

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
Дніпровського національного
університету імені Олеся Гончара
Олег МАРЕНКОВ

« 47 » _____ 2025 р.

ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації
Когута Ярослава Петровича на тему «Апроксимація розв'язків задач оптимального
керування для рівнянь типу Перона-Маліка», представленої на здобуття ступеня
доктора філософії зі спеціальності 111 Математика

Витяг
з протоколу № 1 міжкафедрального семінару
«Актуальні проблеми математики»
Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара
від 9 січня 2025 року

ПРИСУТНІ: 16 з 18 членів наукового семінару.

ГОЛОВУЮЧИЙ: д-р фіз.-мат. наук, доц. Пипка О. О. (01.01.06 – алгебра і теорія чисел), завідувач кафедри геометрії та алгебри Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

СЕКРЕТАР ЗАСІДАННЯ: канд. фіз.-мат. наук, доц. Біліченко Р. О. (01.01.01 – математичний аналіз), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

Члени наукового семінару:

д-р фіз.-мат. наук, проф. Парфінович Н. В. (01.01.01 – математичний аналіз), завідувач кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

д-р фіз.-мат. наук, проф. Курдаченко Л. А. (01.01.06 – алгебра і теорія чисел), професор кафедри геометрії та алгебри Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

д-р фіз.-мат. наук, проф. Кофанов В. О. (01.01.01 – математичний аналіз), професор кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара

д-р фіз.-мат. наук, проф. Тушев А. В. (01.01.06 – алгебра і теорія чисел), професор кафедри геометрії та алгебри Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз.-мат. наук, доц. Борщ В. Л. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз.-мат. наук, доц. Вакарчук М. Б. (01.01.01 – математичний аналіз), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз.-мат. наук Коваленко О. В. (01.01.01 – математичний аналіз), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз.-мат. наук Конарева С. В. (01.01.01 – математичний аналіз), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз.-мат. наук Лескевич Т.Ю. (01.01.01 – математичний аналіз), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз.-мат. наук, доц. Пасько А. М. (01.01.01 – математичний аналіз), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

канд. фіз.-мат. наук, доц. Сясєв А. В. (01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз.-мат. наук, доц. Ткаченко М. Є. (01.01.01 – математичний аналіз), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

канд. фіз.-мат. наук, доц. Трактинська В. М. (01.01.01 – математичний аналіз), доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

д-р філософії Мінаєв П. Є. (104 Фізика та астрономія), доцент кафедри геометрії та алгебри Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

ЗАПРОШЕНІ ФАХІВЦІ (1 особа, з правом голосу):

д-р фіз.-мат. наук, проф. Білозьоров В. Є. (01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень), професор кафедри комп'ютерних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара;

Порядок денний: розгляд і обговорення дисертаційної роботи Когута Ярослава Петровича на тему «Апроксимація розв'язків задач оптимального

керування для рівнянь типу Перона-Маліка», поданої на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 Математика.

Тема дисертації затверджена на засіданні вченої ради Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, протокол № 12 від 30 червня 2022 р. і уточнена на засіданні вченої ради механіко-математичного факультету Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, протокол № 4 від 26 листопада 2024 р. Науковим керівником призначено д-р. фіз.-мат. наук, проф. Парфінович Н.В.

Підготовка здобувача третього рівня вищої освіти здійснюється за акредитованою освітньо-науковою програмою «Математика» зі спеціальності 111 Математика (сертифікат про акредитацію освітньої програми 7518, дійсний до 16.04.2025 р.).

СЛУХАЛИ:

Обговорення дисертації аспіранта 3 року навчання Когута Ярослава Петровича на тему «Апроксимація розв'язків задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка» на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 Математика.

Перевірку на плагіат здійснювала комісія у складі: канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Конарева С. В., канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Трактинська В. М., канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Вакарчук М. Б.

За результатами перевірки дисертаційної роботи на плагіат програмою «Strikeplagiarism» зроблено висновок: дисертаційна робота Когута Я. П. має високий рівень унікальності (89,82 %) і може бути допущена до захисту.

Робота виконана на 166 сторінках і містить такі складові частини: анотація, зміст, вступ, основна частина, висновки, список використаної літератури.

Слово надається аспіранту Когуту Я. П. Будь ласка, регламент виступу – 20 хвилин.

Аспірант Когут Я. П.

Шановний голову, шановні члени міжкафедрального семінару, шановні колеги!

Тема моєї дисертації: «Апроксимація розв'язків задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка».

Актуальність теми.

Одним із основних об'єктів інтересу даної роботи виступають задачі керування для рівнянь типу Перона-Маліка та їх узагальнення. Власне цей тип рівнянь, який вперше був запропонований в 1987 році, є прикладом нелінійного

рівняння дифузійного типу з неоднорідним виродженим коефіцієнтом в дивергентному операторі. Такий тип рівнянь широко використовується в задачах обробки зображень для таких цілей, як згладжування, відновлення, сегментація, фільтрація та виявлення контурності. Основна специфіка рівняння Перона-Маліка полягає в тому, щоб залучити до обробки зображень модифіковане рівняння теплопереносу шляхом введення спеціального коефіцієнта дифузії, який би залежав від просторової поведінки зображення. Для цього цей коефіцієнт в кожній точці області пов'язується з нормою локального градієнта зображення так, щоби при невеликих нормах градієнта (тобто в однорідних областях) значення коефіцієнта дифузії були б великими для більш сильного згладжування.

Разом з тим, в тих точках області, де норма градієнта є великою (тобто має місце просторова неоднорідність), коефіцієнт дифузії має бути меншим, аби уповільнити процес розмиття та зберегти нерозмитую контурність таких зображень. Така модифікація рівнянь теплопереносу приводить до того, що рівняння Перона-Маліка втрачають коерцитивність та можуть не мати глобальних слабких розв'язків у просторі непервно-диференційовних функцій. Разом з тим, має місце такий парадокс: якою б не була модель на базі рівняння Перона-Маліка, вона є погано обумовленою задачею математичної фізики. Проте, її дискретизація за явною схемою Ейлера є завжди стійкою. Пояснення цього парадоксу є досить несподіваним: для таких рівнянь стандартна дискретизація на базі скінченних різниць завжди породжує ефект регуляризації. В цьому контексті варто зазначити, що на фоні значного практичного і теоретичного інтересу до рівнянь Перона-Маліка, фактично відсутні роботи, які б були присвячені задачам оптимізації для таких об'єктів.

З огляду на сказане вище, задачі оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка та розробка методів їх апроксимації є актуальною тематикою в сучасній теорії оптимізації і потребують подальших досліджень.

