

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДНІПРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор

Сергій ОКОВИТІЙ

«24» 02 2025 р.

ПОГОДЖЕНО

В.о. проректора  
з науково-педагогічної роботи

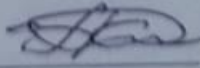
Наталія ГУК

«24» 02 2025 р.

ПРОГРАМА  
Атестаційного іспиту  
за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти,  
спеціальність 111 Математика  
освітні програми «Математика», «Математика інтелектуальних  
систем»

Розглянуто на засіданні вченої ради  
механіко-математичного факультету

від «17» грудня 2024 р. протокол № 5

Голова вченої ради  (Олександр ХАМІНІЧ)

Дніпро  
2024

## 1. Загальна частина

Атестаційний іспит є завершальним етапом першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 111 Математика.

Програма атестаційного іспиту відповідає затвердженим освітнім програмам «Математика» (редакція № 2 від 10.09.2020 р.) і «Математика інтелектуальних систем» (редакція № 2 від 10.09.2020 р.) спеціальності 111 Математика за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти, стандарту вищої освіти за спеціальністю 111 Математика (затвердженого наказом Міністерства освіти і науки України від 30.04.2020 р. № 577).

Відповідно до освітніх програм «Математика», «Математика інтелектуальних систем» атестаційний іспит перевіряє рівень сформованості у здобувачів освіти наступних компетентностей:

*Загальних:*

**ЗК1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу,

**ЗК2.** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях,

**ЗК3.** Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності,

**ЗК9.** Здатність приймати обґрунтовані рішення,

**ЗК12.** Здатність працювати автономно,

**ЗК13.** Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

*Спеціальних:*

**СК3.** Здатність розуміти міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей та технічних викладок,

**СК4.** Спроможність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих,

**СК5.** Здатність до кількісного мислення,

**СК7.** Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей,

**СК8.** Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів,

**СК10.** Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символічних розрахунків.

Атестаційний іспит є формою контролю результатів підготовки математиків, здатних виконувати професійні завдання теоретичного і прикладного характеру. Успішне складання атестаційного іспиту засвідчує такі результати навчання:

**ПРО3.** Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень,

**ПР04.** Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми,

**ПР06.** Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів,

**ПР10.** Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями,

**ПР11.** Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей,

**ПР13.** Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних,

**ПР14.** Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач,

**ПР15.** Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур,

**ПР16.** Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем,

**ПР17.** Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ,

**ПР18.** Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії функцій комплексної змінної,

**ПР19.** Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ,

**ПР20.** Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних.

Програма атестаційного іспиту охоплює питання таких освітніх компонентів:

- математичний аналіз: функції однієї змінної;
- математичний аналіз: функції багатьох змінних;
- комплексний аналіз;
- теорія міри та інтеграла;
- функціональний аналіз;
- алгебра і основи теорії чисел;
- геометрія;
- диференціальні рівняння;
- рівняння математичної фізики;
- теорія ймовірностей і математична статистика.

## 2. Перелік тем

### Математичний аналіз: функції однієї змінної

1. Елементи теорії множин і відображень
2. Теорія дійсних чисел. Основні властивості дійсних чисел
3. Основні принципи математичного аналізу
4. Границя числової послідовності. Властивості границь. Критерій Коші
5. Числові ряди. Ознаки збіжності
6. Границя функції. Властивості границь. Границя функції при базі. Обчислення границь
7. Неперервність функції. Локальні і глобальні властивості неперервних функцій
8. Порівняння асимптотичної поведінки функцій
9. Диференційовність функцій. Похідна, диференціал та їх властивості
10. Основні теореми диференціального числення. Формула Тейлора. Правила Лопітала
11. Дослідження функцій методами диференціального числення
12. Первісна та невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування функцій
13. Інтеграл Рімана. Найважливіші класи інтегрованих за Ріманом функцій. Основні властивості інтегралу Рімана. Формула Ньютона-Лейбніца
14. Застосування інтеграла Рімана
15. Невласні інтеграли, їх властивості. Абсолютна та умовна збіжність невластних інтегралів. Ознаки збіжності

