ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
Дніпровського національного
університету імені Олеся Гончара
Олег МАРЕНКОВ

«12» 10 2026 р.

ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації Клєцкова Олександра Миколайовича на тему «Особливості деформування пружної матриці з тонкою накладкою за наявності міжфазної мікро- або нанотріщини з урахуванням поверхневих ефектів», представленої на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 113 Прикладна математика

Витяг
з протоколу № 1 міжкафедрального семінару .
«Математичні проблеми механіки»
Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара
від 30 вересня 2026 року

ПРИСУТНІ: 11 з 14 членів наукового семінару.

ГОЛОВУЮЧИЙ: д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

СЕКРЕТАР ЗАСІДАННЯ: канд. фіз-мат. наук, доц. Ходанен Т. В. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

Члени наукового семінару:

д-р фіз.-мат. наук, проф. Гарт Е. Л. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

д-р фіз.-мат. наук, проф. Гук Н. А. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), в. о. проректора з науково-педагогічної роботи, професор кафедри комп'ютерних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

д-р фіз.-мат. наук, проф. Лобода В. В. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

д-р фіз.-мат. наук, проф. Шевельова А.Є. професорка кафедри обчислювальної математики та математичної кібернетики Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара

канд. фіз-мат. наук, с.н.с. Адлуцький В. Я. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), старший науковий співробітник НДЛ механіки руйнування та пластичного деформування матеріалів кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз-мат. наук, доц. Комаров О. В. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), завідувач кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз-мат. наук, доц. Панін К. В. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз-мат. наук, доц. Гергель І. Ю. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

канд. фіз-мат. наук, доц. Чернецький С. О. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

ЗАПРОШЕНІ ФАХІВЦІ (3 особи, з правом голосу):

д-р фіз.-мат. наук, проф. Говоруха В. Б. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), завідувач кафедри вищої математики, фізики та загальноінженерних дисциплін Дніпровського державного аграрно-економічного університету;

д-р фіз.-мат. наук, проф. Кагадій Т. С. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), професорка кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»;

д-р фіз.-мат. наук, проф. Зеленський А. Г. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), професор кафедри будівельної механіки та металевих конструкцій Навчально-наукового інституту «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» Українського державного університету науки і технологій.

На засіданні присутні аспіранти кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки: асп. Коваленко Є., асп. Лобода К.В.

Аспіранти участі в голосуванні не брали.

Порядок денний: розгляд і обговорення дисертаційної роботи Клєцкова Олександра Миколайовича на тему «Особливості деформування пружної матриці з тонкою накладкою за наявності міжфазної мікро- або нанотріщини з урахуванням поверхневих ефектів», поданої на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 113 Прикладна математика.

Тема дисертації затверджена на засіданні вченої ради Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, протокол № 3 від 23 листопада 2023 р., уточнена на засіданні вченої ради механіко-математичного факультету, протокол №11 від 23 червня 2026 року. Науковим керівником призначено д. ф.-м.н., проф. Лободу В. В.

Підготовка здобувача третього рівня вищої освіти здійснюється за акредитованою освітньо-науковою програмою «Прикладна математика» зі спеціальності 113 Прикладна математика (сертифікат про акредитацію освітньої програми 2068, дійсний до 01.07.2027 р.).

СЛУХАЛИ:

Обговорення дисертації аспіранта 4 року Клєцкова Олександра Миколайовича на тему «Особливості деформування пружної матриці з тонкою накладкою за наявності міжфазної мікро- або нанотріщини з урахуванням поверхневих ефектів» на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 113 Прикладна математика.

Перевірку на плагіат здійснювала комісія у складі: канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Комаров О. В., канд. фіз.-мат. наук, доцентка кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Ходанен Т. В., канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Панін К. В.

За результатами перевірки дисертаційної роботи на плагіат програмою «Strikeplagiarism» зроблено висновок: дисертаційна робота Клєцкова О.М. має високий рівень унікальності (98,96 %) і може бути допущена до захисту.

Робота виконана на 125 сторінках і містить такі складові частини: анотація, зміст, вступ, основна частина, висновки, список використаної літератури.

ГОЛОВУЮЧИЙ, д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П.: Слово надається аспіранту Клєцкову О.М. Будь ласка, регламент виступу – 30 хвилин.

Аспірант Клєцков О. М.

Шановний голово, шановні члени міжкафедрального семінару, шановні колеги!

Тема моєї дисертації: «Особливості деформування пружної матриці з тонкою накладкою за наявності міжфазної мікро- або нанотріщини з урахуванням поверхневих ефектів».

Актуальність теми.

Елементи конструкцій, виготовлені з багатокомпонентних сполук, знаходять все ширше застосування у високотехнологічних галузях сучасної техніки. Особливу актуальність мають дослідження напружено-деформованого стану (НДС) об'єктів з мікро- та нанотріщинами, оскільки на таких масштабах фізико-механічні властивості поверхні суттєво відрізняються від об'ємних характеристик. Експлуатаційна надійність таких систем значною мірою визначається наявністю дефектів, зокрема

тріщин, що виникають на межі розділу фаз або поблизу закріплених країв конструкційних елементів.

Проблемі дослідження деформацій і руйнування елементів конструкцій з тріщинами, зокрема з урахуванням геометричних обмежень та поверхневих явищ, присвячено значну кількість досліджень українських та закордонних авторів.

Із огляду робіт, який наведений в дисертації витікає, що на теперішній час найбільш повно досліджені макроскопічні задачі механіки руйнування. Натомість поза увагою дослідників часто залишається моделювання напружено-деформованого стану в обмежених за геометрією елементах конструкцій. Крім того, потребують подальшого розвитку методи зведення відповідних крайових задач із поверхневими ефектами до систем сингулярних інтегральних рівнянь та розробка стійких чисельних алгоритмів їх розв'язання.

Враховуючи вказані обставини, вибрану тему дослідження, можна вважати актуальною.

Мета і завдання дослідження.

Мета роботи полягає у розробці аналітико-числових методів для дослідження напружено-деформованого стану елементів конструкцій з тріщинами на мікро- та нанорівнях, зокрема у тонких накладках, біматеріальних з’єднаннях та квазікристалах, в тому числі з урахуванням масштабних ефектів (поверхневої пружності) та особливостей геометричного закріплення.

Для досягнення поставленої мети було визначено та розв’язано такі *завдання*:

- розробити аналітичний метод розв’язання задачі про плоску деформацію мікротріщини, розташованої вздовж жорстко закріпленого краю тонкої пружної накладки та на межі з’єднання двох ізотропних шарів (смуг);
- використовуючи модель поверхневої пружності Гуртина-Мердока, дослідити НДС біматеріального тіла з міжфазною нано-тріщиною. Проаналізувати, як властивості поверхневої «мембрани» змінюють розподіл напружень у вершинах тріщин нанометрових розмірів;
- вивчити антиплоску деформацію у складних структурах. Для цього розв’язати задачі про антиплоский зсув для нанотріщин в ізотропних тілах та лінійних квазікристалах з урахуванням фононно-фазонного зв’язку та поверхневих напружень;
- для різних властивостей поверхневих шарів показати можливість усунення класичної кореневої сингулярності напружень у вершині тріщини за рахунок врахування поверхневої пружності, що дозволяє отримати скінченні значення фізичних полів.

Об’єкт дослідження – процеси деформування та руйнування пружних середовищ (тонких шарів, біматеріалів, квазікристалів), що містять дефекти типу тріщин на мікро- та нанорівнях.

Предмет дослідження – НДС та параметри руйнування мікро та нано-тріщин з урахуванням розміру дефектів та поверхневих ефектів.