Мета і завдання дослідження.

Метою роботи є доведення теорем існування для одного класу задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка, побудова схем їх апроксимації у вигляді параметричної сім'ї оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного оператора дивергентного типу, доведення теорем про збіжність запропонованих наближень до розв'язків вихідних задач, та обґрунтування необхідних умов оптимальності для апроксимаційних задач.

Досягнення поставленої мети потребує розв'язання таких *завдань*:

– дослідити проблему розв'язаності одного класу задач оптимального керування для стаціонарного рівняння Перона-Маліка з крайовими умовами Неймана на межі області;

- запропонувати варіант апроксимації задачі оптимального керування стаціонарним рівнянням Перона-Маліка виходячи з принципу фіктивних керувань;
- одержати та обґрунтувати необхідні умови оптимальності для апроксимаційних задач;
- розглянути попередні пункти по відношенню до задачі оптимального керування для еволюційного варіанту рівняння Перона-Маліка;
- навести постановку задачі відновлення цифрових зображень у вигляді задачі оптимального керування для узагальненого рівняння Перона-Маліка з змінним показником нелінійності;
- дослідити проблему існування розв'язків в задачі відновлення цифрових зображень;
- запропонувати схему релаксації задачі відновлення цифрових зображень та дослідити її розв'язанність;
- дослідити питання апроксимації розв'язків в задачі відновлення цифрових зображень.

Об'єктом дослідження є задачі оптимального керування для стаціонарного та еволюційного варіантів рівняння Перона-Маліка та його узагальнення до квазілінійного параболічного рівняння з змінним порядком нелінійності в операторі дивергентного типу.

Предметом дослідження є проблема існування розв'язків задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка та побудова схем їх апроксимації.

Методи дослідження. В роботі використовуються сучасні методи нелінійного функціонального аналізу, варіаційні методи математичної фізики, та методи теорії варіаційної збіжності задач умовної мінімізації.

Наукова новизна одержаних результатів Результати роботи є новими, і полягають у такому:

- Отримано достатні умови розв'язанності одного класу задач оптимального керування для стаціонарного рівняння Перона-Маліка з крайовими умовами Неймана на межі області.
- Запропонована схема апроксимації задачі оптимального керування для стаціонарного рівняння Перона-Маліка, яка ґрунтується на залученні параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного еліптичного оператора. А також показано, що кожна з апроксимаційних задач має непорожню множину розв'язків, а будь-яка послідовність, що утворена такими розв'язками, є компактною у відповідній топології і кожна її кластерна точка є оптимальною парою для вихідної задачі.

- Отримано необхідні умови оптимальності для апроксимаційних задач та проведено їх строге обґрунтування.
- Отримано достатні умови розв'язаності задачі оптимального керування для еволюційного рівняння Перона-Маліка та запропонована схема її апроксимації, яка ґрунтується на залученні параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного оператора. Доведено, що кожна з апроксимаційних задач має непорожню множину розв'язків, а будь-яка послідовність, яка утворена такими розв'язками, є компактною у відповідній топології і кожна її кластерна точка є оптимальною парою для вихідної задачі.
- Наведено схему побудови необхідних умов оптимальності для апроксимаційних задач до задачі оптимального керування для еволюційного рівняння Перона-Маліка та проведено їх строге обґрунтування.
- З метою відновлення цифрових зображень, які пошкоджені аддитивним та імпульсним шумом, запропоновано нову модель у формі задачі оптимального керування на класі розріджених керувань для квазілінійного параболічного рівняння зі змінним порядком нелінійності та виродженим тензором анізотропної дифузії, які нелокально залежать від розв'язку початково-крайової задачі.
- Для початково-крайової задачі Коші-Неймана для квазілінійного параболічного рівняння з нелокальним $p[u]$ -лапласіаном введено поняття W -досяжних слабких розв'язків та отримано достатні умови їх існування.
- Наведено варіант для релаксації задачі відновлення цифрових зображень, отримано достатні умови її розв'язаності, та запропоновано схему її апроксимації для релаксованої задачі оптимального керування і показано, що оптимальні пари для такої задачі можна наблизити розв'язками відповідних апроксимаційних задач.

Практичне значення одержаних результатів. Робота носить теоретичний характер. Отримані результати та розроблені схеми апроксимації можуть бути використані при розв'язанні практичних задач з обробки цифрових зображень, що підтверджується модельними розрахунками, які наведені в додатку.

Зміст роботи

У розділі I наводиться перелік відомих результатів та фактів з функціонального аналізу та теорії рівнянь в частинних похідних, які пропонується залучити для проведення запланованих досліджень за темою дисертації. Наведено також перелік основних першоджерел, результати яких послужили основою для даного розділу.

Розділ II присвячено дослідженню одного класу задач оптимального керування для нелінійного еліптичного рівняння Перона-Маліка, яке має виродження в головній частині диференціального оператора.

Оскільки ключовим об'єктом керування в цьому розділі виступає рівняння Перона-Маліка, то варто спинитися на природі цього рівняння та його практичних застосуваннях. Добре відомо, що рівнянням дифузії називають рівняння в частинних похідних, яке описує розподіл певної субстанції в заданому середовищі на основі класичних законів фізики. Зазвичай це рівняння можна подати у вигляді класичного дифузійного рівняння, в якому коефіцієнт дифузії, може бути як скалярною функцією координат області (що характеризує неоднорідність середовища) так і набувати форму тензора (що описує анізотропні властивості такого середовища). Ясно, що таке рівняння стає нелінійним, якщо коефіцієнт дифузії залежить від концентрації.

