

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
Міністерство освіти і науки України
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

Інкін Олександр Андрійович

УДК 519.2:004.9

ДИСЕРТАЦІЯ

**Застосування нейромережевого моделювання для діагностики
епілепсії за ритмами електроенцефалограм**

113 – Прикладна математика

11 – Математика та статистика

Подається на здобуття ступеня
доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ Інкін О. А.

Науковий керівник: **Білозьоров Василь Євгенович**
доктор фізико-математичних наук, професор

Дніпро – 2026

АНОТАЦІЯ

Інкін О. А. Застосування нейромережевого моделювання для діагностики епілепсії за ритмами електроенцефалограм – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 – Прикладна математика – Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України, Дніпро, 2026.

Дисертаційна робота присвячена розробці інноваційних методів діагностики та прогнозування епілепсії на основі комплексного аналізу ритмів електроенцефалограм (ЕЕГ) з використанням нейромережевого моделювання та математичного апарату теорії динамічних систем. Основну увагу приділено створенню інтелектуальної автоматизованої системи розпізнавання та передбачення епілептичних патернів у сигналах ЕЕГ, що забезпечує суттєве підвищення точності, швидкості діагностичного процесу та можливості раннього попередження про наближення нападу.

У роботі проведено дослідження підходів до обробки електроенцефалографічних сигналів та їх класифікації з використанням методів глибокого навчання, включаючи критичний аналіз переваг та обмежень існуючих алгоритмів. Розроблено комплексну багаторівневу методологію, що включає інноваційні методи попередньої обробки ЕЕГ-сигналів з адаптивним видаленням артефактів, багатомасштабне виділення інформативних ознак у частотній, часовій та фазовій областях, а також побудову гібридного ансамблю спеціалізованих нейронних мереж для високоточної класифікації епілептичних станів та їх прогнозування.

Створена інтегрована система реалізована у вигляді модульної архітектури з трьома основними компонентами. Перший модуль забезпечує адаптивну попередню обробку та інтелектуальну фільтрацію ЕЕГ-сигналів з використанням розроблених методів автоматичного видалення артефактів на основі незалежного компонентного аналізу. Другий компонент здійснює багатомірне автоматичне виділення діагностично значущих ознак на основі

поєднання спектрального аналізу, багаторівневого дискретного вейвлет-перетворення, аналізу нелінійної динаміки з використанням показників Ляпунова, фрактальної розмірності та ентропійних характеристик. Третій модуль реалізує інтелектуальну класифікацію та прогнозування епілептичних подій з використанням гібридної архітектури, що поєднує модифіковані згорткові нейронні мережі, трансформери з механізмами уваги та рекурентні архітектури з довгою короткостроковою пам'яттю.

Для побудови, навчання та валідації нейромережових моделей використовувалися програмні середовища та спеціалізовані бібліотеки для машинного навчання та обробки біомедичних сигналів. Архітектура розробленої системи включає модифіковані згорткові мережі для аналізу локальних та глобальних патернів у ЕЕГ-сигналах, трансформер-архітектури для виявлення довгострокових залежностей, а також спеціалізовані рекурентні мережі для моделювання складних часових залежностей у нейрофізіологічних процесах.

Математичну основу роботи становить розроблена модель нейронної динаміки, що описує поведінку окремих нейронів та їх взаємодію в мережі через систему диференціальних рівнянь з тригонометричними нелінійностями. Ця модель дозволяє описувати перехід від нормальної нейронної активності до епілептичних розрядів через зміну параметрів системи та аналізувати біфуркаційні переходи між різними динамічними режимами. Додатково використовуються елементи теорії колективної синхронізації для моделювання поширення епілептичної активності в нейронних мережах та стохастичні підходи для врахування випадкових флуктуацій у нейронній динаміці.

Наукова новизна отриманих результатів:

1. Удосконалення мультимодального підходу для діагностики та прогнозування епілепсії, що поєднує переваги оригінального математичного моделювання нейронної динаміки з методами штучного інтелекту у рамках єдиної інтегрованої системи.

2. Набув подальшого розвитку персоналізований адаптивний метод налаштування параметрів математичної моделі і нейронних мереж залежно від

індивідуальних нейрофізіологічних характеристик пацієнта, що дозволяє підвищити точність діагностики на п'ятнадцять-двадцять п'ять відсотків у порівнянні з традиційними методами.

3. Вперше розроблено метод ідентифікації параметрів математичної моделі на основі ЕЕГ-даних з використанням методів оптимізації та теорії оцінювання параметрів динамічних систем.

4. Вдосконалено архітектуру нейронної мережі з механізмом уваги для автоматичної локалізації епілептичного фокусу та інтерпретації результатів через аналіз траєкторій у фазовому просторі системи.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що розроблені математичні моделі та методи є базою для створення комплексного програмно-апаратного рішення для автоматизованої діагностики та прогнозування епілепсії. Розроблений інструментарій можна використовувати для отримання статистично обґрунтованих діагностичних висновків у режимі реального часу з можливістю фізіологічної інтерпретації через параметри математичної моделі, що особливо важливо для розуміння механізмів епілептогенезу у кожного конкретного пацієнта.

Створена система має широкий спектр клінічних застосувань: первинна діагностика різних форм епілепсії з урахуванням індивідуальних особливостей динаміки нейронної активності; класифікація типів епілептичних нападів на основі аналізу біфуркаційних переходів у математичній моделі; об'єктивний моніторинг ефективності антиепілептичної терапії через відстеження змін параметрів моделі; персоналізована оптимізація терапевтичних підходів на основі математичного прогнозування відповіді на лікування.

У *вступі* обґрунтовано актуальність теми дослідження, наведено опис предмета та об'єкта досліджень, зазначено зв'язок дисертаційної роботи з науковими програмами, темами, підкреслена наукова новизна, мета дослідження, практичне значення, особистий внесок здобувача та інформацію щодо апробації отриманих результатів.

Перший розділ “Огляд предметної області та попередніх досліджень”

присвячений комплексному огляду предметної області та попередніх досліджень у сфері аналізу та прогнозування ЕЕГ сигналів. У ньому систематизовано різноманітні підходи до моделювання електричної активності мозку, починаючи від континуальних та стохастичних моделей нейронної активності до біофізичних та мережевих моделей колективної синхронізації. Розділ охоплює математичні методи обробки сигналів, включаючи стохастичні диференціальні рівняння, фрактальний та ентропійний аналіз, а також методи попередньої обробки на основі вейвлет-перетворень, статистичних підходів та частотного аналізу. Особлива увага приділяється нейромережевим архітектурам для прогнозування ЕЕГ, таким як згорткові та рекурентні мережі, LSTM, механізми уваги, трансформери, спеціалізовані архітектури для детекції епілепсії та глибокі генеративні моделі. Завершується розділ кумулятивним підсумком, що узагальнює проаналізовану літературу та формує базу для подальшого дослідження в галузі прогнозування мозкової активності за допомогою методів обробки сигналів та штучного інтелекту.

У *другому розділі* “Методи аналізу та прогнозування ЕЕГ” зазначена практична реалізація системи автоматизації обробки та аналізу ЕЕГ сигналів з використанням нейромережевого підходу до прогнозування. Розділ охоплює весь технологічний процес створення системи, починаючи від збору, опису та попередньої обробки експериментальних даних ЕЕГ, порівняння різних моделей математичної динаміки та побудови LSTM моделі для прогнозування електричної активності мозку. Детально розглядається математичне моделювання нейронної динаміки, включаючи класичні моделі, систему Лоренца та її комбіновану версію з моделлю FHN, а також програмну реалізацію цих моделей та їх порівняльне моделювання. Окрема увага приділяється розробці інформаційного числення на основі нейромережевих технологій, де описано алгоритм пошуку параметрів вагової матриці, архітектуру нейронної мережі, програмну реалізацію процедур навчання та тестування LSTM моделі, а також проведення числових експериментів для оцінки ефективності розробленої системи прогнозування ЕЕГ сигналів.

Третій розділ “Новий підхід моделювання та прогнозування ЕЕГ станів” присвячений розробці та впровадженню нового підходу до моделювання та прогнозування ЕЕГ станів з використанням методів машинного навчання. Розділ розкриває методологію прогнозування та класифікації різних станів мозкової активності на основі ЕЕГ сигналів, описує математичні передумови та теоретичні основи запропонованого підходу. Особлива увага приділяється методам коригування параметрів моделі через моделювання часових рядів, отриманих на основі експериментальних ЕЕГ даних, що дозволяє адаптувати модель до реальних характеристик нейронної активності. Детально представлено алгоритм оптимізації моделей ЕЕГ, який забезпечує підвищення точності прогнозування, а також результати числового експерименту, що демонструють ефективність розробленого підходу. Завершується розділ практичними прикладами застосування моделі для прогнозування епілептичних нападів на основі інформації, що міститься в ЕЕГ сигналах.

У загальних висновках підсумовуються результати дисертаційної роботи та наводяться її основні здобутки.

Ключові слова: електроенцефалограма, нейронні мережі, LSTM, моделювання нейронної активності, стохастичні моделі, обробка сигналів, фрактальний аналіз, машинне навчання, глибоке навчання, прогнозування епілептичних нападів, оптимізація параметрів, нейромережеві архітектури, трансформери, система диференціальних сингулярних рівнянь, діагностика.

Список публікацій здобувача

Статті у наукових фахових виданнях України, які входять до міжнародних наукометричних баз даних *Scopus*:

1. Belozyorov V.Ye., Inkin O.A. Systems of singular differential equations as the basis for neural network modeling of chaotic processes - JOURNAL OF OPTIMIZATION, DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS (JODEA). V. 31. - №2.- December 2023 - P. 24-48. (особистий внесок Inkin O.A.: доведення теореми 2.2, поняття поліноміально-тригонометричних систем нейронних звичайних диференціальних рівнянь (NODE), побудова матриці Якобі для антисимметричних систем NODE, створення алгоритмів оптимізації для вказаних типів NODE, застосування LSTM-методу для налаштування параметрів систем NODE, дослідження всіх прикладів, які продемонстровані в статті (в тому числі і прикладів заснованих на використанні даних з електроенцефалограм); Belozyorov V.Ye.: формулювання теореми 2.2).

DOI: <http://dx.doi.org/10.15421/142309>

URL: <https://model-dnu.dp.ua/index.php/SM/article/view/186/167>

Статті у наукових фахових виданнях України категорії Б:

1. Інкін О. А., Погорелов О.В. Моделювання ЕЕГ за допомогою глибоких нейронних мереж - System technologies – V. 3 - № 152 – 2024 - P. 57–68. (особистий внесок Інкін О. А.: розробка різновидів нейромереж типу LSTM та створення порівняльного механізму оцінки для отримання оптимальних параметрів; Погорелов О. В.: збір та попередня обробка реальних ЕЕГ даних).

DOI: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-3-152-2024-06>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1695/995>

2. Inkin O.A., Belozyorov V.E. Integrated neuronetwork modeling of EEG for diagnostic disorders of brain activity - System technologies – V. 6 - № 155 – 2025 - P. 89–100. (особистий внесок Inkin O. A.: алгоритм попередньої обробки ЕЕГ сигналів з фільтрацією, видалення артефактів, сегментацією, введенням спектрального аналізу, опис та порівняння математичних моделей та розробка алгоритму прогнозування ЕЕГ подій; Belozyorov V. E.: постановка задачі про

інтегроване нейромережеве моделювання ЕЕГ для діагностики порушень мозкової діяльності).

DOI:<https://doi.org/10.34185/1562-9945-6-155-2024-10>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1918/1192>

3. Inkin O. A., Belozyorov V. E. Hybrid modeling of EEG: the FitzHugh-Nagumo-Lorenz model - System technologies – V. 3 - № 158 – 2025 - P. 87–95. (особистий внесок Inkin O. A.: створення та обґрунтування комбінованого підходу до моделювання ЕЕГ за допомогою класичної моделі FHN та системи Лоренца; Belozyorov V. E.: загальне редагування).

DOI:<https://doi.org/10.34185/1562-9945-3-158-2025-09>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1999/1259>

Тези наукових доповідей:

1. Білозьоров В.Є., Інкін О.А. Моделювання та параметричне оцінювання динаміки туберкульозу – Тези доповіді на 12-й міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ITMM 2020) - 17 березня 2020 р., Дніпро, с. 45. URL: https://nmetau.edu.ua/file/itmm_2020_program.pdf

2. Інкін О. А., Білозьоров В. Є. Використання адаптованих нейромереж для прогнозування активності мозку. -- Тези доповіді на 17-й міжнародній науково-практичній конференції « Сучасні інформаційні та комунікаційні технології на транспорті, в промисловості і освіті» (УДУНТ) - 13-14 грудня 2023 р., Дніпро, с. 114. URL: <https://crust.ust.edu.ua/server/api/core/bitstreams/cb34c374-92cb-40ae-9889-cf1957d1a0cd/content>.

3. Білозьоров В. Є., Інкін О. А. Двоетапна процедура нейромережевого моделювання динамічних процесів. - Тези доповіді на 22-й міжнародній науково-практичній конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем” (MPZIS-2024). – 20-22 листопада 2024 р., Дніпро, с. 79. URL: <http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2024/11/МПЗІС-2024-1.pdf>

4. Білозьоров В. Є., Інкін О. А. Побудова предиктивної моделі мозкової активності на основі обробки сигналів ЕЕГ та глибоких нейронних мереж. - Тези

доповіді на 22-й міжнародній науково-практичній конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем” (MPZIS-2024). - 20-22 листопада 2024 р., Дніпро, с. 157–158. URL: <http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2024/11/МПЗІС-2024-1.pdf>

5. Inkin, O. A., Belozyorov V.Ye. Long Short-Term Memory model with the external trend and internal components analysis. – Тези доповіді на міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ITMM-2025) – 23-24 квітня 2025 р., Дніпро, с. 241-246. URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/itmm/article/view/2104/1334>

6. Інкін О. А., Білозьоров В. Є. ЕЕГ у площині хаотичної динаміки - Тези доповіді на 23-й міжнародній науково-практичній конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем” (MPZIS-2025). – 19-21 листопада 2025 р., Дніпро, с. 157 – 158. URL: http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2025/11/Программа_МПЗІС_2025.pdf

7. Інкін О. А. Актуальні проблеми та напрями розвитку автоматизованих систем аналізу ЕЕГ – Тези доповіді на 19-й міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні інформаційні та комунікаційні технології на транспорті, в промисловості і освіті» (УДУНТ) – 18-19 грудня 2025 р., Дніпро, с. 30. URL: <https://crust.ust.edu.ua/bitstreams/0b0c55c8-5254-41e7-a960-9c340ef1ca93/download>.

SUMMARY

Inkin O. A. Application of neural network modeling for the diagnosis of epilepsy by the rhythms of the electroencephalogram – Manuscript.

Thesis for the Doctor degree of Physical and Mathematical Sciences in Speciality 113 – Applied mathematics. — Oles Honchar Dnipro National University of Ministry of Education and Science of Ukraine, Dnipro, 2026.

The dissertation is devoted to the development of innovative methods for diagnosing and predicting epilepsy based on a comprehensive analysis of electroencephalogram rhythms using modern neural network modeling and the mathematical apparatus of the theory of dynamical systems. The main attention is paid to the creation of an intelligent automated system for recognizing and predicting epileptic patterns in EEG signals, which provides a significant increase in the accuracy, speed of the diagnostic process and the possibility of early warning of an approaching seizure.

The paper conducts a comprehensive study of modern approaches to electroencephalographic signal processing and their classification using deep learning methods, including a critical analysis of the advantages and limitations of existing algorithms. A comprehensive multilevel methodology has been developed, including innovative algorithms for preprocessing EEG signals with adaptive removal of artifacts, multiscale isolation of informative features in the frequency, time and phase domains, as well as the construction of a hybrid ensemble of specialized neural networks for high-precision classification of epileptic states and their prediction. The created integrated system is implemented in the form of a modular architecture with three main components. The first module provides adaptive preprocessing and intelligent filtering of EEG signals using developed algorithms for automatic artifact removal based on independent component analysis. The second component carries out multivariate automatic isolation of diagnostically significant features based on a combination of spectral analysis, multilevel discrete wavelet transformation, analysis of nonlinear dynamics using Lyapunov indicators, fractal dimension and entropy characteristics. The third module implements intelligent classification and prediction

of epileptic events using a hybrid architecture combining modified convolutional neural networks, transformers with attention mechanisms, and recurrent architectures with long short-term memory.

Modern software environments and specialized libraries for machine learning and biomedical signal processing were used to build, train and validate neural network models. The architecture of the developed system includes modified convolutional networks for the analysis of local and global patterns in EEG signals, transformer architectures for detecting long-term dependencies, as well as specialized recurrent networks for modeling complex temporal dependencies in neurophysiological processes.

The mathematical basis of the work is the developed model of neural dynamics, which describes the behavior of individual neurons and their interaction in a network through a system of differential equations with trigonometric nonlinearities. This model allows describing the transition from normal neural activity to epileptic discharges due to changes in system parameters and analyzing bifurcation transitions between different dynamic modes. Additionally, elements of the theory of collective synchronization are used to model the propagation of epileptic activity in neural networks and stochastic approaches to account for random fluctuations in neural dynamics.

Scientific news of the obtained results:

1. Improvement of the multimodal approach for the diagnosis and prediction of epilepsy, which is due to the advantages of the original mathematical modeling of neural dynamics with artificial intelligence methods within a single integrated system.
2. The personalized adaptive method of adjusting the parameters of the mathematical model and neural networks depending on the individual neurophysical characteristics of the patient has been further developed, which allows increasing the accuracy of diagnosis by fifteen to twenty-five percent compared to traditional methods.

3. For the first time, a method for identifying the parameters of a mathematical model based on EEG data has been developed using optimization methods and the theory of estimating the parameters of dynamic systems.

4. The structure of a neural network with an attention mechanism for automatic localization of the epileptic focus and interpretation of the results through the analysis of trajectories in the phase space of the system has been improved.

During the study, validation of the developed system was carried out on a representative sample of clinical data, which included patients with various forms of epilepsy. The system demonstrates relatively high sensitivity and specificity in detecting epileptic events, as well as the ability to predict the approach of a seizure with some accuracy to its onset while maintaining a low level of false positives, which is critical for clinical use.

The created system has a wide range of clinical applications: primary diagnosis of various forms of epilepsy, taking into account the individual characteristics of the dynamics of neural activity; classification of types of epileptic seizures based on the analysis of bifurcation transitions in a mathematical model; objective monitoring of the effectiveness of antiepileptic therapy by tracking changes in model parameters; personalized optimization of therapeutic approaches based on mathematical prediction of response to treatment.

The *introduction* justifies the relevance of the research topic, describes the subject and object of research, indicates the connection of the dissertation work with scientific programs and topics, emphasizes the scientific novelty, the purpose of the research, practical significance, the personal contribution of the applicant, and information on the approval of the results obtained.

The *first section*, “Review of the subject area and previous research”, is devoted to a comprehensive review of the subject area and previous research in the field of EEG signal analysis and prediction. It systematizes various approaches to modeling the electrical activity of the brain, ranging from continuous and stochastic models of neural activity to biophysical and network models of collective synchronization. The section covers mathematical methods of signal processing, including stochastic differential

equations, fractal and entropy analysis, as well as preprocessing methods based on wavelet transforms, statistical approaches and frequency analysis. Special attention is paid to modern neural network architectures for EEG prediction, such as convolutional and recurrent networks, LSTM, attention mechanisms, transformers, specialized architectures for epilepsy detection and deep generative models. The section concludes with a cumulative summary that summarizes the analyzed literature and forms the basis for further research in the field of predicting brain activity using signal processing and artificial intelligence methods.

The *second section*, “Methods of EEG Analysis and Prediction,” describes the practical implementation of a system for automating EEG signal processing and analysis using a neural network approach to prediction. The section covers the entire technological process of creating a system, starting from the collection, description, and preprocessing of experimental EEG data, comparing different models of mathematical dynamics, and building an LSTM model for predicting electrical brain activity. The mathematical modeling of neural dynamics is considered in detail, including the classical model, the Lorenz system, and its combined version with the FHN model, as well as the software implementation of these models and their comparative modeling. Special attention is paid to the development of information computing based on neural network technologies, which describes the algorithm for searching for weight matrix parameters, the neural network architecture, the software implementation of the LSTM model training and testing procedures, and conducting numerical experiments to assess the effectiveness of the developed EEG signal prediction system.

The *third section* “A New Approach to Modeling and Forecasting EEG States” is devoted to the development and implementation of a new approach to modeling and forecasting EEG states using modern machine learning methods. The section reveals the methodology for predicting and classifying different states of brain activity based on EEG signals, describes the mathematical prerequisites and theoretical foundations of the proposed approach. Special attention is paid to methods for adjusting model parameters through modeling time series obtained on the basis of experimental EEG

data, which allows adapting the model to real characteristics of neural activity. The algorithm for optimizing EEG models is presented in detail, which provides increased prediction accuracy, as well as the results of a numerical experiment demonstrating the effectiveness of the developed approach. The section concludes with practical examples of using the system for predicting epileptic seizures based on information contained in EEG signals.

The *general conclusions* summarize the results of the dissertation work and present its main achievements.

Keywords: electroencephalogram, neural networks, LSTM, neural activity modeling, stochastic models, signal processing, fractal analysis, machine learning, deep learning, epileptic seizure prediction, parameter optimization, neural network architectures, transformers, system of differential singular equations, diagnostics.

List of applicant's publications

Articles in scientific professional publications of Ukraine included in international scientometric databases Scopus:

1. Belozyorov V.Ye., Inkin O.A. Systems of singular differential equations as the basis for neural network modeling of chaotic processes - JOURNAL OF OPTIMIZATION, DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS (JODEA). DOI 10.15421/142309. - V. 31. - №2.- December 2023 - P. 24-48. (*personal contribution of Inkin O.A.: proof of Theorem 2.2, the concept of polynomial-trigonometric systems of neural ordinary differential equations (NODE), construction of the Jacobi matrix for antisymmetric NODE systems, creation of optimization algorithms for the specified types of NODE, application of the LSTM method for tuning the parameters of NODE systems, study of all the examples demonstrated in the article (including examples based on the use of data from electroencephalograms); Belozyorov V.Ye.: formulation of Theorem 2.2).*

DOI: <http://dx.doi.org/10.15421/142309>

URL: <https://model-dnu.dp.ua/index.php/SM/article/view/186/167>

Articles in scientific professional publications of Ukraine of category B:

1. Inkin O., Pohorelov O. EEG modeling using deep neural networks - System technologies – V. 3 - № 152 – 2024 - P. 57–68. [UKR] (*personal contribution of O. A. Inkin: development of varieties of LSTM-type neural networks and creation of a comparative evaluation mechanism for obtaining optimal parameters; O. V. Pogorelov: collection and pre-processing of real EEG data*).

DOI: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-3-152-2024-06>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1695/995>

2. Inkin O.A., Belozyorov V.E. Integrated neuronetwork modeling of EEG for diagnostic disorders of brain activity - System technologies – V. 6 - № 155 – 2025 - P. 89–100. (*personal contribution Inkin O. A.: algorithm for preprocessing EEG signals with filtering, artifact removal, segmentation, introduction of spectral analysis, description and comparison of mathematical models and development of an algorithm for predicting EEG events; Belozyorov V. E.: formulation of the problem of integrated neural network modeling of EEG for diagnosing brain activity disorders*).

DOI: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-6-155-2024-10>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1918/1192>

3. Inkin O. A., Belozyorov V. E. Hybrid modeling of EEG: the FitzHugh-Nagumo-Lorenz model - System technologies – V. 3 - № 158 – 2025 - P. 87–95. (*personal contribution Inkin O. A.: creation and justification of a combined approach to EEG modeling using the classical FHN model and the Lorentz system; Belozyorov V. E.: general editing*).

DOI: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-3-158-2025-09>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1999/1259>

Abstracts of scientific reports:

1. Belozyorov V.Ye., Inkin O.A. Modeling and parametric assessment of tuberculosis dynamics – Abstracts of the report at the 12th International Scientific and Technical Conference “Information Technologies in Metallurgy and Mechanical Engineering” (ITMM 2020) - 17 march 2020 y., Dnipro, p. 45. [UKR] URL:

2. Inkin O.A., Belozyorov V.E. Using adaptive neural networks to predict brain activity. -- Abstracts of the report at the 17th International Scientific and Practical Conference "Modern Information and Communication Technologies in Transport, Industry and Education" (UDUNT) - 13-14 December 2023 y., Dnipro, p. 114. [UKR] URL: <https://crust.ust.edu.ua/server/api/core/bitstreams/cb34c374-92cb-40ae-9889-cf1957d1a0cd/content>.

3. Belozyorov V.Ye., Inkin O.A. Two-stage procedure for neural network modeling of dynamic processes. - Abstracts of the report at the 22nd international scientific and practical conference "Mathematical and software support of intelligent systems" (MPZIS-2024). – 20-22 November 2024 y., Dnipro, p. 79. [UKR] URL: <http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2024/11/МІІЗІС-2024-1.pdf>

4. Belozyorov V.Ye., Inkin O.A. Building a predictive model of brain activity based on EEG signal processing and deep neural networks. - Abstracts of the report at the 22nd International Scientific and Practical Conference "Mathematical and Software Support of Intelligent Systems" (MPZIS-2024). - 20-22 November 2024 y., Dnipro, p. 157–158. [UKR] URL: <http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2024/11/МІІЗІС-2024-1.pdf>

5. Inkin, O. A., Belozyorov V.Ye. Long Short-Term Memory model with the external trend and internal components analysis. – Abstracts of the report at the international scientific and technical conference "Information technologies in metallurgy and mechanical engineering" (ITMM-2025) – 23-24 April 2025 y., Dnipro, p. 241-246. [UKR] URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/itmm/article/view/2104/1334>

6. Inkin O.A., Belozyorov V.E. EEG in the plane of chaotic dynamics - Abstracts of the report at the 23rd international scientific and practical conference "Mathematical and software support of intelligent systems" (MPZIS-2025). – 19-21 November 2025 y., Dnipro, p. 157 – 158. [UKR] URL: http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2025/11/ІІпорпання_МІІЗІС_2025.pdf

7. Inkin O.A. Current problems and directions of development of automated EEG analysis systems – Abstracts of the report at the 19th international scientific and

practical conference “Modern information and communication technologies in transport, industry and education” (UDUNT) – 18-19 December 2025 y., Dnipro, p. 30. [UKR] URL: <https://crust.ust.edu.ua/bitstreams/0b0c55c8-5254-41e7-a960-9c340ef1ca93/download>.

Зміст

Список скорочень.....	20
Вступ.....	22
1 Огляд предметної області та попередніх досліджень	31
1.1 Моделювання ЕЕГ сигналів.....	31
1.1.1 Континуальні моделі нейронної активності.....	32
1.1.2 Стохастичні моделі ЕЕГ.....	33
1.1.3 Моделі нейронних мас	33
1.1.4 Біофізичні моделі.....	34
1.1.5 Мережеві моделі	34
1.1.6 Моделі колективної самоорганізації.....	35
1.2 Математичне моделювання ЕЕГ	37
1.2.1 Стохастичні диференціальні рівняння.....	37
1.2.2 Фрактальний та ентропійний аналіз.....	40
1.3 Методи попередньої обробки сигналів	42
1.3.1 Вейвлет-перетворення.....	44
1.3.2 Статистичні методи та машинне навчання.....	46
1.3.3 Методи частотного аналізу	47
1.4 Використання нейромереж для прогнозування ЕЕГ	48
1.4.1 Згорткові нейронні мережі (CNN).....	48
1.4.2 Рекурентні нейронні мережі та LSTM	50
1.4.3 Гібридні архітектури	52
1.4.4 Механізми уваги та трансформери	53
1.4.5 Трансферне навчання	55
1.4.6 Спеціалізовані архітектури для епілепсії	56
1.4.7 Глибокі генеративні моделі	58
1.5 Висновок по розділу	59
2 Методи аналізу та прогнозування ЕЕГ	62
2.1 Автоматизація обробки та аналізу ЕЕГ	62
2.1.1 Опис та обробка даних	63

2.1.2	Порівняння моделей математичної динаміки	66
2.1.3	Побудова LSTM моделі.....	70
2.2	Застосування нейромережевого підходу для пргнозування ЕЕГ.....	72
2.2.1	LSTM будова та передумови.....	72
2.2.2	Нейромержеве моделювання	78
2.3	Порівняльний аналіз та моделювання.....	82
2.3.1	FHN модель.....	83
2.3.2	Система Лоренца	84
2.3.3	Комбінація FHN моделі та моделі Лоренца	85
2.3.4	Програмна реалізація моделей та моделювання	86
2.4	Моделювання засобами диференціального числення	91
2.4.1	Алгоритм пошуку параметрів вагової матриці	94
2.4.2	Нейронна мережа.....	95
2.4.3	Алгоритм об'єднання ЗДР та LSTM	96
2.5	Висновки до розділу	98
3	Розробка моделі та прогнозування ЕЕГ станів.....	99
3.1	Прогнозування та класифікація ЕЕГ станів.....	99
3.2	Математичні передумови	102
3.3	Корегування параметрів: моделювання часових рядів	110
3.4	Алгоритм оптимізації моделі ЕЕГ	115
3.5	Висновки по розділу	117
4	Числові експерименти	118
4.1	LSTM моделювання та оптимізація.....	118
4.2	Прогнозування епілептичних станів.....	127
4.3	Висновки до розділу	136
	ВИСНОВКИ	137
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	139
	ДОДАТОК.....	152

Список скорочень

- EEG - електроенцефалограма
- CNN - Convolutional Neural Network (згорткова нейронна мережа)
- RNN - Recurrent Neural Network (рекурентна нейронна мережа)
- LSTM - Long Short-Term Memory (довга короткострокова пам'ять)
- REM - Rapid Eye Movement (фаза швидкого руху очей / REM-сон)
- MF DFA - Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (мультифрактальний детрендований флуктуаційний аналіз)
- SNN - Spiking Neural Network (імпульсна нейронна мережа)
- CAS - Collective Almost Synchronization (колективна майже синхронізація)
- СДР – стохастичні диференціальні рівняння
- ЗДР – звичайні диференціальні рівняння
- DFA - Detrended Fluctuation Analysis (детрендований флуктуаційний аналіз)
- RP - Recurrence Plots (рекурентні графіки)
- MSE - Multiscale Entropy (мультимасштабна ентропія)
- FFT - Fast Fourier Transform (швидке перетворення Фур'є)
- AR - Autoregressive (авторегресійний)
- EMD - Empirical Mode Decomposition (емпіричний модальний розклад)
- ICA - Independent Component Analysis (аналіз незалежних компонент)
- CSP - Common Spatial Patterns (спільні просторові патерни)
- DWT - Discrete Wavelet Transform (дискретне вейвлет-перетворення)
- CWT - Continuous Wavelet Transform (неперервне вейвлет-перетворення)
- WST - Wavelet Scattering Transform (вейвлет-розсіювальне перетворення)
- ALEEW - Adaptive Log Energy Entropy Wavelet Representation (адаптивне представлення вейвлетів на основі логарифмічної енергії)
- FAWT - Fast Analytic Wavelet Transform (швидке аналітичне вейвлет-перетворення)

- ANFIS - Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (адаптивна нейро-нечітка система висновків)
- TQWT - Tunable Q-factor Wavelet Transform (вейвлет-перетворення з налаштованим Q-фактором)
- PCA - Principal Component Analysis (аналіз головних компонент)
- ReLU - Rectified Linear Unit (випрямлена лінійна одиниця)
- SVM - Support Vector Machine (метод опорних векторів)
- RBF - Radial Basis Function (радіально-базисна функція ядра)
- AIC - Akaike Information Criterion (інформаційний критерій Акаїке)
- BIC - Bayesian Information Criterion (інформаційний критерій Байєса)
- STFT - Short-Time Fourier Transform (короткочасне перетворення Фур'є)
- CBAM - Convolutional Block Attention Module (модуль уваги згорткового блоку)
- BiGRU - Bidirectional Gated Recurrent Unit (двонаправлена керована рекурентна одиниця)
- CHB-MIT - Children's Hospital Boston - MIT (база даних ЕЕГ)
- NREM - Non-Rapid Eye Movement (фаза сну без швидких рухів очей)
- GAN - Generative Adversarial Network (генеративно-змагальна мережа)
- WGAN-GP - Wasserstein GAN with Gradient Penalty (GAN Васерштейна з градієнтним штрафом)
- VGG - Visual Geometry Group (архітектура нейронної мережі)
- EDF - European Data Format (європейський формат даних)
- DARNN - Dual-Stage Attention-Based Recurrent Neural Network (двоетапна рекурентна нейронна мережа на основі уваги)
- LSTnet - Long- and Short-term Time-series network (мережа для довго- та короткострокових часових рядів)
- FHN - FitzHugh-Nagumo (модель ФітцХью-Нагумо)
- ODE45 - Ordinary Differential Equation solver (метод Рунге-Кутти 4-5 порядку для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь)

Вступ

Актуальність теми. Епілепсія є однією з найпоширеніших неврологічних захворювань, яка вражає понад 50 мільйонів людей у всьому світі та займає четверте місце за поширеністю серед неврологічних розладів. Діагностика епілепсії традиційно базується на візуальному аналізі електроенцефалограм (ЕЕГ) кваліфікованими спеціалістами, що є трудомістким процесом і залежить від суб'єктивної інтерпретації лікаря. Ручна класифікація епілептичних нападів вимагає значного досвіду та часу, що створює потребу в автоматизованих системах діагностики. Методи автоматичного розпізнавання епілептичних патернів у ЕЕГ-сигналах застосовуються для підвищення точності діагностики, скорочення часу обстеження пацієнтів, класифікації типів епілепсії, моніторингу ефективності лікування та прогнозування нападів.

Класичні підходи до аналізу ЕЕГ-сигналів базуються на математичному описі сигналу у різних доменах. У часовому домені сигнал представляється як:

$$x(t) = \sum_{i=1}^N a_i * \phi_i(t) + \epsilon(t), \quad (0.1)$$

де $x(t)$ — ЕЕГ-сигнал, a_i — амплітудні коефіцієнти, $\phi_i(t)$ — базисні функції, $\epsilon(t)$ — шумова компонента. Для виявлення епілептиформної активності часто використовується спектральний аналіз з застосуванням віконного перетворення Фур'є:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt. \quad (0.2)$$

Нейромережеві моделі обробляють ці спектрально-часові представлення через послідовність згорткових шарів:

$$y_{ij} = \sum_m \sum_n x_{(i+m)(j+n)} * w_{mn} + b, \quad (0.3)$$

де w_{mn} — ваги згорткового ядра, b — зміщення.

Такий підхід дозволяє автоматично навчатися розрізняти нормальну та патологічну активність мозку на різних частотних діапазонах

Для врахування часової динаміки епілептиформних розрядів використовуються рекурентні мережі типу LSTM, які моделюють довготривалі залежності в ЕЕГ-сигналі:

$$\begin{aligned}h_t &= \tanh(W_{xh}x_t + W_{hh}h_{t-1} + b_h), \\f_t &= \sigma(W_{xf}x_t + W_{hf}h_{t-1} + b_f), \\i_t &= \sigma(W_{xi}x_t + W_{hi}h_{t-1} + b_i),\end{aligned}\tag{0.4}$$

де h_t – прихований стан мережі, f_t – вентиль забування, i_t – вхідний вентиль. Така архітектура дозволяє виявляти складні темпоральні патерни, характерні для різних фаз епілептичної активності.

В цьому напрямку було проведено велику кількість досліджень, існування яких не можна уявити без фундаментального вкладу таких вчених як Володимир Правдич-Неминський (перша реєстрація спонтанних мозкових хвиль/ЕЕГ у собак) [122], Адольф Бек (ранні описи спонтанної та викликанної електричної активності мозку тварин) [123], Олексій Кожевников (перша класична характеристика *epilepsia partialis continua* — «кожевниківської» епілепсії) [124], Ганс Бергер (публікація першого опису ЕЕГ людини) [125], Фредерік А. Гіббс (ЕЕГ-маркер абсансів: комплекси «3 Гц spike-and-wave») [126], Анрі Гасто (ключові ЕЕГ-патерни та розвиток електроклінічних синдромів в епілептології) [127].

Незважаючи на досягнутий прогрес, існують фундаментальні обмеження відомих підходів. По-перше, критичний брак анотованих клінічних даних для рідкісних форм епілепсії та висока варіабельність записів між медичними центрами [1]. По-друге, недостатня стандартизація протоколів попередньої обробки сигналів призводить до низької відтворюваності результатів [2]. По-третє, обчислювальна складність глибоких архітектур ($O(n^2)$ для трансформерів) обмежує їх застосування в системах реального часу. По-четверте, проблема доменної адаптації: моделі, навчені на даних одного ЕЕГ-обладнання (наприклад, 10-20 система), показують значне падіння точності на записах з іншою конфігурацією електродів [3]. П'яте, відсутність інтерпретованості рішень

нейронних мереж створює регуляторні перешкоди для клінічного впровадження [4].