Методи дослідження. Для побудови й аналізу математичних моделей використовується механіка деформівного твердого тіла, лінійна механіка руйнування, теорія поверхневої пружності (модель Гуртина–Мердока) та теорія пружності квазікристалів. Математичний апарат базується на методах інтегральних перетворень Фур'є та теорії сингулярних інтегральних рівнянь, а для чисельного розв'язання застосовано метод квадратур Гауса-Чебишева та метод скінченних елементів.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному**:** Виконано аналіз напружено-деформованого стану тонких пружних накладок та біматеріальних смуг із мікротріщинами, що дозволило встановити межі застосовності класичних розв'язків для півплощини та виявити суттєве зростання параметрів руйнування при значному зменшенні товщини конструктивних елементів. Проведено порівняння отриманих аналітичних результатів із чисельним моделюванням методом скінченних елементів. Реалізовано методику дослідження міжфазних нанотріщин у біматеріальних з'єднаннях з урахуванням масштабних ефектів на основі моделі Гуртина-Мердока. Вперше враховано різні механічні характеристики поверхневих шарів на нижньому і верхньому берегах тріщини. Встановлено, що врахування пружних властивостей поверхневої «мембрани» суттєво змінює розподіл напружень біля вершин тріщин нанометрових розмірів, що має вирішальне значення для оцінки надійності композитних наноструктур. З використанням аналітичного розв'язку для антиплоскої деформації проведено чисельний аналіз полів напружень та деформацій у лінійних квазікристалах та наноструктурах із тріщинами. Проаналізовано вплив фононно-фазонного зв'язку та поверхневої пружності, що дозволило визначити кількісні показники розкриття берегів тріщини та встановити умови, за яких усувається класична сингулярність. Запропоновано підхід до аналізу нанотріщин, який базується на теорії поверхневої пружності та методу лінійних дислокацій без використання класичних спрощень лінійної механіки руйнування. Цей підхід дозволяє отримати скінченні значення напружень у вершинах тріщин та виявити виражену розмірну залежність розв'язку, що забезпечує фізично коректний опис процесів деформування у нанорозмірному діапазоні.

Обґрунтованість і достовірність одержаних результатів забезпечується коректним застосуванням математичного апарату інтегральних перетворень Фур'є та рівнянь лінійної механіки руйнування, теорії пружності квазікристалів і моделі поверхневої пружності Гуртина-Мердока; використанням чисельних методів розв'язання сингулярних інтегральних рівнянь – метод квадратур Гауса-Чебишева з перевіркою збіжності за кількістю вузлів та членів розкладення; зіставленням отриманих результатів у граничних випадках із відомими класичними розв'язками,

зокрема, збіжністю результатів для тонких накладок із розв'язками для пружної півплощини при збільшенні їхньої товщини; порівнянням аналітичних значень параметрів руйнування – розкриття тріщини, швидкість звільнення енергії із результатами, отриманими за допомогою методу скінченних елементів; відповідністю результатів розв'язування задач, зокрема, щодо усунення сингулярності напружень у нанотріщинах фізичній суті досліджуваних масштабних ефектів та принципам енергетичного балансу.

Практичне значення одержаних результатів полягає в тому, що розроблено комплексні аналітико-числові методики та програмні алгоритми для розрахунку напружено-деформованого стану мікро- та нанорозмірних елементів конструкцій, біматеріальних з'єднань і квазікристалів із тріщинами. Запропоновані підходи дозволяють враховувати вплив геометричних параметрів (товщини накладок) та масштабних ефектів (поверхневої пружності), що забезпечує високу точність прогнозування міцності та тріщиностійкості сучасних композитів.

Одержані результати можуть бути використані в інженерній практиці конструкторських бюро та підприємств, що займаються проєктуванням і виготовленням елементів мікро- та наносистемної техніки, інтелектуальних матеріалів та високотехнологічних сенсорів. Це дозволяє ще на етапі проєктування дати об'єктивну оцінку експлуатаційного ресурсу виробів, вибрати коректні розрахункові моделі тріщин, та забезпечити надійну роботу конструкцій у критичних умовах навантаження.

У **розділі 1** проведено комплексне математичне моделювання задачі плоскої деформації для ізольованої мікротріщини, розташованої вздовж жорстко закріпленої межі тонкої ізотропної накладки.

Математична постановка задачі базується на класичних рівняннях рівноваги Ламе для лінійно-пружного тіла. Для розв'язання змішаної крайової задачі було застосовано апарат інтегральних перетворень Фур'є, що дозволило врахувати граничні умови на вільній та жорстко закріпленій поверхнях накладки. Шляхом задоволення умов на берегах тріщини, задачу було зведено до розв'язання системи сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) другого роду відносно функцій розкриття тріщини.

Для отримання кількісних характеристик розроблено чисельний алгоритм, в основу якого покладено метод колокацій та квадратурних формул Гауса-Чебишева. Це дозволило з високою точністю врахувати кореневу сингулярність напружень у вершинах тріщини та визначити коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) і швидкість звільнення енергії.

Результати розділу верифіковано шляхом порівняння з чисельним розрахунком методом скінченних елементів, що підтвердило адекватність обраної математичної моделі та високу точність запропонованого аналітико-чисельного підходу.

У **розділі 2** дослідження розширено на складнішу двошарову систему «полоса – накладка», що дозволило змоделювати напружено-деформований стан міжфазної мікротріщини, розташованої на межі розділу двох ізотропних, лінійно-пружних шарів.

Математична модель задачі базується на системі диференціальних рівнянь теорії пружності у частинних похідних. Побудований аналітичний розв'язок у рамках теорії плоскої деформації враховує відмінності у пружних константах обох середовищ. Використання інтегрального перетворення Фур'є дозволило звести крайову задачу до системи сингулярних інтегральних рівнянь відносно функцій, що описують стрибки переміщень на берегах тріщини. Для розв'язання цієї системи використано квадратурну формулу Гауса-Чебишева. Виконано серію чисельних експериментів для широкого діапазону геометричних параметрів. Отримано закономірності впливу товщини й жорсткості накладки та полоси на характер розкриття мікротріщини і швидкість звільнення енергії. Розрахунки показали, що зменшення товщини тонкої накладки призводить до значного зростання розкриття тріщини та ШЗЕ.

Для підтвердження достовірності отриманих теоретичних результатів проведено детальну верифікацію шляхом порівняльного аналізу з чисельним моделюванням, виконаним методом скінченних елементів. Високий ступінь збіжності між аналітичними даними та результатами МСЕ підтвердив адекватність та високу точність розробленої математичної моделі.

Розділ 3 присвячений дослідженню нанорозмірних об'єктів, де класичні уявлення механіки суцільного середовища стають недостатніми через домінуючий вплив поверхневих явищ. Досліджено напружено-деформований стан та параметри руйнування міжфазної тріщини, розташованої на межі поділу двох ізотропних матеріалів, з інтеграцією положень моделі поверхневої пружності Гуртина-Мердока. У цій моделі береги тріщини розглядаються як нескінченно тонкі пружні мембрани, що мають власні фізико-механічні константи, відмінні від властивостей об'ємного матеріалу.

Математичне формулювання задачі базується на задоволенні ускладнених граничних умов, які враховують стрибок напружень на поверхні тріщини, зумовлений її кривизною та поверхневим натягом. Застосування методики, основаній на розподілі лінійних дислокацій та лінійних сил на тріщині на межі розділу з поверхневою пружністю дозволило звести задачу до системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь.

Для розв'язання отриманих рівнянь використано процедуру поступового збільшення кількості вузлів квадратурної формули Гауса та членів розкладення за поліномами Чебишева, що забезпечило високу стабільність та збіжність результатів для нанометрових масштабів. Отримано закономірності зміни полів напружень та розкриття берегів тріщини залежно від масштабних факторів. Показано, що

врахування поверхневого напруження відіграє ключову роль для тріщин нанометрових розмірів, забезпечуючи усування класичної сингулярності і отримання скінченних значення напружень у вершинах тріщин.