Власне ідея Р. Perona та J. Malik'а полягала в модифікації рівняння теплопереносу шляхом залучення такого коефіцієнта дифузії, який би залежав від текстурної складової самого зображення. Для цього було запропоновано пов'язати коефіцієнт дифузії з локальною поведінкою градієнта зображення. А саме, якщо норма градієнта в заданій точці є незначною (тобто мова іде про зону однорідності в такому зображенні) то коефіцієнту дифузії приписуються великі значення для більш сильного згладжування в цій області. Проте в тих місцях, де норма градієнта є великою (це околиці контурів, меж, країв) варто очікувати меншої дифузії, щоб уповільнити процес дифузії та зберегти чіткими контурні особливості зображення. Отже, в загальному випадку початково-крайову задачу Перона-Маліка можна подати у вигляді задач Коші-Неймана для квазі-лінійного еліптичного рівняння, в якому основний дивергентний оператор не є ні монотонним ані коерцитивним. Це типовий приклад оператора дивергентного типу з сильним типом виродження і для якого не виконуються стандартні на сьогодні припущення щодо поведінки вагового множника. Власне ця обставина і послужила основною мотивацією для дослідження рівнянь Перона-Маліка як об'єктів керування, а саме, в другому розділі розглядається задача оптимального керування для стаціонарного варіанту рівняння Перона-Маліка. Проте навіть в цьому випадку існування розв'язків такої задачі залишається нетривіальним питанням. Ключовою ідеєю доведення проблеми розв'язаності такої задачі послужив метод фіктивних керувань в поєднанні з процедурою апроксимації вихідної задачі сукупністю параметризованих задач для об'єктів з більш простою структурою. А саме, замість вихідного рівняння Перона-Маліка пропонується розглянути лінійне еліптичне рівняння з фіктивним керуванням в головній частині еліптичного оператора. На цьому шляху було показано, що кожна із збурених задач оптимального керування має непорожню множину розв'язків і будь-яка їх послідовність відносно параметра $\varepsilon > 0$ в границі при $\varepsilon \rightarrow 0$ прямує до пари, що є оптимальною для вихідної задачі керування. Тим самим було доведено факт розв'язаності вихідної задачі оптимального керування, а також показано що деякі з її оптимальних пар можна наблизити розв'язками задач

з фіктивними керуваннями. Насамкінець, для збурених задач були отримані необхідні умови оптимальності та неведено їх строге обґрунтування.

Розділ III присвячено питанням існування розв'язків задачі оптимального керування для еволюційної версії рівнянь Перона-Маліка. В ідейному плані цей розділ мало чим відрізняється від розділу 2. Тут також залучається метод фіктивних керувань в поєднанні з процедурою апроксимації вихідної задачі сукупністю параметризованих задач для об'єктів з більш простою структурою. Разом з тим, з технічної точки зору цей розділ є більш складним, оскільки вимагає залучення іншої техніки для обґрунтування. Зокрема, ключовим кроком в доведенні збіжності оптимальних розв'язків збурених задач до оптимальної пари вихідної задачі послужили результати роботи Боккардо та Мюра, де автори встановили досить тонку властивість для градієнтів параметризованих початково-крайових задач, а саме їх поточкову збіжність. Як і в попередньому розділі, тут доведено теорему про розв'язанність вихідної задачі та показано, що деякі з її оптимальних пар можна наблизити розв'язками апроксимаційних задач для лінійних параболічних рівнянь.

У розділі IV розглядається задача оптимального керування для квазі-лінійного параболічного рівняння, розв'язки якої пропонується розглядати як результат відновлення зображення, яке пошкоджене аддитивним та кумулятивним шумом. Параболічне рівняння, що є базовою складовою такої постановки, можна тлумачити як певне узагальнення еволюційного рівняння Перона-Маліка. Хоча таке рівняння не є формально виродженим, його характерною відмінністю є специфічний тип нелінійності змінного порядку, який нелокально залежить від розв'язку самої задачі. Отже, ані тензор анізотропної дифузії, ані показник нелінійності не є а priori заданими, а можуть змінюватися в залежності від поведінки градієнта розв'язку u . В результаті постає нетривіальною проблемою питання щодо існування розв'язків відповідної початково-крайової задачі, оскільки зроблені в даній дисертації припущення не гарантують збіжність послідовності апроксимативних за Гальоркіним наближень. Отже, стандартна схема доведення існування слабких розв'язків стає непридатною. Натомість, в недавніх публікаціях було запропоновано перейти до побудови сильних розв'язків таких задач, які б вирізнялися додатковою регулярністю. Разом з тим, існування таких розв'язків є можливим лише за виконання певної двосторонньої нерівності.

Оскільки виконання такої умови є сумнівним в даному випадку, то для обраної початково-крайової задачі Коші-Неймана для квазілінійного параболічного рівняння з нелокальним $p(t,x)$ -лапласіаном було введено поняття W -досяжних слабких розв'язків та отримано достатні умови їх існування. Такі розв'язки пропонується розуміти як границі послідовності слабких розв'язків спеціально сконструйованих апроксимаційних задач. Показано, що кожному допустимому

керуванню відповідає принаймні один W -досяжний слабкий розв'язок. Разом з тим, для розв'язаності відповідної задачі оптимального керування цього виявилось не досить, оскільки запропонований функціонал якості, незважаючи на його природну сутність, може втрачати ключову властивість напівнеперервності знизу. Отже вихідна задача оптимального керування є погано обумовленою і вона потребує певної релаксації.

В зв'язку з цим в четвертому розділі було запропоновано один варіант для релаксації вихідної задачі та показано, що в цьому випадку множина оптимальних розв'язків не є порожньою. На завершення розділу, розглянуто питання щодо апроксимації релаксованої задачі оптимального керування та показано, що оптимальні пари для такої задачі можна наблизити розв'язками відповідних апроксимаційних задач.

За результатами досліджень зроблені наступні висновки:

1) Отримано достатні умови розв'язаності одного класу задач оптимального керування для стаціонарного рівняння Перона-Маліка з крайовими умовами Неймана на межі області.

2) Запропонована схема апроксимації задачі оптимального керування для стаціонарного рівняння Перона-Маліка, яка ґрунтується на залученні параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного еліптичного оператора. А також показано, що кожна з апроксимаційних задач має непорожню множину розв'язків, а будь-яка послідовність, що утворена такими розв'язками, є компактною у відповідній топології і кожна її кластерна точка є оптимальною парою для вихідної задачі.

3) Отримано та обґрунтовано необхідні умови оптимальності для апроксимаційних задач.

4) Отримано достатні умови розв'язаності задачі оптимального керування для еволюційного рівняння Перона-Маліка та запропонована схема її апроксимації, яка ґрунтується на залученні параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного оператора. Доведено, що кожна з апроксимаційних задач має непорожню множину розв'язків, а будь-яка послідовність, яка утворена такими розв'язками, є компактною у відповідній топології і кожна її кластерна точка є оптимальною парою для вихідної задачі.

5) З метою відновлення цифрових зображень, які пошкоджені аддитивним та імпульсним шумом, запропоновано нову модель у формі задачі оптимального керування на класі розріджених керувань для квазі-лінійного параболічного рівняння зі змінним порядком нелінійності та виродженим тензором анізотропної дифузії, які нелокально залежать від розв'язку початково-крайової задачі.

6) Для початково-крайової задачі Коші-Неймана для квазілінійного параболічного рівняння з нелокальним $p[u]$ -лапласіаном введено поняття W -досяжних слабких розв'язків та отримано достатні умови їх існування.

