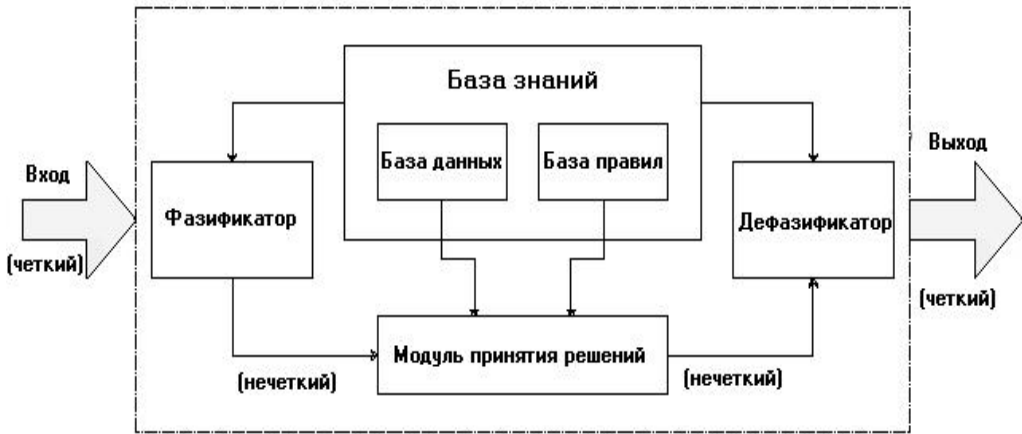


Рис. 2. Схема нечеткого вывода

Данная схема нечеткого вывода может быть применена во многих системах диагностики [3].

Анализ влияния околоземных факторов на организм человека. Выше были перечислены факторы, которые оказывают влияние на человека. Детально рассмотрим каждый из перечисленных околоземных факторов.

Магнитное поле Земли – это область вокруг нашей планеты, где действуют магнитные силы. Геомагнитные бури – возмущение магнитного поля Земли длительностью от нескольких часов до нескольких суток, вызванное поступлением в окрестности Земли возмущенных высокоскоростных потоков солнечного ветра и связанной с ними ударной волны. Геомагнитные бури происходят в основном в средних и низких широтах Земли.

О влиянии магнитных бурь на состояние здоровья человека известно уже давно. Показано, что во время геомагнитных возмущений даже у тренированных лиц отмечается резкое снижение краткосрочной памяти, объема и интенсивности внимания вследствие уменьшения уровня активации головного мозга. Эти изменения более выражены у пожилых людей, а также у лиц, проживающих на Крайнем Севере. Значительные изменения функционального состояния ЦНС, по-видимому, являются причиной увеличения количества несчастных случаев и травм во время магнитных бурь. Полагают, что у человека в результате десинхронизации функций ЦНС могут усиливаться нервно-психические расстройства. Предполагают, что геомагнитные возмущения способны вызвать нарушения межполушарных отношений головного мозга с сопутствующей акцентуацией отдельных психических функций, а также рассогласование внутренних ритмов организма с ритмом внешней среды [1].

Космические лучи – это галактические частицы, состоящие из протонов, электронов, ядер гелия, водорода и некоторых более тяжелых элементов и достигающие Земли со скоростью, близкой к скорости света. Эта скорость многократно возрастает в периоды солнечной активности. Космические лучи вызывают ионизацию атмосферы и формирование аэронов. Уровень космического излучения на поверхности Земли зависит от высоты местности и ее геомагнитной широты. Влияние космических лучей на организмы изучено сравнительно мало. Это обусловлено главным образом тем, что они действуют в комплексе. Существует гипотеза о возможном появлении в них фактора, меняющего свойства биологических систем. Однако известно, что с космическими излучениями сопряжена чувствительность к свету.

Солнечной активностью называют комплекс явлений, происходящих в атмосфере Солнца. Результаты многочисленных исследований показывают, что

нервная система человека обладает наибольшей чувствительностью к изменению солнечной активности. Обнаружена зависимость обострения таких заболеваний, как шизофрения, эпилепсия и маниакально-депрессивные состояния, от солнечной активности. Возрастание солнечной активности приводит к уменьшению в крови лейкоцитов с одновременным увеличением лимфоцитов. В годы максимальной солнечной активности увеличивается и активность ряда вирулентных бактерий, поэтому учащаются эпидемии. Чаще возникают заболевания сердечно-сосудистой системы: гипертонические кризы, инфаркт миокарда, мозговые инсульты.