У **розділі 4** представлено результати дослідження антиплоскої деформації (тріщини типу III) у наноструктурних елементах та лінійних квазікристалах. Дослідження зосереджено на вирішенні фундаментальної проблеми класичної механіки руйнування – усуненні парадоксу нескінченних напружень у вершині тріщини, який не узгоджується з фізичною природою реальних матеріалів на нанорівні.

Для досягнення цієї мети, як і в розділі 3 математичне формулювання задачі суттєво ускладнено за рахунок урахування масштабних ефектів. Зокрема, подібно до підходу, описаного в розділі 3, тут застосовано модель поверхневої пружності Гуртина-Мердока, де береги тріщини розглядаються як пружні мембрани з власними константами жорсткості. Однак, на відміну від плоскої деформації біматеріалів із розділу 3, у цій моделі вперше для задач антиплоского зсуву враховано специфічний для квазікристалічних структур фононно-фазонний зв’язок, що описує взаємодію звичайної пружної деформації (фононів) із внутрішніми перестановками атомної структури (фазонами).

Проведений чисельний аналіз продемонстрував, що вплив поверхневої пружності, аналогічно до результатів розділу 3 стає домінуючим для тріщин, довжина яких є меншою за один мікрометр, і стрімко посилюється з подальшим зменшенням лінійних розмірів. Встановлено розмірну залежність розв’язку, яка вказує на те, що нанотріщини в квазікристалах є значно стійкішими до поширення, ніж передбачає стандартна теорія.

За результатами досліджень зроблені наступні **ВИСНОВКИ**:

1. Досліджено плоску задачу для мікротріщини вздовж жорстко закріпленого краю тонкої накладки. Побудовано точний аналітичний метод розв'язання задачі плоскої деформації для відкритої мікротріщини під дією внутрішнього тиску та зосереджених сил, що базується на інтегральних перетвореннях Фур’є. Виявлено ефект розмірної залежності та геометричного чинника, який полягає у різкому зростанні розкриття берегів тріщини та швидкості звільнення енергії при зменшенні товщини накладки нижче певного критичного значення.

2. Проаналізовано особливості деформування системи «тонка полоса – накладка» з міжфазною мікротріщиною на межі їх з’єднання. Сформульовано та розв'язано плоску задачу для тріщини, розташованої на межі з'єднання двох ізотропних лінійно пружних нескінченних шарів за умови жорсткого закріплення нижнього шару. Розроблено математичний апарат на основі перетворень Фур'є для зведення проблеми до системи сингулярних інтегральних рівнянь. Встановлено, що

геометричні параметри верхньої тонкої накладки суттєво регулюють напружений стан і швидкість звільнення енергії в околі вершин тріщини.

3. Виконано моделювання плоскої задачі для міжфазної тріщини на межі розділу двох ізотропних матеріалів з урахуванням поверхневих ефектів. У рамках моделі поверхневої пружності Гуртина-Мердока враховано вплив тонкого поверхневого шару («мембрани») з власними пружними константами на берегах міжфазної тріщини. Реалізовано методику побудови системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь, яка базується на розподілі лінійних дислокацій та лінійних сил уздовж дефекту. При різних об’ємних та поверхневих характеристиках матеріалів побудовано чисельні розв’язки цієї системи, зокрема вперше враховано різні механічні характеристики поверхневих шарів на нижньому і верхньому берегах тріщини. Показано, що для тріщин нанометрового діапазону поверхневі напруження відіграють домінуючу роль, радикально змінюючи концентрацію напружень біля вершини тріщини, тоді як для тріщин розміром понад 20 мкм розв'язок наближається до класичного.

4. Досліджено антиплоску деформацію лінійно пружного ізотропного тіла з нанотріщиною типу III під дією віддалених зсувних напружень з урахуванням поверхневих ефектів. Сформульовано задачу в рамках моделі Гуртина-Мердока, де береги нанотріщини розглянуто як пружні мембрани з власними константами, та за допомогою методів комплексної змінної зведено проблему до сингулярного інтегро-диференціального рівняння першого порядку типу Коші. Виявлено ефект розмірної залежності, який полягає в тому, що для тріщин менше мікрометра вплив поверхневої пружності є домінуючим і суттєво обмежує концентрацію напружень, тоді як із збільшенням довжини дефекту понад 1 мкм розв'язок асимптотично наближається до класичного.

5. Проаналізовано антиплоску деформацію одновимірного гексагонального квазікристала з ізольованою нанотріщиною. Сформульовано та розв'язано задачу про антиплоский зсув із спільним урахуванням фононно-фазонного зв’язку та поверхневих напружень за моделлю Гуртина–Мердока, де проблему зведено до системи взаємопов'язаних сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь. Побудовано чисельні залежності, які підтвердили, що врахування поверхневої пружності для різних властивостей поверхневих шарів усуває сингулярність як фононних, так і фазонних напружень, забезпечуючи їхні скінченні значення у вершині нанотріщини.

ЗАПИТАННЯ ТА ВІДПОВІДІ

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Зеленський А. Г., професор кафедри будівельної механіки та металевих конструкцій Навчально-наукового інституту «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» Українського державного університету науки і технологій:

Покажіть рівняння (3.19)-(3.22). Це система зв’язаних рівнянь? Назвіть невідомі цієї системи, та чому Ви ці рівняння називаєте інтегро-диференціальними? А який сенс невідомих?

Клєцков О. М.:

Так, це система зв'язаних рівнянь. Невідомими системи є щільності розподілу лінійних сил та лінійних дислокацій на інтервалі тріщини, які фізично відповідають похідним від стрибків переміщень та напружень на берегах тріщини. А саме: $b_1(\xi)=\sigma_{,1}^{+}-\sigma_{,1}^{-}$, $b_2(\xi)=\sigma_{,2}^{+}-\sigma_{,2}^{-}$, $f_1(\xi)=u_{,1}^{+}-u_{,1}^{-}$, $f_2(\xi)=u_{,2}^{+}-u_{,2}^{-}$.

Рівняння містять як самі невідомі функції, що входять під сингулярні інтеграли типу Коші, так і похідні від невідомих функцій поза або під знаком інтегрування.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Гарт Е. Л., професорка кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Не зовсім зрозуміло, який сенс поверхневих шарів на рис. 3.1? Чи це якісь тонкі плівки приклеєні до берегів тріщини, чи що?

Клєцков О. М.:

Ні, це не окремі фізично наклеєні плівки. У моделі Гуртина-Мердока поверхневий шар – це математична та фізична модель приповерхневого шару матеріалу (товщиною в кілька атомних радіусів). Через порушення симетрії та періодичності кристалічної ґратки на вільній поверхні/межі розділу, атоми на поверхні мають інший енергетичний стан та інші міжінтервальні зв'язки, ніж у глибині об'єму. Цей надлишковий енергетичний стан моделюється як нескінченно тонка пружна «мембрана», що ідеально зчеплена з об'ємним матеріалом і має власні поверхневі пружні константи та поверхневий натяг.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Гарт Е. Л., професорка кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Формулами (4.59) Ви визначаєте різницю переміщень берегів тріщини у вигляді інтегралів. Як Ви знаходите ці інтеграли – аналітично, чи по якихось квадратурних формулах?

Клєцков О. М.:

Після знаходження $b_i(x)$ по формулі (4.63) їх вирази підставляються в (4.59) і проводиться інтегрування. Інтеграли від многочленів Чебишева легко обчислюються аналітично.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Гарт Е. Л., професорка кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Чому для розв'язання СІДР Ви використовуєте саме цей метод (розклад за чебишевськими поліномами), а не інші методи?