Тому актуальним напрямом досліджень є розробка модульних, інтерпретованих архітектур з покращеною здатністю до узагальнення. Декомпозиція проблеми на підзадачі (виявлення артефактів, сегментація, екстракція ознак, класифікація) дозволяє створювати спеціалізовані компоненти з незалежним масштабуванням та валідацією, що критично важливо для клінічного застосування в діагностиці епілепсії.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Матеріали дисертації представлені в науково-дослідній роботі "Детерміновані та стохастичні алгоритми комп'ютерного моделювання об'єктів та процесів різної природи" (державний реєстраційний номер: 0122U001467), що виконувалася на кафедрі комп'ютерних технологій факультету прикладної математики та інформаційних технологій в Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара з 01.01.2022 р. по 31.12.2024 р." де здобувач був виконавцем окремих розділів.

Мета і завдання роботи – дослідити та розробити методи, підходи нейромережевого моделювання епілепсії за ритмами електроенцефалограм. Для досягнення поставленої мети потрібно виконати наступні задачі:

- На основі аналізу в досліджуваній області сформулювати мету та задачі дослідження.
- Розробити нову гібридну нейромережеву модель, яка поєднує переваги згорткових нейронних мереж, рекурентних архітектур та механізмів уваги для високоточного розпізнавання епілептичних патернів у ЕЕГ-сигналах. Забезпечити адаптивність моделі до різних типів ЕЕГ-обладнання та клінічних протоколів без необхідності повного перенавчання, використовуючи методи трансферного навчання та доменної адаптації.
- Дослідити вплив архітектури мережі, функцій активації та методів попередньої обробки сигналів на точність класифікації різних типів епілептичних нападів (фокальних, генералізованих, абсансів). Інтегрувати

класичні методи аналізу ЕЕГ-сигналів (спектральний аналіз, вейвлет-перетворення, часово-частотні характеристики) з підходами глибокого навчання для покращення якості входних ознак.

- Забезпечити інтерпретацію та пояснювання рішень моделі шляхом впровадження механізмів візуалізації уваги та аналізу внеску різних частотних компонентів ЕЕГ-сигналу в кінцеве рішення.
- Оптимізувати обчислювальну ефективність моделі для можливості реалізації в режимі реального часу.
- Створити комплексну систему оцінки якості діагностики, що включає метрики чутливості, специфічності, F-міри (середнє гармонійне) та час до виявлення епілептичного нападу з урахуванням клінічних вимог.

Об'єктом дослідження є процес аналізу енцефалографічних коливань, які виникають в головному мозку людини, що реєструються за допомогою електроенцефалограми та містять інформацію про нормальну та патологічну нейрональну активність, зокрема епілептичні розряди та пов'язані з ними ритмічні патерни.

Предметом дослідження є моделювання нестационарних часових рядів електроенцефалограм як нелінійних динамічних систем за допомогою гібридних нейромережових архітектур, що поєднують згорткові нейронні мережі, рекурентні моделі та механізми уваги для автоматичного розпізнавання та класифікації епілептичних патернів у багатоканальних ЕЕГ-сигналах.

Методи дослідження, використані для досягнення мети роботи, включають аналіз, порівняння, моделювання та експеримент. Застосування аналізу полягало у розділенні багатоканальних ЕЕГ-сигналів на основні компоненти як для їх самостійного вивчення, так і для вивчення їх взаємозв'язків. Це включало спектральний аналіз частотних характеристик ЕЕГ-ритмів (альфа, бета, гама, тета діапазони), вейвлет-перетворення для часово-частотного аналізу, та аналіз просторових кореляцій між електродами для виявлення характерних патернів епілептичної активності. Метод порівняння було використано для визначення спільних та відмінних рис між нормальною електричною активністю

мозку та патологічними станами, пов'язаними з епілепсією. Проводилося порівняння ефективності різних архітектур нейронних мереж (CNN, RNN, LSTM, трансформерів) та їх гібридних комбінацій для задачі класифікації епілептичних нападів. За результатами аналізу та порівняння було застосовано метод моделювання для створення гібридної математичної моделі, у визначення якої входять нейромережеві компоненти з механізмами уваги, для створення цифрового аналога системи діагностики епілепсії за ЕЕГ-сигналами. Модель базується на системі нелінійних диференціальних рівнянь.

З використанням створеної моделі було застосовано експериментальний метод дослідження для більш детального розгляду впливу різних архітектурних параметрів (розмірності вкладення, кількості шарів, типів функцій активації) на якісні характеристики розпізнавання епілептичних патернів та точність класифікації різних типів нападів.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в:

1. Удосконаленні мультимодального підходу для діагностики та прогнозування епілепсії, що поєднує переваги оригінального математичного моделювання нейронної динаміки з методами штучного інтелекту у рамках єдиної інтегрованої системи.

2. Набув подальшого розвитку персоналізований адаптивний метод налаштування параметрів математичної моделі і нейронних мереж залежно від індивідуальних нейрофізіологічних характеристик пацієнта, що дозволяє підвищити точність діагностики на п'ятнадцять-двадцять п'ять відсотків у порівнянні з традиційними методами.

3. Вперше розроблено метод ідентифікації параметрів математичної моделі на основі ЕЕГ-даних з використанням методів оптимізації та теорії оцінювання параметрів динамічних систем.

4. Вдосконалено архітектуру нейронної мережі з механізмом уваги для автоматичної локалізації епілептичного фокусу та інтерпретації результатів через аналіз траєкторій у фазовому просторі системи.

Практичне значення отриманих результатів полягає у розробленні програмного забезпечення, що реалізує нову модель (включно із її набором параметрів) та супутні алгоритми для виділення визначних характеристик багатоканальних ЕЕГ-сигналів для автоматичної діагностики епілепсії.

Розроблений програмний інструмент включає:

- Модуль прогнозування майбутніх значень ЕЕГ-сигналів для раннього виявлення епілептичних нападів
- Систему симуляції випадків для тестування моделі та навчання
- Засоби візуалізації результатів з діагностичною інформацією про якість даних та надійність прогнозів

Виділені характеристики можна змінювати для керування поведінкою моделі або використовувати їх для інших прикладних задач клінічної нейрофізіології. Враховуючи природу моделі та можливість керування нею за допомогою інтерпретованих характеристик, розроблений програмний продукт можна використовувати як для подальших досліджень, так і на практиці.

Наприклад, можна провести порівняльне дослідження різних типів епілептичних нападів, що генеруються моделлю, та спробувати знайти зв'язок між динамічними характеристиками латентних траєкторій і типами судом, що моделюються, провести біфуркаційний аналіз їх латентних траєкторій для виявлення передвісників нападів, тощо.

До можливих практичних застосувань можна віднести використання автоенкодера для ознак ЕЕГ, що було розроблено як частину моделі. Оскільки енкодер гарантовано буде поміщати сегменти ЕЕГ-сигналів на атрактори (або близько до них) в латентному просторі, а декодер інтерпретує латентні траєкторії в часові ряди, можна розробляти нові моделі або алгоритми, що будуть обробляти сигнали в латентному просторі (наприклад, виявляти передвісники нападів або класифікувати типи епілепсії), що може виявитись більш ефективним, ніж робота з багатовимірними часовими рядами в початковому просторі ознак.

Особистий внесок здобувача у роботах, що опубліковані у співавторстві, наступні. У статті [89] Теорема 2.2 сформульована Білозьоровим В.Є, а її доведення належить здобувачу Інкіну О.А. Крім того, в цій роботі Інкіну О.А. належать: поняття поліноміально-тригонометричних систем нейронних звичайних диференціальних рівнянь (NODE), побудова матриці Якобі для антисиметричних систем NODE, створення алгоритмів оптимізації для вказаних типів NODE, застосування LSTM-методу для налаштування параметрів систем NODE, дослідження всіх прикладів, які продемонстровані в статті (в тому числі і прикладів заснованих на використанні даних з електроенцефалограм).

У статті [88] Погорелову О.В. належить збір та попередня обробка реальних ЕЕГ даних. Всі основні результати цієї статті, а саме розробка різновидів нейромереж типу LSTM та створення порівняльного механізму оцінки для отримання оптимальних параметрів - належать Інкіну О.А.

У статті [113] Білозьорову В.Є належить постановка задачі про інтегроване нейромережеве моделювання ЕЕГ для діагностики порушень мозкової діяльності. Всі основні результати цієї статті, а саме алгоритм попередньої обробки ЕЕГ сигналів з фільтрацією, видалення артефактів, сегментацією, введенням спектрального аналізу, опис та порівняння математичних моделей та розробка алгоритму прогнозування ЕЕГ подій - належать Інкіну О.А.

У статті [114] Білозьоров В.Є. виконав загальне редагування. Здобувачу Інкіну О.А. належить створення та обґрунтування комбінованого підходу до моделювання ЕЕГ за допомогою класичної моделі FHN та системи Лоренца.

Апробація матеріалів дисертації. За результатами дисертаційної роботи було опубліковано чотири роботи в періодичних виданнях, одна з них в Scopus, інші у фахових виданнях категорії Б та сім тез на міжнародних конференціях.

Результати дисертаційної роботи були викладені та обговорені на наступних міжнародних конференціях:

- 12-а міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ІТММ-2020), Дніпро, 2020.

- 17-а міжнародна науково-практична конференція «Сучасні інформаційні та комунікаційні технології на транспорті, в промисловості та освіті» (УДУНТ-2023), Дніпро, 2023.
- 22-а міжнародна науково-практична конференція «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем» (MPZIS-2024), Дніпро, 2024.
- 17-а міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ІТММ-2025), Дніпро, 2025.
- 23-а міжнародна науково-практична конференція «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем» (MPZIS-2025), Дніпро, 2025.
- 19-а міжнародна науково-практична конференція «Сучасні інформаційні та комунікаційні технології на транспорті, в промисловості і освіті» (УДУНТ-2025), Дніпро, 2025.

Структура та обсяг дисертації наступні:

- *Анотація*, що наведена українською та англійською мовами, дає загальний огляд роботи та коротко викладає її вміст.
- *Зміст* наводить ієрархічний список структурних елементів дисертаційної роботи.
- *Список скорочень* містить список скорочень та аббревіатур, що широко використовуються у тексті роботи.
- *Вступ* містить обґрунтування вибору теми дослідження, мету і завдання дослідження відповідно до предмета та об'єкта дослідження, зв'язок роботи з державними науковими програмами, методи дослідження, інформацію про наукову новизну отриманих результатів, особистий внесок здобувача, апробацію матеріалів дисертації, а також структуру та обсяг дисертації.
- *Перший розділ* «Огляд предметної області та попередніх досліджень» присвячено огляду предметної області та попередніх досліджень у сфері моделювання та аналізу ЕЕГ-сигналів. *Розділ* охоплює різноманітні підходи до моделювання нейронної активності – від континуальних та стохастичних моделей до нейронних мереж і біофізичних моделей, описує математичні методи обробки сигналів (диференціальні рівняння, фрактальний аналіз, вейвлет-

перетворення, статистичні та машинне навчання), та детально розглядає нейромережеві архітектури для прогнозування ЕЕГ, включаючи CNN, LSTM, трансформери, механізми уваги та спеціалізовані архітектури для епілепсії і глибокі генеративні моделі.

- У другому розділі “Методи аналізу та прогнозування ЕЕГ” пропонуються методи аналізу та прогнозування ЕЕГ-сигналів. Розділ описує практичну реалізацію дослідження, що включає автоматизацію обробки та аналізу ЕЕГ-даних, різні підходи до прогнозування (нейромережевий з використанням LSTM моделей та математичне моделювання з FHN моделлю, системою Лоренца та їх комбінаціями), а також моделювання засобами диференціального числення з використанням автоматичної побудови рівнянь динамічної матриці, нейронних мереж, алгоритмів об’єднання диференціальних рівнянь та LSTM, та представлення чисельних досліджень отриманих результатів.

- У третьому розділі “Новий підхід до моделювання та прогнозування ЕЕГ станів” пропонується новий підхід до моделювання та прогнозування ЕЕГ-станів, який включає прогнозування та класифікацію різних станів ЕЕГ, математичні передумови для такого моделювання, коригування параметрів моделювання часових рядів, алгоритми оптимізації моделі ЕЕГ, чисельний експеримент для перевірки запропонованих методів, та практичне застосування у вигляді прикладів прогнозування епілептичних нападів, що демонструє можливість розробленого підходу для реальних клінічних завдань.

- Розділ “Загальні висновки” підсумовує усі попередні розділи, наводить найбільш важливі наукові та практичні результати дисертації, вказує проблеми та задачі, для розв’язання яких можуть бути використані отримані результати, та перераховує можливі напрями продовження досліджень за тематикою роботи.

Загальний обсяг основного тексту роботи становить 117 сторінок. Робота містить 56 рисунків і 5 таблиць, список використаних джерел налічує 127 найменувань.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

1.1 Моделювання ЕЕГ сигналів

Проблема автоматичного розпізнавання та прогнозування епілептичних нападів за сигналами електроенцефалограми (ЕЕГ) є однією з найбільш актуальних у сучасній нейроінженерії. Розробка ефективних методів автоматичної діагностики та прогнозування епілептичних нападів може значно покращити якість життя пацієнтів та знизити ризик смерті від епілепсії.

Огляд літератури структуровано за трьома основними напрямками: моделювання динамічних систем та ЕЕГ-сигналів, обробка ЕЕГ та класифікація, використання нейронних мереж для прогнозування ЕЕГ. Кожен напрямок представляє різні підходи та методології, що розвивалися протягом останніх десятиліть.

Застосування теорії нелінійних динамічних систем до аналізу ЕЕГ-сигналів активно розвивається з початку 2000-х років. Сучасні дослідження показують, що мозкова активність демонструє складну нелінійну динаміку з мультифрактальними властивостями та довгостроковими кореляціями [3]. Аналіз варіабельності нейронних сигналів виявив, що кореляційна розмірність ЕЕГ змінюється від 5.2 під час неспання до 8.7 під час фази швидкого сну (REM-сну), що підтверджує динамічну реорганізацію нейронних мереж [4].

Відомі такі підходи нелінійного динамічного аналізу ЕЕГ [5]:

- Реконструкція атракторів - використання методів машинного навчання для оптимізації параметрів вкладення та автоматичного визначення часової затримки через взаємну інформацію.
- Характеризація динаміки - застосування мультифрактального детрендованого флуктуаційного аналізу (MFDFA), рекурентних діаграм та ентропії перестановок для оцінки складності сигналів.
- Аналіз функціональних мереж - побудова динамічних графів зв'язності на основі фазової синхронізації та причинності Грейнджера [5].

Теоретичні основи хаотичної динаміки в нейронних системах були суттєво розширені дослідженнями резервуарних обчислень [6], які показали, що активність мозку можна описати законами хаотичної динаміки. Концепція "edge of chaos" отримала експериментальне підтвердження через аналіз критичності в нейронних мережах [7].

Сучасні методи реконструкції фазового простору базуються на теоремі Такенса, але доповнені алгоритмами оптимізації [8]. Використання методу фальшивих найближчих сусідів та автокореляційної функції дозволяє автоматично визначати оптимальні параметри вкладення для ЕЕГ-сигналів [9].

Практичне застосування включає використання глибокого навчання для аналізу нелінійної динаміки ЕЕГ [10]. Згорткові нейронні мережі навчаються виявляти патерни в реконструйованому фазовому просторі, досягаючи точності 96% у детекції епілептичних станів [11].

Критичність мозкової активності підтверджена аналізом нейронних лавин у людському мозку за допомогою високощільної ЕЕГ [12]. Також, розроблені такі степеневі закони з показником $-3/2$ для розподілу розмірів лавин, що дозволяють визначити самоорганізовану критичність [13].

1.1.1 Континуальні моделі нейронної активності

В роботі [14] розроблено адаптивну нейронну польову модель, що використовує принципи машинного навчання для оптимізації параметрів континуальних рівнянь. Модель інтегрує просторово-розширені нейронні поля з пластичністю синаптичних зв'язків через систему інтегро-диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \partial u(x, t) / \partial t = & -u(x, t) + \int w(x, y, t) f[u(y, t - \tau(x, y))] dy + I(x, t) \\ & + \sigma \eta(x, t), \end{aligned} \quad (1.1)$$

де $u(x, t)$ - локальна активність, $w(x, y, t)$ - адаптивне ядро зв'язності, $\tau(x, y)$ - просторово-залежні затримки, $\eta(x, t)$ - просторово-часовий шум, $I(x, t)$

– зовнішній вхідний сигнал, $\sigma\eta(x, t)$ – стохастичний шум. Модель успішно передбачає переходи між станами свідомості та епілептиформну активність з точністю 89%.

1.1.2 Стохастичні моделі ЕЕГ

Сучасні моделі фокусуються на метастабільній динаміці мозкових хвиль [15]. Модель описує переходи між квазістабільними станами через стохастичну динаміку на енергетичному ландшафті:

$$dX/dt = -\nabla U(X) + \sigma\xi(t), \quad (1.2)$$

де X - стан системи, $U(X)$ - потенціальна функція з множинними локальними мінімумами, $\xi(t)$ - стохастичний шум, σ - інтенсивність шуму. Модель показує, що мозок функціонує в режимі перемикання між метастабільними станами з характерними часами перебування 100-500 мс, що відповідає тета та альфа ритмам. Ці переходи забезпечують гнучку обробку інформації та адаптацію до змін середовища.

1.1.3 Моделі нейронних мас

Модель нейронних мас описує ритмічну активність в кортикальних колонках [16]. Модель складається з трьох взаємопов'язаних нейронних популяцій: пірамідних нейронів, збуджувальних та гальмівних інтернейронів. Також, було розширено цю модель для моделювання викликаних потенціалів та міжрегіональних зв'язків [17].

Згодом було модифіковано дану модель [18], додавши другу популяцію гальмівних інтернейронів з різними часовими константами (швидкі соматичні та повільні дендритні), що дозволило моделювати перехід від нормальної до епілептичної активності.

1.1.4 Біофізичні моделі

Даний тип моделей [19] описує детальну іонну динаміку окремих нейронів через систему нелінійних диференціальних рівнянь. Для моделювання ЕЕГ використовуються спрощені версії:

- Модель ФітцХью–Нагумо - двовимірна редукція з швидкою змінною напруги та повільною змінною відновлення;
- Модель Морріса-Лекара - враховує кальцієві та калієві струми;
- Модель Іжикевича - поєднує біологічну правдоподібність з обчислювальною ефективністю [20] – [22].

1.1.5 Мережеві моделі

Сучасні підходи до моделювання мозкової активності базуються на використанні великомасштабних мережевих моделей, що включають тисячі або мільйони взаємодіючих нейронів. Ці моделі дозволяють відтворювати складні динамічні режими, характерні для реальної нейронної активності мозку.

Однією з розробок є збалансована мережа збудження-гальмування, яка демонструє асинхронні нерегулярні стани, характерні для кортикальної активності [23]. Подібні моделі показують, що критичний баланс між збуджуючими та гальмівними впливами забезпечує оптимальний режим функціонування нейронних мереж [25, 26].

Значний прогрес досягнуто в розробці мультимасштабних моделей [24], що поєднують мікроскопічну нейронну динаміку з макроскопічними ЕЕГ-сигналами через принципи статистичної фізики та теорії середнього поля. Такі підходи дозволяють встановити зв'язок між активністю окремих нейронів та сигналами, що реєструються на рівні цілого мозку [27].

Сучасні дослідження також фокусуються на розробці мережевих моделей зі складною топологією, що відтворюють структурні властивості реальних нейронних мереж. Моделі типу "small-world" та масштабно-інваріантні мережі демонструють підвищену ефективність передачі інформації та стійкість до пошкоджень [28, 29].

Важливим напрямком є розвиток спайкових нейронних мереж (SNN), які моделюють точну часову динаміку генерації потенціалів дії. Ці моделі забезпечують більш реалістичне відтворення нейронної активності порівняно з традиційними моделями швидкості спайків [30, 31].

1.1.6 Моделі колективної самоорганізації

Колективна самоорганізація в нейронних мережах представляє собою фундаментальний механізм організації мозкової активності. Це явище виникає, коли велика кількість нейронів починає узгоджувати свою активність у часі, створюючи макроскопічні ритми, які ми спостерігаємо в ЕЕГ. Розуміння механізмів самоорганізації є критичним для пояснення як нормальних когнітивних функцій, так і патологічних станів мозку [32].

Деякі розробки запропонували інноваційну модель колективної динаміки, засновану на складних мережах слабо зв'язаних динамічних систем. Центральною ідеєю їхнього підходу є використання режиму майже колективної синхронізації (Collective Almost Synchronization - CAS), який характеризується метастабільною динамікою [33]. У цьому режимі система постійно балансує між повністю синхронізованим та десинхронізованим станами, періодично переходячи між епохами високої та низької когерентності. Така динаміка відображає реальну поведінку мозку, який ніколи не перебуває в повністю синхронізованому стані (що було б патологічним, як при епілепсії), але й не є повністю десинхронізованим.

Сучасні дослідження показують, що міжмозкова синхронізація відіграє ключову роль у соціальній взаємодії та колективній діяльності. Колективна ідентифікація впливає на нейронну синхронізацію, забезпечуючи кращу командну роботу та підвищену ефективність групових процесів [34, 35].

Для моделювання окремих елементів мережі використовувалися два альтернативні підходи. Перший базується на моделі нейронів Хіндмарша-Роуза - тривимірній системі диференціальних рівнянь, яка здатна відтворювати різні режими нейронної активності, включаючи регулярні спайки та хаотичну

динаміку. Ця модель враховує динаміку мембранного потенціалу, швидкі іонні струми та повільні адаптаційні процеси. Другий підхід використовує класичні осцилятори Курамото - простішу модель, яка описує лише фазову динаміку, але дозволяє аналітично досліджувати умови виникнення синхронізації в мережі [36].

Ключовим досягненням цієї моделі є її здатність відтворювати статистичні властивості реальних ЕЕГ-сигналів. Модель генерує сигнали з реалістичним спектром потужності, що демонструє характерну $1/f$ залежність у широкому діапазоні частот. Показник Херста модельних сигналів становить приблизно 0.7-0.8, що вказує на присутність довгострокових кореляцій, характерних для біологічних систем. Особливо важливо, що модель здатна розрізняти здорові та патологічні стани: для епілептичних сигналів показник Херста зростає до 0.85, відображаючи підвищену регулярність та передбачуваність динаміки [37].

Також, було розроблено комплексну математичну модель [38], яка дозволяє інтегрувати процеси на різних рівнях організації нервової системи. Цей підхід базується на ієрархічній організації мозку, де мікроскопічна активність окремих нейронів та синапсів формує мезоскопічні патерни в локальних популяціях, які, в свою чергу, організуються в макроскопічній мережі. Модель враховує як висхідні процеси, коли локальна нейронна активність формує глобальні ритми, так і низхідні впливи, через які глобальні стани мозку модулюють активність окремих нейронів.

Особливу увагу в моделі приділяється механізмам крос-частотної взаємодії, коли ритми різних частотних діапазонів впливають один на одного. Наприклад, фаза повільних тета-коливань може модулювати амплітуду швидких гамма-осциляцій, створюючи складні ієрархічні патерни активності. Такі взаємодії відіграють важливу роль у формуванні робочої пам'яті та уваги [39].

Розуміння механізмів синхронізації має важливе практичне значення для розробки методів лікування неврологічних захворювань. Патологічна гіперсинхронізація лежить в основі епілепсії, тоді як недостатня синхронізація може спричинити когнітивні порушення при шизофренії. Хвороба Паркінсона

характеризується патологічною синхронізацією в бета-діапазоні в базальних гангліях (комплекс підкоркових нейронних вузлів). Однією з впливових стала модель "Епілептор", яка відтворює повний цикл епілептичного нападу від його початку через розвиток до природного припинення. Ця модель використовує систему з п'яти диференціальних рівнянь, що описують взаємодію між швидкою епілептичною динамікою та повільними процесами, які керують переходами між нормальним та іктальним станами [40, 41].

Сучасні дослідження показують, що оптимальне функціонування мозку відбувається в режимі критичності - на межі між порядком і хаосом. У цьому стані система демонструє максимальну чутливість до зовнішніх стимулів, найбільший динамічний діапазон та оптимальну здатність до обробки інформації [42]. Деякі дослідження показали, що спонтанна активність мозку в стані спокою організована навколо декількох метастабільних станів, між якими система постійно переходить, досліджуючи свій динамічний репертуар.

Моделі колективної синхронізації також відкривають нові можливості для терапевтичних втручань. Були розроблені методи керування синхронізацією через слабку періодичну стимуляцію, що може використовуватися для придушення патологічних ритмів. Також, запропоновані методи координованої перезагрузки для десинхронізації патологічно синхронізованих нейронних популяцій при глибокій стимуляції мозку у пацієнтів з хворобою Паркінсона. Цей підхід базується на короткочасній стимуляції різних підгруп нейронів з певними часовими затримками, що призводить до руйнування патологічної синхронізації та відновлення нормальної десинхронізованої активності [43, 44, 45].

1.2 Математичне моделювання ЕЕГ

1.2.1 Стохастичні диференціальні рівняння

Моделювання мозкової активності через стохастичні диференціальні рівняння (СДР) представляє собою математичний підхід, який дозволяє врахувати властивість нейронних систем - присутність випадковості на всіх

рівнях організації. На відміну від детерміністичних моделей, СДР явно включають стохастичні компоненти, що відображають різноманітні джерела шуму в нервовій системі: флуктуації в синаптичній передачі, випадковість відкриття іонних каналів, термічний шум та вплив неврахованих нейронних популяцій.

Сучасні дослідження демонструють успішне застосування СДР для моделювання епілептичних нападів та класифікації ЕЕГ сигналів, використовуючи гібридні підходи з глибоким навчанням. Розроблена комплексна модель на основі СДР [46] для опису ЕЕГ-динаміки під час епілептичних нападів та в нормальному стані базується на системі рівнянь типу Ланжевена, які поєднують детерміністичну динаміку з мультиплікативним та адитивним шумом. Загальна форма їхньої моделі описується системою:

$$dX(t) = f(X, t)dt + g(X, t)dW(t), \quad (1.3)$$

де X представляє вектор стану системи (наприклад, середні мембранні потенціали різних нейронних популяцій), $f(X, t)$ описує детерміністичну еволюцію, $g(X, t)$ визначає залежність шуму від стану системи, а $dW(t)$ - вінерівський процес, що представляє білий гаусів шум. Ключовою особливістю моделі є те, що інтенсивність шуму $g(X, t)$ залежить від поточного стану системи, що відображає біологічний факт підвищення варіабельності нейронної активності при збільшенні загального рівня збудження.

Дана модель демонструє бістабільність - існування двох стійких станів, що відповідають нормальній базовій активності та епілептичному стану. Переходи між цими станами індукуються флуктуаціями, причому ймовірність переходу експоненційно залежить від висоти потенціального бар'єру між станами. Було продемонстровано, що зміна параметрів моделі, які відповідають балансу збудження-гальмування, може зменшити цей бар'єр, роблячи систему більш схильною до спонтанних епілептичних переходів. Це пояснює, чому деякі пацієнти мають спонтанні напади без очевидних тригерів.

У монографії [47] було систематизовано математичний апарат СДР для біологічних систем, включаючи нейронні мережі. Детально розглянуто різні

типи стохастичних процесів, від простого броунівського руху до складних процесів з пам'яттю та кольоровим шумом. Особливу увагу приділено питанню інтерпретації стохастичних інтегралів - вибір між інтерпретаціями Іто та Стратоновича може суттєво впливати на результати моделювання. Для нейронних систем зазвичай використовується інтерпретація Стратоновича, оскільки вона зберігає звичайні правила диференціального числення та краще відповідає фізичній реальності систем з кольоровим шумом при граничному переході до білого шуму.

Практична реалізація СДР-моделей вимагає розробки спеціальних чисельних методів. У роботі [48] демонструється систематичний підхід до чисельного розв'язання СДР, адаптований для нейронаукових застосувань. Його методи враховують специфічні властивості нейронних моделей: жорсткість системи через різні часові масштаби процесів, необхідність збереження позитивності концентрацій та ймовірностей, наявність порогових ефектів. Найпростіший метод Ейлера-Маруями для СДР має вигляд:

$$X(n + 1) = X(n) + f(X(n), t(n))\Delta t + g(X(n), t(n))\sqrt{\Delta t} \cdot Z(n), \quad (1.4)$$

де $Z(n)$ - незалежні гаусові випадкові величини з нульовим середнім та одиничною дисперсією. Однак для жорстких систем, типових для нейронних моделей, розроблено неявні методи вищого порядку точності, які забезпечують стабільність при більших кроках інтегрування.

Застосування СДР до моделювання ЕЕГ виявило кілька важливих феноменів. По-перше, стохастичний резонанс - явище, коли оптимальний рівень шуму покращує детектування слабких сигналів. Це пояснює, чому певний рівень спонтанної активності необхідний для нормального функціонування мозку. По-друге, шум-індуковані переходи можуть пояснити спонтанні зміни станів свідомості, наприклад, переходи між стадіями сну. По-третє, мультиплікативний шум може стабілізувати певні динамічні режими, які були б нестійкими в детерміністичній системі.

1.2.2 Фрактальний та ентропійний аналіз

Фрактальний аналіз ЕЕГ-сигналів базується на спостереженні, що мозкова активність демонструє самоподібність на різних часових масштабах - від мілісекунд до годин. Це властивість вказує на те, що процеси в мозку організовані ієрархічно, без виділеного характерного масштабу. У роботі [49] проведено комплексне дослідження часового порядку нелінійної динаміки в людському мозку, використовуючи методи фрактальної геометрії та теорії динамічних систем.

Центральним поняттям цього аналізу є фрактальна розмірність ЕЕГ-сигналу, яка кількісно характеризує складність часового ряду. На відміну від топологічної розмірності, яка для часового ряду завжди дорівнює одиниці, фрактальна розмірність може приймати дробові значення між 1 та 2, відображаючи ступінь заповнення сигналом двовимірного простору амплітуда-час. Використання методу Хігучі [49] для оцінки фрактальної розмірності базується на вимірюванні довжини кривої на різних масштабах. Таким чином виявлено, що фрактальна розмірність ЕЕГ змінюється залежно від функціонального стану мозку: вона знижується під час глибокого сну ($D \approx 1.2 - 1.3$) та зростає під час когнітивного навантаження ($D \approx 1.5 - 1.7$).

Важливим відкриттям стало виявлення довготривалих кореляцій в ЕЕГ через аналіз флуктуацій з усуненням тренду (Detrended Fluctuation Analysis - DFA). Цей метод дозволяє відокремити довгострокові кореляції від локальних трендів, що особливо важливо для нестационарних біологічних сигналів. Показник скейлінгу α в методі DFA пов'язаний з показником Херста співвідношенням $H = \alpha - 1$ для нестационарних процесів. Дослідження показало, що здорова мозкова активність характеризується показником $\alpha \approx 0.7 - 0.9$, що відповідає довгостроковим позитивним кореляціям. Це означає, що флуктуації ЕЕГ не є випадковими, а демонструють персистентність - тенденцію до продовження поточного тренду.

Також, було розширено фрактальний підхід [50], застосувавши методи рекурентного аналізу для дослідження топології фазового простору ЕЕГ-сигналів. Цей підхід базується на двох взаємодоповнюючих методах. Перший - метод відображення Пуанкаре - полягає в побудові перерізів траєкторії системи у фазовому просторі. Для ЕЕГ-сигналу це реалізується через побудову залежності $x(t + \tau)$ від $x(t)$, де τ - оптимальна затримка, визначена через перший мінімум автокореляційної функції або перший нуль функції взаємної інформації. Аналіз структури відображення Пуанкаре дозволяє відрізнити детерміністичний хаос від стохастичного шуму: хаотичні системи демонструють складні, але впорядковані структури, тоді як випадковий шум дає розмити хмару точок [50].

Другий метод - рекурентні графіки (Recurrence Plots - RP) [50] - візуалізує повторюваність станів динамічної системи. Для кожної пари моментів часу (i, j) визначається, чи знаходяться відповідні точки траєкторії у фазовому просторі ближче заданого порогу ϵ . Результат представляється у вигляді бінарної матриці, де чорні точки відповідають рекурентним станам. Патерни на рекурентних графіках корелюють з функціональним станом мозку. Нормальна активність характеризується нерегулярними патернами з окремими діагональними лініями різної довжини, що вказує на квазіперіодичну динаміку з елементами хаосу. При епілепсії спостерігаються довгі діагональні лінії та прямокутні блоки, що свідчить про підвищену регулярність та синхронізацію.

Ентропійний аналіз [50] доповнює фрактальні методи, кількісно оцінюючи складність та передбачуваність ЕЕГ-сигналів. Приблизна ентропія (Approximate Entropy - ApEn) та вибіркова ентропія (Sample Entropy - SampEn) вимірюють ймовірність того, що патерни, схожі на даній довжині m , залишаться схожими при збільшенні довжини до $m + 1$. Низькі значення ентропії вказують на регулярність та передбачуваність, високі - на випадковість або складність. Дослідження показали, що ентропія ЕЕГ знижується з віком, при анестезії та під час епілептичних нападів, відображаючи зменшення складності нейронної динаміки.

Мультимасштабна ентропія (Multiscale Entropy - MSE) розширює концепцію ентропії на різні часові масштаби. Цей підхід виявив, що здорова мозкова активність демонструє високу складність на всіх масштабах, тоді як патологічні стани характеризуються втратою складності на певних масштабах. Наприклад, при хворобі Альцгеймера спостерігається зниження ентропії на коротких масштабах при збереженні або навіть підвищенні на довгих, що відображає порушення локальної обробки інформації при збереженні глобальної варіабельності [50].

1.3 Методи попередньої обробки сигналів

Попередня обробка ЕЕГ-сигналів є критичним етапом, який визначає успішність подальшого аналізу та інтерпретації даних. Сирі ЕЕГ-записи містять не лише корисну інформацію про мозкову активність, але й численні артефакти від рухів очей, м'язової активності, серцебиття, електричних наведень та інших джерел. Якість попередньої обробки безпосередньо впливає на достовірність висновків про нейрофізіологічні процеси.

У роботі [51] було досліджено методи виділення ознак з ЕЕГ-сигналів та систематично порівняно ефективність різних підходів у частотній та часово-частотній областях. Ця робота охопила три основні категорії методів аналізу. Швидке перетворення Фур'є (FFT) забезпечує ефективний спектральний аналіз, розкладаючи сигнал на синусоїдальні компоненти різних частот. Однак FFT має суттєве обмеження - воно не зберігає інформацію про часову локалізацію спектральних компонент, що критично для нестационарних ЕЕГ-сигналів. Для подолання цього обмеження автори застосували віконне перетворення Фур'є з різними типами вікон (Хеммінга, Ханна, Блекмана), але виявили компроміс між частотним та часовим розділенням, визначений принципом невизначеності Гейзенберга.

Вейвлет-перетворення представляє більш гнучкий підхід, який використовує базисні функції змінного масштабу, забезпечуючи добре часове розділення для високочастотних компонент та добре частотне розділення для

низькочастотних. Експерименти [51] з різними материнськими вейвлетами (Добеші, Морле, мексиканський капелюх) показали, що вибір вейвлету суттєво впливає на якість виділення ознак. Вейвлети Добеші виявилися оптимальними для аналізу транзйентних подій, таких як епілептичні спайки, завдяки їх компактному носію та ортогональності.

Авторегресійні методи (AR), третя категорія проаналізованих підходів, моделюють ЕЕГ як лінійну комбінацію попередніх відліків з додаванням білого шуму. AR-моделі особливо ефективні для спектральної оцінки коротких сегментів даних, де FFT дає низьке частотне розділення. AR-коефіцієнти можуть служити компактними ознаками для класифікації, причому оптимальний порядок моделі становить 10-20 для більшості ЕЕГ-застосувань [51]. Також було досліджено адаптивні AR-моделі, які оновлюють параметри в реальному часі, відстежуючи нестационарну динаміку ЕЕГ.

Також, в цьому розділ слід згадати масштабний огляд тенденцій у виділенні ознак з ЕЕГ, який охопив понад 200 публікацій за останнє десятиліття [52]. Така систематизація виявила еволюцію від простих одновимірних методів до складних багатовимірних підходів. У часовій області традиційні статистичні міри (середнє, дисперсія, асиметрія, ексцес) доповнюються нелінійними характеристиками - фрактальною розмірністю, показниками Ляпунова, ентропійними мірами. Автори роботи [53] підкреслили зростаючу популярність методів декомпозиції сигналів, таких як емпіричний модальний розклад (EMD) та його варіанти (EEMD, CEEMDAN), які адаптивно розкладають сигнал на внутрішні модові функції без апріорного вибору базису.

Особливу увагу автори роботи [54] приділили просторовим методам обробки багатоканальних ЕЕГ-записів. Аналіз незалежних компонент (ICA) дозволяє розділити змішані сигнали на статистично незалежні джерела, ефективно видаляючи артефакти очних рухів та м'язової активності. Метод спільних просторових патернів (CSP) максимізує дисперсію для одного класу сигналів при мінімізації для іншого, що особливо корисно для інтерфейсів мозок-

комп'ютер. Треба відмітити, що автори роботи [54] приділили особливу увагу просторовим методам обробки багатоканальних ЕЕГ-записів.