А. Л. Чижевский считал, что повышение уровня солнечной активности выводит организм из состояния устойчивого равновесия и провоцирует болезненные состояния. Карта солнечной активности доступна онлайн и можно рассмотреть ее для каждого дня отдельно [2].

Луна также воздействует на живые организмы. Вследствие ежемесячного движения Луны (лунный месяц – 28 суток) изменяется геомагнитное поле, что, в свою очередь, влияет на погоду и на живые организмы. Особенно большое влияние оказывает наложение солнечных и лунных приливов, когда Луна и Солнце располагаются примерно на одной прямой. Лунные биоритмы обнаружены у плоских червей, моллюсков, крабов, некоторых видов рыб и птиц.

Модель информационных технологий для анализа действия околоземных факторов. Для анализа действия всех вышеуказанных факторов нужна разработка информационной технологии, позволяющей обрабатывать данные о действии околоземных факторов на организм человека.

Важным является сопоставление всех данных и вывод результата в удобном для понимания пользователя формате. Для этого хорошо использовать новые подходы к разработке информационных технологий, а также проанализировать уже существующие приложения.

Пример структуры такой технологии представлен на рис. 3.

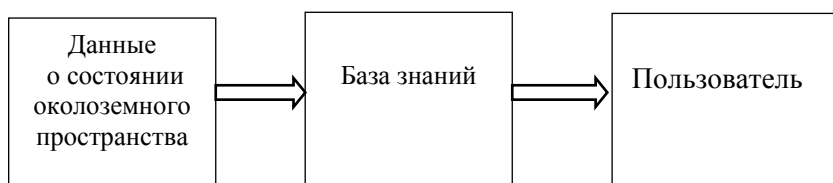


Рис. 3. Схема реализации информационной технологии для анализа влияния околоземных факторов на организм человека

Данные о состоянии Солнца, Луны, магнитного поля Земли и о действии космических лучей должны поступать на обработку непрерывно, то есть изменяться, а не иметь все время постоянное значение; именно при таком условии информационная технология будет актуальна. В базе знаний должны содержаться все основные алгоритмы обработки данных и составления прогнозов для пользователя.

Выводы. Космические аппараты уже давно стали частью нашей жизни, пришло время использовать информацию, полученную из космоса, во благо людей. Простая и доступная программа в будущем может стать неизменным помощником любого человека и такой же обычной вещью, как мобильные приложения на телефонах. Задача разработчика состоит в том, чтобы создать приложение, способное подсказывать человеку, как вести себя в ситуации воздействия на его организм околоземных факторов, и прогнозировать возможные изменения в самочувствии. Применение нечеткой логики может существенно облегчить построение информационной системы, а применение всего спектра знаний, которые дают

космические системы, сделают эту информационную систему современной и актуальной.

Нечеткое моделирование позволяет получать более адекватные результаты по сравнению с результатами, основывающимися на использовании традиционных аналитических моделей и алгоритмов управления.

Преимущество нечеткой логики в том, что она не столь однозначна, как статистическая обработка, и допускает множество вариантов развития. Нечеткая логика нацелена на создание математической модели естественных человеческих соображений, в которых принципиальную роль играет естественный язык. В общем нечеткая логика является результатом градуированного подхода к формальным логическим схемам.

Важно подчеркнуть, что это не является результатом ненужных бесконечных обобщений. Благодаря применению градуированных подходов, нечеткая логика обеспечивает решение некоторых классически неразрешимых проблем. В будущем можно будет совместить статистическую обработку и нечеткую логику для комплексного анализа влияния факторов околоземного пространства и прогнозирования состояния здоровья человека.