Клєцков О. М.:

Розклад за поліномами Чебишева забезпечує так звану спектральну точність (швидкість збіжності є вищою за будь-яку степеневу функцію від N), якщо шукана функція є гладкою на інтервалі. Інші методи дають лише алгебраїчну швидкість збіжності, що вимагало б значно більших обчислювальних витрат.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Гарт Е. Л., професорка кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

У чому полягає актуальність та практична цінність дисертаційної роботи?

Клєцков О. М.:

Елементи конструкцій, виготовлені з багатокомпонентних сполук, знаходять все ширше застосування у високотехнологічних галузях сучасної техніки. Експлуатаційна надійність таких систем значною мірою визначається наявністю дефектів, зокрема тріщин, що виникають на межі розділу фаз або поблизу закріплених країв конструкційних елементів. Враховуючи вказані обставини, вибрану тему дослідження, можна вважати актуальною. Запропоновані підходи дозволяють враховувати вплив геометричних параметрів (товщини накладок) та масштабних ефектів (поверхневої пружності), що забезпечує високу точність прогнозування міцності та тріщиностійкості сучасних композитів.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Гарт Е. Л., професорка кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Що мається на увазі, коли в роботі наводиться термін «накладка з тріщиною»?

Клєцков О. М.:

У роботі під терміном «накладка з тріщиною» мається на увазі покриття або тонкий шар скінченної товщини, який з’єднаний з іншим матеріалом і містить у собі або на межі поділу тріщину. Наявність «накладки» означає, що розв'язок враховує геометричний фактор товщини, що робить модель відмінною від класичних задач для нескінченного простору чи півпростору.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Гарт Е. Л., професорка кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Які межі застосування запропонованих в роботі підходів?

Клєцков О. М.:

За масштабом: від макро- до нанотріщин; за матеріалами: крихкі та квазікрихкі однорідні, біматеріальні та квазікристалічні середовища в межах малих пружних деформацій; за геометрією: міжфазні та внутрішні тріщини у шаруватих та наноструктурованих елементах без ефектів пластичності та контакту берегів.

Д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П., професор кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Як узгоджуються між собою мікро- або нанотріщини та те, що застосовується МСЕ, а саме його скінченність?

Клєцков О. М.:

У МСЕ використовувалося геометричне масштабування: розрахункова область та довжина тріщини подавалися у безвимірних координатах (нормованих на характерний розмір тріщини). Це дозволило будувати скінченно-елементну сітку з класичними геометричними пропорціями.

Д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П., професор кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Чи брались дані реальних матеріалів, чи була взята якась математична модель?

Клєцков О. М.:

Брались реальні експериментальні дані інших дослідників.

Д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П., професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Що означає термін «поверхневий ефект»? Чи він є загальновживаним?

Клєцков О. М.:

У рамках роботи термін «поверхневий ефект» (surface effect) означає суттєву зміну напружено-деформованого стану та механічної поведінки матеріалу біля межі поділу або берегів тріщини за рахунок власної пружності та натягу поверхневого шару, чий внесок стає порівнянним із відгуком об'ємного матеріалу. Це є загальновживаним терміном при розгляді мікро- або нанотріщин.

Д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П., професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

З рис. 3.2 не зовсім зрозуміло, для яких довжин тріщини побудовані криві. Тобто чим більша довжина тріщини, тим менше напруження?

Клєцков О. М.:

Ні. На рис. 3.2 лінія I відповідає $S_e = 0{,}1$-10 нм, лінія II – $S_e = 0{,}05$- 20 нм, лінія III – $S_e = 0{,}01$- 100 нм, лінія IV – $S_e = 0{,}005$- 200 нм. $S_e = \dfrac{\mu_{s1} - \sigma_{01}}{b\mu_1}$ обернено залежить від довжини тріщини.

Д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П., професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

З рис. 4.1 не зовсім зрозуміло, як можна розраховувати, якщо елемент знаходиться не в рівновазі?

Клєцков О. М.:

На рис. 4.1 наводиться модельне зображення. Циліндр нескінченний у довжину та містить одну внутрішню тріщину, що проходить по всій довжині циліндра. У типовому поперечному перерізі тріщина займає область $[-b, b]$ осі x.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Кагадій Т. С., професорка кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»:

Чи є закріплення самої тріщини, зображеної на рис. 1.1? Та що означає p_0?

Клєцков О. М.:

Тріщина не закріплена. Вона вважається відкритою з рівномірним внутрішнім тиском p_0 на її поверхню.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Кагадій Т. С., професорка кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»:

Як впливає жорстке закріплення однієї з граней смуги у Розділах 1 та 2 на розкриття тріщини?

Клєцков О. М.:

Жорстке закріплення створює додаткові зусилля, які стримують деформацію нижнього шару, суттєво зменшуючи розкриття тріщини порівняно з випадком вільних граней.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Кагадій Т. С., професорка кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»:

Чому Ви розв'язок шукаєте у формі (1.22)? Адже відомо, що для тріщини між двома матеріалами сингулярність буде осциляційна.

Клєцков О. М.:

Згідно з дослідженням Zhang A.B., Wang B.L., зона осциляції для реальних біматеріалів є надзвичайно малою – вона розміщується у вузькому околі біля самої вершини тріщини (часто меншою за міжатомну відстань). Ігнорування осциляційного додатка не впливає на глобальний розподіл напружень, розкриття тріщини та швидкість звільнення енергії (ШЗЕ). Розрахунок за вказаною формулою дозволяє використати стандартизований, ефективний апарат квадратур Гауса-Чебишева без втрати точності під час обчислення глобальних параметрів руйнування.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Кагадій Т. С., професорка кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»:

Чи можливе порівняння результатів отриманих в роботі з іншими відомими результатами?

Клєцков О. М.:

Так, порівняння можливі. При підстановці відомих даних в запропоновані моделі.

Канд. фіз.-мат. наук, доц. Комаров О. В., завідувач кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Покажіть систему (2.23), (2.24). У неї входять невідомі і під знаком інтеграла і поза інтегралом. Якщо застосувати формулу Гауса-Чебишева та метод колокації, то з'являться невідомі у різних (неспівпадаючих) вузлах. Як Ви виходили з цієї ситуації?

Клєцков О. М.:

Для подолання цієї ситуації у дисертації застосовано лінійну інтерполяцію невідомих вузлових значень. Інтегральні додатки обчислюються у вузлах колокації $r_i = cos\left(\frac{\pi i}{N}\right), \quad i = 1,...,N-1.$ Невідомі функції, що стоять поза інтегралом, обчислюються безпосередньо у квадратурних вузлах $s_k = cos\left(\frac{2k-1}{2N}\pi\right), \quad k = 1,...,N.$ Оскільки вузли колокації розміщені строго між вузлами інтегрування, значення шуканих функцій та їхніх похідних у вузлах виражалися через невідомі значення в сусідніх вузлах за допомогою лінійної інтерполяції.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Гук Н. А., в. о. проректора з науково-педагогічної роботи, професорка кафедри комп'ютерних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Чи проводили Ви згущення сітки при розрахунку МСЕ? Судячи по рис. 2.6, сітка у Вас була близькою до рівномірної.

Клєцков О. М.:

На рис. (2.6) показано самий окіл тріщини. Поза ним елементи збільшуються.

Д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П., професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Яка ж довжина тріщини при аналізі МСЕ?

Клєцков О. М.:

При аналізі проводилось масштабування. Тобто аналіз здійснювався для тріщини макророзмірів.

Канд. фіз-мат. наук, доц. Ходанен Т. В. доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Біля рис. 4.3 я помітила, що μ^s має розмірність Дж/м^2. Але складається враження, що це є аналог модуля зсуву для поверхневого шару. Чому тоді не Па?