### Математичний аналіз: функції багатьох змінних

1. Простір  $R^m$  та найважливіші класи його підмножин
2. Границя функцій багатьох змінних, властивості границь. Неперервність функцій багатьох змінних. Локальні та глобальні властивості неперервних функцій
3. Диференційованість функцій багатьох змінних. Частинні похідні. Координатне зображення диференціалу
4. Частинні похідні вищих порядків. Формула Тейлора. Дослідження на екстремум функцій багатьох змінних методами диференціального числення
5. Поточкова і рівномірна збіжність сім'ї функцій, залежної від параметру, зокрема, функціональних послідовностей і рядів. Функціональні властивості граничних функцій (умови комутування двох граничних переходів, неперервність і граничний перехід,

- інтегрування і граничний перехід, диференціювання і граничний перехід)
6. Степеневі ряди. Радіус збіжності. Властивості суми степеневого ряду
  7. Ряди Фур'є. Принцип локалізації. Дослідження збіжності ряду Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля
  8. Власні і невластиві інтеграли, залежні від параметра. Ознаки рівномірної збіжності. Функціональні властивості. Ейлерові інтеграли
  9. Перетворення Фур'є та його властивості. Інтеграл Фур'є. Достатні умови зображення функції інтегралом Фур'є
  10. Кратні інтеграли. їх властивості. Зведення кратного інтегралу до повторного. Заміна змінних
  11. Криволінійні та поверхневі інтеграли та їх властивості. Формули Гріна, Гауса-Остроградського і Стокса.

### **Комплексний аналіз**

1. Критерій диференційовності комплекснозначної функцій у точці. Умови Коші-Рімана
2. Гармонічні функції, їх взаємозв'язок з функціями аналітичними.
3. Інтегральна теорема Коші (випадок трикутного контуру).
4. Формула Коші для однозв'язної області.
5. Ряд Лорана. Розвинення функцій в ряд Лорана.
6. Поняття лишка. Обчислення лишків. Основні теореми про лишки.
7. Дробово-лінійна функція. Кругова властивість.
8. Конформні відображення функціями  $z^n$ ,  $e^z$ ,  $\frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ .

### **Теорія міри та інтеграла**

1. Міра елементарних множин.
2. Збіжність майже скрізь та збіжність за мірою.
3. Інтеграл Лебега та його властивості.
4. Граничний перехід під знаком інтеграла.
5. Функції обмеженої варіації. Абсолютно неперервні функції та їх властивості.

### **Функціональний аналіз**

1. Повні метричні простори. Приклади повних і неповних метричних просторів.
2. Принцип стискаючих відображень.
3. Компактність та відносна компактність у метричних просторах. Неперервні відображення компактних множин. Критерії компактності.

4. Означення та основні приклади нормованих просторів.
5. Означення та приклади гільбертових просторів. Нерівність Коші-Буняковського.
6. Неперервність та обмеженість лінійних операторів. Норма оператора.
7. Рівномірна та поточкова збіжність послідовності операторів. Теореми Банаха-Штейнгауза.
8. Обернені оператори. Достатні умови існування обмеженого оберненого оператора. Теорема Банаха.
9. Теорема Банаха-Хана. Теореми про загальний вид лінійних функціоналів у конкретних нормованих просторах.
10. Компактні оператори.
11. Спряжені оператори.

### **Алгебра і основи теорії чисел**

1. Підстановки, їх парність, транспозиції.
2. Множення матриць, його властивості, базові матриці, трансекції.
3. Бінарні алгебричні операції, їх властивості, базові алгебричні структури.
4. Поле комплексних чисел, геометрична та матрична моделі. Тригонометрична форма комплексного числа.
5. Корені з одиниці.
6. Кільце поліномів, його властивості.
7. Функція Ейлера, функція Мебіуса.
8. Загальна теорія систем лінійних рівнянь. Однорідні системи. Фундаментальна система розв'язків.
9. Лінійна оболонка, її властивості, лінійна незалежність, базис простору, його характеристики.
10. Лінійні відображення, їх властивості, лінійні перетворення, матриці лінійних відображень, лінійні функціонали.

### **Геометрія**

1. Скалярний, векторний, мішаний добутки векторів.
2. Відхилення та відстань від точки до прямої на площині.
3. Дотичні та спряжені діаметри ліній другого порядку.
4. Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду.
5. Взаємне розташування прямої та площини у просторі.
6. Вектор-функція кривої. Диференціювання вектор-функції та його властивості.

