

Голові разової спеціалізованої вченої ради
Дніпровського національного університету
імені Олеся Гончара
доктору фізико-математичних наук, доценту,
завідувачу кафедри геометрії і алгебри
ДНУ ім. О.Гончара
Пипці Олександр Олександровичу

РЕЦЕНЗІЯ

рецензента Білозьорова Василя Євгеновича,
доктора фізико-математичних наук, професора,
професора кафедри комп'ютерних технологій
Дніпровського національного університету
імені Олеся Гончара

на дисертаційну роботу
Когута Ярослава Петровича
**«Апроксимація розв'язків задач оптимального керування для
рівнянь типу Перона-Маліка»**

подану на здобуття ступеня доктора філософії
у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111
Математика

Дисертаційна робота Когута Ярослава Петровича присвячена дослідженню задач оптимального керування для одного класу нелінійних вироджених еліптичних та параболічних рівнянь типу Перона-Маліка. Основна увага автором приділяється питанням розв'язаності таких задач та методам апроксимації їх розв'язків.

В першому розділі наводяться основні відомі результати та факти з нелінійного функціонального аналізу та теорії рівнянь в частинних похідних, які суттєво використовуються в подальшому аналізі.

Другий розділ присвячено дослідженню одного класу оптимізаційних задач, коли об'єктом керування виступає крайова задача Неймана для стаціонарного рівняння Перона-Маліка, яке в своїй головній частині містить некоерцитивний та немонотонний диференціальний оператор дивергентного типу. Автором запропоновано схему апроксимації поставленої задачі оптимального керування, яка ґрунтується на залученні параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного

дивергентного оператора. Отримано достатні умови розв'язаності вихідної задачі оптимального керування і показано, що будь-яка кластерна точка послідовності оптимальних розв'язків апроксимаційних задач є оптимальною парою для вихідної задачі.

Третій розділ присвячено питанням існування розв'язків одного класу задач оптимального керування для еволюційної версії рівнянь Перона-Маліка та методам їх апроксимації. За аналогією з попереднім розділом, автор пропонує загальний підхід до апроксимації розв'язків таких задач оптимальними розв'язками деяких параметризованих задач, залучаючи для цього задачі з фіктивними керуваннями для коректних за Адамаром початково-крайових задач Коші-Неймана. Показано, що кожна з апроксимаційних задач є коректно поставленою, має непорожню множину розв'язків, а будь-яка послідовність, яка утворена такими розв'язками, прямує до оптимального розв'язку для вихідної задачі керування.

В четвертому розділі автором запропоновано нове формулювання задачі відновлення цифрових зображень, які спотворені аддитивним шумом, у вигляді задачі оптимального керування для квазілінійного параболічного рівняння з нелокальним $p[u]$ -лапласіаном та керуванням з класу L^1 . Характерною особливістю запропонованої постановки є те, що змінний порядок нелінійності $p(t,x)$ і тензор анізотропної дифузії $D(t,x)$ в дивергентному операторі параболічного рівняння не є а priori визначеними, а, натомість, ці характеристики нелокально залежать від розв'язку початково-крайової задачі для означеного параболічного рівняння. Показано, що в загальному випадку вихідна задача оптимального керування є погано обумовленою. Наведено варіант для її релаксації та запропоновано схему апроксимації оптимальних розв'язків таких задач.

Головними результатами роботи я вважаю такі:

1. Залучаючи запропонований автором «непрямий підхід», отримано достатні умови розв'язаності задачі оптимального керування для стаціонарного та еліптичного варіантів рівняння Перона-Маліка. А саме показано, що будь-яка пара послідовності оптимальних розв'язків апроксимаційних задач є оптимальною парою для вихідної задачі.
2. Запропоновано схему апроксимації розглянутого класу задач оптимального керування, яка ґрунтується на залученні параметризованих оптимізаційних задач з фіктивними керуваннями в коефіцієнтах головного еліптичного оператора. Такий варіант апроксимації показав свої суттєві переваги над стандартними, які базуються на результатах теорії збурень диференціальних операторів.
3. Залучення послідовності апроксимаційних задач оптимізації з фіктивними керування, дозволило розв'язати проблему побудови необхідних умов оптимальності та їх обґрунтування.

4. З метою відновлення цифрових зображень, які пошкоджені шумом, запропоновано нову модель у формі задачі оптимального керування на класі розріджених керувань для квазілінійного параболического рівняння зі змінним порядком нелінійності та виродженим тензором анізотропної дифузії, які нелокально залежать від розв'язку початково-крайової задачі, а також отримано достатні умови її розв'язаності.

Усі отримані результати є новими, і можуть знайти застосування як у теоретичних аспектах варіаційного числення та теорії оптимального керування, так і для розв'язання прикладних питань, які пов'язані з обробкою цифрових зображень. Головні результати дисертаційної роботи опубліковані у фахових математичних журналах високого рівня, зокрема по одній статті було опубліковано у журналі «Mathematical Control and Related Fields» та спеціальному випуску «Stability, Approximation, Control and Application» журналу Axioms, які згідно з Scimago Journal & Country Rank є виданнями з квантилів Q2 та Q1, відповідно. Результати роботи неодноразово доповідались на семінарах і конференціях.

Дисертація оформлена у відповідності до вимог, які висуваються до робіт на здобуття ступеня доктора філософії. Порушень академічної доброчесності у дисертації та наукових працях Я.П. Когути я не виявив.

Разом з тим до дисертації є деякі зауваження.

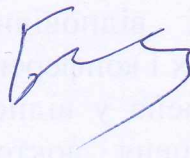
1. На мою думку було б доречним у вступі навести більш детальний опис основної ідеї, яка реалізується у цій дисертаційній роботі. Окрім цього навести більше мотивації, яка привели автора до дослідження розв'язків задачі оптимального керування для рівняння Перона-Маліка.
2. В роботі немає пояснення щодо вибору функціонала вартості у вигляді (2.9) або (3.9). Зокрема бажано прокоментувати наявність в таких функціоналах другого, третього та четвертого доданків.
3. Таке поняття як «модуль градієнта» потрібно уточнити.
4. Вважаю, що запропонована в четвертому розділі модель відновлення цифрових зображень на основі певного типу дифузійного рівняння потребує більш детального пояснення.
5. В роботі автор залучає такі поняття як «змінний показник нелінійності в задачі (4.40)» та «експонента росту нелінійності». Ці поняття не є загальноновживаними у вітчизняній літературі, тому варто було надати їм строге пояснення.
6. Незрозуміло застосування Теорема Шaudера про нерухому точку на стр. 106. Чи буде вказана в тексті нерухома точка слабким розв'язком оптимізаційної задачі?

7. Було б варто навести пояснення щодо переваг, які надає запропонований підхід до ліквідації шумів в порівнянні із застосуванням звичайних цифрових фільтрів.

Попри зазначені зауваження, я вважаю, що дисертація має високий науковий рівень і заслуговує на високу оцінку, а її автор Когут Я.П. заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії.

Рецензент:

Професор кафедри комп'ютерних технологій
Дніпровського національного університету
ім. О. Гончара,
доктор фізико-математичних наук



Василь БІЛОЗЬОРОВ

Підпис проф. Білозьорова Василя Євгеновича засвідчую:



Тетяна ХОДАНЕН