

Голові разової спеціалізованої вченої ради
Дніпровського національного університету
імені Олеся Гончара
доктору фізико-математичних наук,
професору кафедри математичного аналізу
та оптимізації ДНУ ім. О. Гончара
Когуту Петру Іллічу

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу

КОЗИНЕНКА Олександра Віталійовича

**"Адаптивна анізотропна апроксимація функцій багатьох
змінних",**

подану на здобуття ступеня доктора філософії у галузі знань 11
Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика

Дисертаційна робота Олександра Віталійовича Козиненка присвячена класичним задачам теорії наближень. В роботі отримано нові точні нерівності типу Колмогорова для проміжних похідних функцій деяких класів, а також розв'язано ряд пов'язаних екстремальних задач, зокрема задачу Стечкина про наближення необмежених операторів обмеженими. Дана тематика має більш ніж столітню історію досліджень багатьма видатними математиками, велику кількість застосувань, зокрема до прикладних задач математики, і є важливою і актуальною. Іншим важливим напрямком досліджень у дисертаційній роботі є задачі найкращого наближення функцій багатьох змінних з класів Соболева. Ця тематика також є одним з класичних розділів теорії наближень, досліджувалась багатьма вченими, і має велике як прикладне, так і теоретичне значення.

Головними результатами роботи я вважаю такі:

1. На класі функцій заданих на відрізку доведено точні нерівності типу Колмогорова, що оцінюють значення k -ї похідної функції в деякій точці через вагові (зі степеневою вагою) L_2 -норми функції та її похідної порядку r , $0 \leq k \leq r - 1$. На класі функцій заданих на всій прямій, доведено точні нерівності такого ж виду з вагою $t \mapsto e^{-t^2}$.
2. Для функцій заданих на пів осі, доведено точну нерівність типу Колмогорова, що оцінює рівномірну норму дробової похідної $D^k f$ у сенсі Маршо, $k \in (0, 1)$, через норму $\|f\|_p$ самої функції, $1 < p < \infty$, і норму $\|f''\|_1$ її другої похідної.
3. Отримано адаптивний алгоритм побудови кусково-сталих функцій, які наближають функції з класу W_q^2 Соболева, $d \geq 2$, змінних, $1 \leq$

$q < \infty$. Цей алгоритм дає порядкові оцінки наближення функцій у L_p -метриці, $1 \leq p \leq \infty$, які при певному зв'язку між p, q та d покращують порядок наближення відомих раніше результатів. Показано, що на широкому класі двічі неперервно диференційовних функцій, порядок похибки наближення кусково-сталими функціями не може бути кращим, ніж той, який досягається на побудованому у роботі алгоритмі.

Усі отримані результати є новими, і можуть знайти застосування як у теоретичних аспектах аналізу і інших розділів математики, так і для розв'язання прикладних питань, зокрема для побудови нових чисельних методів. Головні результати дисертаційної роботи опубліковані у фахових математичних журналах високого рівня, зокрема по одній статті було опубліковано у журналах *Journal of Complexity* і *Ukrainian Mathematical Journal*, які згідно з *Scimago Journal & Country Rank* є виданнями з квартилю Q2. Результати роботи неодноразово доповідались на семінарах і конференціях.

Дисертація оформлена у відповідності до вимог, які висуваються до робіт на здобуття ступеня доктора філософії. Порушень академічної доброчесності у дисертації та наукових працях О. В. Козиненка я не виявив.

До дисертації є деякі зауваження.

1. Дисертація містить конструкції не притаманні українській мові, наприклад у смислі *Маршо* (див. напр. ст. 2, рядок 20), *визначених на скінченному дійсній напівосі* (ст. 16, 5-й рядок знизу), *полуадитивна* (ст. 59, 2-й рядок знизу); містить деякі слова та словосполучення англійською (див. напр. ст. 63, останній рядок) та описки (напр. *обмежена область* у теоремі 4.2.1 на ст. 88).
2. Робота містить неточності в означеннях і використанні деяких математичних термінів. Наприклад *кусково-сталими сплайнами* (ст. 104, 2-й рядок, можливо краще кусково-сталими функціями, або сплайнами нульового порядку), *порядки збіжності просторів Соболева* (див. ст. 3, 1-й рядок), пояснення позначення l_p на ст. 11 є нетрадиційним, *верхні оцінки* (див., напр., ст. 63, назва підрозділу 3.3, мабуть краще використовувати 'оцінки зверху'). У Вступі до розділу 4 знак модуля використовується одночасно для позначення кількості елементів скінченної множини, міри Лебега множини, суми координат мультиіндексу, кількості клітин у накладених розбиттях, і для позначення пів норми у просторі Соболева; це ускладнює сприйняття матеріалу. Використовуються деякі позначення та об'єкти, без їх формального означення або посилання на означення, наприклад поліноми Якобі $J_k^{(\alpha, \beta)}$ на ст. 25, *простір Соболева з домінуючою змішаною похідною* (ст. 85, 5-й рядок знизу) *розріджені сітки* (ст. 90, 5-й рядок), *кусково-сталий оператор* (ст. 90, 8-й рядок знизу).

3. Робота містить деякі математичні неточності. У формулі (1.20) не має бути степеня $\frac{1}{2}$ у чисельнику. У теоремі 1.3.1 точною є (1.2.2), а не (1.2.3). У наслідку 1.3.1 має бути $a_n(x) = 0$ замість $a_n(f) = 0$. Теорему 4.2.1 краще було б сформулювати з наведенням деякої нерівності. Крім того, з формулювання теорема не ясно про наближення у якій метриці йде мова. Теорема 4.4.1, на мою думку, потребує більш детального доведення. У доведенні випадку $2 < p < \infty$ Теорема 4.4.2 повторюються міркування з випадку $1 < p < 2$, а випадки $p = 1$ та $p = \infty$ відсутні. На мою думку, варто було б сформулювати теорему Літтлвуда–Пелі.
4. У висновках до розділу 1 згадуються лінійні поперечники і класи, що задаються мажорантою модуля неперервності функції. Ці об'єкти не вивчалися у розділі 1.

Попри зазначені зауваження, я вважаю, що дисертація має високий науковий рівень і заслуговує на високу оцінку, а її автор Козиненко О. В. заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії.

Рецензент:

Доцент кафедри математичного
аналізу та оптимізації
ДНУ ім. О. Гончара,
кандидат фізико-математичних наук



Олег КОВАЛЕНКО

Підпис к. ф.-м. наук Коваленка О. В. завідувач
Вчений секретар
ДНУ ім. О. Гончара



Тетяна ХОДАНЕН