

## РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу *Михайла Олександра Вікторовича*  
на тему: *«Особливості деформування п'єзопасивних і п'єзоактивних  
композитних тіл із тріщинами та кутовими точками»*,  
представлену на здобуття ступеня доктора філософії  
за спеціальністю 113 Прикладна математика

Дисертаційна робота О.В. Михайла присвячена розв'язанню низки питань стосовно особливостей деформування складених тіл із кутовими точками та тріщинами на межах поділу різнорідних компонент, що можуть включати як ізотропні, так і анізотропні та п'єзоелектричні матеріали. **Актуальність обраної** теми дисертації обумовлена широким практичним застосуванням композитних матеріалів і необхідністю удосконалення методів запобігання їх руйнуванню у зв'язку з наявністю тріщин на межах поділу різних компонент.

**Мета** дисертаційної роботи полягає в розвитку методів дослідження зон передруйнування тріщини в тонкому прошарку, що з'єднує два ізотропні, анізотропні або п'єзоелектричні матеріали, а також аналізі напружено-деформівного стану в околі кутових точок з'єднань з різних матеріалів у тілах скінченних розмірів. Вважаю, що мета роботи повністю досягнута здобувачем.

Дисертаційна робота складається зі вступу та огляду літератури, чотирьох розділів, висновків та списку літературних джерел.

У **вступі та огляді літератури** проведено аналіз публікацій за темою дисертації та визначено внесок досліджень інших авторів до розвитку цього напрямку.

У **розділі 1** розглянуто тріщину між двома матеріалами в біматеріальному анізотропному просторі під розтягувально-зсувним навантаженням на нескінченності. Основним результатом цього розділу є нова модель, заснована на введенні зсувних зон передруйнування біля вершини тріщини, для усунення особливостей, які зазвичай виникають при розгляді цієї проблеми в рамках класичної моделі міжфазної тріщини. У результаті такого

моделювання напруження зсуву стає обмеженим у всій області, а нормальне напруження має лише особливість типу квадратного кореня у вершині тріщини, що дозволяє вводити коефіцієнт інтенсивності напруження загальноприйнятним способом.

**В розділі 2** розв'язується задача, подібна розділу 1, але для тріщини між двома ізотропними матеріалами. Аналітичний аналіз проводиться аналогічно попередньому розділу. При цьому знайдено довжину зони переддруйнування і коефіцієнт інтенсивності нормального напруження у початковій вершині тріщини. Крім того, у цьому розділі знайдені швидкості звільнення енергії для різних моделей тріщини та встановлено їх добру узгодженість. Подібна задача для міжфазної тріщини в тілі скінченних розмірів розглянута також методом скінченних елементів. У припущенні, що розмір тіла істотно більший за довжину тріщини, продемонстрована добра узгодженість числових результатів з аналітичними.

**У розділі 3** запропонована методика визначення степені особливості напружень в околі кутових точок для біматеріальних тіл скінченних розмірів будь-якої геометричної форми, яка заснована на використанні методу скінченних елементів та асимптотичній поведінці напружень біля кутових точок. Особливості цієї методики продемонстровані на прикладі задачі про контакт ізотопних прямокутників різної ширини. Ефективність методики підтверджена порівнянням з аналітичним розв'язком подібної задачі. Розглянуто також тріщину зсуву, що виникає біля кутової точки області, складеної із двох різнорідних прямокутників різного розміру. Введено зони переддруйнування на продовженні тріщини та показано спосіб визначення швидкості звільнення енергії, яка визначає можливість розвитку тріщини, без визначення довжини цієї зони.

**У розділі 4** розглянуто електропровідну міжфазну тріщину в п'єзоелектричному біматеріалі, поляризованому в напрямку, паралельному берегам тріщини та ортогональному фронту тріщини. Спочатку вважається, що тріщина відкрита, а далі для усунення осциляційної сингулярності, яка при цьому виникає, вводиться зона ковзання берегів тріщини. У цьому випадку виконання граничних умов призводить до комбінованої крайові задачі Діріхле



– Рімана та задачі Гільберта. Отримано точний аналітичний розв’язок цих задач, який дозволив визначити електричні та механічні фактори на межі поділу матеріалів у простій аналітичній формі. Проведено числовий аналіз отриманих результатів, результати якого продемонстровані графічно.

У висновках викладені основні результати роботи. Список літературних джерел, з моєї точки зору, досить повно відображає стан справ по тематиці дисертаційної роботи.

Дисертантом отримано суттєві результати, що характеризуються **науковою новизною**. Особливо цікавим є те, що у роботі запропоновані нові методики усунення фізично нереальної осциляційної особливості біля вершин тріщини між двома ортотропними і п’єзоелектричними матеріалами, з’єднаними тонким адгезійним прошарком та запропоновано чисельно-аналітичний підхід до визначення степені особливості та коефіцієнтів при особливостях напружень в околі кутових точок біматеріальних тіл.