7. Тригранник Френе. Елементи тригранника Френе при натуральній параметризації.
8. Кривина та скрут регулярної кривої. Формули Френе. Натуральне рівняння кривої.
9. Перша квадратична форма регулярної поверхні та її коефіцієнти.
10. Друга квадратична форма регулярної поверхні та її коефіцієнти.

### **Диференціальні рівняння**

1. Теорема існування та єдиності для диференціального рівняння 1-го порядку, яке розв'язане відносно похідної
2. Основні теореми про розв'язки лінійного диференціального рівняння  $n$ -го порядку
3. Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера
4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Зниження порядку диференціального рівняння
5. Системи диференціальних рівнянь в нормальній формі. Задача Коші. Перші та загальні інтеграли.

### **Рівняння математичної фізики**

1. Диференціальні рівняння в частинних похідних 2-го порядку з 2-ма незалежними змінними.
2. Приведення рівнянь другого порядку з частинними похідними до канонічної форми.
3. Постановка основних крайових задач для рівняння еліптичного типу. Метод Фур'є для рівнянь еліптичного типу.
4. Постановка основних крайових задач для рівнянь гіперболічного типу. Застосування методу Фур'є до розв'язання рівнянь гіперболічного типу в одновимірних областях.
5. Постановка основних крайових задач для рівнянь параболічного типу і задачі Коші. Принцип максимуму.

### **Теорія ймовірностей і математична статистика**

1. Ймовірність і її основні властивості.
2. Дискретний ймовірнісний простір, класична модель.
3. Дискретна випадкова величина, її розподіл, приклади розподілів дискретних випадкових величин.
4. Числові характеристики дискретної випадкової величини, теорема про обчислення математичного сподівання функції від випадкової величини.
5. Геометрична ймовірність, задача Бюффона.

6. Функція розподілу випадкової величини, абсолютно неперервні випадкові величини, приклади абсолютно неперервних випадкових величин.
7. Числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин, теорема про обчислення математичного сподівання функції від випадкової величини за її розподілом.
8. Центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин.

### 3. Структура білету

Кожний варіант атестаційного іспиту містить 50 тестових завдань, зміст яких стає відомим здобувачеві вищої освіти лише при отриманні варіанту іспиту. Всі питання подані у формі обрання однієї правильної відповіді з чотирьох запропонованих, проти якої здобувач вищої освіти має зробити відповідну позначку.

Оцінка за відповідь на кожне питання варіанту може набувати одного з двох значень:

максимального значення      2 бали у разі правильної відповіді,  
мінімального значення      0 балів у разі неправильної відповіді.

Розподіл питань у кожному варіанті за формою завдань

| Форма завдання                      | Кількість одиниць у варіанті | Кількість балів за одне завдання | Максимальна кількість балів, яка може бути набрана за весь іспит |
|-------------------------------------|------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Питання на обрання вірної відповіді | 50                           | 2                                | $50 * 2 = 100$                                                   |

Структура білету за темами навчальних дисциплін:

| № з/п  | Назва дисципліни                              | Кількість завдань у варіанті |
|--------|-----------------------------------------------|------------------------------|
| 1      | Математичний аналіз: функції однієї змінної   | 8                            |
| 2      | Математичний аналіз: функції багатьох змінних | 8                            |
| 3      | Комплексний аналіз                            | 2                            |
| 4      | Теорія міри та інтеграла                      | 2                            |
| 5      | Функціональний аналіз                         | 2                            |
| 6      | Алгебра і основи теорії чисел                 | 8                            |
| 7      | Геометрія                                     | 5                            |
| 8      | Диференціальні рівняння                       | 8                            |
| 9      | Рівняння математичної фізики                  | 2                            |
| 10     | Теорія ймовірностей і математична статистика  | 5                            |
| Всього |                                               | 50                           |