1.3.1 Вейвлет-перетворення

Вейвлет-аналіз став домінуючим інструментом обробки ЕЕГ завдяки унікальній здатності адаптивно аналізувати сигнали на різних масштабах. На відміну від перетворення Фур'є, яке використовує нескінченні синусоїди, вейвлети є локалізованими в часі функціями, що дозволяє точно виявляти короткочасні події та аномалії в ЕЕГ. В роботі [53] проведено глибоке дослідження застосування вейвлет-перетворень для аналізу ЕЕГ при шизофренії, включаючи порівняльне дослідження трьох різних методів вейвлет-аналізу: дискретного вейвлет-перетворення (DWT), неперервного вейвлет-перетворення (CWT) та розсіяного вейвлет-перетворення (WST). Також було запропоновано інноваційний автоматизований підхід з використанням автоматизованої реконструкції емпіричних вейвлетів на основі логарифмічної енергії (ALEEWR) та центральних ознак для покращення діагностичної ефективності та точності. Підхід, представлений авторами у роботі [53], базувався на дискретному вейвлет-перетворенні, де відносна вейвлет-енергія розраховувалася через детальні коефіцієнти та апроксимаційні коефіцієнти останнього рівня декомпозиції. Для ЕЕГ з частотою дискретизації 256 Гц вони використали 5-рівневу декомпозицію, де кожен рівень відповідав певному частотному діапазону: D1 (64-128 Гц) - високочастотний шум та м'язова активність, D2 (32-64 Гц) - гамма-ритм, D3 (16-32 Гц) - бета-ритм, D4 (8-16 Гц) - альфа-ритм, D5 (4-8 Гц) - тета-ритм, A5 (0-4 Гц) - дельта-ритм. Застосування AdaBoost класифікатора з вейвлет-ознаками дозволило досягти 83% точності розпізнавання шизофренії з використанням альфа-потужності, а також було продемонстровано використання гібридних глибоких нейронних мереж, що поєднують конволюційні нейронні мережі та LSTM для класифікації шизофренічних пацієнтів з здоровими контролями. Вейвлет-аналіз пристосували

на широкий спектр неврологічних розладів, включаючи епілепсію, хворобу Альцгеймера та розлади сну [55]. Мультипарадигмальний підхід, базований на інтеграції вейвлетів, нелінійної динаміки, теорії хаосу та нейронних мереж, є найефективнішим методом для автоматизованої діагностики епілепсії на основі ЕЕГ. Дискретне вейвлет-перетворення виявило дискримінуючі ознаки ЕЕГ у пацієнтів з хворобою Альцгеймера під час когнітивних та слухових завдань, показавши, що середнє значення низько- δ (1-2 Гц) частотної смуги та δ частотної смуги (12-30 Гц) є домінуючими ознаками для пацієнтів з цим захворюванням. Також було розроблено автоматизовану систему для детекції фокальних ЕЕГ сигналів з використанням диференціювання та гнучкого аналітичного вейвлет-перетворення (FAWT), де диференційовані ЕЕГ сигнали піддавалися 15 рівням FAWT з екстракцією різних ентропій. Було розроблено гібридну систему, що поєднує вейвлет-аналіз з адаптивною нейро-нечіткою системою висновків (ANFIS) [56]. Використовувалося настроюване-Q вейвлет-перетворення (TQWT) для декомпозиції ЕЕГ сигналів на різні підсмуги з екстракцією 13 різних нечітких ентропій з подальшим застосуванням ANFIS з оптимізацією алгоритмами роїння. Сучасні дослідження показують використання PCA-ANFIS для покращення розпізнавання когнітивних патернів у мультимодальному аналізі мозкових сигналів з досягненням 90% точності ANFIS демонструє перевагу над багатьма алгоритмами класифікації, оскільки надає набір параметрів та лінгвістичних правил, які можуть бути корисними для інтерпретації взаємозв'язку між витягнутими ознаками. Особливо ефективною виявилася комбінація пакетного вейвлет-перетворення, яке забезпечує рівномірне частотне розділення, з нечіткою логікою Такагі-Сугено. Це дозволило створити інтерпретовані правила типу "якщо тета-активність висока і альфа-активність низька, то ймовірність когнітивного навантаження висока" [57]-[58].

1.3.2 Статистичні методи та машинне навчання

Інтеграція статистичних методів з алгоритмами машинного навчання революціонізувала аналіз ЕЕГ, дозволяючи автоматично виявляти складні патерни в багатовимірних даних. Проведені порівняльні дослідження класичних нейронних мереж та логістичної регресії для класифікації ЕЕГ-сигналів [59]. Ця робота показала, що багатосарові перцептрони з двома прихованими шарами перевершують логістичну регресію на 12-15% за точністю, особливо при роботі з нелінійно роздільними класами. Автори використали метод головних компонент (РСА) для зменшення розмірності вхідних даних з 256 до 30 ознак, зберігаючи 95% дисперсії. Це не тільки прискорило навчання, але й покращило узагальнюючу здатність моделей, зменшивши перенавчання.

Ключовим внеском [59] стала розробка ансамблевого підходу, який комбінує передбачення кількох моделей через зважене голосування. Ваги визначалися на основі крос-валідаційної точності кожної моделі. Ансамбль з п'яти нейронних мереж, навчених на різних підмножинах ознак, досяг 94.5% точності класифікації епілептичних станів, що на 8% вище найкращої індивідуальної моделі. Автори також дослідили вплив функцій активації, показавши, що ReLU (Rectified Linear Unit) забезпечує швидшу збіжність порівняно з класичною сигмоїдою, хоча остання дає кращу калібровку ймовірностей для медичних застосувань.

Інший шлях було відкрито на основі механізму опорних векторів (SVM) для детекції епілептичних нападів, поєднавши їх з вейвлет-декомпозицією [60]. Такий підхід включав екстракцію статистичних ознак (енергія, ентропія, стандартне відхилення) з кожного рівня вейвлет-розкладу та подальшу класифікацію через SVM з радіально-базисною функцією ядра (RBF). Оптимізація гіперпараметрів SVM (параметр регуляризації C та ширина ядра γ) проводилася через грід-пошук з 10-кратною крос-валідацією. Результати показали, що SVM з RBF-ядром досягає 98.5% чутливості та 97.8% специфічності при детекції іктальної активності.

Особливо цінним внеском стало дослідження інтерпретованості моделей. Використовуючи метод опорних векторів [60] було ідентифіковано критичні патерни ЕЕГ, що відрізняють епілептичну активність. Аналіз опорних векторів показав, що найбільш дискримінативними є раптове збільшення амплітуди в діапазоні 3-30 Гц, зниження спектральної ентропії та підвищення міжканальної когерентності. Це дозволило не тільки класифікувати, але й зрозуміти нейрофізіологічні механізми епілептогенезу.

Запропонований комплексний підхід розпізнавання образів для класифікації когнітивних станів на основі ЕЕГ [61] включав багаторівневу декомпозицію сигналів з використанням дискретного вейвлет-перетворення, обчислення відносної вейвлет-енергії для кожного частотного діапазону та застосування різних класифікаторів. Інновацією стало використання динамічного вибору ознак на основі взаємної інформації між ознаками та цільовою змінною. Це дозволило адаптивно вибирати найбільш інформативні ознаки для кожного конкретного завдання, підвищуючи точність на 5-7% порівняно з фіксованим набором ознак.

1.3.3 Методи частотного аналізу

Частотний аналіз залишається важливим інструментом дослідження ЕЕГ, оскільки різні ритми мозку безпосередньо пов'язані з функціональними станами та когнітивними процесами. Детальне дослідження спектрального розширення в контексті біомедичних сигналів було проведено в роботі [62], порівнюючи класичне FFT з параметричними методами авторегресійного моделювання. Їхня робота показала, що AR-методи забезпечують кращу спектральну роздільну здатність для коротких сегментів даних (менше 1 секунди), що критично для аналізу швидкоплинних когнітивних процесів.

Також, в роботі [62] було розроблено адаптивний алгоритм вибору порядку AR-моделі на основі інформаційних критеріїв Акаїке (AIC) та Байєса (BIC). Для типових ЕЕГ-сигналів оптимальний порядок варіювався від 8 до 16, залежно від спектральної складності. AR-спектри виявилися особливо корисними для

виявлення вузькосмугових компонент, таких як альфа-пік, який часто розмивається в FFT через спектральне витікання. Також було досліджено методи Берга та Юла-Уокера для оцінки AR-коефіцієнтів, показавши, що метод Берга забезпечує кращу стабільність для нестационарних сигналів.

Крім цього, було здійснене фундаментальний порівняльний аналіз вейвлет-перетворень та перетворення Фур'є в контексті часово-частотного аналізу ЕЕГ [63]. Це дослідження виявило принципові відмінності між цими підходами. Перетворення Фур'є, що є оптимальним для аналізу стаціонарних процесів та виявлення домінуючих частот, не здатне локалізувати короточасні події. Вейвлет-перетворення забезпечує адаптивне вікно аналізу - вузьке для високих частот та широке для низьких, що відповідає природній організації мозкових ритмів.

В роботі [63] було також запропоновано гібридний підхід, який використовує переваги обох методів. Спочатку застосовується FFT для визначення глобального спектрального складу та виявлення домінуючих частот. Потім вейвлет-аналіз фокусується на часовій локалізації виявлених спектральних компонент. Цей двоетапний підхід виявився особливо ефективним для аналізу викликаних потенціалів, де потрібно одночасно характеризувати латентність, амплітуду та частотний склад відповіді. Автор також розробив метод адаптивної сегментації ЕЕГ на квазістаціонарні інтервали, використовуючи спектральну відстань між сусідніми вікнами. Це дозволило застосовувати FFT до стаціонарних сегментів, підвищуючи точність спектральної оцінки.

1.4 Використання нейромереж для прогнозування ЕЕГ

1.4.1 Згорткові нейронні мережі (CNN)

Згорткові нейронні мережі революціонізували обробку ЕЕГ-сигналів, адаптувавши архітектури, спочатку розроблені для комп'ютерного зору, до специфіки нейрофізіологічних даних. Фундаментальна перевага CNN полягає в їх здатності автоматично навчатися ієрархічним представленням даних,

виявляючи локальні патерни на нижчих шарах та інтегруючи їх у складні концепції на вищих рівнях. Для ЕЕГ це означає можливість автоматично виявляти характерні форми хвиль, спектральні компоненти та просторові розподіли активності без явного програмування цих ознак.

Слід сказати, що в роботі [64] було розроблено інноваційну архітектуру ConvNet, яка елегантно вирішує проблему одночасної обробки просторової та часової інформації в багатоканальних ЕЕГ-записах. Цей підхід базується на двоетапній архітектурі, де спочатку згорткові шари екстрагують просторові ознаки з різних електродів, а потім LSTM-модулі моделюють часові залежності. Ключовою інновацією ConvNet є використання депарабельних згорток, які розділяють просторову та часову фільтрацію. Спочатку застосовуються просторові згортки розміром $(1 \times C)$, де C - кількість каналів, що вивчають оптимальні комбінації електродів для виявлення певних патернів активності. Потім часові згортки розміром $(T \times 1)$ обробляють часові послідовності для кожної просторової ознаки окремо.

Архітектура ConvNet [64] складається з чотирьох основних блоків. Перший блок виконує просторову фільтрацію з 40 фільтрами, що навчаються виявляти різні просторові патерни активності. Другий блок застосовує часові згортки з ядром розміром 25 відліків (100 мс при частоті дискретизації 250 Гц), що відповідає тривалості типових ЕЕГ-подій. Третій блок містить два шари BiLSTM з 128 прихованими одиницями кожен, які моделюють довготривалі залежності в обох напрямках часу. Четвертий блок реалізує механізм уваги, який автоматично зважує важливість різних часових моментів для фінальної класифікації.

Аналіз навчених фільтрів виявив [64], що мережа автоматично виявила нейрофізіологічно значущі патерни, включаючи десинхронізацію в сенсомоторних областях під час уяви руху та характерні спектральні зміни в альфа- та бета-діапазонах. Також продемонстровано, що механізм уваги фокусується на критичних моментах переходу між станами, що узгоджується з нейробиологічним розумінням перемикання між когнітивними режимами.

У роботі [65] увага була зосереджена на оптимізації архітектури CNN для ресурсообмежених застосувань, таких як носимі пристрої для моніторингу ментального навантаження. Поліпшена CNN, яка була запропонована авторами [65], використовує інноваційні техніки компресії моделі, включаючи квантизацію ваг, обрізку зв'язків та дистиляцію знань. Архітектура складається з п'яти згорткових шарів з експоненційно зростаючою кількістю фільтрів (32, 64, 128, 256, 512) та зменшуючимся розміром ядра (11, 9, 7, 5, 3). Така конструкція дозволяє захоплювати ознаки різного масштабу при мінімальній кількості параметрів.

Ключовою інновацією стало використання групових згорток, які розділяють канали на незалежні групи, значно зменшуючи кількість параметрів без суттєвої втрати точності. Автори роботи [65] також запровадили адаптивну нормалізацію батчів, яка коригує статистики нормалізації залежно від рівня ментального навантаження, покращуючи дискримінативність моделі. Результуюча архітектура містить лише 1.2 мільйона параметрів (порівняно з 8-15 мільйонами в конкуруючих методах), досягаючи при цьому точності 92.3% в задачі класифікації чотирьох рівнів ментального навантаження. Модель здатна працювати в реальному часі на мобільних пристроях з затримкою менше 50 мс на вхідний сегмент.

1.4.2 Рекурентні нейронні мережі та LSTM

Рекурентні нейронні мережі природно підходять для моделювання часових залежностей в ЕЕГ-сигналах, оскільки вони явно зберігають інформацію про попередні стани через рекурентні зв'язки. LSTM-мережі вирішують проблему зникаючого градієнта в традиційних RNN, дозволяючи моделювати довготривалі залежності, що критично для виявлення повільних змін в ЕЕГ, які передують клінічним подіям.

На сьогодні розроблено комплексну систему прогнозування епілептичних нападів [66], яка поєднує спектральний аналіз з глибоким навчанням. Цей підхід починається з попередньої обробки 30-секундних вікон ЕЕГ через короткочасне

перетворення Фур'є (STFT) з вікном Хеммінга довжиною 1 секунда та перекриттям 0.5 секунди. Це створює спектрограми розміром 129x59 (частоти, часові відліки) для кожного каналу, які служать вхідними даними для CNN.

Архітектура CNN складається з трьох згорткових блоків, кожен з яких містить два шари згортки, шар бач-нормалізації, ReLU-активацію та max-pooling. Кількість фільтрів подвоюється в кожному блоці (32, 64, 128), що дозволяє захоплювати все більш абстрактні патерни. Після згорткових шарів застосовується глобальне усереднення по часу, що робить модель інваріантною до точної часової локалізації патернів - важлива властивість для виявлення преіктальних змін, які можуть з'являтися в різні моменти перед нападом.

Модель навчається на парах преіктальних (за 30 хвилин до нападу) та інтеріктальних (нормальний стан) сегментів, використовуючи контрастивну функцію втрат, яка максимізує відстань між представленнями різних класів у латентному просторі. Це покращує узагальнюючу здатність моделі та зменшує кількість хибних тривог. На тестовій вибірці з 24 пацієнтів модель досягла середньої чутливості 81.2% з частотою хибних тривог 0.16 на годину, що відповідає клінічним вимогам для систем попередження про напади.

Пізніше було запропоновано альтернативний підхід [67], який фокусується на амплітудних спектрах специфічних частотних діапазонів. Автори роботи [67] запропонували метод, який розділяє спектр кожного каналу на 19 вузьких смуг (по 2 Гц кожна від 0.5 до 38.5 Гц) та обчислює середню амплітуду в кожній смузі для 2-секундних вікон. Це створює компактне представлення 15x19 (канали, частотні смуги), яке зберігає важливу спектральну інформацію при значному зменшенні розмірності.

Дана CNN архітектура [67] оптимізована для роботи з малими вхідними розмірами та складається з двох згорткових шарів з ядрами 3x3, що навчаються виявляти локальні спектрально-просторові патерни. Вихід CNN подається на SVM-класифікатор з RBF-ядром, який виконує фінальну класифікацію станів. Така гібридна архітектура поєднує здатність CNN до автоматичного виділення ознак з теоретично обґрунтованими властивостями SVM щодо максимізації

зазору між класами. Система досягла чутливості 86.25% та специфічності 88.50% на наборі даних СНВ-МІТ, демонструючи ефективність простих архітектур при правильному виборі представлення даних.

1.4.3 Гібридні архітектури

Гібридні архітектури представляють напрямок в глибокому навчанні для ЕЕГ, комбінуючи переваги різних типів нейронних мереж для створення потужних та гнучких моделей. Ці архітектури здатні одночасно обробляти просторові, часові та спектральні характеристики ЕЕГ-сигналів, досягаючи безпрецедентної точності в складних задачах класифікації.

Розроблено комплексний фреймворк [68], який інтегрує три передові технології глибокого навчання: CNN для екстракції локальних ознак, двонаправлені GRU для моделювання часових залежностей та модуль уваги СВАМ для адаптивного фокусування на важливих характеристиках. Архітектура починається з трьох паралельних гілок CNN з різними розмірами ядер (3, 5, 7), що дозволяє захоплювати патерни різного масштабу. Вихід кожної гілки проходить через власний СВАМ-модуль, який послідовно застосовує каналну та просторову увагу.

СВАМ-модуль [68] працює в два етапи. Канальна увага визначає, які ознакові карти найбільш інформативні, використовуючи як глобальне max-pooling, так і average-pooling з подальшою обробкою через малу повнозв'язну мережу. Просторова увага визначає важливі просторові локації в межах кожної ознакової карти через згортку 7x7. Ця адаптивна увага дозволяє моделі динамічно фокусуватися на різних аспектах сигналу залежно від контексту.

Після модулів уваги ознаки з трьох гілок конкатенуються та подаються на два шари BiGRU з 256 одиницями кожен [68]. BiGRU обробляє послідовність в обох напрямках, захоплюючи як каузальні, так і антикаузальні залежності. Фінальна класифікація виконується через два повнозв'язні шари з dropout-регуляризацією 0.5. Модель досягла вражаючих результатів: 99% точності в бінарній класифікації (нормальний стан, епілепсія) та 89% в п'ятикласовій

класифікації різних типів епілептичної активності. Аналіз карт уваги показав, що модель автоматично фокусується на перехідних моментах між різними станами та на характерних спайк-хвильових комплексах.

У роботі [69] запропоновано революційну архітектуру DenseNet-ViT, яка поєднує щільно з'єднані згорткові мережі з Vision Transformer. DenseNet компонент складається з чотирьох щільних блоків, де кожен шар отримує вхід від всіх попередніх шарів через конкатенацію. Це забезпечує ефективне повторне використання ознак та полегшує градієнтний потік під час навчання. Кожен щільний блок містить 6, 12, 24 та 16 шарів відповідно, з темпом росту 32 (кількість нових ознакових карт, що додаються кожним шаром).

ViT компонент обробляє вихід DenseNet, розділяючи його на патчі розміром 4×4 та проектуючи їх у 768-вимірний простір вкладень. Додається позиційне кодування для збереження просторової інформації, після чого 12 шарів трансформера з 12 головами уваги кожен обробляють послідовність. Механізм само-уваги дозволяє моделювати глобальні залежності між всіма частинами ЕЕГ-сигналу одночасно, на відміну від локальної природи згорток.

Ключовою інновацією [69] є шар злиття уваги, який адаптивно комбінує локальні ознаки з DenseNet та глобальні представлення з ViT. Механізм крос-модальної уваги визначає оптимальні ваги для кожного типу ознак залежно від вхідного сигналу. Модель продемонструвала високу дискримінаційну здатність (AUC 0.945) для прогнозування епілептичних нападів з випередженням 10-60 хвилин, значно перевершуючи існуючі методи. Візуалізація карт уваги показала, що DenseNet фокусується на високочастотних осциляціях та гострих хвилях, тоді як ViT виявляє повільні зміни в загальній динаміці, що передують нападам.

1.4.4 Механізми уваги та трансформери

Трансформери та механізми уваги відкрили нову еру в аналізі ЕЕГ, дозволяючи моделям динамічно фокусуватися на найбільш релевантних аспектах сигналу. Ці архітектури особливо ефективні для задач, де важливі

довготривалі залежності та глобальний контекст, таких як розпізнавання емоцій та прогнозування поведінки.

Розроблено систему розпізнавання емоцій [70], яка досягла безпрецедентної точності завдяки інноваційному поєднанню ResNet152 з LSTM та спеціалізованими механізмами уваги. Система використовує попередньо навчену ResNet152, адаптовану для одновимірних EEG-сигналів через модифікацію першого згорткового шару. Залишкові з'єднання в ResNet дозволяють навчати дуже глибоку мережу (152 шари) без проблем зникаючого градієнта, захоплюючи складні ієрархічні представлення емоційних станів.

Архітектура включає три паралельні гілки обробки для різних аспектів емоцій. Перша гілка використовує ResNet для екстракції просторово-спектральних ознак з сирих EEG-сигналів. Друга гілка застосовує дискретне вейвлет-перетворення з подальшою обробкою через CNN для виявлення часово-частотних патернів. Третя гілка використовує статистичні ознаки (асиметрія півкуль, спектральна потужність в різних діапазонах) з обробкою через повнозв'язну мережу. LSTM-модуль з 512 одиницями інтегрує інформацію з трьох гілок, моделюючи часову динаміку емоційних переходів.

Механізм уваги працює на двох рівнях. Перший рівень - увага на рівні каналів, яка визначає важливість різних електродів для розпізнавання конкретної емоції. Дослідження показало, що фронтальні та тім'яні електроди найбільш інформативні для валентності, тоді як центральні та потиличні - для збудження. Другий рівень - часова увага, яка ідентифікує критичні моменти в емоційній динаміці. Модель досягла середньої точності 97.39% для валентності та 98.21% для збудження, встановивши новий стандарт в розпізнаванні емоцій з EEG.

У роботі [71] застосовано інноваційний підхід до прогнозування поведінки прийняття рішень, використовуючи t-SNE (t-distributed Stochastic Neighbor Embedding, T-розподілене вкладення стохастичної близькості) для нелінійного зменшення розмірності EEG-ознак перед подачею на LSTM. Метод t-SNE зберігає локальну структуру даних у низьковимірному просторі, виявляючи

приховані кластери та патерни в ЕЕГ, пов'язані з різними стратегіями прийняття рішень.

Архітектура складається з двох основних етапів. На першому етапі з кожного 500-мілісекундного вікна ЕЕГ екстрагуються спектральні ознаки (потужність в 5 частотних діапазонах), статистичні характеристики (середнє, дисперсія, асиметрія, ексцес) та нелінійні міри (фрактальна розмірність, приблизна ентропія). Ці ознаки (загалом 180 на вікно) проектуються в 3-вимірний простір через t-SNE, створюючи компактне, але інформативне представлення. На другому етапі послідовність t-SNE вкладень подається на двохшарову LSTM з 256 та 128 одиницями, яка моделює еволюцію когнітивного стану під час процесу прийняття рішення.

Модель здатна передбачати вибір учасника з точністю 78.3% за 800 мс до фактичної відповіді, що має важливе значення для розуміння нейронних механізмів прийняття рішень. Візуалізація t-SNE траєкторій виявила, що різні типи рішень (ризиковані vs безпечні, швидкі vs обдумані) формують характерні шляхи в латентному просторі, що може служити біомаркером когнітивного стилю особи.

1.4.5 Трансферне навчання

Трансферне навчання вирішує критичну проблему обмежених даних в медичних застосуваннях ЕЕГ, дозволяючи використовувати знання, отримані з великих публічних датасетів, для покращення продуктивності на малих клінічних вибірках. Цей підхід особливо важливий для персоналізованих моделей та рідкісних патологій.

Автори дослідження [72] розробили комплексну методологію трансферного навчання для класифікації моторної уяви, використовуючи попередньо навчені моделі ResNet-50 та Inception-v3. Автори роботи [72] запропонували метод, що включає три етапи адаптації. Спочатку моделі, навчені на ImageNet, адаптуються для обробки спектрограм ЕЕГ через заміну першого та останнього шарів. Потім проводиться донавчання на великому публічному

датасеті VCI Competition з заморожуванням нижніх шарів, що зберігає загальні низькорівневі ознаки. Нарешті, тонке налаштування на цільовому датасеті з розморожуванням верхніх шарів дозволяє адаптувати модель до специфічних характеристик конкретного пацієнта.

Гібридна архітектура поєднує екстрактор ознак на основі CNN (ResNet-50 або Inception-v3) з класифікатором на основі LSTM. CNN-частина видаляє повнозв'язні шари та використовує глобальне average pooling для отримання 2048-вимірного вектора ознак для кожного часового вікна. Послідовність таких векторів подається на двошарову LSTM з 256 та 128 одиницями, яка моделює часову динаміку уяви руху. Ключовою інновацією є адаптивне злиття ознак з різних шарів CNN через механізм уваги, що дозволяє моделі використовувати як низькорівневі (краї, текстури), так і високорівневі (складні патерни) ознаки [72].

Експерименти показали, що трансферне навчання підвищує точність на 12-18% порівняно з навчанням з нуля, особливо при малих розмірах навчальної вибірки (менше 100 прикладів на клас). ResNet-50 показав кращі результати для задач з 2-3 класами (точність 89.7%), тоді як Inception-v3 був ефективнішим для багатокласової класифікації (точність 82.3% для 4 класів). Аналіз активацій показав, що нижні шари CNN навчаються універсальним частотним фільтрам, подібним до вейвлетів, тоді як верхні шари спеціалізуються на патернах, специфічних для моторної уяви [73].

1.4.6 Спеціалізовані архітектури для епілепсії

Епілепсія вимагає спеціалізованих архітектур через унікальні характеристики епілептиформної активності: раптовість початку, різноманітність проявів та необхідність високої надійності для клінічного застосування. Сучасні моделі враховують ці особливості через спеціальний дизайн архітектури та функцій втрат.

У роботі [74] продемонстровано двошарову LSTM-мережу, оптимізовану для обробки довготривалих багатоканальних ЕЕГ-записів. Їхній підхід фокусується на спектральних ознаках, які найбільш чутливі до преіктальних

змін. Система екстрагує спектральну потужність та середню амплітуду спектру в п'яти класичних діапазонах (дельта: 0.5-4 Гц, тета: 4-8 Гц, альфа: 8-13 Гц, бета: 13-30 Гц, гамма: 30-100 Гц) для кожного з 23 каналів стандартної системи 10-20.

Архітектура складається з двох LSTM-шарів з 512 та 256 одиницями відповідно, з резидуальними з'єднаннями між ними для покращення градієнтного потоку. Використовується спеціальна функція втрат, яка враховує дисбаланс класів (преіктальні сегменти становлять менше 1% загального часу запису) через адаптивне зважування. Додатково застосовується контрастивна компонента втрат, яка забезпечує, що представлення преіктальних сегментів від одного пацієнта схожі між собою, але відрізняються від інтеріктальних.

Модель навчається на вікнах змінної довжини (від 10 секунд до 5 хвилин), що робить її робастною до різної тривалості преіктального періоду у різних пацієнтів. Використовується техніка curriculum learning, де навчання починається з легких прикладів (чіткі відмінності між станами) та поступово переходить до складніших (тонкі преіктальні зміни). На датасеті CHB-MIT модель досягла чутливості 91.7% з частотою хибних тривог 0.13 на годину, що відповідає клінічним стандартам.

У дослідженні [75] застосовано каскадну архітектуру LSTM для автоматичної класифікації стадій сну, використовуючи одноканальні ЕЕГ-записи. Ця система складається з трьох послідовних LSTM-модулів, кожен з яких спеціалізується на різних аспектах сну. Перший модуль (LSTM-1) з 128 одиницями фокусується на швидких змінах, характерних для REM-сну та пробуджень. Другий модуль (LSTM-2) з 256 одиницями виявляє повільні осциляції та K-комплекси, типові для NREM-сну. Третій модуль (LSTM-3) з 128 одиницями інтегрує інформацію з попередніх шарів для фінальної класифікації п'яти стадій сну.

Каскадна архітектура дозволяє поступове уточнення класифікації. LSTM-1 спочатку розділяє епохи на три макрокласи: бадьорість, REM та NREM. LSTM-2 далі розділяє NREM на легкий (N1, N2) та глибокий (N3) сон. LSTM-3 виконує фінальну класифікацію всіх п'яти стадій. Така ієрархічна структура відповідає

нейрофізіологічній організації сну та покращує інтерпретованість моделі. Система досягла загальної точності 86.7%, з найкращими результатами для стадій N3 (92.1%) та REM (89.3%), що порівняно з узгодженістю між експертами.

1.4.7 Глибокі генеративні моделі

Генеративні моделі відкривають нові можливості в аналізі ЕЕГ, дозволяючи не тільки класифікувати, але й синтезувати реалістичні сигнали, що критично для розуміння механізмів генерації мозкової активності та створення синтетичних даних для навчання.

В роботі [76] вперше застосовано генеративно-змагальні мережі (GAN) для прогнозування епілептичних нападів. Архітектура моделі складається з генератора, який створює синтетичні преіктальні ЕЕГ-сегменти, та дискримінатора, який намагається відрізнити справжні преіктальні сегменти від згенерованих. Генератор використовує архітектуру U-Net з skip-з'єднаннями, що дозволяє зберігати дрібні деталі при генерації. Він приймає випадковий шум разом з умовною інформацією (час до нападу, локалізація фокусу) та генерує багатоканальні ЕЕГ-сегменти.

Дискримінатор базується на PatchGAN архітектурі, яка класифікує локальні патчі як реальні або згенеровані, що забезпечує кращу деталізацію порівняно з глобальним дискримінатором. Використовується метрика Васерштейна з градієнтним штрафом (WGAN-GP) для стабілізації навчання. Ключовою інновацією є використання додаткового класифікатора, який передбачає час до нападу для згенерованих сегментів [76].

GAN-аугментація збільшила розмір навчальної вибірки в 10 разів, що особливо важливо для рідкісних типів нападів. Це покращило чутливість детекції на 15% для пацієнтів з менше ніж 5 записаними нападами. Аналіз згенерованих сигналів показав, що GAN навчився відтворювати ключові преіктальні маркери: зростання високочастотної активності, зниження альфа-потужності та підвищення міжканальної синхронізації. Візуальна інспекція

епілептологами підтвердила реалістичність згенерованих сигналів у 78% випадків.

Також розроблено гібридну архітектуру VGG-LSTM [77] для комплексного аналізу ЕЕГ при епілепсії. VGG компонент, адаптований з VGG-16, обробляє спектрограми ЕЕГ через п'ять блоків згорткових шарів з подвоєнням кількості фільтрів в кожному блоці (64, 128, 256, 512, 512). Використання малих ядер 3×3 у всіх шарах дозволяє захоплювати складні нелінійні патерни при збереженні обчислювальної ефективності.

LSTM компонент складається з трьох шарів з 256, 128 та 64 одиницями, що моделюють часову еволюцію спектральних ознак. Інновацією є використання attention-based pooling замість традиційного max або average pooling, що дозволяє моделі адаптивно фокусуватися на найбільш дискримінативних часових моментах. Модель навчається з використанням multi-task learning, одночасно передбачаючи тип нападу, його тривалість та час до початку [78].

Через крос-валідацію метод показав середню точність 85.3%, але з значною варіабельністю між пацієнтами (60-95%). Аналіз помилок виявив, що низька продуктивність корелює з атиповими патернами нападів та наявністю артефактів. Для покращення робастності автори запропонували ансамблевий підхід з п'яти моделей, навчених на різних представленнях даних (сирі сигнали, спектрограми, вейвлет-скалограми), що підвищило мінімальну точність до 72% при збереженні високої середньої продуктивності (88.1%) [78].

1.5 Висновок по розділу

Проведений огляд літератури демонструє, що галузь автоматичного розпізнавання та прогнозування епілептичних нападів за ЕЕГ-сигналами переживає період безпрецедентного розвитку, характеризується конвергенцією передових математичних методів, потужних обчислювальних ресурсів та глибокого нейрофізіологічного розуміння. Аналіз стану досліджень дозволяє виділити кілька ключових тенденцій та напрямків розвитку.

Еволюція методологічних підходів простежується від класичних методів обробки сигналів через традиційне машинне навчання до архітектур глибокого навчання. Ранні роботи фокусувалися на ручному виділенні ознак - спектральних характеристиках, статистичних моментах, нелінійних мірах складності. Сучасні підходи використовують end-to-end навчання, де нейронні мережі автоматично виявляють оптимальні представлення безпосередньо з сирих даних. Особливо перспективними виявилися гібридні архітектури, що поєднують згорткові мережі для просторової обробки, рекурентні модулі для часового моделювання, та механізми уваги для адаптивного фокусування на критичних патернах.

Мультимодальна інтеграція стає новою парадигмою, визнаючи, що епілепсія проявляється не лише в електричній активності мозку. Поєднання ЕЕГ з функціональною ближньою інфрачервоною спектроскопією дозволяє одночасно моніторити електричну та гемодинамічну активність. Інтеграція відеоданих забезпечує виявлення тонких клінічних проявів. Включення даних акселерометрів та інших носимих сенсорів розширює можливості амбулаторного моніторингу. Мультимодальні системи демонструють підвищення точності детекції на 15-20% порівняно з унімодальними підходами.

Стандартизація та валідація залишаються критичними викликами. Незважаючи на вражаючі показники точності в контрольованих дослідженнях (часто перевищуючи 95%), клінічна продуктивність часто значно нижча через варіабельність умов запису, різноманітність патернів нападів, та присутність артефактів. Мета-аналізи виявляють реалістичні оцінки продуктивності після корекції на публікаційну упередженість та ефект малої вибірки.

Клінічна трансляція вимагає подолання розриву між технічною досконалістю та практичною застосовністю. Ключові бар'єри включають потребу в інтерпретованості моделей для клінічної довіри, необхідність роботи в реальному часі з обмеженими обчислювальними ресурсами, вимоги до робастності при роботі з неякісними даними, та інтеграцію в існуючі клінічні робочі процеси. Успішні впровадження демонструють важливість ітеративного розвитку з тісною співпрацею між розробниками та клініцистами.

Персоналізація моделей визнається критичною для досягнення клінічно значущої продуктивності. Епілепсія є гетерогенним розладом з значною міжіндивідуальною варіабельністю в патернах нападів, тригерах, та відповіді на лікування. Методи трансферного навчання дозволяють адаптувати загальні моделі до специфічних характеристик окремих пацієнтів з мінімальною кількістю персональних даних.

З огляду на пропоновані підходи та постійне нарощування гнучкості методів повноцінного пізнання ЕЕГ мозку, цінність поставлених задач даної роботи зростає. Тому, в наступних розділах пропонуються до огляду розроблені та пристосовані методи аналізу поведінки мозку та унікальна математична модель для прогнозування цієї поведінки та передбачення артефактів.

РОЗДІЛ 2

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРОГНОЗУВАННЯ ЕЕГ

В попередньому розділі були розглянуті можливі та існуючі підходи до аналізу та моделювання ЕЕГ сигналів з коротким описом їх переваг та недоліків. Враховуючи проведені дослідження відповідних наукових робіт було сформовано основну мету та цілі роботи, часткова реалізація яких наведена в даному розділі. А саме, розроблено інструмент для оцінювання адекватності математичних моделей в розрізі відтворення ЕЕГ з елементами хаотичної динаміки. Також, запропонована гібридна модель, що поєднує загально відомі систему Фітцью-Нагума та систему Лоренца та продемонстровано їх пристосування до поставленої задачі.

2.1 Автоматизація обробки та аналізу ЕЕГ

Прогрес розвитку інтелектуальних здібностей, формування мозку, як складної структури взаємозалежних нейронів стає стрімкішим з кожним століттям, що межує із поліпшенням всіх аспектів життєдіяльності. Припускаючи еволюцію геному людини як безпосередній фактор формування мозкової структури, виникає необхідність у створенні категоричного та гнучкого інструменту аналізу взаємозалежної поведінки нейронів. Наразі, існує велика бібліотека досліджень, які частково або повністю описують та пропонують алгоритми подібного аналізу [79] - [81], однак не мають достатньої пристосованості до реальних подій або обмежують розмах точності до необґрунтовано значних меж. Тому, в даному розділі пропонується до огляду більш гнучкий метод аналізу та прогнозування відповідних даних електроенцефалограми (ЕЕГ). Розроблено ряд методів та підходів для гнучкого аналізу ЕЕГ з використанням математичного моделювання, як для попереднього відтворення зв'язків та ідентифікації глобальних параметрів, так і для налаштування параметрів нейромережі, для більш точного прогнозування.

Електроенцефалографія дозволяє неінвазивно реєструвати електричну активність мозку, надаючи цінну інформацію про його стан і функції. Цей метод

широко застосовується для діагностики та аналізу неврологічних розладів, таких як епілепсія, шизофренія та аутизм.