**Практичне значення одержаних результатів** полягає, перш за все, в тому, що отримані в явному вигляді співвідношення для параметрів руйнування дозволяють оцінити вплив механічних напружень і електричного поля на можливість розвитку тріщин і тим самим сприяти підвищенню тріщиностійкості композитних конструкцій, а точні аналітичні розв’язки, отримані у роботі, можуть служити еталонними при розробці й апробації числових методів розв’язання задач указанного класу для тіл скінченних розмірів.

Дисертаційна робота виконувалась у 2017–2022 роках у відповідності з індивідуальним планом підготовки аспіранта кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, а також в науково-дослідній лабораторії механіки руйнування та пластичного деформування матеріалів кафедри теоретичної та комп’ютерної механіки механіко-математичного факультету ДНУ в рамках держбюджетної теми 1-335-18 «Розрахункові моделі п’єзоелектричних та п’єзоелектромагнітних композитів з тріщинами на межі поділу матеріалів», номер державної реєстрації № 0118U003302, 2018–2020 рр.

За темою дисертації **опубліковано** 4 статті. Одна з них опублікована у

виданні, що входить до наукометричної бази Scopus. 3 статті входять до переліку наукових фахових видань України. Окрім цього опубліковано розділ у колективній монографії, яка також входить до Scopus. Основні результати дисертації отримані автором самостійно. Вважаю, що ці публікації достатньо повно висвітлюють зміст роботи та її основні положення.

Основні положення та результати дисертаційної роботи **доповідалися й обговорювалися** на підсумкових наукових конференціях Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара протягом 2018–2021 років; а також на чотирьох міжнародних конференціях.

Рукопис дисертації О.В. Михайла написано українською мовою та оформлено відповідно до існуючих вимог. Отримані результати дослідження за змістом повністю відповідають спеціальності 113 «Прикладна математика».

У ході ознайомлення з роботою виникли такі зауваження:

1. У трансцендентному рівнянні (1.41) основним невідомим є параметр  $\lambda$ . Але в це рівняння входить також інтеграл по проміжку  $(a, b)$  від досить складної функції. При цьому  $b$  залежить від  $\lambda$ . З моєї точки зору інтеграл треба було б спочатку привести до проміжку  $(0, 1)$ , що явно б виділило параметр  $\lambda$ , а вже після цього здійснювати розв'язок вказаного рівняння.
2. Методика розв'язування задачі для тріщини між двома ортотропними матеріалами (розділ I) дозволила знайти аналітичну формулу (1.45) для похідної від стрибка переміщень. В той же час сам стрибок переміщень (відкриття тріщини) знайдено за допомогою формули (1.46), що включає інтеграл від (1.45). У дисертації наведені графіки розкриття тріщини, але не вказано, яким чином обчислювався інтеграл (1.46).
3. Після формули (4.15) автор вказує «для  $\delta^2 > 0$  компоненти можуть бути представлені у формі...». Виникають наступні питання:
  - подальший аналіз справедливий тільки при виконанні цієї умови?
  - для яких матеріалів вказана умова виконується?
4. В роботі зустрічаються невдалі формулювання та описки. Наприклад, «такі наступні представлення» перед (4.6); Дублювання «що» у першому пункті висновків; «Започаткова нова методика» у 4-му пункті



новизни.

Однак, суттєвих недоліків, які зменшували б цінність роботи не виявлено. Зроблені зауваження і побажання не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Викладене дозволяє стверджувати, що представлена дисертаційна робота – це самостійно виконане, завершене наукове дослідження, що характеризується актуальністю обраної теми, науковою новизною, достовірністю одержаних результатів, чітких висновків, має теоретичну та практичну цінність. Дисертаційна робота за напрямом відповідає спеціальності 113 Прикладна математика.

Вважаю, що дисертаційна робота Михайла Олександра Вікторовича «Особливості деформування п'єзопасивних і п'єзоактивних композитних тіл із тріщинами та кутовими точками», що представлена на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика відповідає встановленим вимогам відповідно наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації», «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» (Постанова Кабінету Міністрів України № 44 від 12 січня 2022 р. зі змінами від 21.03.2022 р.), а її автор Михайл Олександр Вікторович заслуговує присудження ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Рецензент

доктор фізико-математичних наук, професор,  
професор кафедри теоретичної та прикладної механіки  
Дніпровського національного університету  
імені Олеся Гончара

Етері ГАРТ

Підпис професора Гарт Е.Л. засвідчую:

Вчений секретар ДНУ



Тетяна ХОДАНЕН