Клєцков О. М.:

Різниця виникає через те, що поверхневі модулі вимірюються не в об'ємних одиницях (Па), а у поверхневих. Класичний (об'ємний) модуль зсуву визначає напруження в тривимірному об'ємі Н/м^2 або Па. Поверхневий шар у моделі Гуртина-Мердока вважається двовимірною мембраною (з товщиною, що прямує до нуля), тому поверхневий модуль зсуву описує зусилля на одиницю довжини контуру і має розмірність Н/м, а не Паскаль. Чому в роботі вказано Дж/м²? Одиниця вимірювання Н/м є абсолютно тотожною одиниці Дж/м². Таким чином, для двовимірної поверхні розмірність Дж/м^2 (або Н/м) є виправданим аналогом Паскаля.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Говоруха В. Б., завідувач кафедри вищої математики, фізики та загальноінженерних дисциплін Дніпровського державного аграрно-економічного університету:

Чому напруження по класичній теорії у вершині тріщини прямують до нескінченності, а у Вашій моделі вони скінченні?

Клєцков О. М.:

У класичній теорії пружності береги тріщини вважаються повністю вільними від навантажень. Враховуючи поверхневий натяг та поверхневу жорсткість (модель Гуртина–Мердока), береги діють як натягнута мембрана, яка "стримує" деформацію у вершині, усуваючи сингулярність та роблячи напруження скінченними.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Говоруха В. Б., завідувач кафедри вищої математики, фізики та загальноінженерних дисциплін Дніпровського державного аграрно-економічного університету:

Чому при аналізі розгляд проводився для розмірів тріщини від 10 нм до 200 нм?

Клєцков О. М.:

Саме у цьому діапазоні розмірів масштабний параметр поверхні є сумірним із довжиною тріщини, що дозволяє максимально чітко проілюструвати розмірну залежність та вплив поверхневої пружності.

Канд. фіз-мат. наук, доц. Гергель І. Ю., доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Питання стосовно рис. 4.8. Який сенс змінної «x»? Якщо це координата осі абсцис (паралельна тріщині), то чому тоді для двох дуже різних «b» координата «x» змінюється в однакових границях?

Клєцков О. М.:

Це нормоване значення координати x_1, яке дорівнює $x = x_1 / b$ і дозволяє перейти до меж інтегрування $[-1;1]$.

Канд. фіз-мат. наук, доц. Чернецький С. О., доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Чи проводилось дослідження, яку саме теорію краще використовувати для дослідження поверхневих ефектів?

Клєцков О. М.:

Дослідження не проводилось. Одразу бралась модель Гуртина–Мердока, оскільки, з моєї точки зору, вона є найбільш обґрунтованою для врахування поверхневої енергії. Вона моделює поверхневий шар як безмежно тонку пружну мембрану, що ідеально зчеплена з об'ємом, і дозволяє ввести у граничні умови поверхневий натяг та поверхневі модулі пружності, усуваючи класичну математичну сингулярність напружень.

Канд. фіз-мат. наук, доц. Чернецький С. О., доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Чи зустрічали в процесі дослідження публікації в яких би розглядалось питання, стосовно того, яку теорію краще використовувати?

Клєцков О. М.:

Не зустрічав.

ВИСТУП НАУКОВОГО КЕРІВНИКА, д-ра фіз.-мат. наук, проф. Лободи В. В.:

Основною причиною передчасного руйнування сучасних високотехнологічних приладів та мікросистем, виготовлених з наноструктурованих, композитних матеріалів та квазікристалів, є тріщини на межі поділу компонентів чи вздовж закріплених країв. Існує значна кількість праць, присвячених дослідженню дефектів

у таких середовищах. Проте більшість із них виконано в рамках класичних моделей механіки, які на мікро- та нанорівнях призводять до фізично некоректних нескінченних значень напружень у вершинах тріщин. Водночас урахування масштабних ефектів за допомогою теорії поверхневої пружності Гуртина-Мердока та геометричних обмежень елементів конструкцій приводять до складних математичних проблем, що потребують свого розв'язання. Ці обставини і вказують на **актуальність** завдань, які ставляться в дисертаційній роботі.

Дана робота тісно пов'язана з дослідженнями, що проводились в науково-дослідній лабораторії механіки руйнування та пластичного деформування матеріалів кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки механіко-математичного факультету Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара в рамках держбюджетної теми № 1-677-24 «Розрахункові моделі п'єзоактивних кристалічних та квазікристалічних композитів з тріщинами на межі поділу матеріалів», номер державної реєстрації № 0124U000330, 2024–2026 рр. У роботі отримана низка нових результатів, серед яких слід виділити наступні:

- виконано аналіз напружено-деформованого стану тонких пружних накладок та біматеріальних смуг із мікротріщинами, що дозволило встановити межі застосовності класичних розв'язків для півплощини;
- реалізовано методику дослідження міжфазних нанотріщин у біматеріальних з'єднаннях з урахуванням масштабних ефектів на основі моделі Гуртина-Мердока. Вперше враховано різні механічні характеристики поверхневих шарів на нижньому і верхньому берегах тріщини;
- з використанням аналітичного розв'язку для антиплоскої деформації проведено чисельний аналіз полів напружень та деформацій у лінійних квазікристалічних структурах із нанотріщинами.

З моєї точки зору, результати є **достовірними**, оскільки при їх одержанні використовувався строгий математичний апарат, чисельні методи (квадратури Гауса–Чебишова) з перевіркою збіжності, а також проведено порівняння аналітичних розв'язків із результатами розрахунків методом скінченних елементів і граничними випадками, де одержано хорошу узгодженість.

Практичне значення одержаних результатів та розв'язків полягає у виявленні реальної картини деформування мікро- та нанотріщин для елементів обмежених розмірів за рахунок урахування масштабних і поверхневих ефектів, що дозволяє підвищити точність оцінки міцності та ресурсу мікро- й наносистемної техніки.

Більшість результатів отримані автором дисертаційної роботи **самостійно**. Я приймав участь, в основному, лише при визначенні загального плану досліджень та оцінці одержаних результатів.

Олександр Клєцков є випускником магістратури нашого факультету. Навчання в магістратурі закінчив у 2024 р. і отримав диплом з відзнакою. Паралельно вступив до вечірньої аспірантури ДНУ. Навчаючись в аспірантурі Олександр Клєцков сумлінно

виконував індивідуальний навчальній план з освітньо-наукової програми підготовки доктора філософії. Він повністю і своєчасно виконав освітню складову індивідуального навчального плану. У процесі підготовки дисертації та виконання індивідуального плану наукової роботи він проявив здатність самостійно проводити наукові дослідження, наполегливість і творчий підхід до розв'язання наукових задач, обґрунтування і аналізу отриманих результатів.

За період навчання в аспірантурі за темою дисертації здобувачем опубліковано 5 статей. Всі вони входять до переліку наукових фахових видань України. Апробацію одержаних наукових результатів дисертаційного дослідження проведено на 3 наукових конференціях та міжкафедральних семінарах.

Вважаю, що дисертаційна робота Клєцкова Олександра Миколайовича на тему «Особливості деформування пружної матриці з тонкою накладкою за наявності міжфазної мікро- або нанотріщини з урахуванням поверхневих ефектів», виконана на належному науковому рівні, відповідає вимогам Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії від 12 січня 2022 р. № 44, а її автор заслуговує на присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика» за спеціальністю 113 «Прикладна математика».