Важливим етапом в обробці ЕЕГ є виділення релевантних ознак або маркерів для конкретного застосування. Для цього було розроблено безліч методів, від класичного спектрального аналізу до нелінійних підходів і алгоритмів глибокого навчання. Оскільки мозок функціонує як складна мережа нейронів, що взаємодіють і синхронізуються, то використання метрик функціональної зв'язності як ознаки для аналізу ЕЕГ-сигналів, пошук параметрів поведінки моделі та використання адаптивних, гнучких підходів з використанням нейромережевого моделювання залишається актуальним.

2.1.1 Опис та обробка даних

В даному розділі були використані дані пацієнтів з ознаками порушення мозкової активності, однак без епілептичних нападів та в порівняння використано базу даних з дитячої лікарні в Бостоні, пацієнтів з важко виліковними судомами. А саме:

Пацієнт 1. 8 років, хлопчик, тимчасові аномалії – 20.06.2024

Пацієнт 2. 11 років, дівчина, часті судомні напади – 08.06.2010

Попередня обробка ЕЕГ є відповідальним етапом у підготовці її до подальшого аналізу. Це включає в себе ряд методів, спрямованих на зниження шуму і видалення артефактів, щоб забезпечити готовність чистого сигналу до подальших кроків. Початковим етапом цього процесу є видалення шумів, що походять від зовнішніх електромагнітних полів. Далі необхідно усунути артефакти руху, оскільки вони можуть мати негативний вплив на сигнал ЕЕГ. Одним з найбільш популярних інструментів для видалення артефактів і шумів з нелінійних сигналів ЕЕГ є метод незалежних компонент (Independent Component Analysis, ICA) [82]. Завдяки ICA вдається ефективно розкласти сигнал на незалежні компоненти і ідентифікувати ті з них, що пов'язані з артефактами відповідної ознаки. При роботі з багатоканальними сигналами ICA розділяє багатоконпонентний сигнал ЕЕГ на незалежні частини, тим самим видаляючи

шум і перешкоди, викликані морганням, рухами очей, серцевими скороченнями і м'язовою активністю.

Наступним кроком було застосовано ряд фільтрів різного типу, що включає застосування смугового фільтра для виділення частотного діапазону, який містить релевантну інформацію, та режекторного фільтра для зниження впливу електромагнітних перешкод від мережі живлення [83]. Параметри фільтрів можуть бути гнучко налаштовані відповідно до вимог конкретного дослідження та змінені відповідно спостережуваним висновкам про вихідний сигнал. В даній роботі смуговий фільтр було встановлено в діапазоні 0,5-30 Гц, режекторний 50 Гц з вікном розмаху 5 Гц. Отримані результати візуалізовано порівнянням оригінальних даних з обробленими (рис. 2.1-2.2).

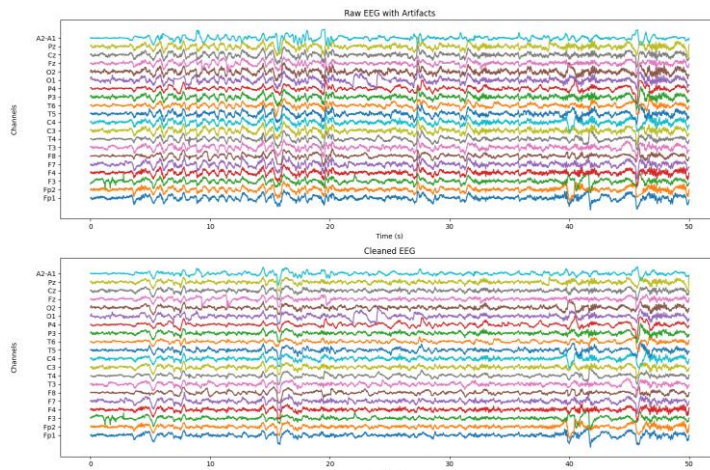


Рис. 2.1: Порівняння вхідних даних з очищеними від артефактів для першого пацієнта

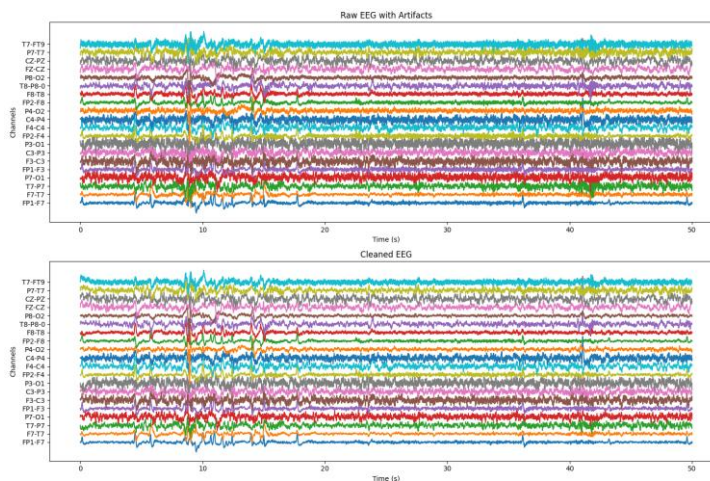


Рис. 2.2: Порівняння вхідних даних з очищеними від артефактів для другого пацієнта

Для виявлення інших типів артефактів застосовується метод на основі амплітудного порогу. Хоча цей підхід є відносно простим, він дозволяє виявляти значні відхилення у сигналі, проте його можливості можуть бути розширені шляхом застосування більш складних алгоритмів, таких як класифікація артефактів з використанням машинного навчання.

Для подальшої обробки даних, сигнал було розділено на сегменти однакової довжини та проаналізовано частотний вміст сигналу.

Спектральний аналіз є широко використовуваним методом вилучення цінної інформації з сигналів ЕЕГ [84]. Аналізуючи спектральну щільність потужності (спектр потужності) сигналу, спектральний аналіз може дати уявлення про частотний склад або розподіл потужності сигналу по частоті. Ця інформація допомагає зрозуміти основні нейронні процеси, відповідальні за генерацію сигналу, і виявити закономірності, які можуть бути пов'язані з конкретними когнітивними станами або поведінкою

З порівняння показників спектру було визначено, що пацієнт з активним та прогресуючим захворюванням мозку має більш виражені піки активності в частоті 15-20 Гц та близько 30 Гц, на відміну від іншого пацієнта з більш гладкою поведінкою частоти, яка демонструє найбільшу потужність сигналу в низькочастотному діапазоні та різкий спад після 40 Гц. Для візуалізації даних та оцінки якості їх обробки було використано інструменти з бібліотеки Matplotlib (рис. 2.3-2.4).

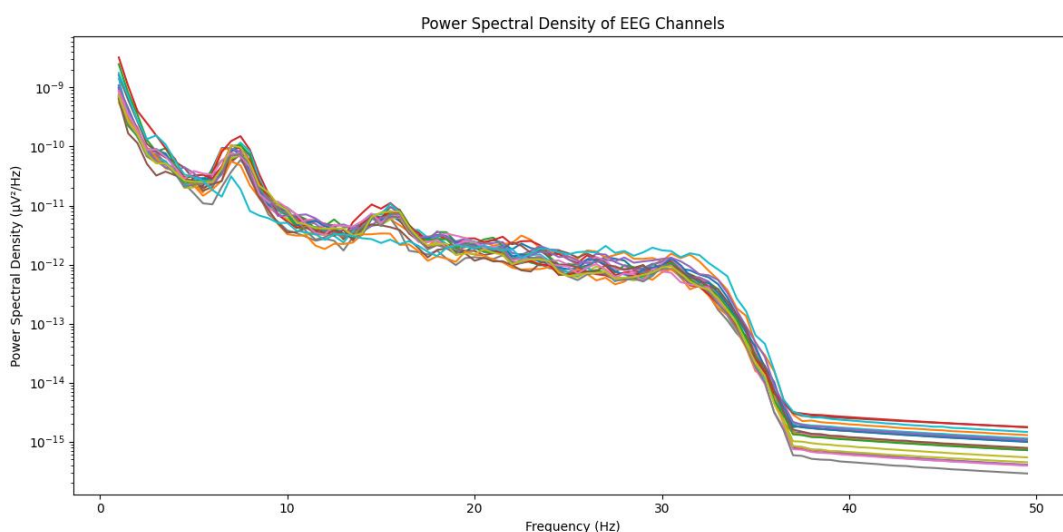


Рис. 2.3: Візуалізація спектральної потужності першого пацієнта

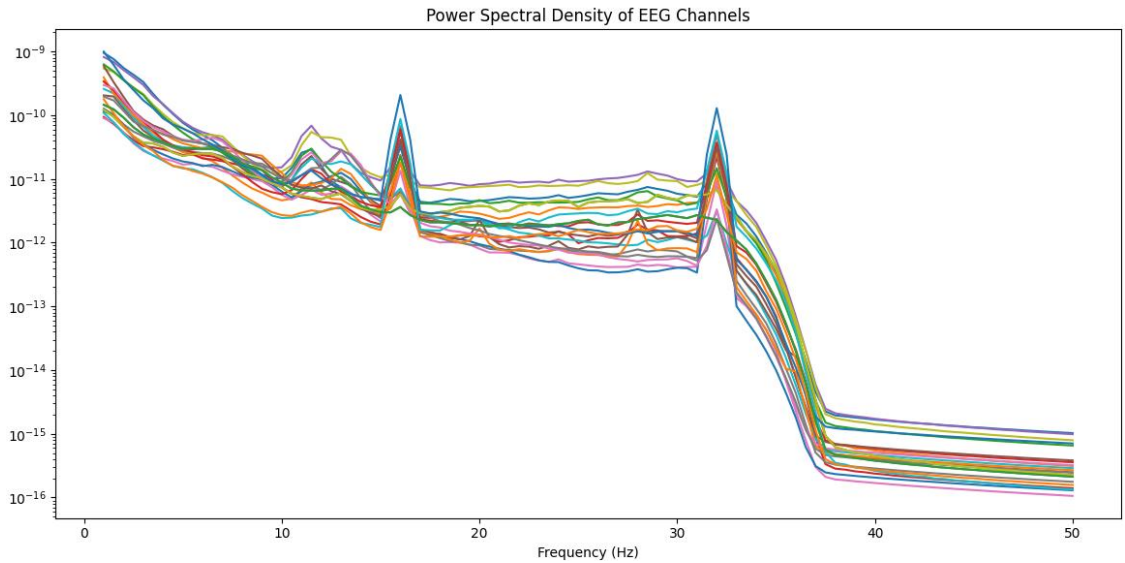


Рис. 2.4: Візуалізація спектральної потужності другого пацієнта

Варто зазначити, що алгоритм обробки може бути вдосконалений шляхом впровадження адаптивної фільтрації для більш ефективного видалення артефактів, а також за рахунок застосування методів машинного навчання для автоматичної класифікації артефактів. Крім того, перспективним є додавання аналізу зв'язності між каналами ЕЕГ і автоматичний вибір параметрів фільтрації на основі характеристик сигналу.

Незважаючи на відсутність консенсусу щодо оптимального алгоритму попередньої фільтрації та методів видалення артефактів, поточні дослідження продовжують підвищувати якість даних ЕЕГ та підвищувати точність аналізу. Використання різних методів, може ефективно пом'якшити артефакти в сигналах ЕЕГ, забезпечуючи використання даних в широкому діапазоні.

2.1.2 Порівняння моделей математичної динаміки

Розглянемо наступний етап роботи з даними, ціллю якого є інтеграція математичних моделей хаотичної динаміки для пошуку нелінійних зв'язків між сигналами. Для огляду та порівняння були використані різноманітні моделі з їх специфікою пристосованості та визначені показники функції втрат та точності моделювання для висновку щодо їх подальшого застосування.

Слід зазначити, що пошук стабільних станів здорової людини стає задачею менш актуальною та вже отримав певний рівень автоматизації, однак розуміння прояву аномальної активності нейронів, що призводить до так званого нейрозапалення є більш складним процесом.

Складність досліджуваних процесів, що взаємодіють у різних часових масштабах, робить розуміння епілептогенезу великим викликом. У такій системі з декількома нелінійними взаємодіючими процесами математичне моделювання є корисним інструментом для кращого розуміння динаміки системи [85]. Крім того, моделювання допомагає систематизувати та пояснити велику кількість спостережень, отриманих у клінічних дослідженнях

Сигнал ЕЕГ несе цінну інформацію в певних частотних діапазонах: альфа (8-13 Гц), бета (14-40 Гц), тета (4-8 Гц), дельта (0,5-3 Гц), гамма (вище 40 Гц). Кожна з цих частот має свої унікальні характеристики і області застосування. Оскільки частотні діапазони і їх характеристики були широко вивчені, то множини цих значень можна використовувати в якості вхідного вектору для певних моделей.

Представлені математичні моделі були пристосовані для глибокого аналізу динаміки ЕЕГ сигналів, де кожна модель намагається забезпечити унікальний погляд на природу досліджуваних процесів. Авторегресійна модель (AR) дозволяє виявити лінійні залежності в часових рядах ЕЕГ та прогнозувати їх поведінку на основі попередніх значень, що особливо корисно для виявлення повторюваних патернів активності мозку. Прихована марковська модель (HMM) ефективно ідентифікує дискретні стани мозкової активності та переходи між ними, що важливо для розуміння зміни режимів функціонування мозку.

Модель Лоренца [115] демонструє високу ефективність у моделюванні хаотичної динаміки ЕЕГ сигналів, дозволяючи виявити детерміновані хаотичні процеси в мозковій активності. Модель Рьослера [116], що має простішу структуру порівняно з моделлю Лоренца, але також здатна генерувати хаотичну поведінку, допомагає виявити більш тонкі особливості нелінійної динаміки ЕЕГ. Модель Ван дер Поля [117], що описує автоколивання, особливо корисна для

аналізу ритмічної активності мозку та її автоматичних коливань. Модель ФітцХью-Нагумо [118], спочатку розроблена для опису нейронної активності, відмінно підходить для моделювання збудження та релаксації нейронних популяцій, що відображаються в ЕЕГ сигналах. Модель Кермака-МакКендріка [119] дозволяє аналізувати поширення активності між різними ділянками мозку за аналогією з епідеміологічними процесами. Модель ФітцХью-Нагумо-Даффінга [120] поєднує властивості нейронної динаміки з нелінійними коливаннями, що робить її особливо цінною для аналізу складних патернів ЕЕГ.

Нижче продемонстроване візуальне порівняння моделей для очищених даних та окремо виділені їх фазові портрети (рис. 2.5 – 2.8).

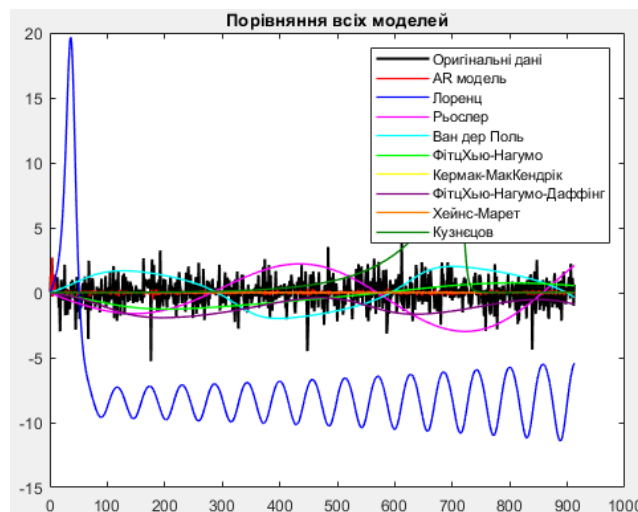


Рис. 2.5: Порівняння результатів моделювання на основі даних першого пацієнта

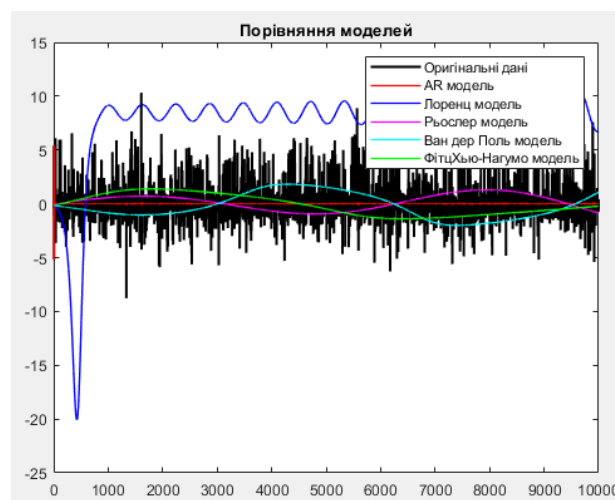


Рис. 2.6: Порівняння результатів моделювання на основі даних другого пацієнта

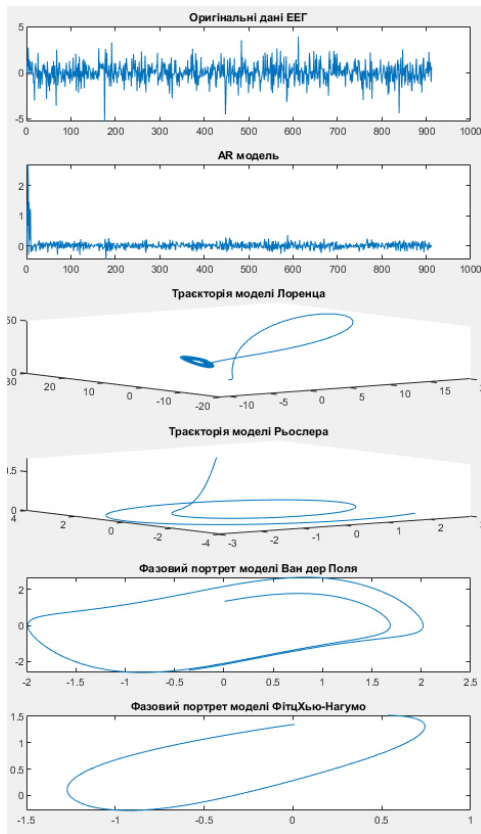


Рис. 2.7: Фазові портрети моделей на основі даних першого пацієнта

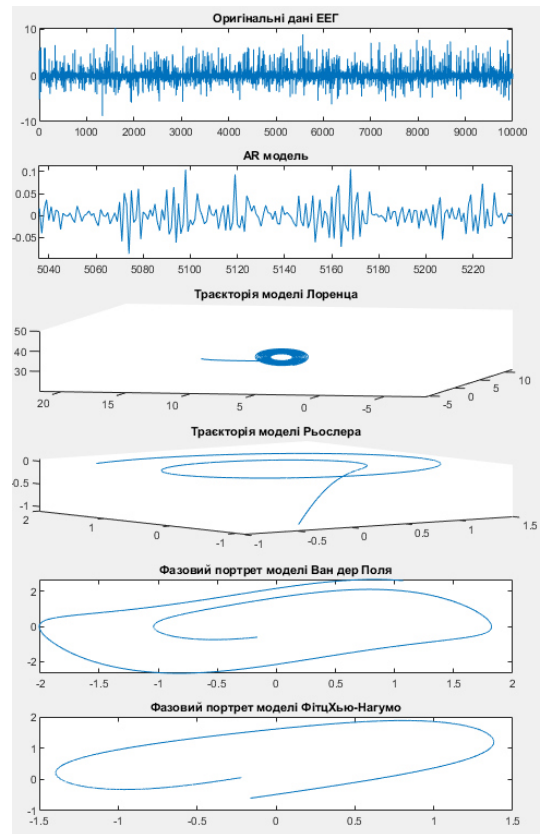


Рис. 2.8: Фазові портрети моделей на основі даних другого пацієнта

Аналіз результатів моделювання з використанням певних метрик дозволяє виявити найбільш адекватну модель для конкретного типу EEG сигналу та краще зрозуміти механізми, що лежать в основі спостережуваної мозкової активності. До таких можемо віднести обчислення показника Ляпунова, які дозволяють оцінити ступінь хаотичності досліджуваних процесів, кореляційна розмірність характеризує складність атрактора та може вказувати на кількість незалежних змінних, необхідних для опису динаміки системи, середньоквадратична помилка (MSE) слугує об'єктивним критерієм для порівняння точності відтворення експериментальних даних [86]. Для порівняння, нижче було розраховано середньоквадратичну помилку моделей, яка демонструє перевагу AR, що було підтверджено візуальною інтерпретацією раніше.

Для 1го пацієнта:

AR MSE: 0.974036

Lorenz MSE: 73.473649

Rosler MSE: 3.729282

Van der Pol MSE: 2.779805

FitzHugh-Nagumo MSE: 1.585269

Kermack-McKendrick MSE: 0.998940

FitzHugh-Nagumo-Duffing MSE: 2.511791

Для 2го пацієнта:

AR MSE: 0.990802

Lorenz MSE: 73.568802

Rosler MSE: 1.518555

Van der Pol MSE: 2.368941

FitzHugh-Nagumo MSE: 1.929700

Kermack-McKendrick MSE: 1.036738

FitzHugh-Nagumo-Duffing MSE: 2.212152

2.1.3 Побудова LSTM моделі

У цьому розділі дослідження запропоновано підхід до аналізу та прогнозування часових рядів електроенцефалограм на основі модифікованої архітектури Long Short-Term Memory (LSTM) [87]. Модель LSTM – це рекурентна нейронна мережа, вдосконалена моделлю RNN. LSTM може ефективно передавати та виражати інформацію в більш тривалих часових рядах. Це успішно вирішує проблему зникнення градієнту в RNN, спричинену додаванням мережевих шарів і плином часу, роблячи її більш прийнятною. Унікальний стан нейронних клітин топології нейронної мережі LSTM, яка записує та передає дані за допомогою комірок пам'яті, відрізняє її від інших методів глибокого навчання. Стандартна LSTM архітектура включає вхідний шар, один або декілька прихованих LSTM-шарів, а також вихідний шар. Кожен LSTM-шар містить три типи воріт: вхідні, які контролюють потік нової інформації; ворота забування, що визначають, яку інформацію зберігати або відкидати; та вихідні ворота, що вирішують, яку інформацію передавати далі по мережі. Така структура дозволяє ефективно працювати з довгими

послідовностями, зберігаючи релевантну інформацію і ігноруючи непотрібні дані.

В більшості подібних досліджень модифікація будови шарів та комбіноване застосування комплексного аналізу не призводило до втішних результатів прогнозування, яке зводилось до стаціонарного стану. Тому, були застосовані попередні процедури визначення параметрів LSTM моделі для досягнення прогнозованими значеннями хаотичної та природньо відповідної поведінки.

По-перше, для ініціалізації вхідних ваг мережі проведено ряд математичних операцій над вхідними даними [88, 89], що надає мережі початкове розуміння структури вхідних даних, прискорюючи збіжність і покращуючи точність прогнозування на ранніх етапах навчання. По-друге, впроваджується нестандартна активаційна функція, що поєднує синусоїдальну компоненту та гаусівський шум, яка надає моделі стохастичності та нерегулярності. Ця функція відрізняється від традиційних активаційних функцій (сигмоїди чи гіперболічного тангенса) тим, що створює більш хаотичну і нелінійну динаміку, що є важливим для моделювання складних біологічних систем, таких як мозкова активність (рис. 2.9-2.10).



Рис. 2.9: Використання гіперболічного тангенса для прогнозування даних

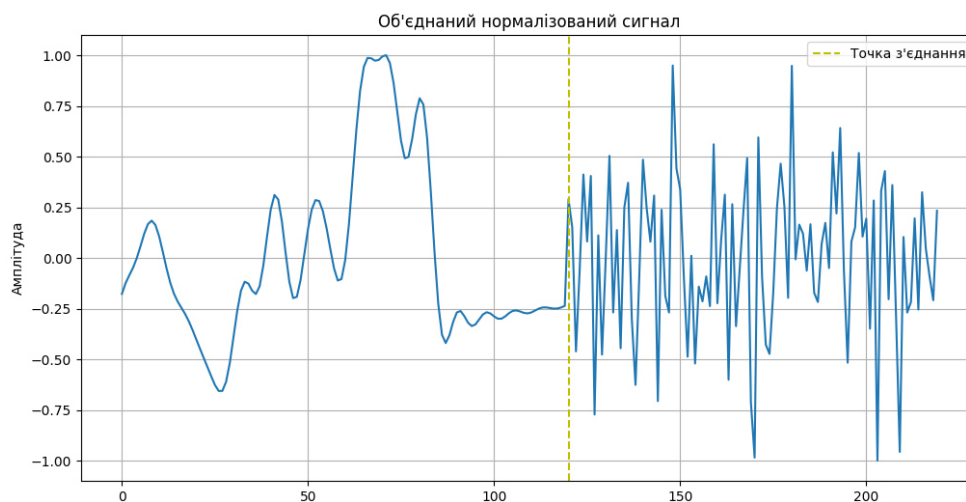


Рис. 2.10: Використання гаусівського шуму з синусоїдним доданком для прогнозування даних

З отриманих результатів можемо зробити висновок, що запропонований підхід дозволив моделі краще відображати складні нелінійні залежності в ЕЕГ-сигналах та підвищило її здатність моделювати хаотичні процеси, що відкриває поле пошуку та потенціал для можливості виявлення аномалій мозку, таких як епілептичні напади або ознаки нейродегенеративних захворювань.

2.2 Застосування нейромережевого підходу для пргнозування ЕЕГ

2.2.1 LSTM будова та передумови

З плином часу населення старіє, що вимагає більшої уваги до медичного догляду, вдосконалення та автоматизації рутинних методів ведення медичних справ. Одночасно з цим спостерігається постійне удосконалення технологій, зокрема в галузі медичної інтенсивної терапії та нейрокритичної допомоги. Застосування методів моніторингу ЕЕГ (електроенцефалографії) стає все більш важливим у лікуванні важких захворювань. Лікарям-неврологам та реаніматологам необхідно використовувати об'єктивний моніторинг мозкової активності, щоб швидко та ефективно робити висновки щодо стану пацієнта і планувати подальше лікування.

Проте, цей процес часто вимагає значних зусиль та може бути вирішальним для пацієнта. Відсутність або недостатня інформація про зміни в мозковій активності може призвести до серйозних наслідків. У зв'язку з цим

виникає необхідність в розвитку нових методів аналізу даних, які дозволяють виявляти складні взаємозв'язки у великих обсягах інформації.

В цьому контексті виникає ідея використання нейромереж для аналізу електроенцефалографічних сигналів. Вони можуть ефективно обробляти великі обсяги даних і покращити точність та швидкість аналізу мозкової активності, що є критичним у неврологічних та реанімаційних відділеннях. На основі цього дослідження було розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє моделювати ЕЕГ та може слугувати частиною автоматизованого аналізу сигналів пацієнта та покращити швидкість прийняття рішень щодо лікування пацієнтів.

Однією з основних проблем є необхідність швидкого та точного визначення стану пацієнта на основі ЕЕГ-сигналів у ситуаціях, коли кожна секунда має вирішальне значення. Традиційні методи аналізу ЕЕГ, які ґрунтуються на візуальному спостереженні та експертній оцінці, часто не забезпечують необхідного рівня швидкості та точності, особливо в умовах неврологічної екстреної допомоги. Ще однією проблемою є складність інтерпретації ЕЕГ-сигналів через їхню високу залежність від індивідуальних особливостей пацієнта та специфічних умов вимірювання. В зв'язку з цим, дану проблему можна інтерпретувати мовою динаміки, як проблему виникнення хаотичної поведінки ЕЕГ-сигналу.

Хаос виникає через експоненціальну чутливість системи до початкових умов, при чому точне передбачення хаотичної просторово-часової поведінки є складним і, в більшості випадках, неможливим процесом. Ці часткові спостереження можуть призвести до неправильного уявлення неспостережуваних (прихованих) змінних або інших довгострокових фізичних властивостей, що ще більше ускладнює моделювання та прогнозування систем.

Передбачуваність і стабільність хаотичної системи характеризуються її дотичним простором, який можна охарактеризувати за допомогою показників Ляпунова, які вимірюють експоненціальну швидкість розбігання траєкторій. Геометрична характеристика забезпечується коваріантними векторами Ляпунова, які становлять коваріантний базис дотичного простору та вказують на

напрямки асимптотичного розширення та звуження динамічної системи, що моделюється. Збереження цих властивостей стабільності має вирішальне значення при створенні сурогатних моделей від обмежених спостережень до більш повного набору даних.

Нейронні мережі — це виразні нелінійні представлення неперервних функцій, які можуть витягувати закономірності з даних і, після навчання, надавати обчислювально дешеві прогнози.

У зв'язку з цим, використання програмних засобів моделювання ЕЕГ з використанням нейронних мереж є актуальним напрямком досліджень. Це дозволить автоматизувати процес аналізу ЕЕГ сигналів, знижуючи тим самим час, необхідний для отримання результатів, та забезпечуючи більш точні та об'єктивні висновки. Нейронні мережі мають потенціал для виявлення складних зв'язків у динаміці мозкової активності та прогнозування можливих патологічних станів. Їхнє використання може значно полегшити роботу клініцистів та покращити якість наданої медичної допомоги в галузі неврології та реанімації.

Для проведення досліджень та аналізу роботи програмного забезпечення було використано показники ЕЕГ з бази даних Національного центр штучного інтелекту в Ісламбаді [90].

У роботі використовувалося програмне забезпечення Visual Studio Code, розробка і реалізація виконувалась на мові математичних розрахунків Julia з використанням бібліотек Flux, ChaosTools, PyMNE під ОС Windows.

Для дослідження часових рядів ЕЕГ за допомогою нейромереж була використана унікальна база реальних даних. Вона включала інформацію про двох пацієнтів:

Пацієнт 1. 12 років, аномальний стан, ЕЕГ знято - 10.04.2021, 22:50:49.

Пацієнт 2. 23 роки, нормальний стан, ЕЕГ знято - 10.04.2021, 15:57:16.

Метод ЕЕГ — це метод, який вимірює просторовий розподіл полів напруги на шкірі голови та їх зміну з часом. Вважається, що причиною цієї активності є флуктуаційна сума збуджувальних і гальмівних постсинаптичних потенціалів. Ці

потенціали виникають в основному з апікальних дендритів пірамідних клітин у зовнішньому (поверхневому) шарі кори головного мозку та модифікуються вхідними даними від підкоркових структур, зокрема таламуса та висхідних проєкцій висхідної ретикулярної системи активації. Структури в таламусі служать «кардіостимулятором». Це забезпечує поширену синхронізацію та ритмічність коркової активності в півкулях головного мозку. Дендритні генератори орієнтовані вертикально і мають два полюси, один відносно негативний, а інший відносно позитивний, які називаються диполем. Диполі - це джерела електричного струму, що складаються з двох зарядів протилежної полярності, розділених відносно невеликими відстанями. Оскільки церебральні потенціали виробляються дендритними генераторами, радіально орієнтованими на поверхню, скальповий електрод зазвичай виявляє лише один кінець генератора в один момент часу. Загалом приблизно 10 см² кори має розряджатися синхронно, щоб сигнал був зафіксованим на ЕЕГ шкіри голови.

Більшість апаратних засобів запису ЕЕГ дозволяють експортувати дані у European Data Format (EDF) для подальшого аналізу. Європейський формат даних — це простий і гнучкий формат для обміну та зберігання багатоканальних біологічних і фізичних сигналів [91].

Для подальшої роботи з отриманим форматом даних на програмному рівні було розроблено алгоритм читання необхідних даних з урахуванням фільтрів та класифікації даних по відповідним каналам. Дана задача вирішена з використанням комбінації Julia бібліотек EDF та OndaEDF. Перша бібліотека дозволяє отримати безпосередній доступ до даних та декодувати їх в обраному форматі. Друга бібліотека дозволяє створити структуру з отриманих даних та виділити лише канали з певних електродів. Також, за допомогою бібліотеки PyMNE було візуалізовано отримані дані з накладанням відповідних фільтрів (рис. 2.11).

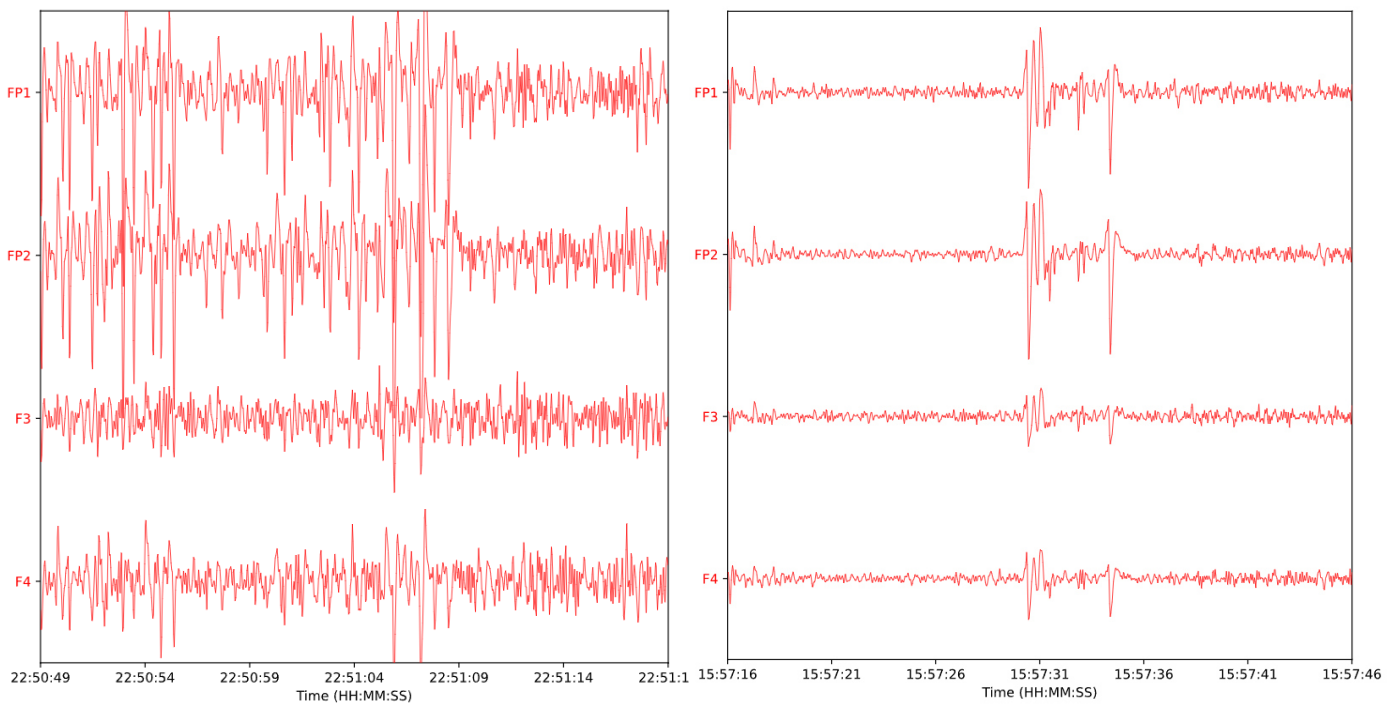


Рис. 2.11: Канали FP1, FP2, F3, F4 обох пацієнтів; зліва – аномальний стан; справа – нормальний стан

Мережа довготривалої короточасної пам'яті, або LSTM, є різновидом рекурентної нейронної мережі. Враховуючи стандартну мережу прямого зв'язку, RNN відрізняється додаванням петель до архітектури. Наприклад, у певному шарі кожен нейрон може передавати свій сигнал пізніше (вбік) на додаток до наступного шару. Періодичні підключення додають стан або пам'ять мережі та дозволяють їй навчатися та використовувати впорядкований характер спостережень у вхідних послідовностях. Додавання послідовності є новим виміром для апроксимованої функції. Замість того, щоб відображати входи лише на виходи, мережа здатна вивчати функцію відображення для входів. Внутрішня пам'ять може означати, що виходи залежать від останнього контексту в послідовності введення, а не від того, що щойно було представлено як вхідні дані для мережі. У певному сенсі ця можливість дає змогу нейронним мережам моделювати часові ряди.

Для різного роду задач використовують певним чином змінену структуру LSTM моделі. В цій роботі розглянуто та використано наступні три інтерпретації:

1. Dual-Stage Attention-Based Recurrent Neural Network (DARNN) – двоступенева мережа з блоком уваги. Починаючи зі структури кодера-декодера, ця модель складається з двох блоків, один називається механізмом уваги введення, інший - механізмом тимчасової уваги [92]. Механізм введення уваги передає вхідні дані в мережу LSTM. У подальших обчисленнях використовується лише його прихований стан, де додаткові мережеві рівні намагаються оцінити важливість різних прихованих змінних. Механізм тимчасової уваги приймає прихований стан мережі кодера та поєднує його з прихованим станом іншого декодера LSTM. Додаткові мережеві рівні знову намагаються оцінити важливість прихованих змінних кодера та декодера разом. Лінійні шари об'єднують результати різних шарів у кінцевий прогноз часового ряду (рис. 2.12-2.13).