7) Наведено релаксаційну постановку задачі відновлення цифрових зображень, отримано достатні умови її розв'язаності, та запропоновано схему її апроксимації і показано, що оптимальні пари для такої задачі можна наблизити розв'язками відповідних апроксимаційних задач.

ЗАПИТАННЯ ТА ВІДПОВІДІ

Канд. фіз-мат. наук Коваленко О. В., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації:

В рівнянні Перона-Маліка є специфічний ваговий коефіцієнт в дивергентному операторі. Моє питання є таким: що в цьому коефіцієнті є важливим, яка специфічна властивість йому притаманна і чи можна його взяти в іншому вигляді.

Когут Я. П.:

Насправді, властивості цього коефіцієнта відіграють ключову роль, вони, власне, і вирізняють такий клас рівнянь як рівняння Перона-Маліка. Як я зазначав у своїй доповіді, діапазон зміни можливих значень цього коефіцієнта лежить в межах від нуля до одиниці. А саме, в перенесенні на зображення, це означає що, в тих точках зображення, де воно є достатньо однорідним, цей коефіцієнт буде близьким до 1, а якщо ми находимось в точці зображення, яка розташована близько до контура, то цей коефіцієнт буде малим, практично рівним нулю. Отже дифузія в цих точках буде відсутньою, тобто розмиття в околі контура не буде. Проте це не означає, що обране подання для даного коефіцієнта є єдино можливим. Ні, звичайно. Ми можемо взяти будь-яку іншу функцію з такими ж властивостями.

Канд. фіз-мат. наук Коваленко О. В., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації:

Зрозуміло. А який вигляд матиме в цьому випадку проблема розв'язаності задач оптимального керування? Скажімо, замість 1 плюс s в квадраті, ми покладемо 1 плюс s в четвертому степені. На що це вплине? Я так розумію, що тут важлива також додатність цього коефіцієнта та його відділеність від нуля.

Когут Я. П.:

Якщо я вірно розумію Ваше питання, то така заміна приведе до рівняння в частинних похідних з новим типом нелінійності. Формально, ми не змінюємо діапазон можливих значень нового коефіцієнта, але ми робимо іншою його асимптотичну поведінку при великих значеннях аргумента. Яким чином це вплине

на результат розв'язаності задачі оптимального керування, я не готовий зараз сказати. Така постановка вимагає окремого дослідження.

Д-р фіз-мат. наук, доц. Пипка О. О., завідувач кафедри кафедри геометрії та алгебри:

Я бачу, що Ваші результати досить непогано представлені публікаціями у рейтингованих математичних виданнях. А як щодо виступів на конференціях та семінарах?

Когут Я. П.:

За основними результатами дисертації були зроблені доповіді на чотирьох міжнародних конференціях. Щодо виступів на семінарах, то такі доповіді також мали місце, зокрема на семінарі кафедри диференціальних та інтегральних рівнянь Київського національного університету імені Тараса Шевченка, а також на семінарі кафедри інформаційної інженерії університету м. Салерно.

Канд. фіз-мат. наук Коваленко О. В., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації:

Який обсяг дисертації?

Когут Я. П.:

Обсяг складає 166 сторінок.

Канд. фіз-мат. наук, доц. Ткаченко М. Є., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації:

Скажіть будь ласка, чи всі результати, які отримані в дисертації, були опубліковані?

Когут Я. П.:

Так, за основними результатами, які отримано в дисертації, було опубліковано 5 статей у виданнях, що входять до науково-метричних баз даних Scopus та Web of Science.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Білозьоров В.Є., професор кафедри комп'ютерних технологій:

Які мотиви привели вас до необхідності дослідження розв'язків задачі оптимального керування для рівняння Перона-Маліка?

Когут Я. П.:

Перш за все це пов'язано з тим, що задачі математичної фізики для рівняння Перона-Маліка є погано обумовленими. Причиною є відсутність монотонності та коерцитивності ключових операторів, попри яку не вдається встановити результати існування слабких розв'язків таких задач та їх єдиність. Більше того, в літературі практично відсутні результати, які присвячені проблемам оптимального керування такими об'єктами. Разом з тим, як показано в роботі, оптимізаційні задачі для рівнянь Перона-Маліка є змістовними і мають непорожню множину розв'язків. Власне ці обставини і послужили основним мотивом даних досліджень.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Білозьоров В.Є., професор кафедри комп'ютерних технологій:

Що означає введення замість задачі оптимального керування деяких параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями?

Когут Я. П.:

Вводячи до розгляду сукупність параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями, ми переслідували такі цілі: по-перше, суттєво регуляризувати такий клас задач, замінивши нелінійні рівняння лінійними, а по-друге, розглянути ці задачі як основну складову непрямого підходу до розв'язання проблеми існування розв'язків вихідної задачі оптимального керування. В результаті в роботі показано, що кожна із запропонованих параметризованих задач є розв'язанною, а їх розв'язки в границі прямують до розв'язку вихідної задачі оптимального керування.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Білозьоров В.Є., професор кафедри комп'ютерних технологій:

Що означає термін: змінний показник нелінійності в задачі оптимального керування з розділу 4.

Когут Я. П.:

По своїй суті це степінь, який задає порядок нелінійності в еліптичному операторі. Проте цей показник не є сталою величиною, він залежить від трьох складових: від часової змінної, від просторових координат і від розв'язку самої задачі. В результаті порядок нелінійності має змінний характер, що і обумовило назвати такий тип рівнянь рівняннями зі змінним показником нелінійності.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Білозьоров В.Є., професор кафедри комп'ютерних технологій:

Як розв'язання оптимізаційної задачі, отримане в дисертації, прив'язується до ліквідації шумів на цифрових зображеннях?

Когут Я. П.:

Ми виходили із припущення, що зашумлене зображення насправді має подання у вигляді суми трьох компонент: перша компонента – це його істинне значення зображення, яке ми не знаємо. Друга – це імпульсна шумова складова, а третя – це звичайний білий шум. Отже, мова йде про те, щоб маючи зашумлене зображення, відтворити його істинне значення. Ключова ідея полягала в тому, щоб таке відтворення знаходити як розв'язок запропонованої задачі оптимального керування,

ВИСТУП НАУКОВОГО КЕРІВНИКА, д-ра фіз.-мат. наук, проф. Парфінович Н. В.:

1. Оцінка роботи здобувача у процесі підготовки дисертації: виконання індивідуального плану наукової роботи та індивідуального навчального плану.