#### 4. Критерії оцінювання

| Сума балів | Оцінка за національною шкалою | Критерії оцінювання                                                                    |
|------------|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 90-100     | Відмінно/<br>Excellent        | Відмінне виконання, надано 90-100% правильних відповідей                               |
| 82-89      | Добре/<br>Good                | Виконання вище середнього рівня, надано 82- 89% правильних відповідей                  |
| 75-81      |                               | В цілому правильне виконання, надано 75-81% правильних відповідей                      |
| 64-74      | Задовільно/<br>Satisfactory   | Задовільне виконання, надано 64-74% правильних відповідей                              |
| 60-63      |                               | Виконання задовольняє мінімальним критеріям, надано 60-63% правильних відповідей       |
| 0-59       | Незадовільно/<br>Fail         | Виконання не задовольняє мінімальним критеріям, надано менше 60% правильних відповідей |

#### 5. Список рекомендованої літератури

##### Математичний аналіз

1. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз: у 2 т. Київ: Либідь, 1993.
2. Збірник задач з математичного аналізу / укл. Рудавський Ю. К. та ін. Частина 1, 2. Львів: Вид-во Національного університету «Львівська політехніка», 2001.
3. Назаренко М. О., Нестеренко О. Н., Петрова Т. О., Чайковський А. В. Збірник типових задач з математичного аналізу: функції однієї змінної. Частина 2. Київ: КНУ, 2020.
4. Нестеренко О. Н., Петрова Т. О., Чайковський А. В. Збірник типових задач з математичного аналізу: функції однієї змінної: навч. посібник. Київ: КНУ, 2019.
5. Рудавський Ю. К., Понеділок Г. В. та ін. Математичний аналіз. Львів: Вид-во Національного університету «Львівська політехніка», 2003.

##### Комплексний аналіз

1. Доронін В. Г., Лигун А. О., Черномурова Л. О. Комплексний аналіз у прикладах і завданнях. Дніпропетровськ: РВВ ДНУ, 2006. 76 с.
2. Кофанов В. О. Лекції з комплексного аналізу: методичний посібник. Дніпро: РВВ ДНУ, 2021. 130 с.

##### Теорія міри та інтеграла

1. Великін В. Л., Пасько А. М. Практикум із курсу «Теорія міри та інтеграла Лебега». Дніпро, 2009.

2. Маслюченко В. К. Лекції з теорії міри та інтеграла: навч. посібник. Ч. 1, 2. Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011.

### **Функціональний аналіз**

1. Пасько А. М. Практикум із курсу «Функціональний аналіз». Дніпропетровськ: РВВ ДНУ, 2008.
2. Ус С. А. Функціональний аналіз: навчальний посібник. Дніпро, 2013.

### **Алгебра і основи теорії чисел**

1. Авдєєва Т. В., Горбачук В. М. Алгебра. Основи алгебраїчних структур. Навчальний посібник. Київ: НТУУ «КПІ», 2015.
2. Курдаченко Л. А., Кириченко В. В., Семко М. М. Вибрані розділи алгебри та теорії чисел. Київ: Ін-т математики НАН України, 2005.
3. Лиман Ф. М., Лукашова Т. Д. Елементи теорії груп, кілець і полів. Суми: МакДен, 2013.

### **Геометрія**

1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібник / В. В. Булдигін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдигіна. Київ: ТВіМС, 2011. 224 с.
2. Пипка О. О., Ящук В. С. Посібник до вивчення дисципліни «Геометрія». Дніпро: РВВ ДНУ. 2019. 52 с.
3. Пришляк О. Диференціальна геометрія: Курс лекцій. Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2012.

### **Диференціальні рівняння**

4. Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перстюк М. О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. Київ: Вища школа, 1994.
5. Сясєв А. В. Диференціальні рівняння: Навч. посібник. Дніпропетровськ: Вид-во ДНУ, 2007. 356 с.

### **Рівняння математичної фізики**

1. Курпа Л.В., Лінник Г. Б. Рівняння математичної фізики: навч. посіб. Харків: Вид-во «Підручник» НТУ «ХПІ», 2011. 312 с.

### **Теорія ймовірностей і математична статистика**

1. Турчин Є. В. Математичні основи теорії ймовірностей. Навчальний посібник. Дніпро: Ліра. 2022.
2. Турчин В. М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Дніпро: Ліра, 2019.

Зав. каф. математичного аналізу  
та оптимізації



Наталія ПАРФІНОВИЧ

Зав. каф. геометрії та алгебри



Олександр ПИПКА