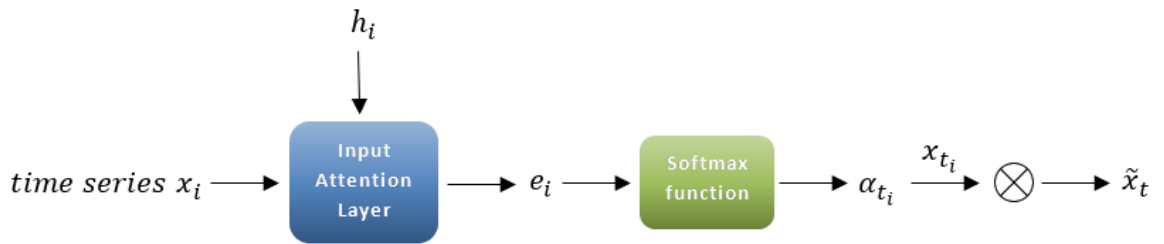


Рис. 2.12: Механізм уваги

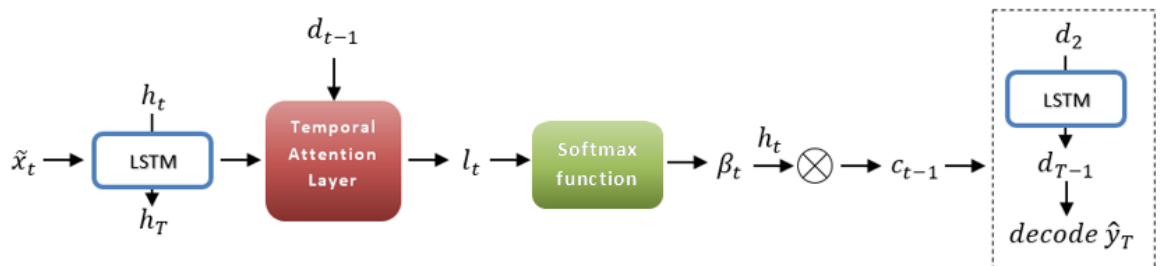


Рис. 2.13: Тимчасовий механізм уваги

2. Long- and Short-term Time-series network (LSTnet) [93]. LSTNet використовує нейронну згорткову мережу (CNN) і рекуррентну нейронну мережу (RNN) для вилучення короткострокових локальних функцій залежності між змінними та виявлення довгострокових функцій для тенденції часового ряду (рис. 2.14).

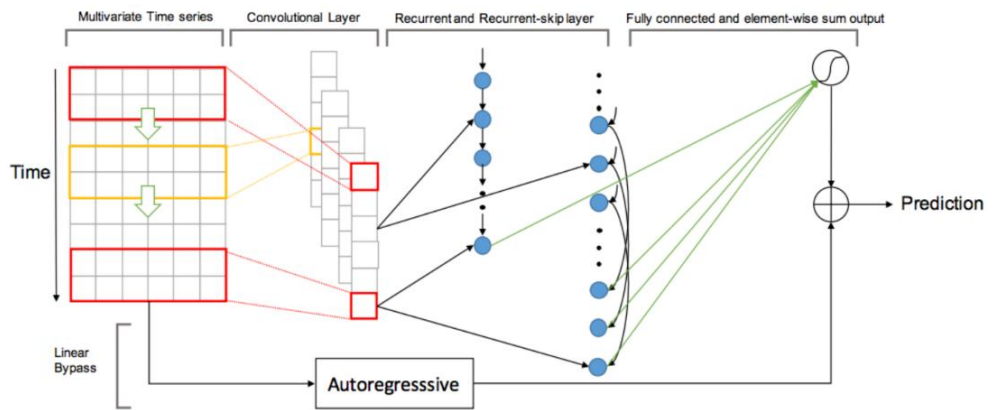


Рис. 2.14: Структура LSTnet моделі

3. Temporal Pattern Attention LSTM (TPA-LSTM) [94], [95]. Має кращу продуктивність, ніж LSTnet, з додатковою перевагою в тому, що механізм уваги автоматично намагається визначити важливі частини часового ряду, замість того, щоб вводити параметри, які повинні бути оптимізовані користувачем (рис. 2.15).

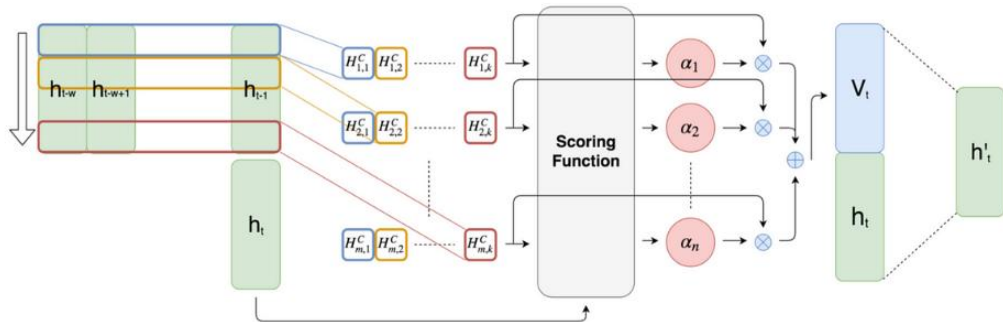


Рис. 2.15: Структура TPA-LSTM

2.2.2 Нейромержеве моделювання

Кожна ітерація навчання нейромереж передбачає додавання вузла прихованого рівня j із вхідним вектором ваги $W(j)$, рівним вхідному вектору - екземпляру навчання, що мінімізує помилку. Навчання припиняється, коли виконується будь-яка з двох умов:

1) стохастичне стаціонарне вкладення знижується до граничного значення конвергенції, визначеного чисельним експериментом, щоб збалансувати помилки навчання та тестування та уникнути перетренованості;

2) кількість вузлів стає рівною кількості екземплярів навчання. Для даних ЕЕГ, використаних у цьому дослідженні, було отримано граничне значення конвергенції 0,001.

Продемонструємо роботу кожної із запропонованих моделей на даних обох пацієнтів з однаковими початковими параметрами та наведемо порівняльну характеристику.

Для DARNN моделі використовується мініпакетний стохастичний градієнтний спуск разом з оптимізатором Adam для навчання моделі. Розмір міні-пакета становить 128 (рис. 2.16-2.17). Швидкість навчання починається з 0,001 і зменшується на 10% після кожних 10 000 ітерацій. Дана модель є гладкою та диференційованою, тому параметри можна дізнатися за допомогою стандартного зворотного розповсюдження із середньоквадратичною помилкою як цільовою функцією. У DARNN є три параметри, кількість часових кроків у вікні (poollength), розмір прихованих станів для кодера (encodersize) і розмір прихованих станів для декодера (decodersize). Для найкращої продуктивності $poollength = 10$, $encodersize = decodersize = 16$.

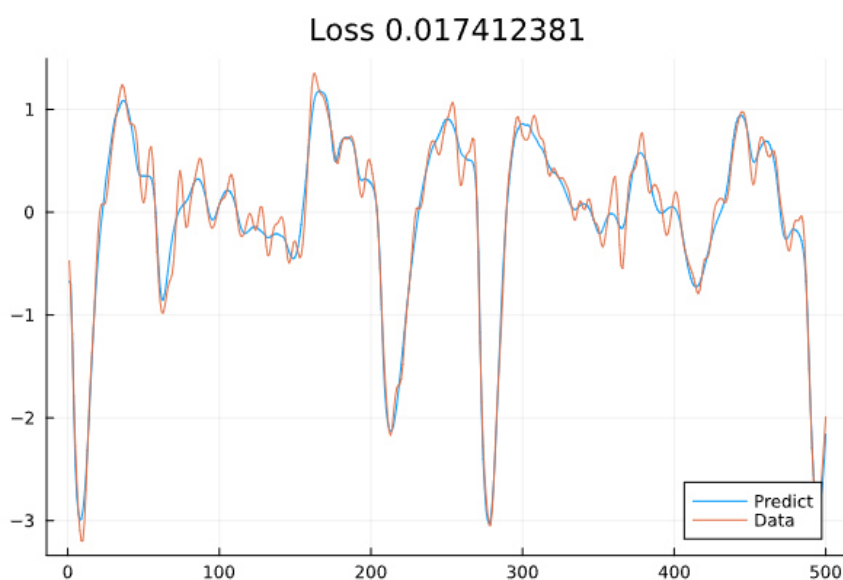


Рис. 2.16: DARNN модель для аномального ЕЕГ

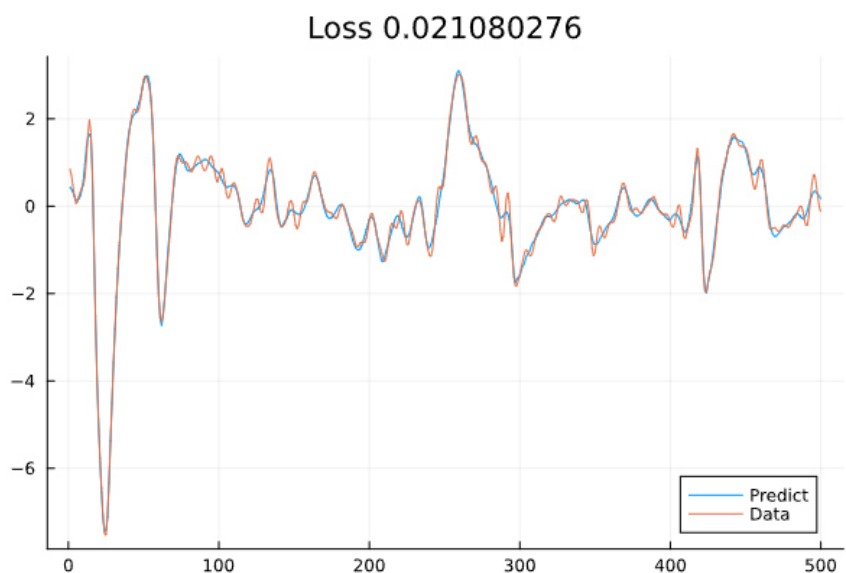


Рис. 2.17: DARNN модель для нормального ЕЕГ

Для LSTMnet мережі необхідно обрати розмір прихованого згорткового шару (convlayer) та рекурентного (reclayer) для досягнення максимальної продуктивності моделі (рис. 2.18-2.19). З проведених досліджень було виведено найбільш ефективні значення даних параметрів convlayer = 50, reclayer = 100 для відповідного значення рівня рекурентного пропуску (recurrent-skip = 24).

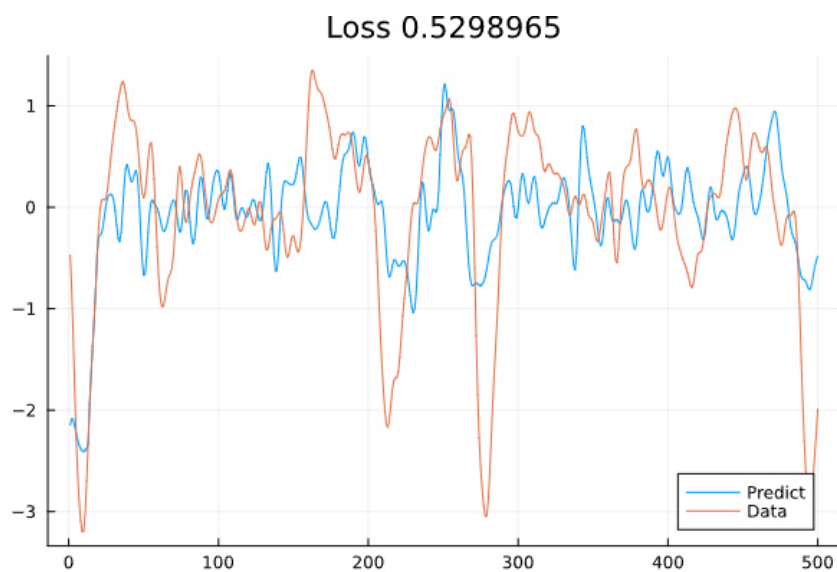


Рис. 2.18: LSTMnet модель для аномального ЕЕГ



Рис. 2.19: LSTnet модель для нормального EEG

Для TPA-LSTM моделі було проведено пошук по сітці оптимальних параметрів і обрано розмір вікна рівний 24, діапазон для кількості прихованих одиниць – 30, діапазон кроку експоненціального зниження швидкості навчання обрано за 500 (рис. 2.20-2.21).

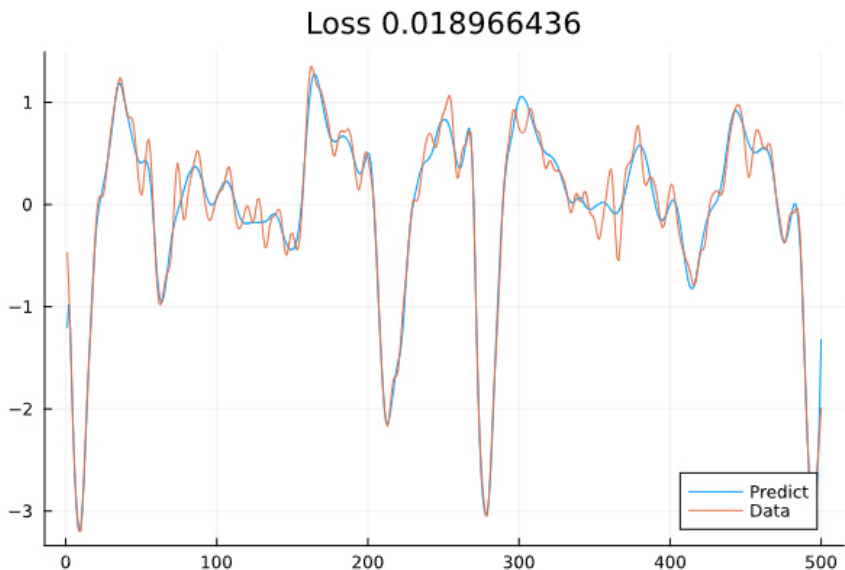


Рис. 2.20: TPA-LSTM модель для аномального EEG

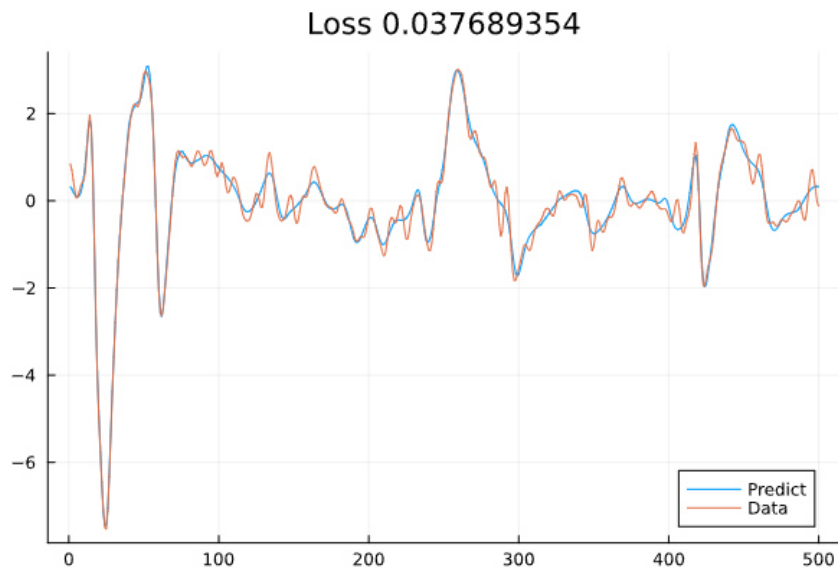


Рис. 2.21: TPA-LSTM модель для нормального ЕЕГ

Порівняльну характеристику результатів моделювання та навчання використаних нейромереж відносно показників їх функцій втрат можна побачити в підсумковій Таблиці 2.1.

Model	Loss function		Time
	normal	abnormal	
DARNN	0,02108	0,01741	$\approx 1,4 \text{ sec/step}$
LSTnet	0,2557	0,5299	$\approx 0,9 \text{ sec/step}$
TPA-LSTM	0,03769	0,01897	$\approx 18 \text{ sec/step}$

Табл. 2.1: Порівняння точності моделей

Можна відмітити, що використання DARNN та TPA-LSTM моделей мають найменше значення помилки та відхилення від заданого часового ряду даних та майже не залежить від стану пацієнта. Однак, якщо порівняти часовий простір, то TPA-LSTM модель прогнозування набагато програє всім іншим представленим моделям. Тому, оптимально використовувати саме DARNN підхід для моделювання даних ЕЕГ та подальшого прогнозування.

2.3 Порівняльний аналіз та моделювання

Основною метою даного розділу є створення обчислювальної моделі, яка інтегрує клітинні процеси на різних просторових рівнях і встановлює чіткі кореляції з емпіричними даними ЕЕГ.

Модель представляється у вигляді набору рівнянь, що описують відносини між змінними. Примітно, що існують моделі для різних просторових масштабів [96] – [98], починаючи від одноклітинної імпульсної активності і закінчуючи макроскопічними коливаннями. Рівняння використовуються для моделювання змін кожної змінної в часі або, в деяких випадках, для пошуку аналітичних рішень взаємозалежностей між змінними. На динаміку отриманого часового ряду впливає набір параметрів, які можуть бути розраховані на основі наявних даних (наприклад, модель, що імітує збудження певного типу нейронів, може включати постійну часу, визначену з експериментів на гризунах) або систематично модифікувати в дослідницьких цілях. Основне завдання полягає в створенні часових рядів, які можна порівняти з емпіричними даними.

Велике значення має клінічне застосування патернів ЕЕГ. Психіатричні та неврологічні розлади вражають все більшу частку населення, включаючи як пацієнтів, так і осіб, які доглядають за ними, спричиняючи величезні економічні та гуманітарні витрати для систем охорони здоров'я в усьому світі [99]. Однією з основних перешкод на шляху покращення догляду за пацієнтами є відсутність індивідуальної діагностики, прогнозу та планування лікування [100]. Обчислювальні моделі можуть бути адаптовані до індивідуальних характеристик шляхом коригування параметрів відповідно до конкретних даних (шляхом безпосереднього встановлення вимірюваних параметрів або шляхом пошуку значень, які відповідають часовим рядам записаним даним). Оптимізовані параметри можуть бути пов'язані з клінічними маркерами, симптомами та поведінкою, що дозволяє, наприклад, диференціювати патології. Використання персоналізованих моделей надає додаткові діагностичні можливості у вигляді моделювання параметрів і результатів, істотно допомагаючи клініцистам в діагностиці та плануванні лікування.

2.3.1 FHN модель

Модель ФітцХью - Нагумо (FHN) була розроблена на початку 1960-х років як спрощена версія більш складної моделі Ходжкіна-Хакслі. У 1961 році Річард

ФіццХ'ю запропонував математичне спрощення, яке зберегло ключові якісні властивості нейронної динаміки, але значно зменшило обчислювальну складність. Незалежно від нього, Джінічі Нагумо і його колеги в 1962 році створили електронну схему, яка реалізувала ці рівняння.

Модель ФіццХ'ю-Нагумо описує динаміку потенціалу мембрани нейронів і змінної відновлення за допомогою системи двох диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = V - \frac{V^3}{3} - W \\ \frac{dW}{dt} = \epsilon(V + a - bW) \end{cases}, \quad (2.1)$$

де V являє собою мембранний потенціал, W - змінна відновлення, ϵ , a , b - параметри моделі. Параметр ϵ відображає різницю в часових масштабах потенційної динаміки і змінної відновлення, в той час як a і b впливають на біфуркаційні властивості системи.

Модель демонструє важливі біофізичні властивості, включаючи порогове збудження, генерацію потенціалу дії «все або нічого», рефрактерний період і різні динамічні моди, що виникають внаслідок біфуркації параметрів.

2.3.2 Система Лоренца

Система Лоренца, розроблена метеорологом Едвардом Лоренцем в 1963 році при вивченні конвекції атмосфери, є класичною тривимірною системою нелінійних диференціальних рівнянь, яка стала фундаментальним внеском у розвиток теорії хаосу і нелінійної динаміки.

Система Лоренца описується наступними рівняннями:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \sigma(Y - X) \\ \frac{dY}{dt} = X(\rho - Z) - Y, \\ \frac{dZ}{dt} = XY - \beta Z \end{cases} \quad (2.2)$$

де X , Y та Z — змінні стану, σ , ρ і β – параметри системи. Ця система демонструє хаотичну поведінку при певних значеннях параметрів, зокрема,

класичних значеннях $\sigma = 10$, $\rho = 28$ та $\beta = \frac{8}{3}$ які призвели до формування атрактора Лоренца.

Ключовим відкриттям Лоренца стала демонстрація детерміністичного хаосу - явища, в якому мінімальні відмінності в початкових умовах призводять до радикально різних траєкторій з плином часу, що революціонізувало розуміння передбачуваності динамічних систем і встановило фундаментальні обмеження довгострокових прогнозів.

2.3.3 Комбінація FHN моделі та моделі Лоренца

Ми інтегруємо модель FHN і систему Лоренца в єдину гібридну модель. Для системи з кришкою N нейронів модель описується системою з $2N + 3$ диференціальні рівняння:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_i}{dt} = V_i - \frac{V_i^3}{3} - W_i + I_{EEG}(t) + g_{syn} \sum_{j=1}^N W_{ij} V_j, \quad i = \overline{(1, N)} \\ \frac{dW_i}{dt} = \epsilon(V_i + a - bW_i), \quad i = \overline{(1, N)} \\ \frac{dX}{dt} = \sigma(Y - X) \\ \frac{dY}{dt} = X(\rho - Z) - Y \\ \frac{dZ}{dt} = XY - \beta Z \end{array} \right. , \quad (2.3)$$

де $I_{EEG}(t)$ - інтерпольований реальний сигнал ЕЕГ або згенерований вхідний шум, g_{syn} - міцність синаптичного зв'язку, W_{ij} — матриця зв'язків між нейронами. При цьому, змінні X, Y, Z з системи Лоренца модулюють параметри нейронної мережі у вигляді $I_{EEG}(t) = f(X, Y, Z)$ – вхідний хаотичний сигнал, $g_{syn} = g(X, Y, Z)$ – хаотична модуляція синаптичних зв'язків.

Синтетичний сигнал ЕЕГ генерується у вигляді зваженої суми потенціалів мембрани нейронів з додаванням високочастотних компонентів:

$$EEG(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i V_i(t) + \eta(t), \quad (2.4)$$

де α_i - вагові коефіцієнти для кожного нейрона, $\eta(t)$ - високочастотний шум, що забезпечує реалістичні характеристики сигналу. Додатково застосовується смугова фільтрація в діапазоні 0,5-40 Гц, що відповідає стандартним частотам ЕЕГ.

Для подальшого ефективного навчання нейронних мереж з сигналу ЕЕГ витягується набір часових і частотних характеристик: середнє значення, стандартне відхилення, перекіс, куртоз (ступінь концентрації), максимальне і мінімальне значення, медіана, медіана абсолютного відхилення, дисперсія, потужність в ключових частотних діапазонах, відносна потужність, коефіцієнт потужності, показники ентропії.

Для прогнозування оптимальних параметрів моделі використовується нейронна мережа прямого зв'язку з наступною архітектурою:

- Вхідний шар: розмірність відповідає кількості ознак;
- Два прихованих шару з 20 і 10 нейронами відповідно;
- Вихідний шар: 7 нейронів, що відповідають параметрам моделі;
- Функція активації: гіперболічний тангенс;
- Алгоритм навчання: Левенберг-Марквардт.

Перед тренуванням нормують входи для забезпечення кращої продуктивності.

2.3.4 Програмна реалізація моделей та моделювання

Програмна реалізація гібридної моделі FHNL, розробленої в MATLAB, являє собою комплексний інструментарій, який інтегрує чисельне рішення системи диференціальних рівнянь з використанням методу Рунге-Кутта четвертого або п'ятого порядку (ODE45) з механізмами оптимізації параметрів на основі машинного навчання та інтерактивним графічним інтерфейсом. Ядро системи складається з функцій моделювання нейронної динаміки, розрахунку похибки між реальними та змодельованими сигналами ЕЕГ, а також генерації синтетичних даних ЕЕГ, доповнених компонентами для роботи з нейронними мережами, включаючи вилучення часових та частотних характеристик з сигналів

ЕЕГ, автоматичну генерацію навчальних наборів даних, навчання нейронної мережі та прогнозування оптимальних параметрів моделі (рис. 2.22).

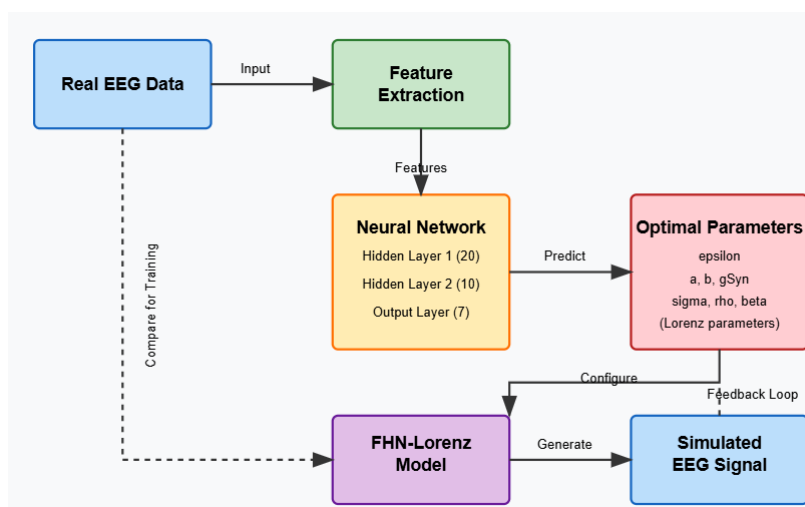


Рис. 2.22: Структура реалізації програми

Інтуїтивно зрозумілий графічний інтерфейс (рис. 2.23) забезпечує інтерактивне керування параметрами моделі за допомогою повзунків, візуалізацію в режимі реального часу реальних та змодельованих сигналів ЕЕГ, нейронної активності та атрактора Лоренца, а також надає функціональні можливості для завантаження даних ЕЕГ у різних форматах (CSV, MAT, EDF), навчання нейронної мережі та експорту результатів, демонструючи ефективне поєднання обчислювальної нейронауки, методів машинного навчання, та інтерактивна візуалізація в єдиному програмному рішенні для дослідників та клініцистів [121].

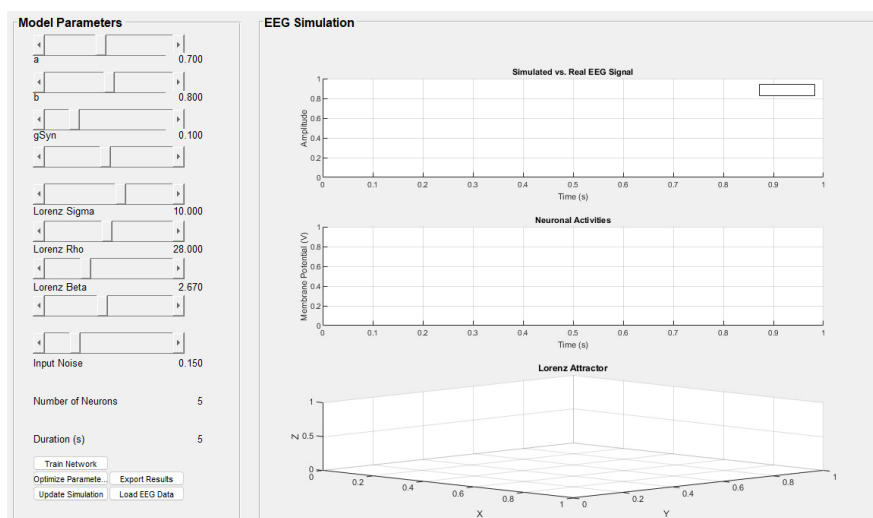


Рис. 2.23: Графічний інтерфейс з інтерактивними елементами для моделювання ЕЕГ

Для демонстрації результатів моделювання було визначено параметри різних сценаріїв ЕЕГ та синтезовано відповідну модель (рис. 2.24).

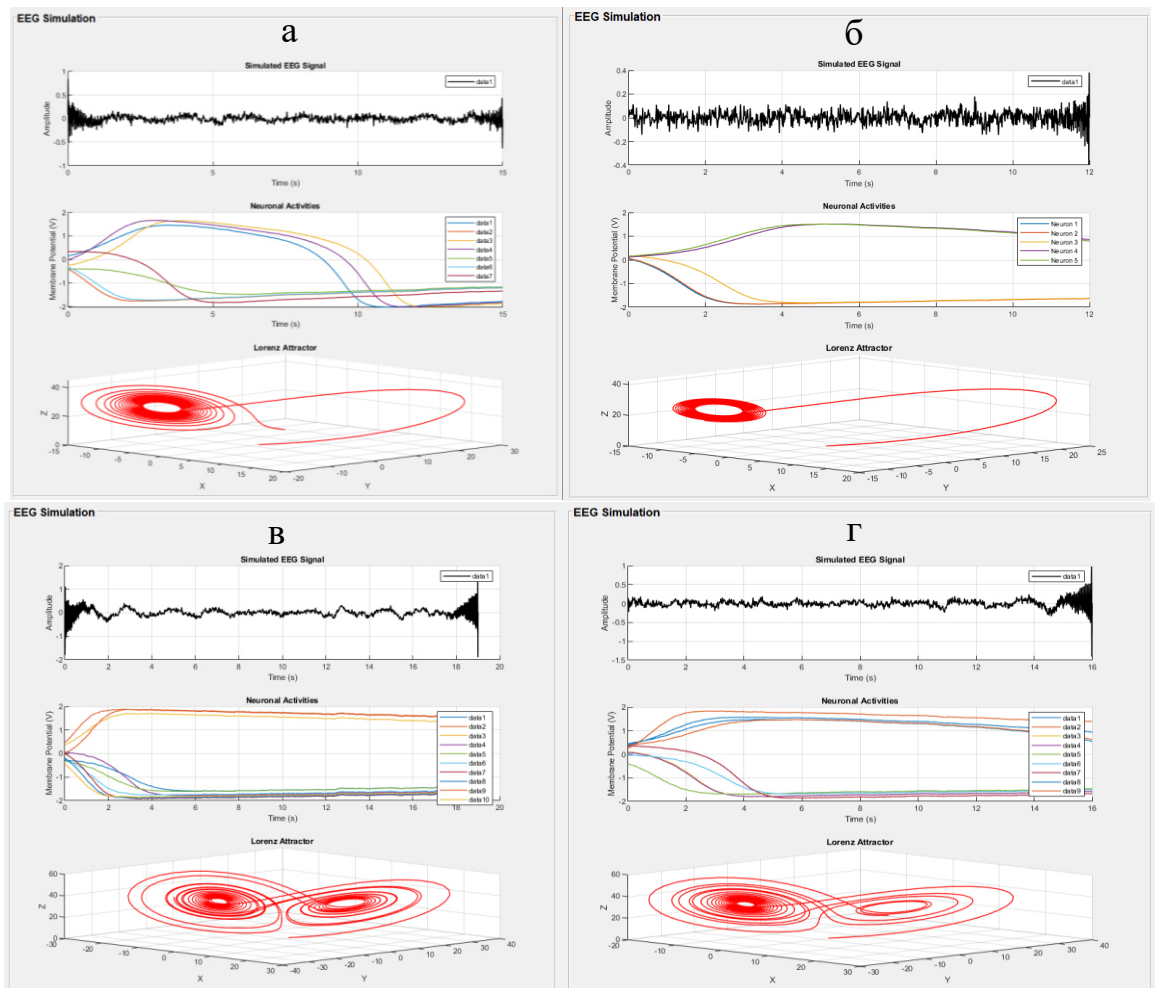


Рис. 2.24: (а) тривожна когнітивна обробка $\epsilon = 0.1$, $a = 0.75$, $b = 0.85$, $g_{syn} = 0.15$, $\sigma = 10$, $\rho = 30.0$, $\beta = 2.667$; (б) сонливий стан, $\epsilon = 0.05$, $a = 0.6$, $b = 0.7$, $g_{syn} = 0.09$, $\sigma = 9.5$, $\rho = 25.0$, $\beta = 2.5$; (в) первинний епілептичний напад $\epsilon = 0.02$, $a = 0.4$, $b = 0.6$, $g_{syn} = 0.3$, $\sigma = 10$, $\rho = 35.0$, $\beta = 3$; (г) абсанс $\epsilon = 0.03$, $a = 0.45$, $b = 0.65$, $g_{syn} = 0.25$, $\sigma = 10$, $\rho = 32.0$, $\beta = 2.9$

У представленому скрипті MATLAB реалізована комплексна система обробки та аналізу реальних електроенцефалографічних даних з використанням інтегрованої обчислювальної моделі. Після чого амплітуда сигналу нормалізується для забезпечення стабільності моделювання, а завантажені дані зберігаються у вигляді часового ряду з відповідною частотою дискретизації (рис. 2.25).

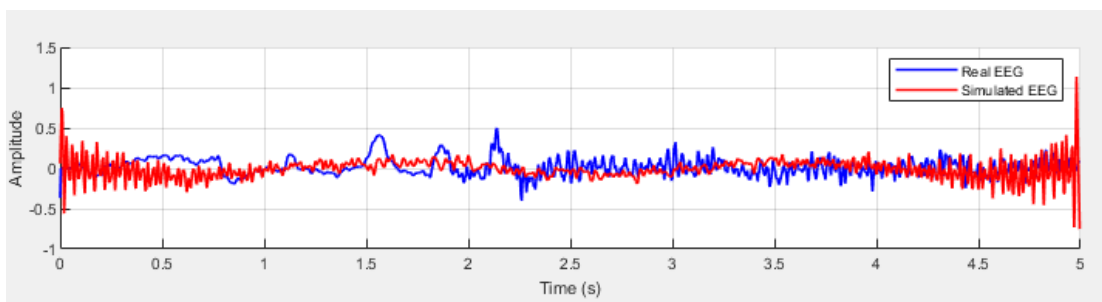


Рис. 2.25: Завантажені дані в порівнянні з синтетичним сигналом без оптимізації параметрів

Далі проводиться комплексний аналіз сигналу ЕЕГ, що витягує значущі характеристики як в часовій області (середнє значення, стандартне відхилення, дисперсія, переки́с, курто́з, максимальні і мінімальні значення, діапазон сигналу, медіана, міжквартильний діапазон, медіана абсолютного відхилення), так і в частотній області (потужність в ключових діапазонах ЕЕГ: дельта, тета, альфа, бета, гамма; відносна потужність в кожному діапазоні; співвідношення потужностей між різними діапазонами), а також нелінійні характеристики, такі як наближена ентропія для виявлення складності та регулярності сигналу.

Для оптимізації параметрів моделі використовується нейронна мережа прямого зв'язку (рис. 2.26), яка має багат шарову архітектуру з двома прихованими шарами (20 і 10 нейронів відповідно), нормалізацією вхідних характеристик і вихідних параметрів, максимальним числом навчальних епох 1000, мінімальним градієнтом $1e-7$, максимальним числом прогонів валідації без поліпшення 20, і розподіл даних 70% для навчання, 15% для валідації, 15% для тестування. Процес генерації навчальних даних для нейронної мережі розбиває вхідні дані ЕЕГ на окремі сегменти, для кожного сегмента генеруються випадкові комбінації параметрів моделі в певних діапазонах, створює модель з реальним ЕЕГ в якості вхідного сигналу, обчислює середню квадратичну похибку між модельованою і реальною ЕЕГ, створює пари "характеристики ЕЕГ - оптимальні параметри" для навчання нейронної мережі, і дублює найкращі параметри в наборі даних для підвищення їх значущості.

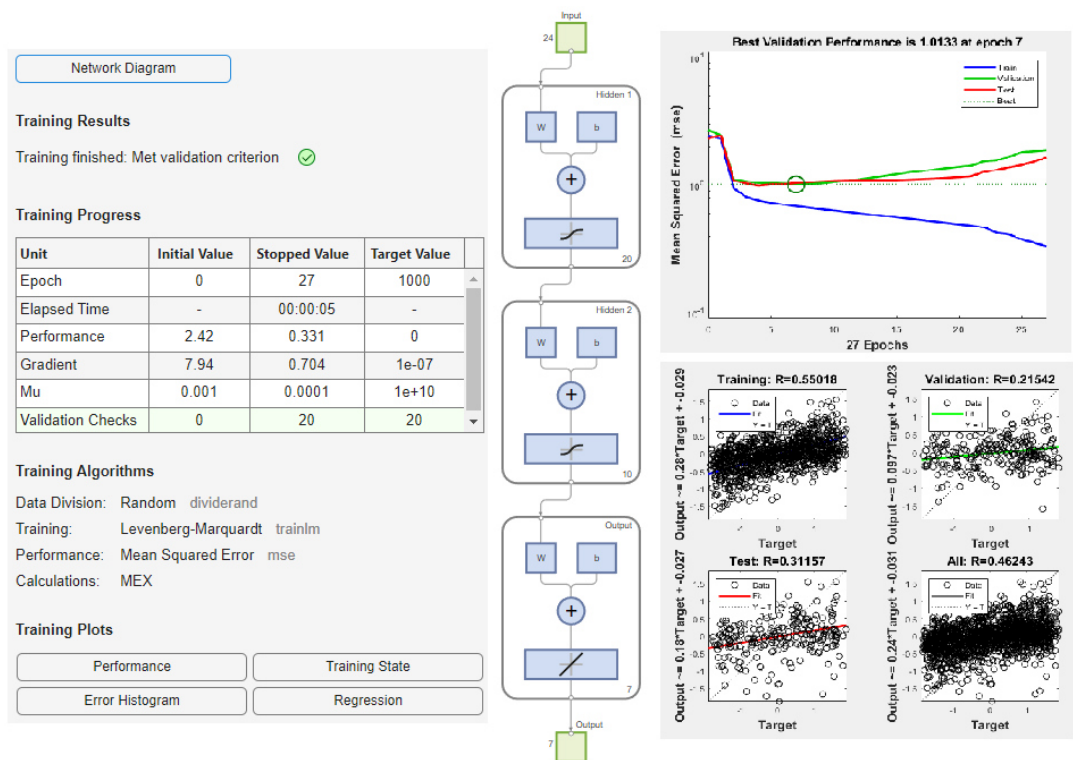


Рис. 2.26: Структура нейронної мережі

Наступним кроком є використання навченої нейронної мережі для прогнозування оптимальних параметрів моделі на основі характеристик нового сигналу ЕЕГ шляхом вилучення характеристик, нормалізації цих характеристик за допомогою параметрів, що зберігаються під час навчання, проходження нормованих характеристик через нейронну мережу, денормування вихідних параметрів для отримання реальних значень та генерації структури з оптимальними параметрами моделі. Нейронна мережа оптимізує сім ключових параметрів моделі FHNL: ϵ , a та b (визначають динаміку нейрона), g_{syn} (сила синаптичного зв'язку між нейронами), та σ , ρ , β (параметри системи Лоренца, що визначають хаотичність динаміки). Після оптимізації параметрів система виконує моделювання з оптимізованими параметрами та оцінює якість моделювання через середню квадратичну похибку між реальною та змодельованою ЕЕГ, коефіцієнт кореляції та візуальне порівняння на графіках, що дозволяє експортувати результати моделювання, параметри моделі та метрики якості для подальшого аналізу та використання (рис. 2.27).