Протягом навчання в аспірантурі Ярослав Когут виконав індивідуальний план наукової роботи та індивідуальний навчальний план у повному обсязі. Всі заплановані види робіт були виконані своєчасно. Здобувач плідно співпрацював з науковим керівником протягом усього терміну навчання в аспірантурі.

Під час виконання дисертаційної роботи Ярослав Когут провів наукову роботу щодо вивчення сучасного стану проблематики, заявленої у дисертації. Було обрано об'єкти, матеріали та методи проведення досліджень, сформульована актуальність теми, мета та задачі. Здобувач Ярослав Когут брав безпосередню участь у постановці завдань, доведенні сформульованих гіпотез, обговоренні результатів. Виявив себе відповідальною, наполегливою та старанною людиною.

2. Актуальність дисертації, мета та завдання дисертації.

Актуальність. Одним із основних об'єктів інтересу даної роботи виступають задачі керування для рівнянь типу Перона-Маліка та їх узагальнення. є прикладом нелінійного рівняння дифузійного типу з неоднорідним виродженим коефіцієнтом в дивергентному операторі. Саме цей тип рівнянь широко використовується в задачах обробки зображень для таких цілей, як згладжування, відновлення, сегментація, фільтрація та виявлення контурності. Варто зазначити, що на тлі значного практичного і теоретичного інтересу до рівнянь Перона-Маліка, практично відсутні роботи, які б були присвячені задачам оптимізації такого типу, тому задачі оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка та розробка методів їх апроксимації є актуальною тематикою в сучасній теорії оптимізації і потребують подальших досліджень

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є доведення теорем існування для одного класу задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка, побудова схем їх апроксимації у вигляді параметричної сім'ї оптимізаційних задач з

фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного оператора дивергентного типу, доведення теорем про збіжність запропонованих наближень до розв'язків вихідних задач, та обґрунтування необхідних умов оптимальності для апроксимаційних задач. **Об'єктом дослідження** є задачі оптимального керування для стаціонарного та еволюційного варіантів рівняння Перона-Маліка та його узагальнення до квазілінійного параболічного рівняння зі змінним порядком нелінійності в операторі дивергентного типу.

Предметом дослідження є проблема існування розв'язків задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка та побудова схем їх апроксимації.

Для реалізації мети досліджень дисертаційної роботи було поставлено низку завдань. Я з вашого дозволу не буду їх перераховувати, адже Ярослав щойно продемонстрував всі отримані результати, а вони цілком відповідають поставленим завданням. Тобто всі завдання, поставлені перед ним виконані.

3. Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконувалась згідно з загальними планами досліджень кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, а також згідно з держбюджетною темою НДР-1-666-22 "Теоретичні та прикладні аспекти відновлення операторів та оптимізації наближення функцій" № державної реєстрації 0122U001223.

4. Наукова новизна отриманих результатів. Усі результати, представлені в роботі, є новими.

5. Ступінь обґрунтованості та достовірності положень, висновків і рекомендацій, сформульованих в дисертації. Представлені в роботі результати є цілком обґрунтованими і достовірними, оскільки супроводжуються докладними доведеннями та спираються на відомі факти.

6. Апробація результатів дисертації в наукових публікаціях. За темою дисертації опубліковано 5 статей. Всі статті опубліковано у співавторстві та у виданнях, що входять до наукометричних баз Scopus та Web of Science. З них дві статті входять до переліку наукових фахових видань України. Основні результати дисертації отримані автором самостійно. В опублікованих працях особистий внесок здобувача полягає у виборі схем апроксимації поставлених задач, доведенні ключових результатів стосовно існування оптимальних розв'язків таких задач, побудови схем їх наближення та розробці різницевої схеми для проведення числових модельних розрахунків. Аналіз наукових робіт здобувача, що вказані у списку опублікованих праць за темою дисертації, дає можливість стверджувати, що опубліковані роботи повною мірою відображають основні положення та висновки дослідження.

7. Єдність змісту роботи, оцінка мови та стилю дисертації. Текст дисертаційної роботи викладено грамотною, математичною мовою, логічно та послідовно. Структура дисертації, мова та стиль викладення відповідають вимогам,

щодо оформлення дисертацій доктора філософії. Застосована в роботі наукова термінологія є загально визнаною, стиль викладення результатів теоретичних і практичних досліджень, нових наукових положень, висновків і рекомендацій забезпечує доступність їх сприйняття та використання. В цілому дисертація є закінченою науковою працею, що відповідає вимогам спеціальності 111 Математика.

8. Характеристика академічної доброчесності здобувача. Дисертаційну роботу Когути Ярослава Петровича було перевірено на академічний плагіат за допомогою ліцензійної програми. Ознак академічної недоброчесності та фальсифікації результатів не виявлено.

9. Відповідність дисертації встановленим вимогам. Вважаю, що дисертаційна робота Когути Ярослава Петровича на тему «Апроксимація розв'язків задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка», виконана на належному науковому рівні, відповідає вимогам Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії від 12 січня 2022 р. № 44, а її автор заслуговує на присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

В ОБГОВОРЕННІ ДИСЕРТАЦІЇ КОГУТА Я. П. ВЗЯЛИ УЧАСТЬ:

Канд. фіз-мат. наук, доц. Ткаченко М. Є., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара; :

На мою думку робота, яка була представлена сьогодні є цікавою, актуальною і завершеною. А головне те, що вона має реальні практичні застосування. Доповідач виступав цікаво, впевнено, доніс основні результати роботи і докладно відповів на усі запитання.

Отже, я вважаю, що її можна рекомендувати до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді.

Канд. фіз-мат. наук Коваленко О. В., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Дисертація Когути Ярослава на мене склала приємне враження, дисертація дійсно добротна, і як для дисертацій доктора філософії – вона достатньо високого наукового рівня. В ній розглянуто нові задачі, і як ми бачимо, отримані результати є більш прикладними аніж, зазвичай, ми маємо на нашій кафедрі. Робота актуальна, має достатньо високий науковий рівень. Мені імпонує, що автор підкріпив свої

теоретичні результати ще й результатами модельних розрахунків. Вважаю, що дисертант успішно впорався з поставленими задачами, а його доповідь була добротна, хороша, ясна.

Вважаю, що в роботі Когута Ярослава на достатньо високому науковому рівні представлені актуальність, новизна, достовірність, тому пропоную рекомендувати цю роботу до захисту в разовій раді.