Библиографические ссылки

1. **Аксенов В. В.** Электромагнитное поле Земли / В. В. Аксенов. – Новосибирск : ИВМ и МГ СО РАН, 2002. – 217 с.
2. **Владимирский Б. М.** Солнечная активность и биосфера / Б. М. Владимирский, Л. Д. Кисловский. – М. : Знание, 1982.
3. **Зак Ю. А.** Принятие решений в условиях нечетких и размытых данных / Ю. А. Зак. – М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 94 с.
4. **Кофман А.** Введение в теорию нечетких множеств : пер. с фр. / А. Кофман. – М. : Радио и связь, 1982. – 432 с.

Надійшла до редколегії 23.10.2014 р.

ЗМІСТ

Авдєєв В. В. Похибки стабілізації обертального руху ракети і показники перехідного процесу	3
Ащепкова Н. С. Математическая модель космического аппарата изменяемой конфигурации с учетом нежесткости конструкции	9
Василів С. С. Розробка моделі для дослідження газифікації палива в спіновій детонаційній хвилі	16
Вилищук З. В., Мусина Е. В. Повышение коррозионных свойств алюминиевых сплавов при наномодифицировании	22
Голубек А. В. Исследование взаимных сближений ракеты-носителя на активном участке траектории с космическими объектами	26
Гусарова И. А., Манько Т. А. Изучение теплоизоляционных свойств термостойких материалов для возвращаемых космических аппаратов	35
Закржевский А. Е., Хорошилов В. С. Раскрытие на орбите упругой пространственной конструкции	41
Литовченко Д. А. Использование современных систем определения параметров атмосферы при метеорологическом обеспечении пусков РКН	47
Манойленко А. А. Оценка разбросов кинематических параметров ракеты-носителя на момент разделения ступеней	51
Олейник М. П. Оптимизация расположения наземных станций приема информации спутников ДЗЗ	56
Пищук Л. Е. Расчет влияния отдельных элементов шероховатости на сопротивление	62
Полишко С. А. Исследование комплексного влияния фосфора, углерода и кремния на прочностные и пластические характеристики стали 07ЮТ	67
Пошивалов В. П., Кузьмицкая А. И., Жданов В. С. Влияние холодной обработки на физико-механические свойства алюминиевого сплава АМг6	71
Ромасько Ю. А., Шептун Ю. Д. Синтез системы стабилизации космической конструкции	79
Светличная Е. В. Способ управления РКН на начальном участке полёта, обеспечивающий безударное выведение РКН за границы габаритных точек стартовых сооружений	86
Сохач Ю. В., Рожковский В. Ф., Кудреватых А. Т. Голографические технологии на службе ракетно-космической отрасли	90
Товстик А. Н., Закарлюка А. Б., Петренко А. Н. Эффективность применения бесконтактного ультразвукового теневого неразрушающего контроля полимерных композиционных материалов	96
Усиченко В. И., Крюков А. В., Довгун О. В. Моделирование случайных величин с нормальными несимметричными полуветвями на основе алгоритма Марзаглия – Брея	100
Усиченко В. И., Крюков А. В. К задаче о расстояниях между парами эллиптических орбит	106
Чорненко М. В., Петренко А. Н. Применение нечеткой логики для принятия решений	113

Наукове видання
ВІСНИК
ДНІПРОПЕТРОВСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ

Серія: РАКЕТНО-КОСМІЧНА ТЕХНІКА

Заснований у 1993 р.

Випуск 17, том 1

Українською та російською мовами

**Свідоцтво про державну реєстрацію державного засобу масової інформації
серія КВ № 7898 від 17.09.2003 р.**

Редактор В. Ю. Володимиров
Технічний редактор В. А. Усенко
Коректор А. В. Шерстюк
Оригінал-макет О. М. Гришкіної

Підписано до друку 25.11.2014. Формат 70×108^{1/16}. Папір друкарський. Ум. друк. арк. 10,5.
Ум. фарбовідб. 10,5. Обл.-вид. арк. 11,5. Тираж 100 прим. Зам. № .

Свідоцтво держреєстрації ДК № 289 від 21.12.2000 р.

ДП «Видавництво ДНУ»,
пр. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010

Віддруковано у ТОВ «Роял Принт».
49052, м. Дніпропетровськ, вул. В. Ларіонова, 145.

Тел. (056) 794-61-05, 04
Свідоцтво ДК № 4765 від 04.09.2014 р.