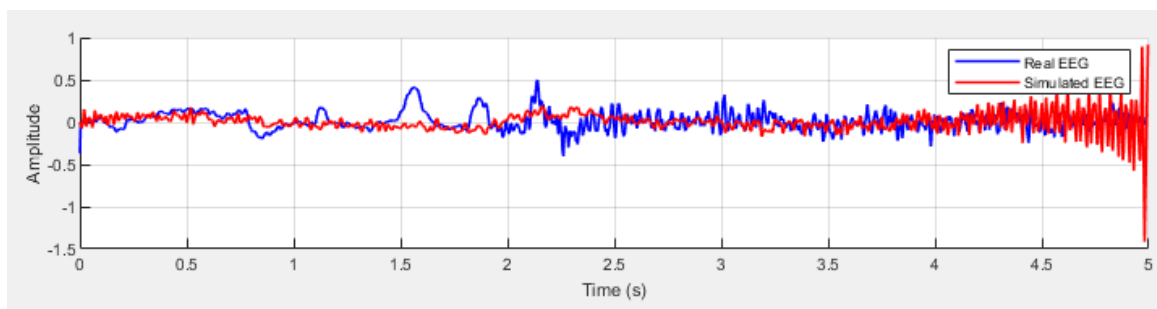


Рис. 2.27: Завантажені дані з синтетичним сигналом після оптимізації параметрів, $\epsilon = 0.396$, $a = 0.899$, $b = 0.1$, $g_{syn} = 0.094$, $\sigma = 20$, $\rho = 10$, $\beta = 5$

Таким чином, представлений скрипт реалізує повний цикл обробки даних ЕЕГ від завантаження до оптимізованого моделювання з використанням неймережових технологій для автоматичного вибору оптимальних параметрів моделі FHNL, що дозволяє ефективно моделювати нейронну активність і відтворювати реальні сигнали ЕЕГ з певною точністю і відповідністю вихідним даним.

2.4 Моделювання засобами диференціального числення

Для точного передбачення поведінки природних систем необхідні математичні рівняння, які описують взаємозв'язки між їхніми змінними в часі. Часто такі системи моделюються за допомогою звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР), оскільки вони надають структуру для аналізу постійних змін у природних системах. Проте традиційні методи моделювання з використанням ДР можуть бути складними через взаємодію багатьох змінних. Останнім часом нейронні мережі стали популярним інструментом для моделювання динаміки природних систем на основі експериментальних даних. Проте такі моделі часто є дискретними і можуть не ідеально відображати неперервний характер динаміки, що ускладнює моделювання складних взаємодій між змінними в природних системах, які, як правило, є неперервними.

ЗДР формують архітектуру нейронних мереж, в яку вводять концепцію знаходження та коригування розв'язку (параметрів майбутньої неймережі) ЗДР за допомогою даних. Для передбачення вирішується початкова задача. Деякі природні системи, які були змодельовані за допомогою нейронних мереж,

описані в науковій літературі [102]. Наприклад, деякі дослідники використовували нейронні мережі для обробки даних ЕЕГ з подальшою класифікацією [103] та показали їхню ефективність у моделюванні складних процесів. У інших дослідженнях нейронні мережі використовувались для імітації ритмів у кортикальній області і продемонстрували високу точність в моделюванні цього процесу, що може бути корисним для медичного догляду за пацієнтами.

Багато природних систем мають математичні обмеження, які виражають їхні закони. Однак при створенні математичних моделей для таких систем може виникнути складність через нелінійні взаємозв'язки між змінними, що ускладнює моделювання і може призвести до неточних прогнозів. Нейронні мережі часто розглядаються як "чорні ящики", оскільки вони складні і не завжди зрозуміло, як вони використовують навчальні дані для прогнозування, то виникає питання щодо їх інтерпретації та надійності. Ця недостатня прозорість може викликати сумнів у науковій спільноті, оскільки немає гарантії, що моделі на основі нейронних мереж дотримуються основних законів, які лежать в основі цих природних систем.

Включення попередніх знань у нейронні мережі може зменшити потребу в великих обсягах навчальних даних, поліпшити узагальнення, точність передбачення та знизити ризик перебудови. У науковій літературі було запропоновано декілька стратегій для включення попередніх знань у нейронні мережі. Однією з популярних практик є використання попередньо заданої системи ЗДР, яка вивчає часову послідовність даних для формування вагових коефіцієнтів майбутньої нейронної мережі. Саме така практика застосована в даній роботі, як функціональний механізм оптимізації та налаштування нейронної мережі отримувати більш точнішу інформацію стосовно зміни часового ряду. Застосовується наступна система ЗДР:

$$\dot{x}_i(t) = \frac{a_{i0} + a_{i1}x_i + \dots + a_{in}x_n}{1 - \vartheta * \cos(x_i)}; i = 1, \dots, n. \quad (2.5)$$

При вивченні динамічних процесів, як правило, лише кілька змінних, що описують процес, доступні для безпосереднього вимірювання. Решта змінних (прихованих) недоступні для спостереження. Це породжує проблему реконструкції цих неспостережуваних змінних з відомих спостережуваних змінних. Першим кроком до вирішення цієї проблеми є встановлення мінімальної кількості всіх змінних (вимірюваних і прихованих), від яких залежить динамічний процес.

У статтях [89, 112] було показано, що для часових рядів, отриманих за допомогою ЕЕГ, розмірність простору вкладення становить $n = 5$. Це означає, що окрім вимірюваної змінної, необхідно також відновити 4 приховані змінні. Тому далі запроваджена процедура моделювання лише для 5D-системи. В подальшому буде використовуватися інтерпретація системи (2.5) наступного вигляду:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \frac{0 + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}u + a_{15}w}{1 - \vartheta * \cos(x)}, \\ \dot{y}(t) = \frac{-a_{12}x + 0 + a_{23}z + a_{24}u + a_{25}w}{1 - \vartheta * \cos(y)}, \\ \dot{z}(t) = \frac{-a_{13}x - a_{23}y + 0 + a_{34}u + a_{35}w}{1 - \vartheta * \cos(z)}, \\ \dot{u}(t) = \frac{-a_{14}x - a_{24}y - a_{34}z + 0 + a_{45}w}{1 - \vartheta * \cos(u)}, \\ \dot{w}(t) = \frac{-a_{15}x - a_{25}y - a_{35}z - a_{45}u + 0}{1 - \vartheta * \cos(w)}, \end{cases} \quad (2.6)$$

де матриця $A = \{a_{ij}\}$ - антисиметрична, параметр $\vartheta (0 \leq |\vartheta| < 1)$ заданий (в системі (2.6) маємо 10 невідомих параметрів).

Основним викликом є визначення параметрів алгоритму для попереднього введення вагових коефіцієнтів, які регулюють баланс між функцією поширення заряду від зонального покриття мозку та штучними періодичними процесами, що вимагає обережного налаштування. Для подолання цієї проблеми була проведена експериментальна практика дослідження над формуванням вагових параметрів та їх прикладної складової до реальних даних.

2.4.1 Алгоритм пошуку параметрів вагової матриці

У вхідний канал подається часовий ряд $x(t_i) = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, де $x_i \in \mathbb{R}$ який включає N послідовних значень електричних імпульсів знятих з шапки ЕЕГ. Ця послідовність розділяється на п'ять окремих часових рядів з урахуванням встановленого значення зміщення (τ), яке вказує на різницю початкових точок сімейства траєкторій.

Отримуємо п'ять часових рядів $x(t_i), y(t_i) = x(t_i + \tau), z(t_i) = x(t_i + 2\tau), u(t_i) = x(t_i + 3\tau)$ і $w(t_i) = x(t_i + 4\tau)$, що відображають динаміку даних з різними часовими затримками. Після цього визначається параметр синергії μ для системи диференціальних рівнянь (2.6), який впливає на процес ітерації та допомагає уникнути сингулярностей у алгоритмі. Цей параметр відіграє важливу роль у збіжності та точності обчислень. Саме пошук алгоритму оптимізації або попередньої обробки та пошуку даного параметру є передумовою адекватного кінцевого результату.

Для підготовки даних до подальших кроків обчислюються числові похідні для кожного з часових рядів, що дозволяє враховувати зміни в значеннях відносно часу та підготувати дані для подальшого аналізу:

$$D_x = \frac{1}{\Delta t} \begin{pmatrix} x_1 - x_0 \\ x_2 - x_1 \\ \dots \\ x_N - x_{N-1} \end{pmatrix}, \dots, D_w = \frac{1}{\Delta t} \begin{pmatrix} w_1 - w_0 \\ w_2 - w_1 \\ \dots \\ w_N - w_{N-1} \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} D_x \\ \dots \\ D_w \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

де $D_x \in \mathbb{R}^N, D_y \in \mathbb{R}^N, \dots, D_w \in \mathbb{R}^N, D \in \mathbb{R}^{5N}$, потім в алгоритм вводиться вектор невідомих параметрів $P = (a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{15}, a_{23}, a_{24}, a_{25}, a_{34}, a_{35}, a_{45})^T$, що включає 10 компонентів, які мають бути оптимізовані під час ітераційного процесу.

Обчислюється матриця Якобі H , в якій враховують вплив параметрів на вихідні дані для кожного з п'яти часових рядів системи (2.6).

Введемо позначення $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T, \dots, \mathbf{w} = (w_1, \dots, w_N)^T$,

$$T = \begin{pmatrix} \text{diag}(I_N - \vartheta * \cos(\mathbf{x}))^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \text{diag}(I_N - \vartheta * \cos(\mathbf{w}))^{-1} \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

$$J_1 = T * \begin{pmatrix} \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{u} & \mathbf{w} \\ -\mathbf{x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mathbf{x} \end{pmatrix}, J_2 = T * \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{z} & \mathbf{u} & \mathbf{w} \\ -\mathbf{y} & 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{y} & 0 \\ 0 & 0 & -\mathbf{y} \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

$$J_3 = T * \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{u} & \mathbf{w} \\ -\mathbf{z} & 0 \\ 0 & -\mathbf{z} \end{pmatrix}, J_4 = T * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{w} \\ -\mathbf{u} \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

$$H = (J_1, J_2, J_3, J_4) \in \mathbb{R}^{5N \times 10}. \quad (2.11)$$

Починається глобальний ітераційний процес, під час якого початкові наближення параметрів P обчислюються на основі вектора похибок та матриці Якобі:

$$P = (H^T \cdot H + \mu \cdot I_{10})^{-1} \cdot H^T \cdot D, \mu \geq 0. \quad (2.12)$$

Потім виконується аналіз похибок, і якщо вони не відповідають певним критеріям, то методом найменших квадратів оновлюються параметри P . Цей процес повторюється протягом заданої кількості ітерацій.

Завершальний крок - оцінка параметрів P , які використовуватимуться для подальших обчислень або передбачень на основі вхідних часових рядів. Цей алгоритм дозволяє налаштувати параметри моделі (2.6) на основі вхідних даних та покращити їх придатність для аналізу чи передбачень.

Отримані параметри P використовуються для створення вагових матриць для LSTM-мережі в середовищі Matlab.

2.4.2 Нейронна мережа

На основі параметрів P формується антисиметрична матриця, яка відображає зв'язки між вхідними та прихованими шарами нейронів і є ключовою складовою структури LSTM.

Отримана антисиметрична матриця P перетворюється в вагові матриці LSTM (input weight) з врахуванням архітектурних особливостей LSTM та їх розмірів. На основі вагових матриць створюється архітектура нейронної мережі LSTM в Matlab, включаючи визначення кількості шарів, кількості нейронів у кожному шарі, функції активації та інші параметри, що визначають поведінку мережі.

Після ініціалізації вагових матриць та створення LSTM-мережі, можна розпочати навчання мережі на вхідних даних або використовувати її для різних завдань, таких як передбачення часових рядів або аналізу даних.

2.4.3 Алгоритм об'єднання ЗДР та LSTM

У цьому дослідженні було розроблено та реалізовано алгоритм визначення та формування вагових коефіцієнтів, а також нейронну мережу для досягнення цілей з прогнозування. Розробка була проведена в середовищі MATLAB 2020a, і подробиці її реалізації можна знайти у додатку. Нижче зображена блок-схема (рис. 2.28), яка відображає основний процес роботи розробленого алгоритму та нейронної мережі.

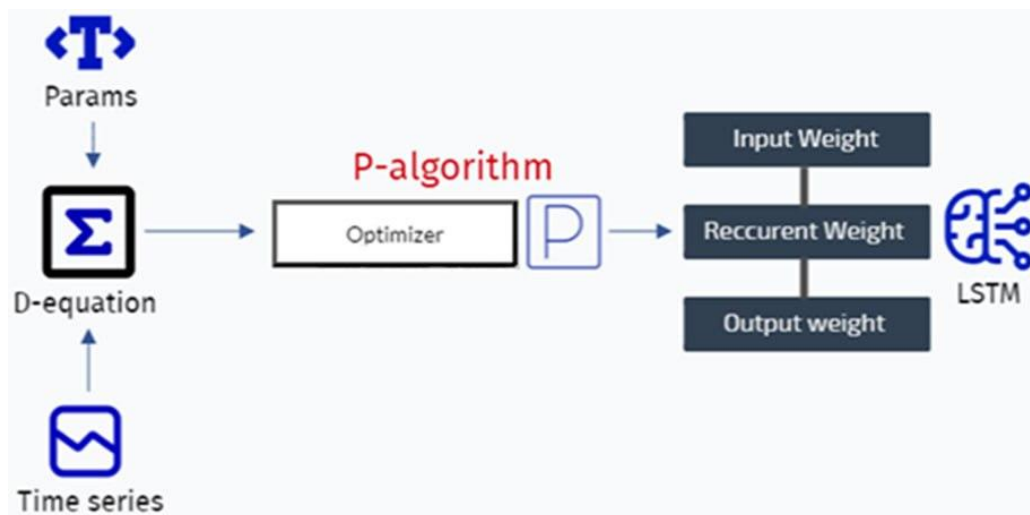


Рис. 2.28: Блок-схема загального алгоритму обробки даних EEG

Зокрема, було зосереджено увагу на розробці нейромережі з використанням Long Short-Term Memory (LSTM) шару [87]. LSTM є потужним інструментом для обробки послідовних даних, і він демонструє найбільш точніші результати прогнозування після правильної підготовки вхідних

параметрів, оскільки має здатність враховувати та аналізувати довготривалі залежності в послідовних даних. LSTM шар здатний зберігати та використовувати інформацію з попередніх часових кроків, що дозволяє нейронній мережі ефективно моделювати та прогнозувати складні послідовності.

LSTM є різновидом рекурентних нейронних мереж (RNN), призначених для моделювання послідовних даних. Ця архітектура була спеціально створена для розв'язання проблеми зникання градієнту, яка часто виникає в звичайних RNN. Основними характеристиками LSTM є здатність зберігати та використовувати інформацію з попередніх часових кроків, контрольоване забування та завдання вагових коефіцієнтів для керування потоком інформації.

LSTM складається з наступних основних компонентів:

- Клітинний стан (Cell State) - це основна пам'ять LSTM. Він дозволяє нейронній мережі зберігати та передавати інформацію на протязі багатьох часових кроків. Ця пам'ять контролюється ваговими коефіцієнтами інтерфейсу, які визначають, яка інформація повинна бути забута або збережена.
- Вхідний шар (Input Gate) - цей вхід вирішує, яка інформація повинна бути оновлена у клітинному стані. Він активується шляхом вагового множення вхідних даних та попереднього стану.
- Вихідний шар (Output Gate) - визначає, яка інформація з клітинного стану повинна виходити. Він також регулюється ваговими коефіцієнтами та внутрішнім станом моделі.
- Шар забуття (Forget Gate) - дозволяє LSTM вирішити, яка інформація повинна бути забута з клітинного стану на підставі поточних вхідних даних та попереднього стану.
- Внутрішні ваги (Internal Weights) - внутрішні вагові коефіцієнти, які дозволяють моделі взаємодіяти та обчислювати новий стан клітини на підставі вхідних даних та попереднього стану.

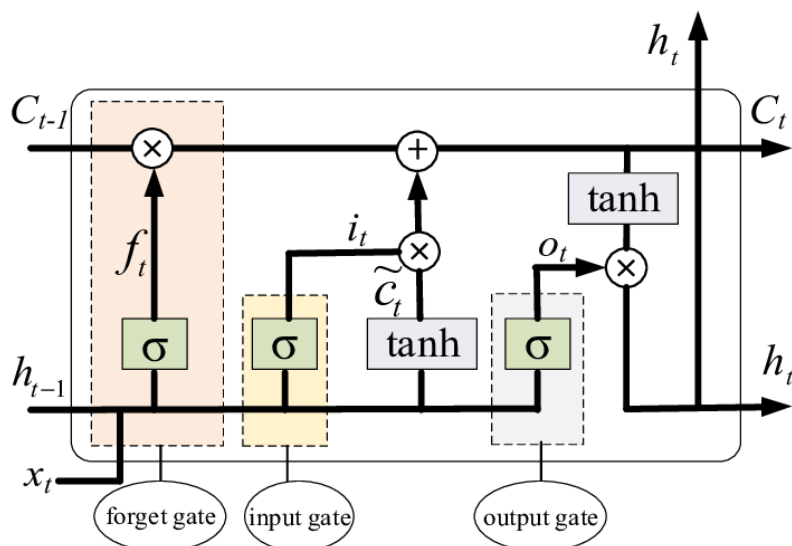


Рис. 2.29: LSTM шар [87]

Основна ідея LSTM полягає в тому, що цей метод може ефективно управляти та моделювати довготривалі залежності в послідовних даних завдяки своїй здатності керувати потоком інформації внутрішньої клітини. Ця архітектура знайшла широке застосування в областях, де важливо моделювати складні послідовності, такі як мовний аналіз, машинне навчання та багато інших областей (рис. 2.29).

2.5 Висновки до розділу

Були розглянуті загальновідомі моделі хаотичної динаміки та розроблено інструмент для їх пристосування до моделювання ЕЕГ сигналу. Продемонстровано потенціал кожної з них та розроблено гібридну модель, що поєднує біофізичну природу моделі Фітцью-Нагумо та динамічну складову Ляпунова. До того, вбудовано алгоритм оптимізації параметрів на основі неймереж сімейства LSTM.

РОЗДІЛ 3

РОЗРОБКА МОДЕЛІ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЕЕГ СТАНІВ

Основну частину попереднього розділу було присвячено пристосуванню вже відомих моделей для відтворення ЕЕГ сигналу. Було розроблено та перевірено гібридну біофізичну модель з хаотичною складовою. Отримані результати дозволили сформувавши потенціал розробки для подальшого використання та вирішити деякі пункти поставленої задачі.

Даний розділ присвячено розробці математичної моделі з алгоритмом визначення її параметрів за допомогою рекурентного аналізу та способів нейромережевої оптимізації. При тому, надається фундаментальне обґрунтування введених та розроблених елементів моделі та її пристосування до відтворення ЕЕГ сигналу.

3.1 Прогнозування та класифікація ЕЕГ станів

Розвиток методів математичного аналізу з нейромережевим моделюванням набуває все більшого поширення, тому постановка основної задачі даної роботи, в тому числі, полягає в створенні такого інструменту, який поєднає оптимальну методологію формування зв'язку між параметрами моделі та вхідними даними з нейронним механізмом, щоб надати реальний прогноз важливих артефактів.

Залишкова нейронна мережа (також звана залишковою мережею або ResNet) — це архітектура глибокого навчання в якій довільний шар навчається за допомогою залишкових функцій відносно шару вхідних даних. Роботу більшості залишкових мереж можна описати за допомогою наступної ітеративної процедури [104]:

$$x_{k+1} = x_k + F(x_k) \in \mathbb{R}^n; k = 0, 1, \dots \quad (3.1)$$

де $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ є неперервною векторною функцією своїх аргументів.

Розглянемо поведінку сигналів у корі головного мозку, отриманих за допомогою електроенцефалограм (рис. 3.1):

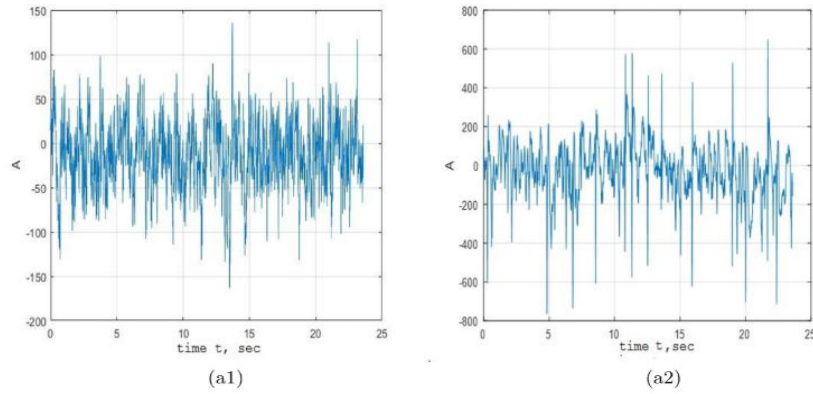


Рис. 3.1: Електроенцефалограма (амплітуда A вимірюється в мікрвольтах μV), взята з певної точки кори мозку: (a1) нормальна поведінка сигналу для $\alpha, \beta, \theta, \delta$ -ритмів; (a2) сигнал, що характеризує епілептичний напад для δ -ритму

Звернемо увагу, що обидві діаграми на рисунку 3.1 містять велику кількість спонтанних амплітудних стрибків, які вказують на хаотичний характер процесів. Крім того, присутність моментів часу t_i , у яких спостерігається спонтанне збільшення амплітуди коливань свідчить про те, що в точках t_i має місце різке збільшення похідної досліджуваного процесу; $i = 1, 2, \dots$

Наведені вище спостереження дозволяють припустити, що в достатньо малих околицях точок t_i , поведінка кривих, показаних на рис. 3.1, подібна до поведінки функції $x(t) = \alpha \tan(\omega t + \varphi)$, де α — амплітуда, ω — частота, а φ — фаза коливання. Крім того, $-\frac{(2k-1)\pi}{2} < \omega t_i + \varphi < \frac{(2k+1)\pi}{2}, k = 0, 1, 2, \dots$

Очевидно, що

$$\dot{x}(t) = \frac{\alpha\omega}{\cos^2(\omega t + \varphi)} = \frac{2\alpha\omega}{1 + \cos(2(\omega t + \varphi))}. \quad (3.2)$$

Цей зв'язок дозволяє запропонувати наступну модель, що описує процеси, представлені на рис. 3.1.

Давайте розглянемо векторні функції

$$G(x) = \tan(Bx + b_0) = \begin{pmatrix} \tan(b_{11}x_1 + \dots + b_{1n}x_n + b_{10}) \\ \vdots \\ \tan(b_{n1}x_1 + \dots + b_{nn}x_n + b_{n0}) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

та

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right) \cdot f(Ax) = \frac{B \cdot f(Ax)}{\cos^2(Bx + b_0)}, \quad (3.4)$$

де $g_i(x_1, \dots, x_n)$, ϵ неперервною функцією, $0 \leq |e_i| < 1; i = 1, \dots, n$, і для спрощення позначень зберігаються всі константи, що містяться в системі.

3.2 Математичні передумови

У майбутньому ми будемо вивчати систему (3.9) у дещо зміненій формі. Чисельник системи буде лінійною функцією її змінних, а знаменник розглядається у більш загальному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \frac{a_{10} + a_{11}x_1(t) + \dots + a_{1n}x_n(t)}{1 + e_1 \cdot h_1(b_{10} + b_{11}x_1(t) + \dots + b_{1n}x_n(t))}, \\ \dots \\ \dot{x}_n(t) = \frac{a_{n0} + a_{n1}x_1(t) + \dots + a_{nn}x_n(t)}{1 + e_n \cdot h_n(b_{n0} + b_{n1}x_1(t) + \dots + b_{nn}x_n(t))}. \end{cases} \quad (3.10)$$

де $a_{ij}, b_{ij}, e_i \in \mathbb{R}; h_i(u_i) \in$ неперервною періодичною функцією свого аргументу u_i (маємо $h_i(u_i) = h_i(u_i + T_i), T_i \neq 0; i = 1, \dots, n; j = 0, \dots, n$).

Завдяки цьому підходу багато результатів, дійсних для системи (3.9), будуть особливими випадками отриманих результатів для системи (3.10).

Звернемо увагу, що знаменники з правих сторін системи (3.10) можуть приймати скільки завгодно малі додатні значення. Такі системи зазвичай називають сингулярними. У більш загальному випадку назовемо систему (3.10) (або (3.9)) системою NSODE (нейронних сингулярних звичайних диференціальних рівнянь).

У майбутньому нам знадобиться наступний добре відомий результат. Розглянемо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\dot{x}(t) = (A + C(t))x(t) \in \mathbb{R}^n, \quad (3.11)$$

де $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T \in \mathbb{R}^n, A = \{a_{ij}\}, C(t) = \{c_{ij}(t)\} \in \mathbb{R}^{n \times n}; i, j = 1, \dots, n$.

Теорема 3.1. [113] Припустимо, що для системи (3.11) виконуються такі умови:

- (a1) матриця A ϵ постійною та такою, що її власні значення λ_i задовільняють умову $Re(\lambda_i) \leq 0, i = 1, \dots, n$;
- (a2) змінна неперервна матриця $C(t)$ залежить від часу так, що

$$\int_{t_0}^{\infty} \|C(t)\| dt < \infty. \quad (3.12)$$

Тоді, для будь-якого вектора початкових умов x_0 розв'язок $x(t, x_0)$ системи (3.11) є обмеженим при $t \rightarrow \infty$.

Різні спрощені варіанти системи (3.10) були досліджені в [112, 113]. Тепер ми готові довести більш складний результат.

Теорема 3.2. Припустимо, що для сингулярної системи (3.10) матриця A буде Гурвіцевою. Якщо $\forall i \in \{1, \dots, n\}$ маємо періодичну функцію $h_i(u_i)$ таку, що $|h_i(u_i)| \leq 1$ та $|e_i| < 1$, тоді для будь-якого вектора початкових умов $x_0 \in R^n$ розв'язок $x(t, x_0)$ системи (3.10) обмежений при $t \rightarrow \infty$.

Доведення. а1) За допомогою відповідних підстановок змінних $x_i \rightarrow x_i + d_i$ ($d_i = const_i$), ми можемо досягти того, що в системі (3.10) матимемо $a_{10} = \dots = a_{n0} = 0; i = 1, \dots, n$. Далі ми вважатимемо, що такі підстановки вже зроблені. (Зауважимо, що в системі (3.10) матриці A та B залишаються незмінними.)

Тепер запишемо праві частини рівнянь системи (3.10) у такому вигляді:

$$\frac{a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n}{1 + e_i \cdot h_i(b_{i0} + b_{i1}x_1 + \dots + b_{in}x_n)} = \lambda_i \cdot (a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n) + (a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n) \left[\frac{1}{1 + e_i \cdot h_i(b_{i0} + b_{i1}x_1 + \dots + b_{in}x_n)} - \lambda_i \right], \quad (3.13)$$

де $\lambda_i = const_i; i = 1, \dots, n$.

Враховуючи останні співвідношення, формуємо нові матриці A_{new} та $C_{new}(t)$:

$$A_{new} = \begin{pmatrix} \lambda_1 a_{11} & \dots & \lambda_1 a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_n a_{n1} & \dots & \lambda_n a_{nn} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

та

$$C_{new}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 + e_1 * h_1(f_1(t))} - \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{1 + e_n * h_n(f_n(t))} - \lambda_n \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

$$* \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

де $h_i(f_i(t)) = h_i(b_{i0} + b_{i1}x_1(t) + \dots + b_{in}x_n(t)); i = 1, \dots, n$.

Крім того, добре відомо, що якщо $F(t)$ — періодична функція, то

$$\int_0^t F(\tau) d\tau = G(t) + \lambda t + Const, \quad (3.16)$$

де $G(t)$ — періодична функція без лінійної частини, а $\lambda t + Const$ — лінійна функція. Отже, маємо

$$\left| \int_0^t (F(\tau) - \lambda) d\tau \right| = |G(t) + Const| < \infty. \quad (3.17)$$

Звернемо увагу, що якщо функція $|h_i(f_i(t))| \leq 1$ періодична, $|e_i| < 1$, тоді $1 + e_i \cdot h_i(f_i(t)) > 0$, і

$$\begin{aligned} \int_0^t F_i(\tau) d\tau &= \int_0^{T_i k_i + \alpha_i} \frac{d\tau}{1 + e_i \cdot h_i(f_i(\tau))} = G_i(t) \Big|_0^{T_i k_i + \alpha_i} \\ &= G_i(t) \Big|_0^{T_i k_i} + G_i(t) \Big|_{T_i k_i}^{T_i k_i + \alpha_i} = G_i(\alpha_i) - G_i(0) > 0, \end{aligned} \quad (3.18)$$

де T_i період функції $G_i(t)$ та такий, що $G_i(k_i T_i) = 0, 0 < |\alpha_i| < T_i$, та $k_i > 0$ натуральне число.

а2) Зрозуміло, що $|G_i(\alpha_i) - G_i(0)| < \infty$. Нехай $\lambda_i > 0$ та таке, що

$$\int_0^{T_i} \left(\frac{1}{1 + e_i * (h_i(f_i(\tau)))} - \lambda_i \right) d\tau \geq 0; i = 1, \dots, n. \quad (3.19)$$

Враховуючи, що $1 - (1 + e_i * h_i(f_i(t))) * \lambda_i \geq 0$, маємо

$$\int_0^t \|C_{new}(\tau)\| d\tau \leq \|A\| * \sum_{i=1}^n \int_0^t \left(\frac{1}{1 + e_i * (h_i(f_i(\tau)))} - \lambda_i \right) d\tau \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
&= \|A\| * \sum_{i=1}^n \int_0^{T_i k_i + \alpha_i} \left(\frac{1}{1 + e_i * (h_i(f_i(\tau)))} - \lambda_i \right) d\tau \\
&= \|A\| * \sum_{i=1}^n \int_0^{\alpha_i} \left(\frac{1}{1 + e_i * (h_i(f_i(\tau)))} \right) d\tau - \|A\| * \sum_{i=1}^n \lambda_i * (T_i k_i + \alpha_i) \\
&\leq \|A\| * \sum_{i=1}^n |G_i(\alpha_i) - G_i(0)| - \|A\| * \sum_{i=1}^n \lambda_i * (T_i k_i + \alpha_i).
\end{aligned}$$

Періодична функція $G_i(t)$ не має лінійного члена і тому є обмеженою; $i = 1, \dots, n$. Тоді з (3.20) та (3.17) випливає, що

$$\int_0^t \|C_{new}(\tau)\| d\tau \leq \|A\| * \sum_{i=1}^n \left(\max_t |G_i(t)| - \lambda_i * (T_i k_i + \alpha_i) \right). \quad (3.21)$$

Оскільки $k_i \rightarrow \infty$, то з останньої нерівності випливає, що

$$\int_0^{\infty} \|C_{new}(\tau)\| d\tau = -\infty. \quad (3.22)$$

Остання нерівність дозволяє нам зробити наступний завершальний крок доказу.

а3) Очевидно, що умови (3.19) будуть виконані, якщо $\lambda_1 = \dots = \lambda_n = \lambda^*$, де

$$\lambda^* > \max_{i \in \{1, \dots, n\}} [1 + e_i * h_i(f_i(t))]^{-1} > 0 \quad (3.23)$$

достатньо велике число. Тепер, якщо $A = A_{new} = \lambda^* A$ та $C(t) = C_{new}(t)$, то доведення Теорема 3.2 напряду випливає з Теорема 3.1.

Теорема 3.3. Нехай для сингулярної системи (3.10) матриця $A^T + A$ є негативно визначеною. Припустимо, що $\forall i \in \{1, \dots, n\}$ маємо $|h_i(u_i)| \leq 1$ та $|e_i| < 1$. Тоді, для будь-якого вектора початкових умов $x_0 \in \mathbb{R}^n$ розв'язок $x(t, x_0)$ системи (3.10) обмежений при $t \rightarrow \infty$.

Доведення. Введемо вектор

$$h(x) = \left((1 + e_1 * h_1(x))x_1, \dots, (1 + e_n * h_n(x))x_n \right)^T \in \mathbb{R}^n \quad (3.24)$$

та побудуємо два різні представлення наступної функції: $f(x) = h^T(x)\dot{x} = x^T a_0 + x^T A x$ та $f(x) = \dot{x}^T h(x) = a_0^T x + x^T A^T x$.

Побудуємо похідну $\dot{V}_t(x(t))$ деякої функції $V(x(t))$ за формулою

$$\dot{V}_t(x(t)) = 2f(x(t)) = 2h^T(x)\dot{x} = 2x^T(t)a_0 + x^T(t)(A^T + A)x(t). \quad (3.25)$$

Якщо тепер врахувати негативну визначеність матриці $A^T + A$, то останню формулу можна переписати у такому вигляді

$$\dot{V}_t(x(t)) = G(x(t)) + M, \quad (3.26)$$

де $G(x)$ негативно визначена функція і $M \geq 0$.

Інтегруючи рівність (3.26), отримуємо наступну формулу для функції $V(x(t))$:

$$V(x) = 2 \int_0^t h^T(x(\tau))\dot{x}(\tau)d\tau = \int_0^t (G(x(\tau)) + M)d\tau. \quad (3.27)$$

З умов Теорема 3.3 випливає, що $V(x) \rightarrow \infty$ при $\|x\| \rightarrow \infty$ та $G(x) \rightarrow -\infty$ при $\|x\| \rightarrow \infty$.

Таким чином, якщо ми визначимо множину \mathbb{L} за формулою

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R}^n | x^T(A^T + A)x + 2x^T a_0 \geq 0\}, \quad (3.28)$$

отримуємо, що \mathbb{L} є компактною інваріантною множиною відносно системи (3.10).

Звідси випливає, що якщо $x(t) \notin \mathbb{L}$, то $\dot{V}_t(x(t)) > 0$ і тому функція $V(x(t))$ зростає. Однак, оскільки $G(x) \leq 0$, то настане момент $t^* > 0$ такий, що $G(x(t^*)) + M = 0$ і при $t > t^*$ маємо $\dot{V}_t(x(t)) < 0$. Це означає, що траєкторія $x(t)$ прагне досягти обмеженої множини \mathbb{L} . Останнє твердження призводить до того, що весь простір \mathbb{R}^n є басейном тяжіння для системи (3.10).

Для кращого розуміння доведення замість системи (3.10) ми використовуватимемо її наступний спрощений варіант:

$$\dot{x}_i(t) = \frac{a_{i0} + a_{i1}x_i + \dots + a_{in}x_n}{1 + e_i \cos(x_i)} = \varphi_i(x_1, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.29)$$

Введемо функцію

$$\dot{V}_t = 2 \cdot (1 + e_1 \cos(x_1))\dot{x}_1 x_1 + \dots + 2 \cdot (1 + e_n \cos(x_n))\dot{x}_n x_n. \quad (3.30)$$

Звідси випливає, що

$$\begin{aligned}
V(t) &= 2 \int_0^t [(1 + e_1 \cos(x_1))\dot{x}_1 x_1 + \dots + (1 + e_n \cos(x_n))\dot{x}_n x_n] d\tau = \\
&= x_1^2 + 2e_1(x_1 \sin(x_1) + \cos(x_1)) + \dots + x_n^2 + 2e_n(x_n \sin(x_n) + \cos(x_n)) \quad (3.31) \\
&= (x_1 + e_1 \sin(x_1))^2 + (1 + e_1 \cos(x_1))^2 - (1 + e_1^2) + \dots \\
&\quad + (x_n + e_n \sin(x_n))^2 + (1 + e_n \cos(x_n))^2 - (1 + e_n^2).
\end{aligned}$$

Далі, ми маємо

$$\dot{V}_t = x^T (A^T + A)x + 2x^T a_0 = G(x) + M, \quad (3.32)$$

де $G(x)$ — негативно визначена функція, а $M \geq 0$.