Канд. фіз.-мат. наук Конарева С. В., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Я теж хочу підтримати Олега Вікторовича в тому, що мені теж дуже сподобалось доповідь, та його відповіді на запитання. Особливо я була вражена результатами практичних розрахунків по очищенню супутникових зображень. Це було досить несподівано для мене, проте дуже цікаво. Вважаю, що наш здобувач готовий до того щоб виходити на захист та отримувати відповідний ступінь доктора філософії. Представлена робота має перспективу, це очевидно. Я хочу побажати успішного захисту і вважаю, що ми маємо підтримати роботу і допустити Ярослава Петровича до захисту на разовій спеціалізованій вченій раді.

Канд. фіз.-мат. наук Лескевич Т.Ю., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Сьогодні заслухали виступ за матеріалами кваліфікаційної роботи на здобуття ступеню доктора філософії Когута Ярослава. На мій погляд доповідь була досить детальною, доповідач озвучив всі основні результати за кожним розділом своєї дисертації, окремо зупинився на своїх теоретичних здобутках, а також показав, що вони мають важливе практичне застосування. Вважаю, що всі формальні вимоги, які висуваються до дисертаційних робіт, виконано. Робота актуальна, присутня наукова новизна одержаних результатів, достатня кількість і рівень публікацій, щоб можна було цю роботу рекомендувати до захисту.

Тому я підтримую цю роботу і вважаю, що ми прийнемо вірне рішення щодо рекомендації даної роботи до захисту у спеціалізованій раді.

Д-р фіз.-мат. наук, проф. Кофанов В. О., професор кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Я ознайомився з дисертаційною роботою. Це досить серйозне дослідження, в якому розв'язано декілька нових задач теорії оптимального керування для суттєво нелінійних рівнянь в частинних похідних.

Заслуговує уваги той факт що в роботі запропоновано підхід, який дозволяє не лише довести існування оптимальних розв'язків в таких задачах, але, що є не менш

важливим, отримати ітераційну процедуру побудови наближень цих розв'язків у відповідних топологіях.

Результати проведених досліджень, мають достатньо актуальності, новизни і практичної цінності. Тому я підтримую цю дисертацію і рекомендую її до захисту на разовій раді за спеціальністю 111- Математика.

Канд. фіз-мат. наук, доц. Вакарчук М. Б., доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

На мій погляд Ярослав Петрович зробив дуже ґрунтовну доповідь, з гарною і зрозумілою презентацією. Озвучені результати мають без сумніву досить значне практичне застосування, що підтверджено наведеними розрахунками. Я вважаю, що дисертант зробив свій внесок в дослідження важливої проблеми теорії оптимального керування розподіленими системами. Обсяг досліджень, який зробив Ярослав Петрович, на мій погляд, повністю задовольняє вимогам до дисертацій на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 - Математика.

Рекомендую підтримати цю роботу і рекомендувати її до захисту.

Д-р фіз-мат. наук, доц. Пипка О. О., завідувач кафедри кафедри геометрії та алгебри Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара:

Від себе я також хотів би додати, що доповідь була дуже ґрунтовною, теоретичні результати є чіткими та зрозумілими, їх практичне застосування не викликають сумнівів. Робота, на мій погляд, є досить високого наукового рівня і заслуговує підтримки. Тому я запрошую усіх підтримати цю роботу та рекомендувати її до захисту за спеціальністю 111 – Математика.

ВИСНОВОК

Актуальність теми дисертації. Рівняння типу Перона-Маліка та їх узагальнення є характерними прикладами нелінійних рівнянь дифузійного типу з неоднорідним виродженим коефіцієнтом в дивергентному операторі. Такий тип рівнянь широко використовується в задачах обробки зображень, їх відновлення, сегментації та виявлення контурності. Основна специфіка рівняння Перона-Маліка полягає в тому, що характер його нелінійності не дозволяє залучити відомі на сьогодні результати до проблеми розв'язаності відповідних крайових та початково-крайових задач. Такий тип рівнянь втрачає властивість коерцитивності та монотонності, а отже відповідні крайові задачі можуть не мати глобальних слабких розв'язків у просторі непервно-диференційовних функцій. Отже, якою б не була модель на базі рівняння Перона-Маліка, вона є погано обумовленою задачею математичної фізики. Разом з тим її дискретизація за явною схемою Ейлера є завжди

стійкою, що є досить несподіваним ефектом. В цьому контексті варто зазначити, що на фоні значного практичного і теоретичного інтересу до рівнянь Перона-Маліка, практично відсутні роботи, які б були присвячені дослідженню задач оптимізації та оптимального керування такими об'єктами, а також розробці методів їх апроксимації.

З огляду на сказане вище, тематику дисертаційної роботи можна вважати актуальною.

Затвердження теми та плану дисертації. Тема дисертації затверджена на засіданні вченої ради Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, протокол № 12 від 30 червня 2022 р. і уточнена на засіданні вченої ради механіко-математичного факультету Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, протокол № 4 від 26 листопада 2024 р. Науковим керівником призначено д-ра. фіз.-мат. наук, проф. Парфінович Н. В.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконувалась згідно з загальними планами досліджень кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, а також згідно з держбюджетною темою НДР-1-666-22 "Теоретичні та прикладні аспекти відновлення операторів та оптимізації наближення функцій" № державної реєстрації 0122U001223.

Публікації та особистий внесок здобувача. За темою дисертації опубліковано 5 статей. Всі статті опубліковано у співавторстві та у виданнях, що входять до наукометричних баз Scopus та Web of Science. З них дві статті входять до переліку наукових фахових видань України. Основні результати дисертації отримані автором самостійно. Визначення загального плану досліджень належить науковому керівнику Н. В. Парфінович. В опублікованих працях особистий внесок здобувача полягає у виборі схем апроксимації поставлених задач, доведенні ключових результатів стосовно існування оптимальних розв'язків таких задач, побудови схем їх наближення та розробці різницевої схеми для проведення числових модельних розрахунків. Публікації Когута Я. П. відповідають вимогам пп. 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44 (зі змінами).

Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації. Обґрунтованість і достовірність одержаних результатів забезпечується строгими математичними доведеннями та підтверджено результатами модельних розрахунків.