В ОБГОВОРЕННІ ДИСЕРТАЦІЇ КЛЄЦКОВА О. М. ВЗЯЛИ УЧАСТЬ:

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Зеленський А. Г., професор кафедри будівельної механіки та металевих конструкцій Навчально-наукового інституту «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» Українського державного університету науки і технологій:

Дисертаційна робота та доповідь Олександра Миколайовича на мене склала добре враження. Це добротна робота з фізико-математичних наук. В цій роботі розглянуті нові задачі які присвячені дослідженню НДС мікротріщин та нанотріщин на межі поділу полос та півплощин. Результати отримані для ізотропних матеріалів, узагальнені для квазікристалів. Важливо, що в роботі вдало поєднуються аналітичні та числові методи, які базуються на МСЕ. Особисто мені імпонує задача розділу 3, яка присвячена дослідженню міжфазних нанотріщин у біматеріальних з'єднаннях з урахуванням масштабних ефектів. Задача математично дуже складна, але дисертант успішно впорався з усіма математичними складнощами. Хотілося б також привернути увагу стосовно досить детального та обширного літературного огляду. Кількість та якість посилань є зразком при виконанні робіт з цього напрямку. Вважаю, що в дисертаційній роботі Клєцкова Олександра Миколайовича на достатньо високому науковому рівні представлена і актуальність, і новизна, і достовірність, і тому я рекомендую цю роботу до захисту у разовій спеціалізованій вченій раді.

Канд. фіз-мат. наук, доц. Ходанен Т. В. доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Я ознайомилась з роботою Олександра Миколайовича не тільки як член комісії з перевірки на плагіат, але і в цілому по суті. Хочу зазначити, що дисертаційна робота є глибокою науковою працею в якій поєднані як аналітичні, так і числові методи. Отримано багато нових результатів. Було приємно побачити, що всі задачі, що розв'язувались в роботі, розв'язувались вперше. Дисертація досить повно опублікована у фахових виданнях України. Кількість публікацій цілком достатня відповідно до вимог МОН України. До праць у співавторстві доданий особистий внесок дисертанта. Також в роботі наведена декларація з використання штучного інтелекту в науковій роботі, яка цілком відповідає рекомендаціям НАЗЯВО та МОН України щодо застосування ШІ. Теоретична підготовка здобувача зараз була продемонстрована в результаті відповідей на запитання, і зручні, і не зручні. Було поставлено дуже багато запитань, на які були отримані змістовні відповіді.

Отже, я вважаю, що представлену роботу можна рекомендувати до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Гарт Е. Л., професорка кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

У мене також склалося дуже приємне враження від представленої роботи. Робота написана дійсно якісно. В роботі наявні всі елементи, необхідні для дисертаційних робіт рівня доктор філософії. Дисертант добре володіє матеріалом. Впевнено відповідає на поставлені запитання, чим справляє враження добре підготовленого фахівця. Набув всіх компетентностей. Я вважаю, що дана робота є закінченим науковим дослідженням і може бути допущена до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Також хочу надати певні рекомендації стосовно подальшого представлення. По-перше, стосовно термінології: «швидкість звільнення енергії» чи «швидкість вивільнення енергії». На мою думку, все таки краще «швидкість вивільнення енергії». По-друге, мабуть, для більшої наочності потрібно додати до презентації роботи слайд з актуальністю та провести нумерацію слайдів. А в представлені результатів МСЕ додати поруч шкалу та масштабний фактор. Також для розуміння меж застосованості запропонованих методик, мабуть, потрібно додати до представлення інформацію про межі їх застосованості.

Канд. фіз.-мат. наук, доц. Комаров О. В., завідувач кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Я уважно ознайомився з дисертаційною роботою Клєцкова Олександра Миколайовича. Це досить серйозне дослідження, в якому розв'язано декілька нових задач, стосовно проблеми руйнування композитів з міжфазними тріщинами. Заслуговує на увагу те, що дисертант взявся за розв'язок проблем, які відносятся до найбільш актуальних в механіці деформівного твердого тіла. В роботі використано достатньо складний математичний апарат, який реалізовано на досить професійному рівні. Важливо також, що низка результатів порівнювалась з МСЕ. Результати досліджень мають достатній ступінь актуальності, новизни і практичної цінності. Тому я підтримаю цю дисертацію та рекомендую до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Д-р техн. наук, проф. Дзюба А. П., професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Дисертаційна робота високого рівня. Виконана на актуальну тему. Її результати мають високу наукову новизну і відповідають вимогам до дисертаційних робіт на здобуття рівня доктор філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика. Я підтримаю цю роботу і думаю, що вона буде успішно захищена.

ВИСНОВОК

щодо дисертації Клєцкова Олександра Миколайовича на тему «Особливості деформування пружної матриці з тонкою накладкою за наявності міжфазної мікро- або нанотріщини з урахуванням поверхневих ефектів», представленої на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 113 Прикладна математика

Актуальність теми дисертації

Елементи конструкцій, виготовлені з багатокомпонентних сполук, знаходять все ширше застосування у високотехнологічних галузях сучасної техніки. Особливу актуальність мають дослідження напружено-деформованого стану (НДС) об'єктів з мікро- та нанотріщинами, оскільки на таких масштабах фізико-механічні властивості поверхні суттєво відрізняються від об'ємних характеристик. Експлуатаційна надійність таких систем значною мірою визначається наявністю дефектів, зокрема тріщин, що виникають на межі розділу фаз або поблизу закріплених країв конструкційних елементів. Проблемі дослідження деформацій і руйнування елементів конструкцій з тріщинами, зокрема з урахуванням геометричних обмежень

та поверхневих явищ, присвячено значну кількість досліджень українських та закордонних авторів.

Із огляду робіт, який наведений в дисертації витікає, що на теперішній час найбільш повно досліджені макроскопічні задачі механіки руйнування. Натомість поза увагою дослідників часто залишається моделювання напружено-деформованого стану в обмежених за геометрією елементах конструкцій. Крім того, потребують подальшого розвитку методи зведення відповідних крайових задач із поверхневими ефектами до систем сингулярних інтегральних рівнянь та розробка стійких чисельних алгоритмів їх розв'язання. Враховуючи вказані обставини, вибрану тему дослідження, можна вважати актуальною.

Затвердження теми та плану дисертації. Тема дисертації затверджена на засіданні вченої ради Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, протокол № 2 від 17 жовтня 2023 р., уточнена на засіданні вченої ради механіко-математичного факультету, протокол №11 від 23 червня 2026 року. Науковим керівником призначено д. ф.-м.н., проф. Лободу В. В.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась у відповідності з індивідуальним планом підготовки аспіранта кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара. Дослідження за темою дисертації здійснювалися також в науково-дослідній лабораторії механіки руйнування та пластичного деформування матеріалів кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки механіко-математичного факультету Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара в рамках держбюджетної теми 1-677-24 «Розрахункові моделі п’єзоактивних кристалічних та квазікристалічних композитів з тріщинами на межі поділу матеріалів», номер державної реєстрації № 0124U000330, 2024–2026 рр.

Публікації та особистий внесок здобувача. За темою дисертації опубліковано 5 статей у виданнях, що входять до переліку наукових фахових видань України. Основні результати дисертації отримані автором самостійно. Визначення загального плану досліджень належить науковому керівнику В. В. Лободі. У працях, що опубліковані у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає у побудові аналітичних розв’язків, їхній чисельній реалізації, проведенні скінченно-елементного аналізу, візуалізації результатів.

Публікації Клєцкова О. М. відповідають вимогам пп. 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 (зі змінами).

Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації. Обґрунтованість і достовірність одержаних результатів забезпечується: коректним застосуванням математичного апарату

інтегральних перетворень Фур'є та рівнянь лінійної механіки руйнування, теорії пружності квазікристалів і моделі поверхневої пружності Гуртина-Мердока; використанням чисельних методів розв'язання сингулярних інтегральних рівнянь – метод квадратур Гауса-Чебишева з перевіркою збіжності за кількістю вузлів та членів розкладення; зіставленням отриманих результатів у граничних випадках із відомими класичними розв'язками, зокрема, збіжністю результатів для тонких накладок із розв'язками для пружної півплощини при збільшенні їхньої товщини; порівнянням аналітичних значень параметрів руйнування – розкриття тріщини, швидкість звільнення енергії із результатами, отриманими за допомогою методу скінченних елементів; відповідністю результатів розв'язування задач, зокрема, щодо усунення сингулярності напружень у нанотріщинах фізичній суті досліджуваних масштабних ефектів та принципам енергетичного балансу.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

1. Вперше виконано аналіз напружено-деформованого стану тонких пружних накладок та біматеріальних смуг із мікротріщинами, що дозволило встановити межі застосовності класичних розв'язків для півплощини та виявити суттєве зростання параметрів руйнування при значному зменшенні товщини конструктивних елементів. Проведено порівняння отриманих аналітичних результатів із чисельним моделюванням методом скінченних елементів.
2. Вперше реалізовано методику дослідження міжфазних нанотріщин у біматеріальних з'єднаннях з урахуванням масштабних ефектів на основі моделі Гуртина-Мердока. Вперше враховано різні механічні характеристики поверхневих шарів на нижньому і верхньому берегах тріщини. Встановлено, що врахування пружних властивостей поверхневої «мембрани» суттєво змінює розподіл напружень біля вершин тріщин нанометрових розмірів, що має вирішальне значення для оцінки надійності композитних наноструктур.
3. З використанням аналітичного розв'язку для антиплоскої деформації вперше проведено чисельний аналіз полів напружень та деформацій у лінійних квазікристалах та наноструктурах із тріщинами. Проаналізовано вплив фононно-фазонного зв'язку та поверхневої пружності, що дозволило визначити кількісні показники розкриття берегів тріщини та встановити умови, за яких усувається класична сингулярність.
4. Вперше запропоновано підхід до аналізу нанотріщин, який базується на теорії поверхневої пружності та методу лінійних дислокацій без використання класичних спрощень лінійної механіки руйнування. Цей підхід дозволяє отримати скінченні значення напружень у вершинах тріщин та виявити виражену розмірну залежність розв'язку, що забезпечує фізично коректний опис процесів деформування у нанорозмірному діапазоні.

Практичне значення результатів дослідження полягає в тому, що розроблено комплексні аналітико-числові методики та програмні алгоритми для розрахунку

напружено-деформованого стану мікро- та нанорозмірних елементів конструкцій, біматеріальних з'єднань і квазікристалів із тріщинами. Запропоновані підходи дозволяють враховувати вплив геометричних параметрів (товщини накладок) та масштабних ефектів (поверхневої пружності), що забезпечує високу точність прогнозування міцності та тріщиностійкості сучасних композитів. Одержані результати можуть бути використані в інженерній практиці конструкторських бюро та підприємств, що займаються проєктуванням і виготовленням елементів мікро- та наносистемної техніки, інтелектуальних матеріалів та високотехнологічних сенсорів. Це дозволяє ще на етапі проєктування дати об'єктивну оцінку експлуатаційного ресурсу виробів, вибрати коректні розрахункові моделі тріщин та забезпечити надійну роботу конструкцій у критичних умовах навантаження.

Список опублікованих праць за темою дисертації

Статті у наукових фахових виданнях України категорії Б:

1. **Клєцков О.М.**, Лобода В.В. Аналітичний та чисельний аналіз мікротріщини вздовж жорстко закріпленого краю тонкої накладки. Computer Science and Applied Mathematics. 2024. № 2. С. 5-12. https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-2-01;

2. **Kletskov O.**, Silich-Balhabaieva V., Sheveleva A., Loboda V., Lapusta Y. On deformation peculiarities of two thin strips with a microcrack at the interface. Вісник Тернопільського національного технічного університету. 2025. Вип. 2(118). С. 153-167. https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2025.02.153;

3. **Клєцков О.М.**, Лобода В.В. Міжфазна тріщина між двома ізотропними матеріалами з урахуванням поверхневих ефектів. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2025. Вип. 40. С. 86-103. https://doi.org/10.15421/4225216;

4. **Клєцков О.М.**, Шевельова А.Є., Лобода В.В. Ефект поверхневої пружності при аналізі нанотріщини в антиплоскому полі навантажень. Системні технології. 2026. Вип. 1(162). С. 177-190. https://doi.org/10.34185/1562-9945-5-162-2026-19;

5. **Клєцков О. М.**, Лобода В. В. Аналіз антиплоскої деформації квазікристала з тріщиною з урахуванням поверхневих ефектів. Технічна механіка. 2026. № 1. С. 62-72. https://doi.org/10.15407/itm2026.01.062.

Додаткові праці апробаційного характеру

1. **Клєцков О.М.**, Лобода В.В. Аналітичний та чисельний аналіз мікротріщини вздовж жорстко закріпленого краю тонкої накладки. Математичні проблеми технічної механіки - 2024: матеріали Міжнар. наук. конф. (18-19 квітня 2024р., м. Дніпро). Д.: ДНУ, 2024. Ч. 1. С. 89–90.
https://www.dnu.dp.ua/docs/ndc/2024/materiali_konferenc/Matem_probl_tehn_meh.pdf

2. **Клєцков О.М.**, Шевельова А.Є, Лобода В.В. Вплив поверхневої пружності на нанотріщину в ізотропному матеріалі. Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (МПЗІС-2025): тези доп. XXIII Міжнар. наук.-практ. конф., м. Дніпро, 19-21 листопада 2025 р. Д.: ДНУ, 2025. С. 168.
https://mpzis.dnu.dp.ua/assets/docs/archive/%D0%9C%D0%9F%D0%97%D0%86%D0%A1-2025.pdf

3. **Клєцков О.М**., Лобода В.В. Вплив поверхневих ефектів на антиплоску деформацію квазікристалу з тріщиною. Математичні проблеми технічної механіки - 2026: матеріали Міжнар. наук. конф. (19-20 лютого 2026р., м. Дніпро). Симпозіум «Механіка суцільного середовища і міцності конструкцій», присвячений 150-ій річниці від дня народження академіка Олександра Миколайовича Динника. Дніпро: Дніпров. нац. ун-т ім. О. Гончара, 2026. Ч. 1. С. 43.
https://www.dnu.dp.ua/docs/ndc/materiali%20conf/2026/1%20%D1%87%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%B0%20%D0%9C%D0%9F%D0%A2%D0%9C%202026.pdf

На підставі заслуховування та обговорення доповіді Клєцкова О.М. про основні положення дисертаційної роботи, питань та відповідей на них

УХВАЛИЛИ:

1. Вважати, що за актуальністю, ступенем новизни, обґрунтованості, наукової та практичної цінності здобутих результатів дисертація Клєцкова Олександра Миколайовича на тему «Особливості деформування пружної матриці з тонкою накладкою за наявності міжфазної мікро- або нанотріщини з урахуванням поверхневих ефектів» відповідає вимогам Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії від 12 січня 2022 р. № 44 (зі змінами).

2. Рекомендувати дисертаційну роботу Клєцкова Олександра Миколайовича на тему «Особливості деформування пружної матриці з тонкою накладкою за наявності міжфазної мікро- або нанотріщини з урахуванням поверхневих ефектів» до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

3. Клопотати перед вченою радою університету розглянути питання про створення спеціалізованої вченої ради для проведення разового захисту дисертації на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика Клєцкова Олександра Миколайовича у такому складі:

№ з/п	Прізвище, ім'я, по батькові	Місце основної роботи, підпорядкування, посада	Науковий ступінь, шифр, назва спеціальності, за якою захищена дисертація, рік присудження	Вчене звання (за спеціальністю, кафедрою), рік присвоєння	Наукові публікації, опубліковані за останні п'ять років, за науковим напрямом, за яким підготовлено дисертацію здобувача
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.	Гук Наталія Анатоліївна (голова)	Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України, в.о. проректора з науково-педагогічної роботи	доктор фізико-математичних наук 01.02.04-механіка деформівного твердого тіла 2011 р., Україна	професор кафедри комп'ютерних технологій, 2016 р., Україна	1.Гук Н. А. Ідентифікація пошкоджень в деформівних системах на основі нечіткого логічного виведення. *Проблеми обчислювальної механіки та міцності конструкцій*. 2023. Вип. 37. С. 20–29. DOI: https://doi.org/10.15421/4223213 URL:https://pommk.dp.ua/index.php/journal/article/view/583/581 (**фахове видання, категорія Б**). 2.Adlucky V., Guk N., Loboda V. Finite Element Modeling of Partially Conductive Interfacial Crack in Piezoelectric Bimaterial. *Selected Problems of Solid Mechanics and Solving Methods*. Springer, 2024. Pp. 15–30. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-54063-9_2. URL:https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-54063-9_2 **(Scopus)** 3.Guk N. A., Matsevity Y. M., Povhorodnii V. O., Safonov.M. O. Determining the strength of structural materials by solving inverse problems of thermoelasticity. *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications*. 2025. Vol. 33, no. 1. Pp. 128–143. DOI: https://doi.org/10.15421/142507 URL:https://model-dnu.dp.ua/index.php/SM/article/view/213/194 **(Scopus, Q3)**.
2.	Зеленський Анатолій Григорович (опонент)	Український державний університет науки і технологій. Навчально-науковий інститут «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»,,	Доктор фізико-математичних наук, 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла, 2021 р, Україна	Професор кафедри будівельної і теоретичної механіки та опору матеріалів 2024 р.	1.Zelensky A. Mathematical theory of shallow physically nonlinear shells of arbitrary thickness. *AIP Conference Proceedings*. 2023. Vol. 2840, issue 1. Art. no. 030012. DOI: https://doi.org/10.1063/5.0168340 URL : https://pubs.aip.org/aip/acp/article-abstract/2840/1/030012/2919210/Mathematical-theory-of-shallow-physically?redirectedFrom=PDF **(Scopus).**

1	2	3	4	5	6
		професор кафедри будівельної механіки та металевих конструкцій			2. Zelensky Anatoly. Variant of the Mathematical Theory of Non-Thin Multilayer Nonlinearly Elastic Plates of Symmetric Structures. Materials for Engineering, Food and Biomedical Applications, Sustainable, Technologies and Waste Recycling. 2024. Vol. 1005, pp 95-105 https://doi.org/10.4028/p-g4RmiN https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85216854402&origin=recordpage **(Scopus, Q4).** 3. Зеленський А. Г. Варіант математичної теорії трансверсально-ізотропних пластин довільної товщини. Дніпро: Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, 2022. 256 с. ISBN_978-966-323-234-8 **(монографія).** 4. Зеленський А. Г. Варіант математичної теорії ортотропних і фізично нелінійних нетонких пластин. Дніпро: Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, 2023. 172 с. ISBN_978-966-323-233-1 **(монографія).** 5.Зеленський А. Гранична задача для півнескінченної нетонкої пластини. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2023. Вип. 36. С. 49–65. https://doi.org/10.15421/4223105 URL :https://pommk.dp.ua/index.php/journal/article/view/572/570 **(фахове видання, категорія Б).**
3.	Кагадій Тетяна Станіславівна (опонент)	Національного технічного університету «Дніпровська політехніка» Міністерства освіти і науки України, професор кафедри прикладної математики	доктор фізико-математичних наук 01.02.04-механіка деформівного твердого тіла 2005 р., Україна	професор кафедри вищої математики, 2008 р., Україна	1.Govorukha V., Kagadiy T., Kamlah M. The influence of poling direction on an interface crack with contact zones in a piezoelectric bimaterial. *Archive of Applied Mechanics*. 2025. Vol. 95. Art. 267. DOI: https://doi.org/10.1007/s00419-025-02983-5. URL:https://link.springer.com/article/10.1007/s00419-025-02983-5 **(Scopus, Q2).** 2. Onopriienko, O., Kagadiy, T., & Shporta, A. Mixed Electromagnetic Crack-Face Conditions in a Piezoelectric/Piezomagnetic Bimaterial under Antiplane Mechanical Loading and In-Plane Electric Fields. Advances in Science and Technology. 2026. Vol. 172,

1	2	3	4	5	6
					P. 267–275. Trans Tech Publications Ltd. International Conference "Challenges of ensuring Ukraine's mineral resources in the context of post-war reconstruction - 2025." https://doi.org/10.4028/p-jdf0mt URL: https://www.scientific.net/AST.172.267 **(Scopus).** 3. Kagadiy T. S., Shporta A. G., Onopriienko O. D., Kamlah M., Govorukha V. B. Stress-strain state of unidirectional fibrous composite with cracks in matrix / T. S. Kagadiy et al. International Applied Mechanics. 2026. Vol. 61, P.531-543. 2026. URL: https://doi.org/10.1007/s10778-026-01373-w URL:https://link.springer.com/article/10.1007/s10778-026-01373-w **(Scopus, Q3).**
4.	Ходанен Тетяна Володимирівна (рецензент)	Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки	кандидат фізико-математичних наук, 01.02.04-механіка деформівного твердого тіла, 2009 р., Україна	доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки, 2015 р., Україна	1. Шевельова Н. В., Ходанен Т. В. Система колінеарних електрично та магнітно проникних тріщин між двома п'єзоелектромагнітними матеріалами. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, випуск № 2. Серія фізико-математичні науки. 2023. С. 164-167. DOI: https://doi.org/10.17721/1812-5409.2023/2 URL :https://bphm.knu.ua/index.php/bphm/issue/view/77/76 **(фахове видання, категорія Б, Scopus**). 2. Loboda V., Shevelova N., Khodanen T., Lapusta Y. An interaction of electrically conductive and electrically permeable collinear cracks in the interface of piezoelectric materials. Archive of Applied Mechanics. 2022. 92 (5). P. 1465–1480. DOI: https://doi.org/10.1007/s00419-022-02123-3 URL:https://link.springer.com/article/10.1007/s00419-022-02123-3 **(Scopus, Web of Science Core Collection, Q2).** **3.** Shevelova N., Khodanen T., Chapelle F., Lapusta Y, Loboda V. A set of collinear electrically charged interfacial cracks in magnetoelectroelastic bimaterial. Acta Mech. 2023. Vol. 234. P. 4899–4915.

1	2	3	4	5	6
					DOI: https://doi.org/10.1007/s00707-023-03642-y URL:https://link.springer.com/article/10.1007/s00707-023-03642-y **(Scopus, Web of Science Core Collection, Q2).**
5.	Комаров Олександр Вікторович (рецензент)	Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки	кандидат фізико-математичних наук 01.02.04-механіка деформівного тіла 2008 р., Україна	доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки, 2021 р., Україна	1. Білий Д. В., Комаров О. В. Дослідження рухомої тріщини в анізотропному матеріалі. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2022. Т. 1, № 34. С. 5–15. DOI: https://doi.org/10.15421/4222101 URL:https://pommk.dp.ua/index.php/journal/article/view/541/541 **(фахове видання, категорія Б).** 2. Комаров О. В. Дослідження рухомої електроізольованої міжфазної тріщини в п'єзоелектричному біматеріальному просторі. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2025. Вип. 40. С. 104–113. (фахове видання, категорія Б). DOI: https://doi.org/10.15421/4225217 URL:https://pommk.dp.ua/index.php/journal/article/view/640/640 **(фахове видання, категорія Б).** 3. Sheveleva A., Komarov O., Lapusta Y., Loboda V. An analytical approach to the analysis of an electrically conducting interface crack in a 1D piezoelectric quasicrystal. European Journal of Mechanics / A Solids. 2026. Vol. 120. Art. 106252. DOI:https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2026.106252. URL:https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S099775382600238X?via%3Dihub **(Scopus, Q1).**

Результати голосування:
«За» – 14 осіб ,
«Проти» – немає,
«Утримались» – немає.

Головуючий **Анатолій ДЗЮБА**

Секретар **Тетяна ХОДАНЕН**