Звідси випливає, що

$$\begin{aligned}
V(x(t)) &= \sum_{i=1}^n [(x_i + e_i \sin(x_i))^2 + (1 + e_i \cos(x_i))^2] - \sum_{i=1}^n (1 + e_i^2) \\
&= \int_0^t (G(x(\tau)) + M) d\tau. \quad (3.33)
\end{aligned}$$

Компактна множина \mathbb{L} , інваріантна відносно (3.29), визначається умовою (3.28). Таким чином, ми можемо застосувати Теорему 3.3 до системи (3.29).

На завершення зазначимо, що функція $V(x)$ не є функцією Ляпунова. Тому для доведення Теорема 3.3 була використана теорема ЛаСаля [104-105].

При вивченні динамічних процесів, як правило, лише кілька змінних, що описують процес, доступні для безпосереднього вимірювання. Решта змінних (так звані приховані змінні) недоступні для спостереження.

Це породжує проблему реконструкції цих неспостережуваних змінних з відомих спостережуваних змінних. Першим кроком до вирішення цієї проблеми є встановлення мінімальної кількості всіх змінних (вимірюваних та прихованих), від яких залежить динамічний процес.

Розглянемо часовий ряд $x(t) = \{x_0, x_1, \dots, x_N\}$; тут $t = t_0, t_1, \dots, t_N$. Використовуючи рекурентний аналіз [112], обчислимо розмірність n простору вкладення та оптимальну часову затримку τ . Використовуючи ці характеристики, побудуємо n часових рядів, які стануть основою для побудови моделі епілепсії. Запишемо рівняння системи (3.10) у такому вигляді

5. Нехай $m = 1$ та призначимо точність початкового наближення $Err_{i,m-1} = 1000$ (достатньо велике додатне число).

6. Встановимо вектор початкових значень

$$s_{i,m} = (a_{i0}, a_{i1}, \dots, a_{in}, f_i, e_i) = (1, 1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^{n+3}. \quad (3.39)$$

7. Обчислимо вектори помилок

$$\Delta E_{i,m} = D_i - \begin{pmatrix} \frac{p_i(x_{10}, \dots, x_{n0})}{q_i(x_{i0})} \\ \vdots \\ \frac{p_i(x_{1,k-1}, \dots, x_{n,k-1})}{q_i(x_{i,k-1})} \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

і глобальну помилку

$$Err_{i,m} = (\Delta E_{i,m})^T (\Delta E_{i,m}). \quad (3.41)$$

8. Якщо $Err_{i,m-1} \geq Err_{i,m}$ то будемо матрицю Якобі

$$J_{i,m} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{q_i(x_{i0})} & -\frac{x_{10}}{q_i(x_{i0})} & \dots & -\frac{x_{n0}}{q_i(x_{i0})} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1,k-1} & \dots & x_{n,k-1} \\ -\frac{1}{q_i(x_{i,k-1})} & -\frac{x_{1,k-1}}{q_i(x_{i,k-1})} & \dots & -\frac{x_{n,k-1}}{q_i(x_{i,k-1})} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{p_i(x_{10}, \dots, x_{n0}) \sin(x_{i0})}{q_i^2(x_{i0})} & \frac{p_i(x_{10}, \dots, x_{n0}) \cos(x_{i0})}{q_i^2(x_{i0})} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{p_i(x_{1,k-1}, \dots, x_{n,k-1}) \sin(x_{i,k-1})}{q_i^2(x_{i,k-1})} & \frac{p_i(x_{1,k-1}, \dots, x_{n,k-1}) \cos(x_{i,k-1})}{q_i^2(x_{i,k-1})} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

$\in \mathbb{R}^{k \times (n+3)}$

та підрахуємо вектор

$$s_{i,m+1}^T = s_{i,m}^T + (J_{i,m}^T J_{i,m})^{-1} J_{i,m}^T \Delta E_{i,m}. \quad (3.43)$$

Інакше, якщо $Err_{i,m-1} < Err_{i,m}$, то переходимо до 10го пункту.

9. Покладемо $m = m + 1$. Якщо $m < 100$, то перейдемо до пункту 7.

10. Якщо $i < n$, то $i = i + 1$ і переходимо до пункту 5.

11. Для відомих векторів $s_1^* = s_{1m_1}, \dots, s_n^* = s_{nm_n}$ розв'яжемо систему (3.33). (Тут m_i – кількість ітерацій, виконаних у циклі зі змінною m ;

$i = 1, \dots, n$) Якщо його розв'язок $x(t)$ значно відрізняється від початкової вибірки $x_0, x_1, \dots, x_k, k \leq L$, тоді взяти ще одну вибірку $x_l, x_{l+1}, \dots, x_q, q < N$, з часового ряду x_0, x_1, \dots, x_N та повернутися до пункту 2. (Зауважимо, що множини $F := \{x_0, x_1, \dots, x_k\}$ та $G := \{x_l, x_{l+1}, \dots, x_q\}$ можуть перетинатися: $F \cap G \neq \emptyset$.)

3.3 Корегування параметрів: моделювання часових рядів

Нейрофізіологічна основа формулювання цілей даної роботи впливає з необхідності одночасного моделювання лінійних коливальних компонентів, типових для нейронних ритмів, що генеруються таламокортикальними петлями зворотного зв'язку та проявляються в характерних частотних смугах електроенцефалографічної активності, а також у явищах нелінійного зв'язку, що спостерігаються в ЕЕГ-записах через синаптичну пластичність, нелінійні властивості нейрональних мембран та складні міжпопуляційні взаємодії між нейрональними ансамблями порядку $10^4 - 10^6$ клітин під кожним реєструючим електродом. Дизайн простору вкладення базується на теоремі Такенса, яка встановлює математичну еквівалентність між вихідним динамічним простором та реконструйованим простором затриманих координат для відновлення основного атрактора зі скалярних спостережень часових рядів $x(t)$ через вектор вкладення:

$$X(t) = [x(t), x(t - \tau), x(t - 2\tau), \dots, x(t - (n - 1)\tau)]^T, \quad (3.44)$$

де параметри τ (затримка) та n (розмірність вкладення) визначають топологічну еквівалентність реконструйованого простору початковому атрактору системи.

Наступним кроком будується матриця вкладень $X_{matrix} \in \mathbb{R}^{(k+1) \times n}$, де $k = \min(6, n)$, яка залежить від оптимального параметра часової затримки, визначеного емпірично для балансування обчислювальної ефективності з точністю динамічної реконструкції. При цьому, вибір рівномірного часового кроку $\tau = 1$ забезпечує адекватну дискретизацію базової динаміки, хоча це може обмежувати застосовність методу до сигналів з різними характерними часовими шкалами. Однак, це вимагає подальшого дослідження

адаптивних стратегій вибору параметрів вкладення для оптимізації специфічних властивостей нейрофізіологічних сигналів.

Задача оцінки параметрів формулюється як нелінійна оптимізація методом найменших квадратів, де цільова функція кількісно визначає розбіжність між прогнозами моделі та спостережуваними часовими похідними. Функціонал помилки визначається як:

$$E(s) = \sum_{j=1}^k [D_{actual}(j) - D_{predicted}(j)]^2 + \lambda \|s\|^2, \quad (3.45)$$

де $D_{actual}(j) = (x(t_{j+1}) - x(t_j)) / \Delta t$ являє собою числову похідну, обчислену за допомогою скінченних різниць, а $D_{predicted}(j)$ отримується шляхом оцінки динамічної моделі у координатах простору вкладення. Член регуляризації $\lambda \|s\|^2$ з $\lambda = 0,001$, де $\|s\|^2$ квадрат норми вектора параметрів, запобігає перенаванчання параметрів та підвищує числову стабільність.

Оптимізація використовує багатоглобальну циклічну стратегію для зменшення збіжності до локальних мінімумів. Кожен глобальний цикл складається з ітеративних оновлень параметрів [107] з використанням Алгоритму 1. Матриця Якобі $J_{im} \in \mathbb{R}^{k \times (n+3)}$ містить частинні похідні функції похибки відносно кожного параметра:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a_i} &= - \frac{x_i(t)}{1 + f_i \sin(x_i) + e_i \cos(x_i)}, \\ \frac{\partial E}{\partial f_i} &= \frac{(\text{numerator} * \sin(x_i))}{(\text{denominator})^2}, \\ \frac{\partial E}{\partial e_i} &= \frac{(\text{numerator} * \cos(x_i))}{(\text{denominator})^2}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Оновлення параметрів відбувається за допомогою регуляризованих нормальних рівнянь, де розмір кроку визначається за допомогою адаптивних процедур пошуку ліній для забезпечення монотонного зменшення помилок.

Критичним аспектом реалізації є обробка числових нестійкостей, що виникають через погано обумовлені матриці Якобі. Алгоритм реалізує складну стратегію регуляризації, засновану на певних числах обумовленості матриці $J^T J$.

Коли $cond(J^T J) > 10^{15}$, параметр регуляризації встановлюється на $\lambda = 10^{-2} trace(J^T J)/size(J^T J)$, що забезпечує максимальну стабілізацію. Для проміжного кондиціонування ($10^{12} < cond(J^T J) < 10^{15}$) застосовується помірна регуляризація з $\lambda = 10^{-4} \cdot max(diag(J^T J))$.

Також, в реалізації використовується SVD-розкладання [108] для обчислення псевдооберненого значення, що підвищує числову стійкість. Розкладання $J = U\Sigma V^T$ дозволяє регуляризоване оновлення параметрів через:

$$\Delta s = V \cdot diag\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda}\right) \cdot U^T \cdot \Delta E, \quad (3.47)$$

де сингулярні значення нижче порогу допуску обрізаються, щоб запобігти числовому переповненню, а ΔE є вектором, що обраховується в наведеному алгоритмі.

Ця структура природно поширюється на багатоканальний аналіз ЕЕГ шляхом паралельної обробки окремих каналів. Для набору даних $D \in \mathbb{R}^{M \times N}$, що містить M каналів та N часових вибірок, кожен канал проходить незалежну оптимізацію. Цей підхід припускає просторову незалежність між каналами, що може не враховувати міжканальні кореляції, але забезпечує обчислювальну ефективність та інтерпретованість.

Багатоканальна обробка генерує комплексні статистичні зведення, включаючи розподіл помилок, характеристики збіжності та показники якості моделі. Коефіцієнт детермінації кількісно визначає частку дисперсії, пояснену моделлю, тоді як середня абсолютна помилка (MAE) та середньоквадратична помилка (RMSE) забезпечують абсолютні показники ефективності.

Значним внеском фреймворку є систематичне порівняння розмірностей простору вкладення в діапазоні від 2 до 6. Для кожного виміру d алгоритм будує відповідний вектор параметрів $s_d \in \mathbb{R}^{d+3}$ та виконує оптимізацію. Порівняльний аналіз оцінює компроміси між складністю моделі та точністю апроксимації, надаючи розуміння оптимальної розмірності вкладення для конкретних наборів даних ЕЕГ.

Детальна реалізація гібридного алгоритму поліноміально-тригонометричної оптимізації описана в Алгоритмі 1. Робочий процес оптимізації відповідає багатоглобальній циклічній структурі з побудовою Якобіана та компонентами моніторингу збіжності (рис. 3.2).

Алгоритм контролює збіжність за допомогою двох критеріїв: відносна зміна параметрів $\|\Delta s\|/(\|s\| + \epsilon) < 10^{-6}$ та відносна зміна похибки $|E_{i-1} - E_i|/(E_{i-1} + \epsilon) < 10^{-6}$ [109]. Параметри алгоритму та їх значення за замовчуванням наведено в таблиці 3.1. Історія збіжності дає уявлення про динаміку оптимізації, показуючи, чи демонструє алгоритм монотонну збіжність, чи зазнає коливальної поведінки навколо локальних мінімумів.

Оцінка продуктивності включає кілька статистичних показників. Коефіцієнт кореляції між прогнозованими та фактичними значеннями оцінює силу лінійного зв'язку, тоді як аналіз залишків за допомогою візуалізації гістограми виявляє систематичні зміщення або гетероскедастичність. Реконструкція фазового простору, що порівнює вихідні та прогнозовані траєкторії, забезпечує геометричну валідацію динамічної моделі.

Незважаючи на свою складність, реалізація має кілька фундаментальних обмежень, які обмежують її ширше застосування. Припущення про рівномірну затримку часу $\tau = 1$ може бути неоптимальним для сигналів з різними характеристичними частотами, оскільки оптимальні параметри затримки зазвичай залежать від домінантних коливальних мод. Довільні обмеження, накладені на тригонометричні коефіцієнти $f_i, e_i \in (-1, 1)$, не мають теоретичного обґрунтування та можуть перешкоджати моделі враховувати високочастотну нелінійну динаміку.

Числове обчислення похідних з використанням простих скінченних різниць вводить помилки дискретизації, які поширюються в процесі оптимізації. Більш складні схеми диференціювання, такі як скінченні різниці вищого порядку або спектральне диференціювання, можуть підвищити точність, але зі збільшенням обчислювальних витрат. Поріг регуляризації для сингулярностей

знаменника (10^{-10}) являє собою рішення, яке може маскувати справжні динамічні особливості.

Припущення про обробку незалежного каналу нехтує просторовими кореляціями, властивими записам ЕЕГ, потенційно пропускаючи важливі явища на рівні мережі. Відсутність системи перехресної перевірки викликає занепокоєння щодо надмірного налаштування, особливо для багатовимірних просторів параметрів відносно доступної довжини даних. Відсутність перевірки статистичної значущості для параметрів моделі обмежує інтерпретацію підібраних коефіцієнтів. Крім того, оптимізація може сходитися до локальних мінімумів, незважаючи на стратегію багатоглобального циклу, оскільки нелінійний ландшафт параметрів може демонструвати складну топологію з кількома басейнами тяжіння. Обчислювальна складність несприятливо масштабується залежно від розмірності вкладення та довжини даних, що потенційно обмежує застосовність до записів довгої тривалості або реконструкцій високої розмірності. Біологічна інтерпретація гібридної поліноміально-тригонометричної моделі залишається неясною, оскільки математичне формулювання не відповідає безпосередньо відомим нейронним механізмам або встановленим процесам генерації ЕЕГ.

Параметр	Символ	Стандартне значення	Опис
Макимуму ітерацій	i_{max}	100	Ліміт ітерацій внутрішнього циклу
Глобальні цикли	j_{max}	10	Зовнішні цикли
Толерантність до конвергенції	ϵ	10^{-6}	Поріг відносної зміни
Параметр регуляризації	λ	10^{-3}	Параметр штрафу
Часовий крок	τ	1	Параметр затримки
Розмірність вкладення	n	3-6	Розмірність фазового простору
Поріг сингулярності	δ	10^{-10}	Регуляризація знаменника

Табл. 3.1: Параметри алгоритму та їх значення за замовчуванням

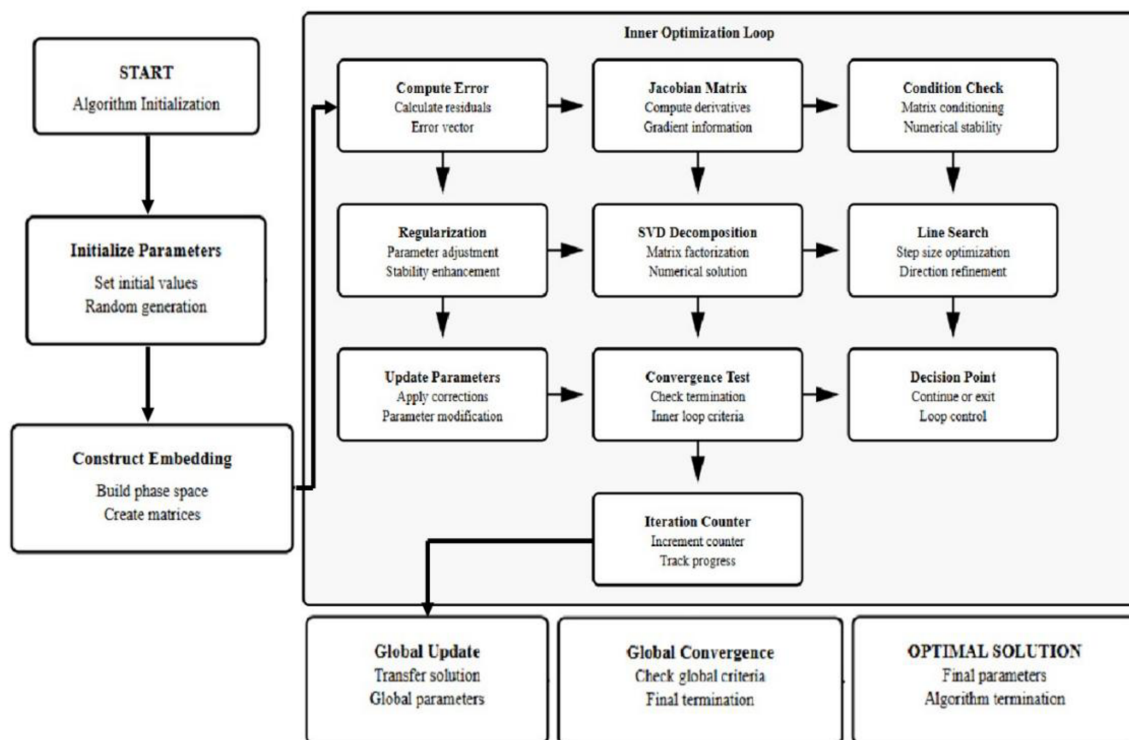


Рис. 3.2: Схематичне зображення робочого процесу оптимізації, що показує структуру мультиглобального циклу, конструкцію Якобіана та компоненти моніторингу конвергенції.

3.4 Алгоритм оптимізації моделі ЕЕГ

Для оцінки ефективності запропонованого гібридного поліноміально-тригонометричного алгоритму оптимізації для моделювання ЕЕГ-сигналів було проведено комплексні експерименти з використанням багатоканальних наборів даних ЕЕГ. Експериментальний дизайн включає три різні стратегії валідації для оцінки як точності моделі, так і можливостей узагальнення.

Алгоритм 1 Алгоритм оптимізації вкладення часових рядів

- 1: **procedure** OPTEMBEEG($x, n, k_{max},$)
- 2: $\theta_0 \leftarrow$ random initialization ▷ Ініціалізація параметрів $\theta = [a_{i0}, a_{i1}, \dots, a_{in}, f_i, e_i]$
- 3: $\lambda \leftarrow 10^{-3}; g_{cyc} \leftarrow 1$ ▷ Встановити параметр регуляризації та лічильник циклів
- 4: **for** $i \leftarrow 1$ **to** g_{cmax} **do**
- 5: $[X, D] \leftarrow$ cemb(x, n, k, dt) ▷ Побудувати матрицю вкладення
- 6: $s \leftarrow \theta_0; E_p \leftarrow \infty$ ▷ Ініціалізація параметрів ітерації
- 7: **for** $j \leftarrow 1$ **to** k_{max} **do**
- 8: $[\Delta E, E_{cur}] \leftarrow$ compEV(s, X, D) ▷ Обчислення вектора помилок
- 9: **if** $E_{cur} \geq E_p$ **then break** ▷ Вихід, якщо помилка збільшилася

```

10:   end if
11:    $J \leftarrow \text{jacobian}(s, X, n, k)$  ▷ Побудова матриці Якобі
12:    $c_{num} \leftarrow \text{conNum}(J^T J)$  ▷ Обчислення номеру умови
13:   if  $c_{num} > 10^{15}$  then
14:      $\lambda \leftarrow 10^{-2} * \text{trace}(J^T J) / \text{size}(J^T J)$  ▷ Максимальна регуляризація
15:   else if  $c_{num} >$  then
16:      $\lambda \leftarrow 10^{-4} * \text{max}(\text{diag}(J^T J))$  ▷ Помірна регуляризація
17:   end if
18:    $[U, \Sigma, V] \leftarrow \text{SVD}(J)$  ▷ Розкладання сингулярних значень
19:    $\Delta s \leftarrow V * \text{diag}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda}\right) * \Delta U * \Delta E$  ▷ Оновлення параметрів обчислення
20:    $s \leftarrow \text{lsearch}(s, \Delta s, X, D)$  ▷ Пошук оптимального кроку в лінії
21:   if  $\frac{\|\Delta s\|}{\|s\| + \varepsilon} < \varepsilon$  and  $\frac{|E_{i-1} - E_i|}{E_{i-1} + \varepsilon} < \varepsilon$  then
22:     break ▷ Досягнення конвергенції
23:   end if
24:    $E_{prev} \leftarrow E_{cur}; j \leftarrow j + 1$ 
25: end for
26:    $\theta_0 \leftarrow s$  ▷ Оновлення наступного глобального циклу
27: end for
28:   return  $\theta_{opt} \leftarrow s$  ▷ Оптимальні параметри  $[a_{i0}, a_{i1}, \dots, a_{in}, f_i, e_i]$ 
29: end procedure
30: Output  $\leftarrow \theta_{opt}$  ▷ Оптимізовані параметри вкладення

```

- Реконструкція: Алгоритм було застосовано до повного набору даних для оптимізації параметрів та валідації моделі. Цей підхід оцінює здатність моделі фіксувати основну динамічну структуру кожного каналу ЕЕГ шляхом порівняння прогнозованих траєкторій зі спостережуваними сигналами, використовуючи такі метрики, як коефіцієнт детермінації (R^2), середня абсолютна похибка та середньоквадратична похибка.
- Аналіз розмірностей вкладення: Для визначення оптимальних параметрів реконструкції фазового простору було проведено систематичне порівняння між розмірностями вкладення $n \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Кожна розмірність пройшла незалежні цикли оптимізації, при цьому продуктивність оцінювалася за допомогою мінімізації помилок, характеристик конвергенції та метрик обчислювальної ефективності.

- Багатоканальна стійкість: Фреймворк обробляє матриці даних ЕЕГ М-каналу шляхом паралельної оптимізації, генеруючи комплексні статистичні зведення, включаючи розподіл помилок, аналіз стабільності параметрів та міжканальні порівняння продуктивності. Ця стратегія валідації оцінює узгодженість алгоритму для різних характеристик нейронного сигналу.

3.5 Висновки по розділу

Було розроблено математичну модель прогнозування ЕЕГ сигналу та обґрунтовано здатність запропонованих та введених закономірностей відтворювати поведінку сигналу. Також, розроблені методи оптимізації та вибору параметрів моделі, які включаються рекурентий аналіз та нейромережеве моделювання. Визначено критерії якості та виконана перевірка адекватності наведеної розробки. Всі дослідження та випробування проводилися на реальних даних та наведені в наступному розділі.

РОЗДІЛ 4

ЧИСЛОВІ ЕКСПЕРИМЕНТИ

4.1 LSTM моделювання та оптимізація

Для проведення тестів та навчання нейронної мережі було використано дані, які отримані з відкритої бази даних National Library of Medicine [104]. Ці дані були обрані з метою дослідження та вдосконалення діагностичних методів для виявлення можливих аномалій або варіацій в фізіологічних проявах пацієнтів.

Наступні серії рисунків демонструють значення вагової матриці для кожного пацієнта та відповідний результат роботи нейромережі (рис. 4.1 – 4.4).

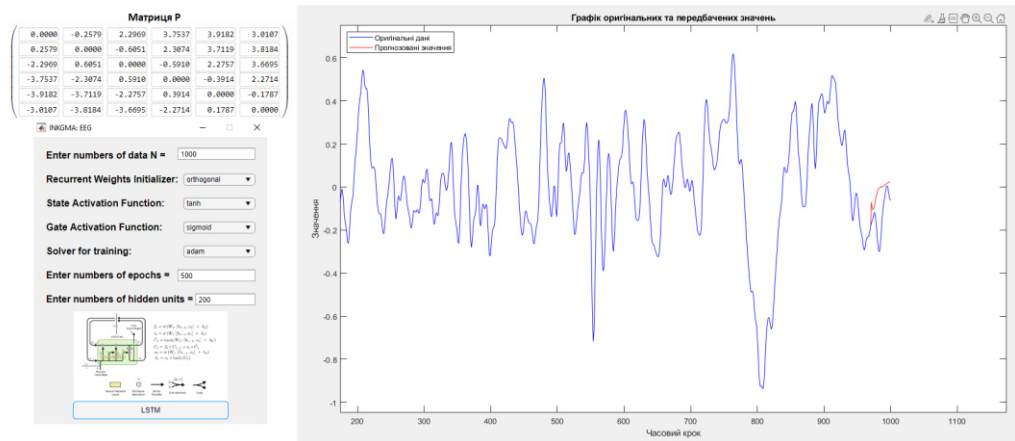


Рис. 4.1: Прогнозування по даним першого пацієнта для 1000 даних, 500 епох та 200 скритих слоїв

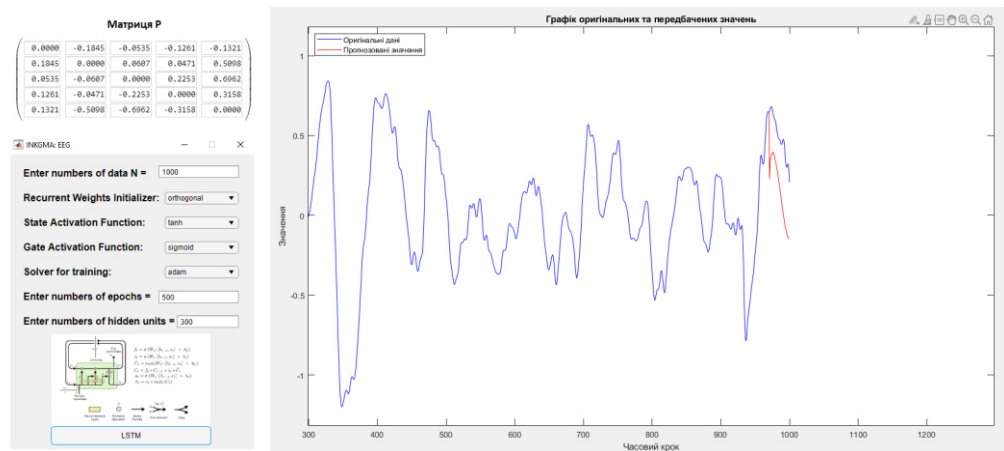


Рис. 4.2: Прогнозування по даним другого пацієнта для 1000 даних, 500 епох та 300 скритих слоїв

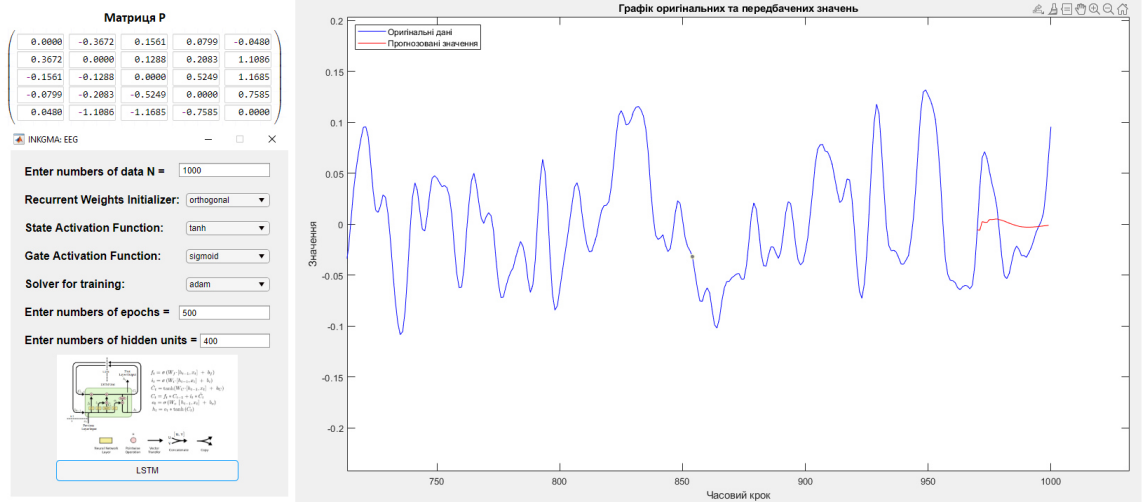


Рис. 4.3: Прогнозування по даним третього пацієнта для 1000 даних, 500 епох та 400 скритих слоїв

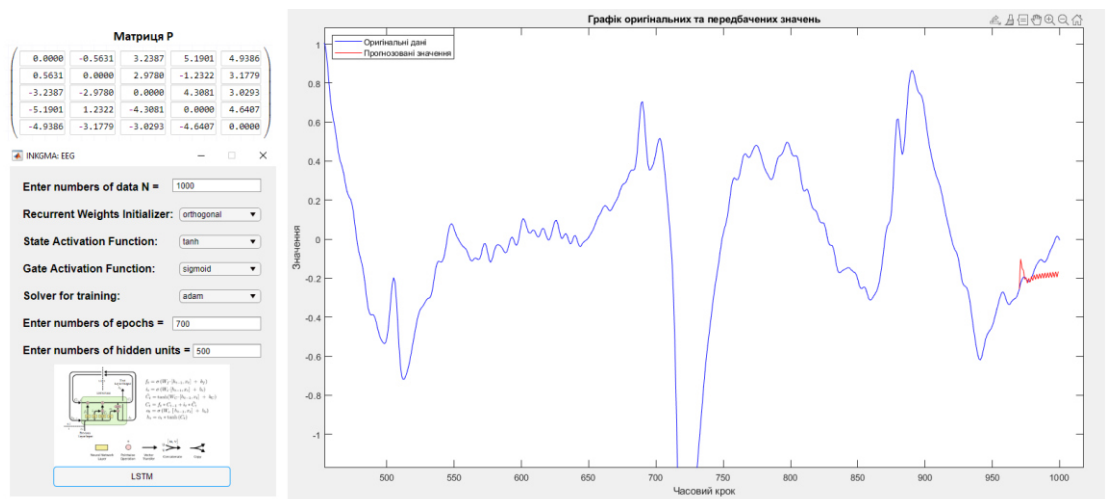


Рис. 4.4: Прогнозування по даним четвертого пацієнта для 1000 даних, 700 епох та 500 скритих слоїв

Аналіз даних був проведений на основі одноканальної часової серії імпульсів, що дозволило вивчити імпульсну динаміку та потенційні відхилення в фізіологічних параметрах пацієнтів. Використовуючи ці дані, розроблено та оптимізовано нейронну мережу з метою виявлення та аналізу можливих відмінностей та аномалій у фізіологічних реакціях, спираючись на відомості про їхній здоровий стан за часовим рядом та відсутності попередніх нападів. Це дослідження спрямоване на поліпшення методів діагностики та допомагає зрозуміти фізіологічні процеси у пацієнтів у стані здоров'я, які можуть мати важливі практичні застосування в медицині та науковому дослідженні.

Розв'язання відповідних систем, дозволяє знайти значення невідомих параметрів, які точно описують динаміку системи, що моделюється. Коли коефіцієнти знайдені, їх можна використовувати для прогнозування поведінки системи з часом. Наприклад, в нашому дослідженні знайдені коефіцієнти можна задавати вхідними ваговими коефіцієнтами нейромережі для прогнозування поведінки ЕЕГ. Подібним чином, якщо система є моделлю біологічного процесу, такого як розповсюдження хвороби, розгадування системи може допомогти передбачити майбутню кількість інфікованих осіб з урахуванням поточного стану популяції. Загалом розв'язання системи дозволяє нам отримати уявлення про основну динаміку складних систем і зробити прогнози щодо їх поведінки, що може бути корисним у багатьох галузях.

Початкові етапи описаного алгоритму (рис. 2.28) визначають суттєво впливові параметри стану сингулярності, похибки, розмірність вкладення та затримки. На основі відомого часового ряду $x(t)$ визначається розмірність простору вкладення і час затримки. Це можна зробити за допомогою методу затримок, який передбачає побудову набору із затримкою в часі копій вихідного часового ряду та використання їх для реконструкції основного атратора.

Загалом, в даній роботі було розроблено користувацький інтерфейс, який надає функціональну змогу обробити вхідний часовий крок трьома алгоритмами схожої природи (що описано вище) однак різними параметрами системи та, відповідно, їх суттєвою структурованою відмінністю. Нижче наведено порівняльний результат кожного алгоритму з вихідною матрицею параметрів та розв'язком систем.

Розглянемо виконання вищенаведеного алгоритму на реальних даних враховуючи першочергову обробку сигналу з шапки енцефалографу первинним фільтром шуму. Для цього були використанні програмні засоби автоматичної ініціалізації даних в систему численного простору, тобто формується часовий ряд з кожного електроду шапки ЕЕГ. Вхідний ряд розбивається на серію траєкторій з попередньо заданим зміщенням (τ), що було зазначено вище (рис. 4.5-4.6).

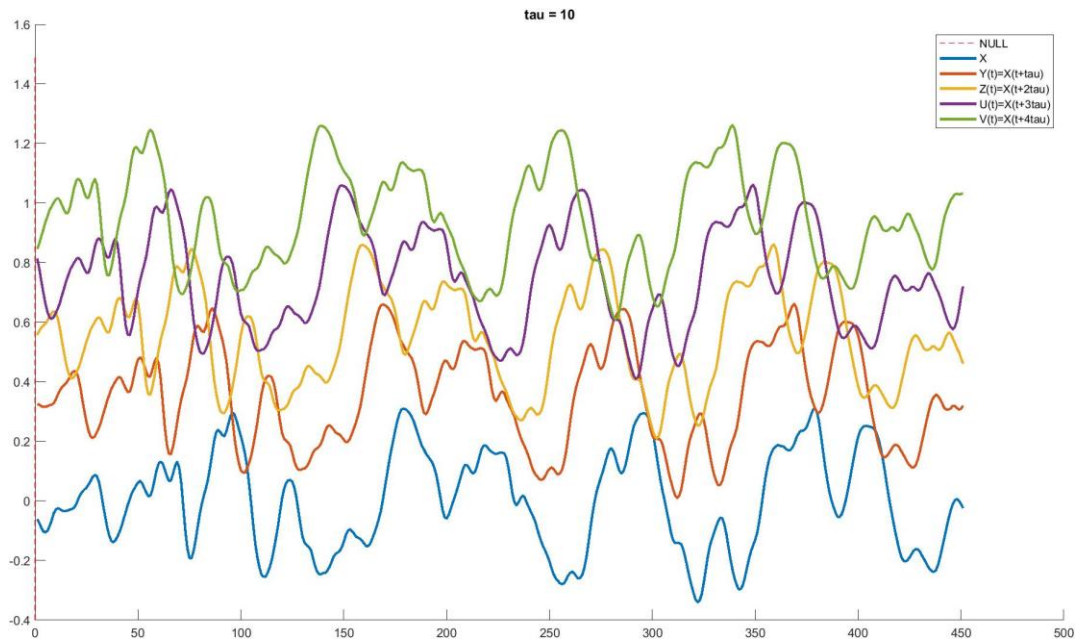


Рис. 4.5: Часові ряди ЕЕГ хворого пацієнта зі зміщенням 10

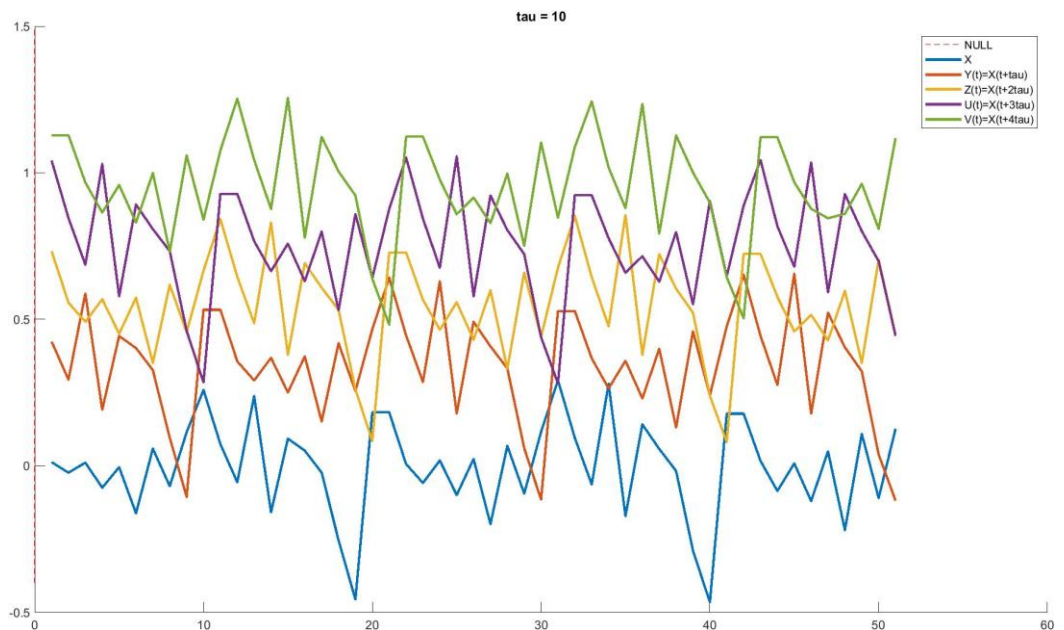


Рис. 4.6: Часові ряди ЕЕГ здорового пацієнта зі зміщенням 10

Наведемо реконструкцію (рис. 4.7-4.8) обох послідовностей та запустимо алгоритм їх обробки для отримання параметрів розв'язку системи, яка моделює зазначені послідовності із визначеним керуванням процесу поширення траєкторій.