Наукова новизна отриманих результатів

1. Отримано достатні умови розв'язаності одного класу задач оптимального керування як для стаціонарного так і для еволюційного варіантів рівняння Перона-Маліка з крайовими умовами Неймана на межі області.
2. Запропонована схема апроксимації задач оптимального керування для еліптичного та параболічного рівнянь Перона-Маліка, яка ґрунтується на залученні параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного еліптичного оператора. А також показано, що кожна з апроксимаційних задач має непорожню множину розв'язків, а будь-яка послідовність, що утворена такими розв'язками, є компактною у відповідній топології і кожна її кластерна точка є оптимальною парою для вихідної задачі.
3. Наведено схему побудови необхідних умов оптимальності для апроксимаційних задач до задачі оптимального керування для еволюційного та стаціонарного рівнянь Перона-Маліка та проведено їх строге обґрунтування.
4. З метою відновлення цифрових зображень, які пошкоджені адитивним та імпульсним шумом, запропоновано нову модель у формі задачі оптимального керування на класі розріджених керувань для квазілінійного параболічного рівняння зі змінним порядком нелінійності та виродженим тензором анізотропної дифузії, які нелокально залежать від розв'язку початково-крайової задачі.
5. Наведено варіант для релаксації задачі відновлення цифрових зображень, отримано достатні умови її розв'язаності, та запропоновано схему її апроксимації для релаксованої задачі оптимального керування і показано, що оптимальні пари для такої задачі можна наблизити розв'язками відповідних апроксимаційних задач.

Хоча робота носить теоретичний характер, **практичне значення результатів дослідження** полягає в тому, що отримані результати та розроблені схеми апроксимації оптимізаційних задач можуть бути використані при розв'язанні практичних задач з обробки цифрових зображень, що підтверджується модельними розрахунками, які наведено в роботі.

Список опублікованих праць за темою дисертації

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Kogut, P., Kohut, Ya., Parfinovych, N. Solvability Issues for Some Noncoercive and Nonmonotone Parabolic Equations Arising in the Image Denoising Problems. Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications (JODEA), 30 (2), 19-48 (2022), DOI: <https://doi.org/10.15421/4221008>, (Scopus, Q3)

2. Kogut, P., Kohut, Ya., Manzo, R. Fictitious Controls and Approximation of an Optimal Control Problem for Perona-Malik Equation. Journal of Optimization,

Differential Equations and Their Applications (JODEA), 30 (1), 42-70 (2022), DOI <https://doi.org/10.15421/142208>, (Scopus, Q3)

Статті у наукових виданнях інших держав, які входять до міжнародних наукометричних баз даних

3. **Kohut, Ya.**, Kупenko, O. On optimal control problem for the Perona-Malik equation and its approximation. *Mathematical Control and Related Fields*, 13 (4), 1466#1483 (2023),(Q1). DOI: <https://doi.org/10.3934/mcrf.2022045> (Scopus, Q1)

4. Kogut, P., **Kohut, Ya.** Optimal sparse control formulation for reconstruction of noise-affected images. *Axioms*, Special Issue 'Stability, Approximation, Control and Application', 12 (12), Id.1073, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/axioms12121073> (WoS, Q1).

5. Kogut, P., **Kohut, Ya.**, Manzo, R. Existence Result and Approximation of an Optimal Control Problem for the Perona-Malik Equation. *Ricerche di Matematica*, 73, 1945-1962 (2024), DOI <https://doi.org/10.1007/s11587-022-00730-4> (Scopus, Q3)

Додаткові праці апробаційного характеру

1. Kogut, P., **Kohut, Ya.**, Manzo, R., *Some Results on Optimal Control Problem for Perona-Malik Equation*, Proceedings of the 20th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics, ICNAAM 2022, 19–25 September 2022, Location: Rhodes, Greece.

2. **Kohut, Ya.**, Parfinovych, N. On an optimal control problem for the Perona-Malik equation, The International Conference 'Current trends in abstract and applied analysis'. Ivano-Frankivsk, Ukraine May 12-15, 2022, p. 40.

3. **Kohut, Ya.**, Parfinovych, N. On optimal sparse control problem for quasi-linear parabolic equation with variable order of nonlinearity, I All-Ukrainian scientific and practical conference with international participation 'Modern problems of mathematics: applied aspect', Zhytomyr, May 30, 2024.

4. **Kohut, Ya.** On Optimal sparse control formulation for reconstruction of noise-affected images, VII international scientific and practical conference "Modeling, control and information technology" November 7-9 2024, Rivne.

На підставі заслуховування та обговорення доповіді Когута Я. П. про основні положення дисертаційної роботи, питань та відповідей на них

УХВАЛИЛИ:

1. Вважати, що за актуальністю, ступенем новизни, обґрунтованості, наукової та практичної цінності здобутих результатів дисертація Когута Ярослава Петровича на тему «Апроксимація розв'язків задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка» відповідає вимогам Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії від 12 січня 2022 р. № 44 (зі змінами).

2. Рекомендувати дисертаційну роботу Когута Ярослава Петровича на тему «Апроксимація розв'язків задач оптимального керування для рівнянь типу Перона-Маліка» до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика.

3. Клопотати перед вченою радою університету розглянути питання про створення спеціалізованої вченої ради для проведення разового захисту дисертації на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика Когута Ярослава Петровича у такому складі:

| № з/п | Прізвище, ім'я, по батькові | Місце основної роботи, підпорядкування, посада | Науковий ступінь, шифр, назва спеціальності, за якою захищена дисертація, рік присудження | Вчене звання (за спеціальністю, кафедрою), рік присвоєння | Наукові публікації, опубліковані за останні п'ять років, за науковим напрямом, за яким підготовлено дисертацію здобувача, з яких не менше однієї публікації у виданнях, проіндексованих у базах даних Scopus та/або Web of Science Core Collection |
|-------|--|--|---|---|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | Піпка Олександр Олександрович (голова) | Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Міністерство освіти і науки України, завідувач кафедри геометрії та алгебри | Доктор фіз.-мат. наук, 01.01.06 – алгебра і теорія чисел, 2019 рік, диплом ДД 008825 | Доцент кафедри геометрії та алгебри, 2018 | 1. Kurdachenko, L.A., Minaiev, P.Ye., Pypka, O.O.: Automorphism groups of some non-nilpotent Leibniz algebras. Res. Math. 32(1), 101-109 (2024) (Scopus) https://doi.org/10.15421/242409 URL: https://vestnmath.dnu.dp.ua/index.php/ri/article/view/421 ISSN: 2664-5009(online) ISSN: 2664-4991(print) 2. Minaiev, P.Ye., Pypka, O.O., Semko, L.P.: |

| | | | | | |
|---|---|---|---|--|---|
| | | | | | <p>Low-dimensional nilpotent Leibniz algebras and their automorphism groups. Algebra Discrete Math. 37(2), 275-286 (2024) (Scopus) https://doi.org/10.12958/adm2264 URL: https://admjournal.luguniv.edu.ua/index.php/adm/article/view/2264 ISSN: 1726-3255(print) ISSN: 2415-721X(online)</p> <p>3. Minaiev, P.Ye., Pypka, O.O.: On Schur-type theorem for Leibniz 3-algebras. Bulletin of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. Physics and Mathematics. 78(1), 22-25 (2024) (Scopus) https://doi.org/10.17721/1812-5409.2024/1.3 URL: https://bphm.knu.ua/index.php/bphm/issue/view/78/78 ISSN 1812-5409 (Print), ISSN 2218-2055 (Online)</p> |
| 2 | Станжицький Олександр Миколайович (опонент) | Київський національний університет імені Тараса Шевченка Міністерство освіти і науки України завідувач кафедри загальної математики механіко-математичного факультету | Доктор фіз.-мат. наук, 01.01.02-диференціальні рівняння, 2002 рік, диплом ДД № 002620 | Професор кафедри загальної математики, 2005 | <p>11 Stanzhytskyi, O.M., Petryna, G.O., Denysenko, N.L. Asymptotic Behavior of the Solutions of Stochastic Functional-Differential Equations // Journal of Mathematical Sciences (United States), 2024, 278(6), pp. 1102–1112 https://doi.org/10.1007/s10958-024-06980-x (Scopus) ISSN 1072-3374 ISSN: 1573-8795(online)</p> <p>2 J. Clark, O. Misiats, V. Mogylova, O. Stanzhytskyi, Asymptotic behavior of stochastic functional differential evolution equation, Electron. J. Differential Equations, Vol. 2023 (2023), No. 35, pp. 1-21. https://doi.org/10.58997/ejde.2023.35 ISSN 1072-6691 (Scopus)</p> <p>3 G.O. Petryna, M.V. Hrysenko, O. Stanzhytskyi, On the asymptotic equivalence of ordinary and functional stochastic differential equations, Journal of Optimization, Differential Equations and their Applicationsthis, 2023, 31(1), pp. 125–142. http://dx.doi.org/10.15421/142307 ISSN (Print): 2617-0108 ISSN (Online): 2663-6824 (Scopus)</p> |
| 3 | Бокало Микола Михайлович (опонент) | Львівський національний університет імені Івана Франка, Міністерство освіти і науки України, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь | Доктор фіз.-мат. наук, 01.01.02 – Диференціальні рівняння, 2012 | Професор кафедри диференціальних рівнянь, 2014 | <p>1 M. M. Bokalo, O. V. Ilytska, T. M. Bokalo, Nonlinear parabolic variational inequalities with variable time-delay in time unbounded domains // Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications (JODEA). – 2023. – Volume 31, Issue 2. – P. 67–88. http://dx.doi.org/10.15421/142311 (Scopus) ISSN (Print): 2617-0108 ISSN (Online): 2663-6824</p> <p>2 M. Bokalo, O. Sus, Optimal Control Problems for Evolutionary Variational</p> |

| | | | | | |
|---|---|---|--|---|---|
| | | | | | <p>Inequalities with Volterra-Type Operators // Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry. – 2024. – Vol. 20, No. 1. – P. 25-40. https://doi.org/10.15407/mag20.01.025 (Scopus)</p> <p>ISSN: 1812-9471(Print) ISSN: 1817-5805(Online)</p> <p>3 M. Bokalo, I. Skira, T. Bokalo Strong nonlinear functional-differential variational inequalities: problems without initial conditions // Frontiers in Applied Mathematics and Statistics. Sec. Dynamical Systems. – 2024. – Vol. 10. https://doi.org/10.3389/fams.2024.1467426. (Scopus)</p> |
| 4 | Білозьоров Василь Євгенович (рецензент) | Дніпровський національний університету імені Олеся Гончара, Міністерство освіти і науки України, професор кафедри комп'ютерних технологій | Доктор фіз.-мат. наук, диплом 01.05.04 – Системний аналіз і теорія оптимальних рішень, 1995 р. | Професор кафедри прикладної математики, 2001 р. | <p>1. Belozyorov, V.Ye., Volkova, S.A. Study of the Dynamics of Product Sales Process with the Help of Zolotas Model// Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications (JODEA), 2024, 32(1), pp. 33–54 http://dx.doi.org/10.15421/142402 (Scopus) ISSN (Print): 2617-0108 ISSN (Online): 2663-6824</p> <p>2. Belozyorov V. Ye., Dantsev D. V. Modeling of Chaotic Processes by Means of Antisymmetric Neural ODEs// Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications (JODEA). V. 30. №1. 2022. - P. 1-41. http://dx.doi.org/10.15421/142201 (Scopus) ISSN (Print): 2617-0108 ISSN (Online): 2663-6824</p> <p>3. Belozyorov V.Ye., Volkova S.A Discrete Processes and Chaos in Systems of Ordinary Differential Equations// Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications (JODEA). V. 30. №2. 2022. - P. 62-78 http://dx.doi.org/10.15421/142209 (Scopus) ISSN (Print): 2617-0108 ISSN (Online): 2663-6824</p> |
| 5 | Кофанов Володимир Олександрович (рецензент) | Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Міністерство освіти і науки України, професор кафедри математичного аналізу та оптимізації | Доктор фізико-математичних наук, 01.01.01 – Математичний аналіз, 2003 р | Професор кафедри теорії функцій 2006 р. | <p>1. Kofanov V.A. On the Relationship between Sharp Kolmogorov-Type Inequalities and Sharp Kolmogorov–Remez-Type Inequalities // Ukrainian Mathematical Journal, 2021, 73(4), 592–600 https://doi.org/10.1007/s11253-021-01945-8 (Scopus) ISSN: 0041-5995 ISSN: 1573-9376(online)</p> <p>2. Kofanov V. A., Sydorovych K.D. Strengthening the Comparison Theorem and Kolmogorov Inequality in the Asymmetric Case. Researches in mathematics, 2022, V. 30, № 1, P, 30-38, https://doi.org/10.15421/242204 (Scopus)</p> |

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|---|
| | | | | | ISSN: 2664-5009(online) ISSN: 2664-4991(print) 3. Kofanov V.A. Bojanov-Naidenov problem for the differentiable functions and Erdős problem for polynomials and splines. Ukrainian Mathematical Journal, 2023, 75(2), pp. 206-224. https://doi.org/10.1007/s11253-023-02194-7 (Scopus) ISSN: 0041-5995 ISSN: 1573-9376(online) |
|--|--|--|--|--|---|

Результати голосування:

«За» – 17 осіб,

«Проти» – немає,

«Утримались» – немає.

Головуючий**Олександр ПИПКА****Секретар****Роман БІЛЧЕНКО**