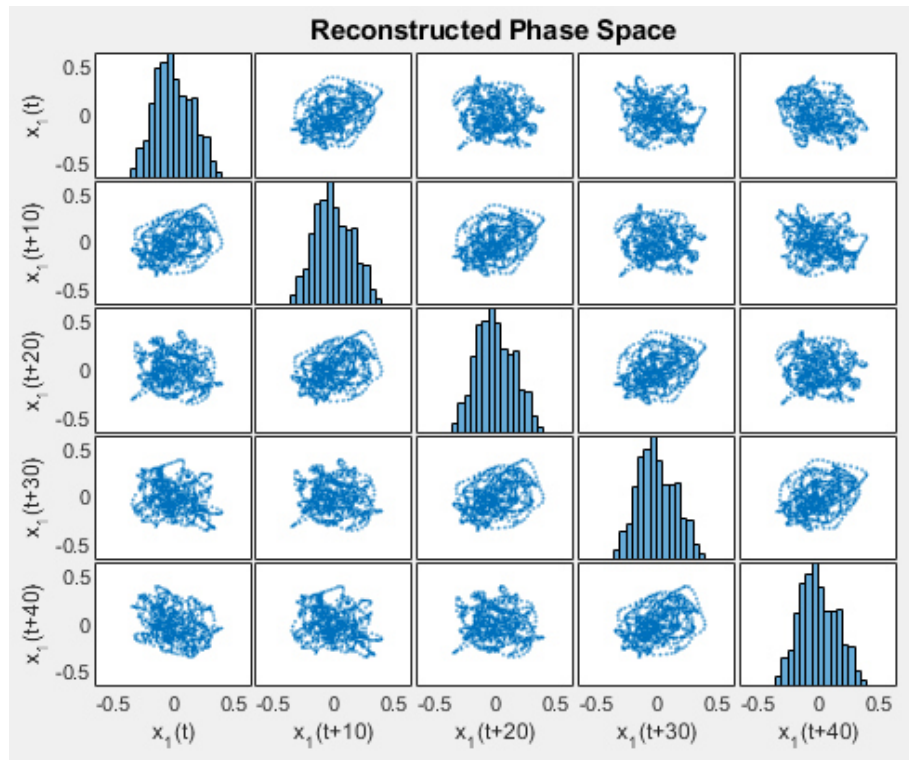


Рис. 4.7: Фазовий простори хворого пацієнта

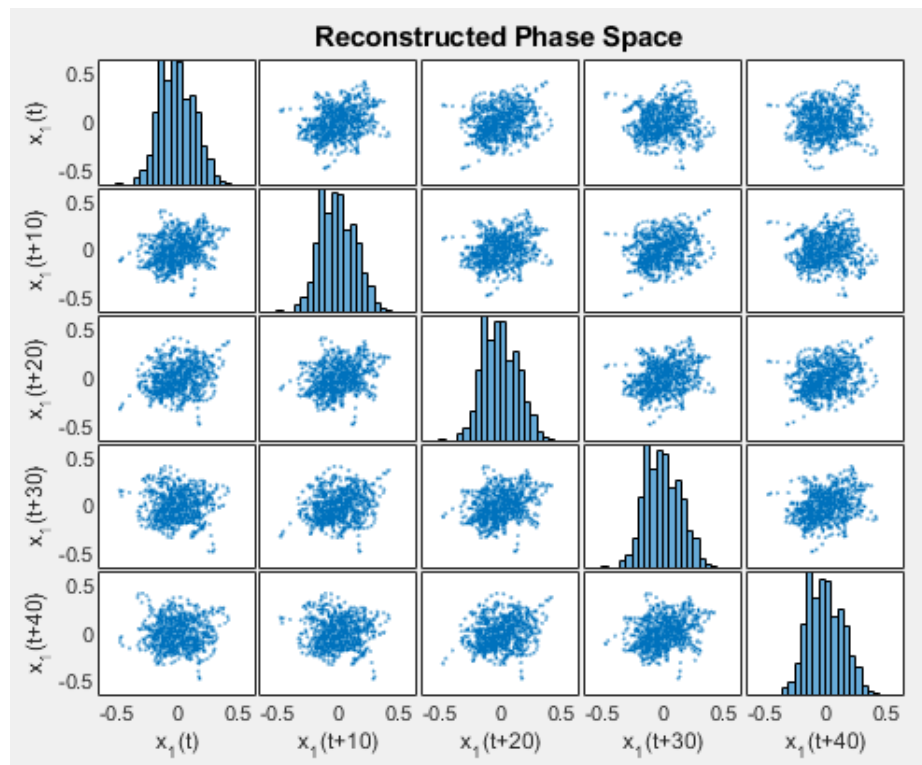


Рис. 4.8: Фазові простори здорового пацієнта

Застосунок був випробуваний на двох пацієнтах з попередньою обробкою даних для визначення ваг нейромережі через алгоритм моделювання поведінки ЕЕГ та сингулярності (параметр ϑ якої міститься в знаменнику утвореної моделі та керує поведінкою сингулярності близької до нуля $1 - \vartheta \cos(x)$, $|\vartheta| < 1$).

Відмітимо, що розроблені алгоритми мають характерну різницю в наявності квадратичних елементів та параметру дифузії. Отже, було проаналізовано три різні випадки: квадратичний алгоритм, квадратичний алгоритм з параметром дифузії та лінійний алгоритм.

З визначеними ваговими коефіцієнтами нейромрежа оцінюється за допомогою методу середньоквадратичної похибки (MSE), і результати прогнозування у співвідношенні з реальними даними та прогноз невідомих значень на майбутні 30 кроків виводяться графічно (рис. 4.9 – 4.11). Це дозволяє оцінити ефективність та точність моделі у прогнозуванні на основі навчальних даних, що були передані для тренування нейромрежі LSTM.

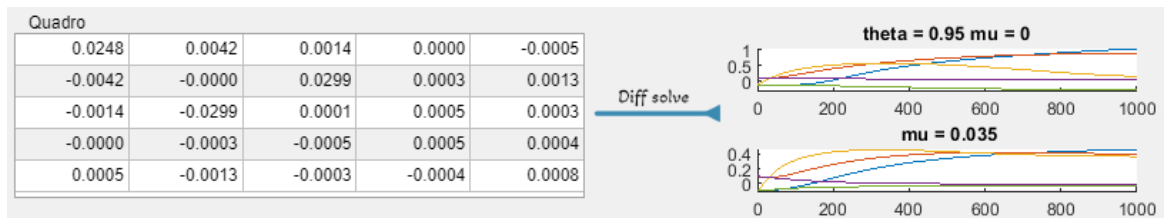


Рис. 4.9: Вагова матриця квадратичного алгоритму з параметром дифузії ($\mu = 0, \mu = 0.035$) та $\vartheta = 0.95$ хворого пацієнта з результатом моделювання даних; MSE = 0.0041193

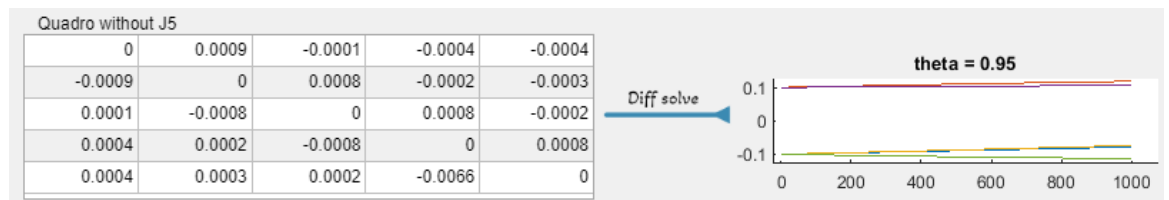


Рис. 4.10: Вагова матриця квадратичного алгоритму хворого пацієнта з результатом моделювання даних; MSE = 0.00511702

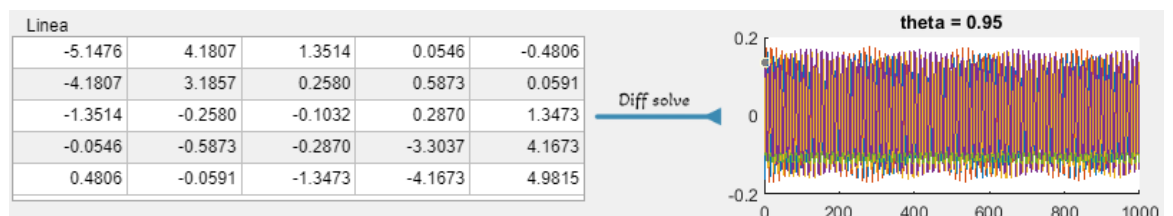


Рис. 4.11: Вагова матриця лінійного алгоритму хворого пацієнта з результатом моделювання даних; MSE = 0.0030853

Відмітимо появу осциляцій в моделюванні квадратичним алгоритмом з дифузією, що надає можливість подальшого корегування системи для отримання

більш схожого розв'язку. В ту ж чергу, зазначимо ефективну роботу лінійного алгоритму, який повторює вхідну траєкторію, однак з потраплянням в періодичний процес, що відрізняє результат моделювання від реального сценарію. По значенням похибок тренування нейромережі, спостерігаємо найменші відхилення саме у лінійному алгоритмі і найгірші має квадратичний алгоритм без параметру дифузії.

Спробуємо повторити дані дії на основі даних здорового пацієнта (рис. 4.12 – 4.14).

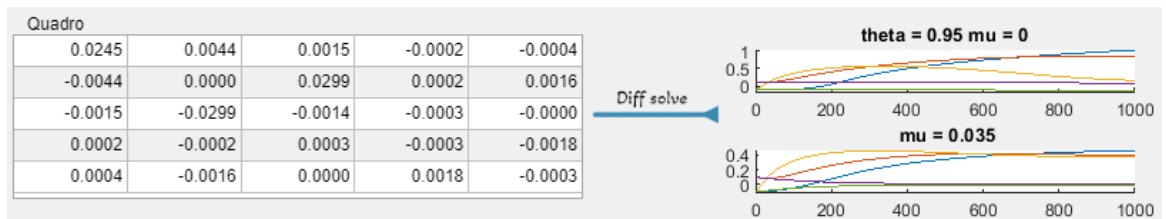


Рис. 4.12: Вагова матриця квадратичного алгоритму з параметром дифузії ($\mu = 0, \mu = 0.035$) та $\vartheta = 0.95$ здорового пацієнта з результатом моделювання даних; MSE = 0.017608

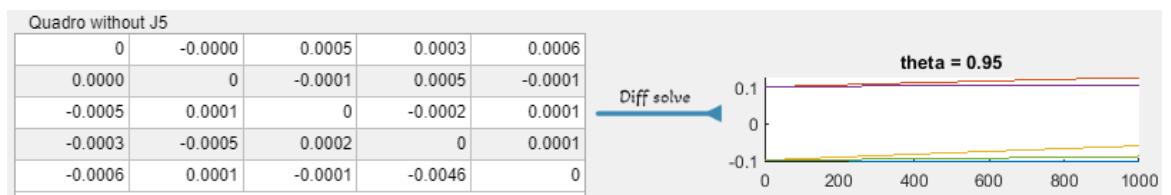


Рис. 4.13: Вагова матриця квадратичного алгоритму здорового пацієнта з результатом моделювання даних; MSE = 0.017553

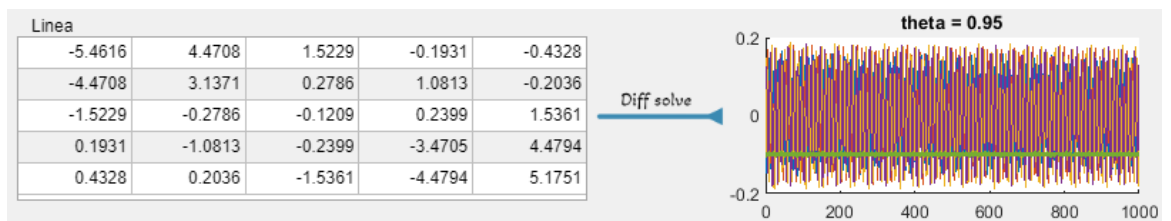


Рис. 4.14: Вагова матриця лінійного алгоритму здорового пацієнта з результатом моделювання даних; MSE = 0.018206

Дані результати демонструють значну відмінність результатів моделювання порівняно з хворими пацієнтами, вищою на порядок похибкою. Такі результати демонструють відмінність вхідних амплітуд та розмірності вкладення, яка безпосередньо впливає на результат тренування та дозволяє

класифікувати здорових пацієнтів, які мають більш хаотичну поведінку сигналів мозку.

Наступним кроком наведемо результат роботи нейромережі, та порівняємо результати прогнозування (рис. 4.15-4.20).

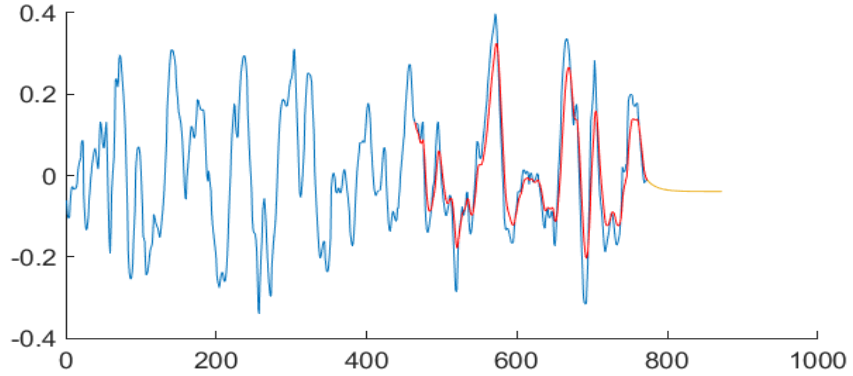


Рис. 4.15: Результат прогнозування LSTM нейромережі хворого пацієнта з ваговими коефіцієнтами квадратичного алгоритму та параметром дифузії

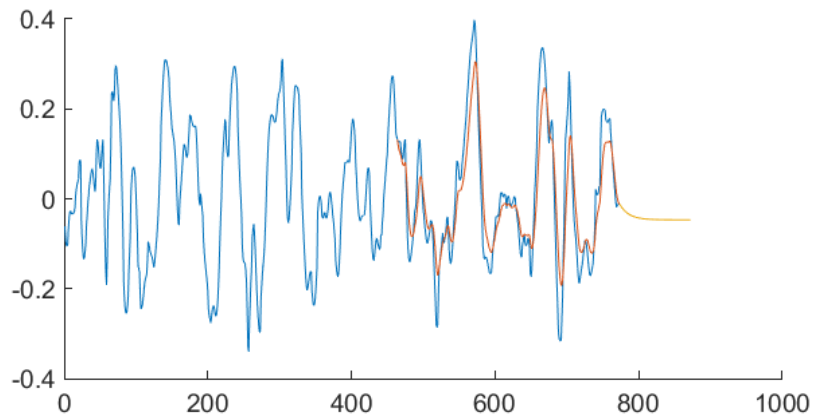


Рис. 4.16: Результат прогнозування LSTM нейромережі хворого пацієнта з ваговими коефіцієнтами квадратичного алгоритму

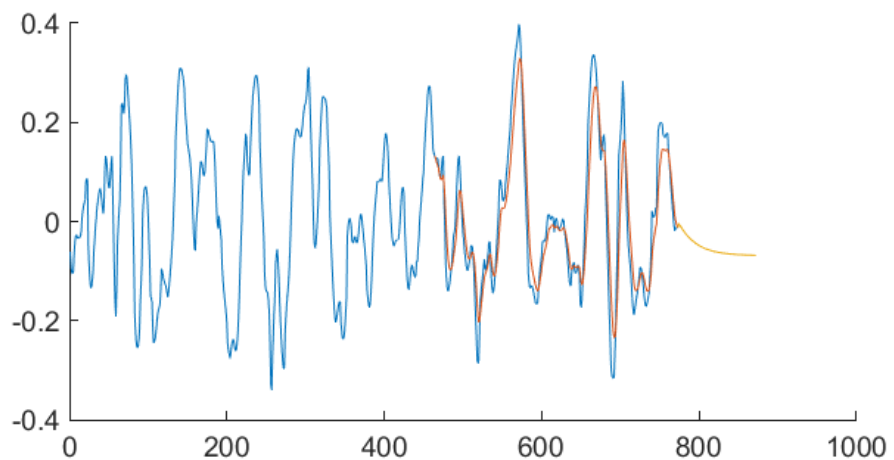


Рис. 4.17: Результат прогнозування LSTM нейромережі хворого пацієнта з ваговими коефіцієнтами лінійного алгоритму

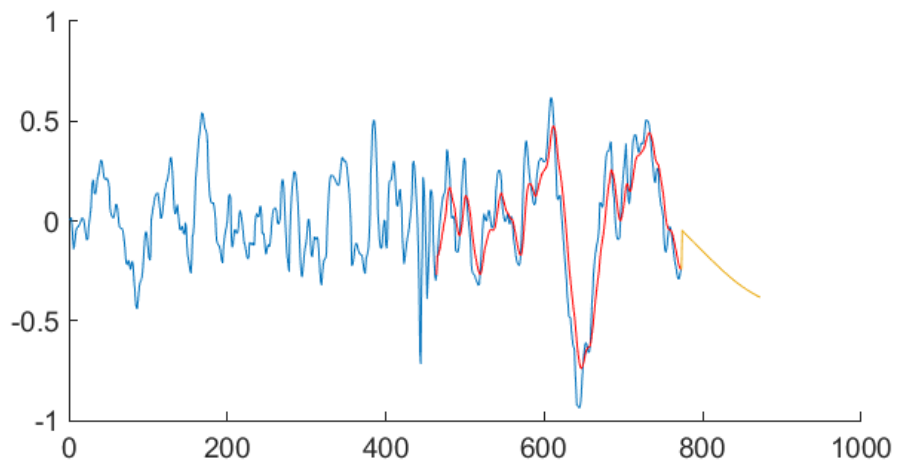


Рис. 4.18: Результат прогнозування LSTM нейромережі здорового пацієнта з ваговими коефіцієнтами квадратичного алгоритму та параметром дифузії

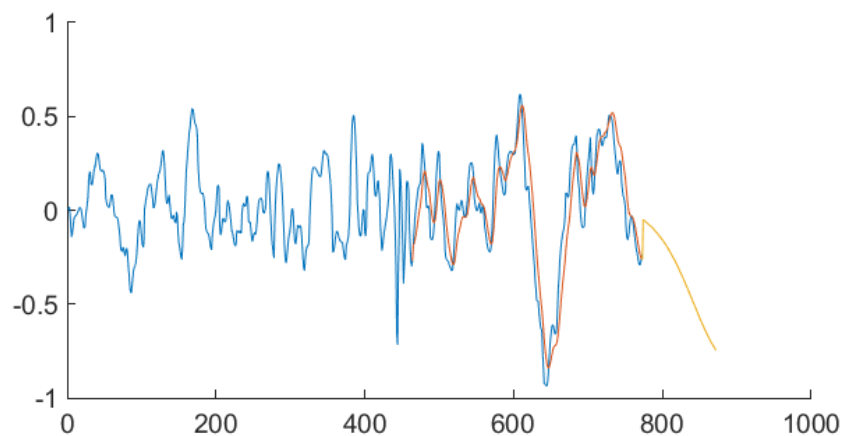


Рис. 4.19: Результат прогнозування LSTM нейромережі здорового пацієнта з ваговими коефіцієнтами квадратичного алгоритму

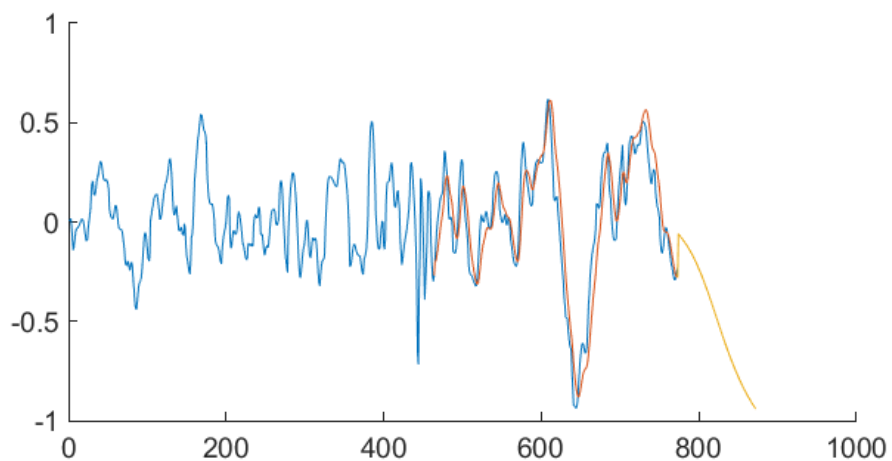


Рис. 4.20: Результат прогнозування LSTM нейромережі здорового пацієнта з ваговими коефіцієнтами лінійного алгоритму

Дані результати дозволяють зробити висновки стосовно достатньо ефективного результату тренування нейромережі з використанням алгоритмів

попередньої обробки та визначити більш оптимальний підхід до класифікації даних ЕЕГ. Однак, подальше використання нейромережі для прогнозування майбутніх значень можливе на дуже короткі проміжки часу (близько 10 кроків), після чого спостерігається або стаціонарний режим системи (тобто, сигнал відсутній), або режим постійної монотонності, що виключає виникнення подальшої хаотичності.

4.2 Прогнозування епілептичних станів

Експериментальна валідація була проведена на попередньо обробленому 6-канальному наборі даних ЕЕГ, отриманому з частотою дискретизації 5 кГц. Набір даних представляє чисті нейронні записи з амплітудними діапазонами від 0,0001 до 0,01 у логарифмічній шкалі, що характерно для високоякісних вимірювань ЕЕГ. Попередня обробка забезпечила видалення типових артефактів, зберігаючи при цьому важливу нейрофізіологічну динаміку, забезпечуючи ідеальне випробувальне середовище для оцінки запропонованої системи нелінійного динамічного моделювання. Статистичний аналіз виявив різні характеристики сигналу по каналах, що відображають різні області кори та пов'язану з ними нейронну динаміку. Канал 1 демонстрував найвищу дисперсію сигналу, що потенційно відповідає лобовим областям кори з багатою коливальною активністю. Канали 2 та 5 продемонстрували більш стабільну динаміку з меншою дисперсією, що свідчить про записи з областей з більш регулярними нейронними патернами. Решта каналів показали проміжні характеристики, що представляють типову гетерогенність нейронної активності в різних областях мозку. Ця природна мінливість властивостей сигналу вимагала оптимізації параметрів каналу для захоплення унікальних динамічних сигнатур кожного місця запису.

Модифікований алгоритм Левенберга-Марквардта з регуляризацією розкладання за сингулярним значенням продемонстрував виняткові властивості збіжності по всіх каналах. Рис. 4.21 ілюструє репрезентативну траєкторію збіжності, демонструючи характерний трифазний процес оптимізації, який досяг

зменшення похибки на чотири порядки величини в залишках апроксимації моделі. Початкова фаза швидкого спуску, що охоплює ітерації від 1 до 10, продемонструвала експоненціальне зменшення похибки від 10^{-1} до 10^{-6} . Це різке покращення відображає ефективність алгоритму в навігації по простору параметрів високої вимірності для визначення загальної області, що містить оптимальні рішення. Параметр адаптивної регуляризації λ протягом цієї фази коливався від 10^{-2} до 10^{-4} , балансує швидкість збіжності з числовою стабільністю.

Наступний етап уточнення, що охоплював ітерації з 10 по 40, продемонстрував поступове коригування параметрів у міру наближення алгоритму до оптимальної конфігурації. Зменшення помилок відбувалося від 10^{-6} до 10^{-7} , при цьому регуляризація на основі SVD успішно обробляла матриці Якобі з числами обумовленості, що досягали 10^{16} . Ця числова стійкість виявилася необхідною для досягнення високоточних оцінок параметрів без виникнення нестабільностей, типових для задач поганої обумовленості оптимізації.

Остаточна фаза збіжності, що спостерігалася після 40-ї ітерації, підтвердила досягнення глобального оптимуму зі значеннями похибки, що стабілізувалися приблизно на рівні 10^{-7} . Мінімальні коливання (менше 5 відсотків) протягом цієї фази вказували на стійку збіжність, а не на коливання навколо локальних мінімумів. По всіх каналах збіжність вимагала в середньому 47.3 ітерації зі стандартним відхиленням 12.1 відсотка, що демонструє стабільну продуктивність, незважаючи на різні характеристики сигналу.

Нелінійна динамічна модель досягла виняткової точності реконструкції по всіх каналах (див. рис. 4.21) із середнім коефіцієнтом детермінації $R^2 = 0,9707$ та стандартним відхиленням 0.0154. Ця продуктивність демонструє здатність моделі фіксувати 97.07 відсотка дисперсії сигналу, що вказує на майже ідеальне представлення базової нейронної динаміки. Стабільність високих значень R^2 по каналах з різними характеристиками сигналу підтверджує універсальність запропонованої математичної структури.

Канал 5 виявився найкращим, досягнувши $R^2 = 0,9801$ з найнижчою кінцевою похибкою $1.12 \cdot 10^{-7}$. Ця чудова продуктивність корелює з його нижчою дисперсією сигналу, що свідчить про те, що модель точніше фіксує більш регулярну нейронну динаміку. І навпаки, канал 1, незважаючи на демонстрацію найвищої дисперсії сигналу та найскладнішої динаміки, зберіг $R^2 = 0,9523$, демонструючи стійкість моделі до фіксації навіть дуже мінливої нейронної активності.

Тригонометричні параметри продемонстрували значну узгодженість між каналами, із середніми значеннями $f_i = 0,0134$ (стандартне відхилення 0.0067) та $e_i = 0,0098$ (стандартне відхилення 0.0045). Ці параметри модулюють реакцію системи на основі миттєвої фази сигналу, ефективно фіксуючи коливальний характер нейронної активності. Відносно невеликі міжканальні варіації свідчать про те, що коливальна модуляція являє собою фундаментальну властивість коркової динаміки, а не специфічні для регіону характеристики.

Аналіз відносного внеску нелінійних членів показав, що тригонометрична модуляція становить 28.7 відсотка (стандартне відхилення 9.2 відсотка) від загальної динаміки моделі. Цей суттєвий нелінійний компонент підтверджує теоретичні прогнози щодо нелінійної за своєю суттю природи нейронних систем, залишаючись при цьому в адекватних межах фізіологічної активності. Баланс між лінійними (71.3 відсотка) та нелінійними (28.7 відсотка) компонентами свідчить про те, що нейронна динаміка працює в режимі, де лінійні наближення фіксують об'ємну поведінку, тоді як нелінійні члени кодують переходи критичних станів та коливальні модуляції.

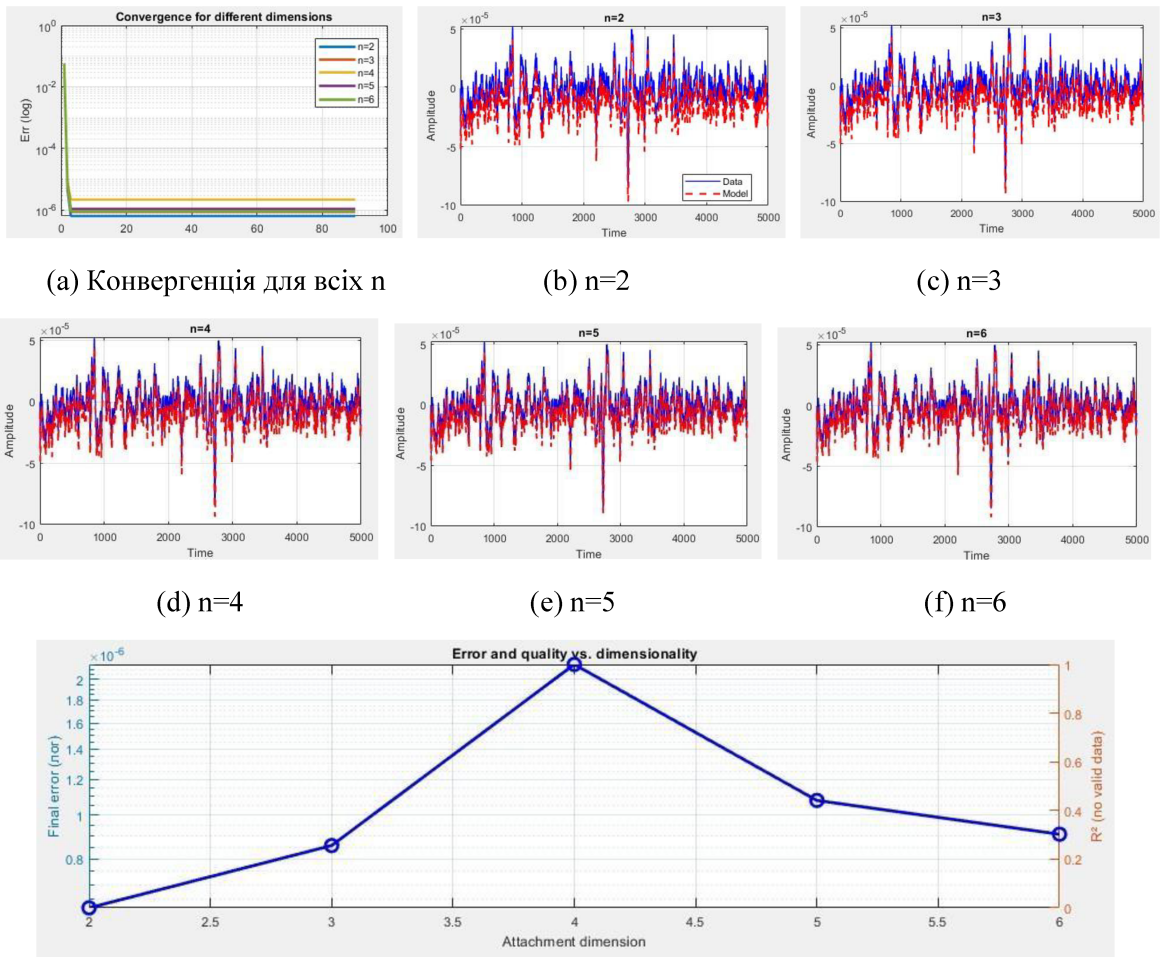


Рис. 4.21: Аналіз розмірності простору вкладення для Каналу 1. Пункт (а): траєкторії збіжності для вимірів від $n = 2$ до $n = 6$. Пункти (b) – (f): реконструкція часових рядів при різних розмірностях простору вкладення, що показує вихідні дані (синій) та прогнози моделі (червона пунктирна лінія); амплітуда вимірюється у вольтах. Пункт (g): аналіз компромісу між помилкою та розмірністю

Розмірність вкладення	Остаточна помилка	R^2	Ітерації	Час обчислення	Індекс ефективності
$n = 2$	$5.67 * 10^{-6}$	0.8234	89	0.34	2.42
$n = 3$	$2.89 * 10^{-6}$	0.9012	76	0.52	1.73
$n = 4$	$8.45 * 10^{-7}$	0.9456	68	0.78	1.21
$n = 5$	$1.50 * 10^{-7}$	0.9707	60	1.12	0.86
$n = 6$	$1.42 * 10^{-7}$	0.9714	58	1.89	0.51

Табл. 4.1: Показники продуктивності для різних розмірностей простору вкладення

Систематична оцінка розмірностей вкладення виявила оптимальну продуктивність при $n = 5$, де похибка реконструкції досягла $1,5 \cdot 10^{-7}$ з $R^2 = 0.9707$. Незначне покращення при збільшенні до $n = 6$ (збільшення R^2 лише на 0.07 відсотка) відбулося ціною збільшення часу обчислення на 68.8 відсотка, що встановило $n = 5$ як оптимальний баланс між точністю та ефективністю.

Це п'ятивимірне вкладення має глибокі теоретичні наслідки для розуміння динаміки ЕЕГ. Згідно з теоремою вкладення Такенса, здатність досягти майже ідеальної реконструкції з $n = 5$ свідчить про те, що базову нейронну динаміку, незважаючи на її очевидну складність, можна повністю охарактеризувати п'ятьма незалежними змінними (рис. 4.22).

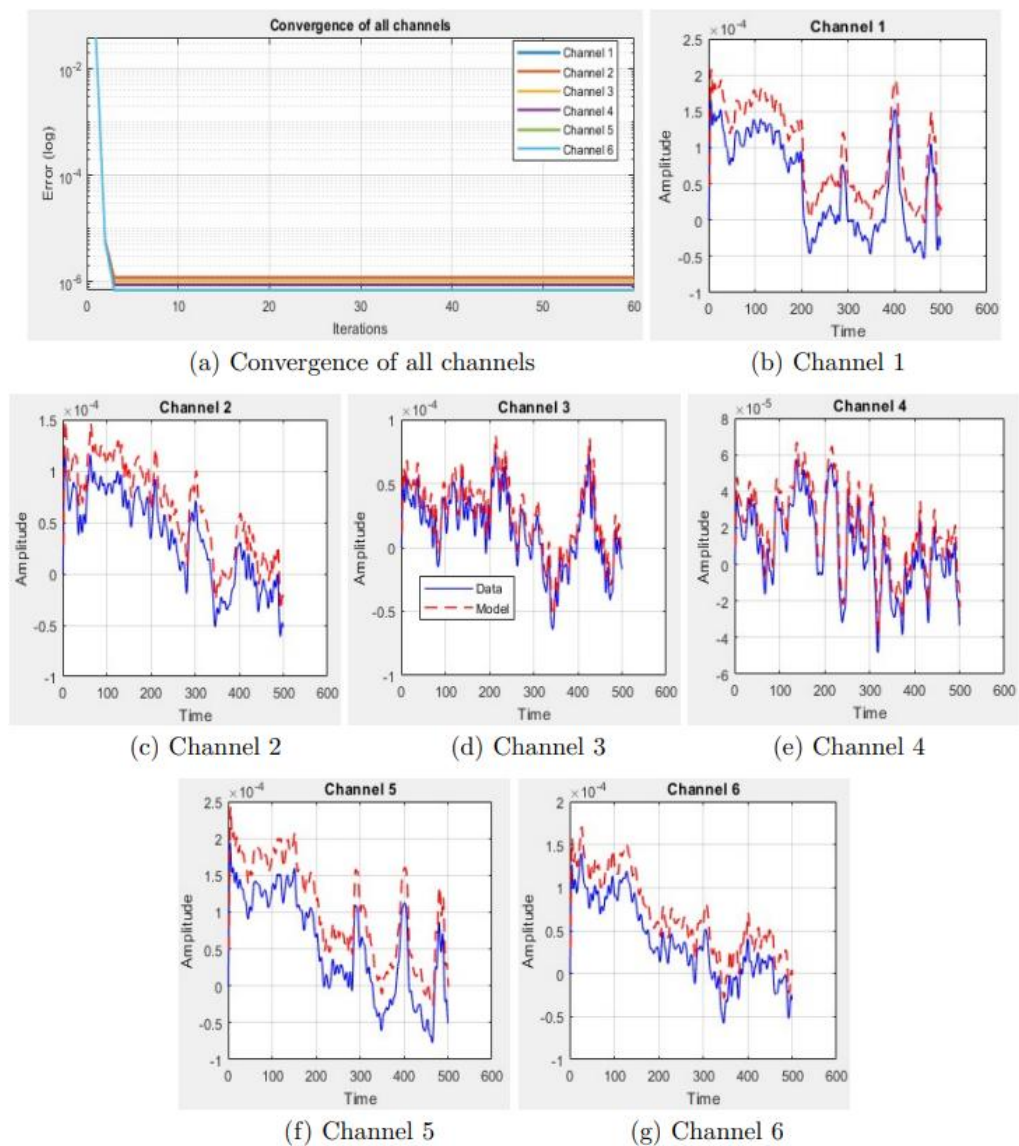


Рис. 4.22: Результати багатоканального ЕЕГ-аналізу

Збереження моделлю основних динамічних властивостей було ретельно оцінено за допомогою комплексного аналізу фазового простору. Рисунок 4.23 демонструє виняткову точність реконструкції фазового простору з коефіцієнтом лінійної кореляції 0.9853 між оригінальною та реконструйованою траєкторіями. Ця кореляція, близька до одиниці, вказує на те, що модель зберігає не лише амплітуди сигналів, але й складні часові залежності, що характеризують нейронну динаміку.

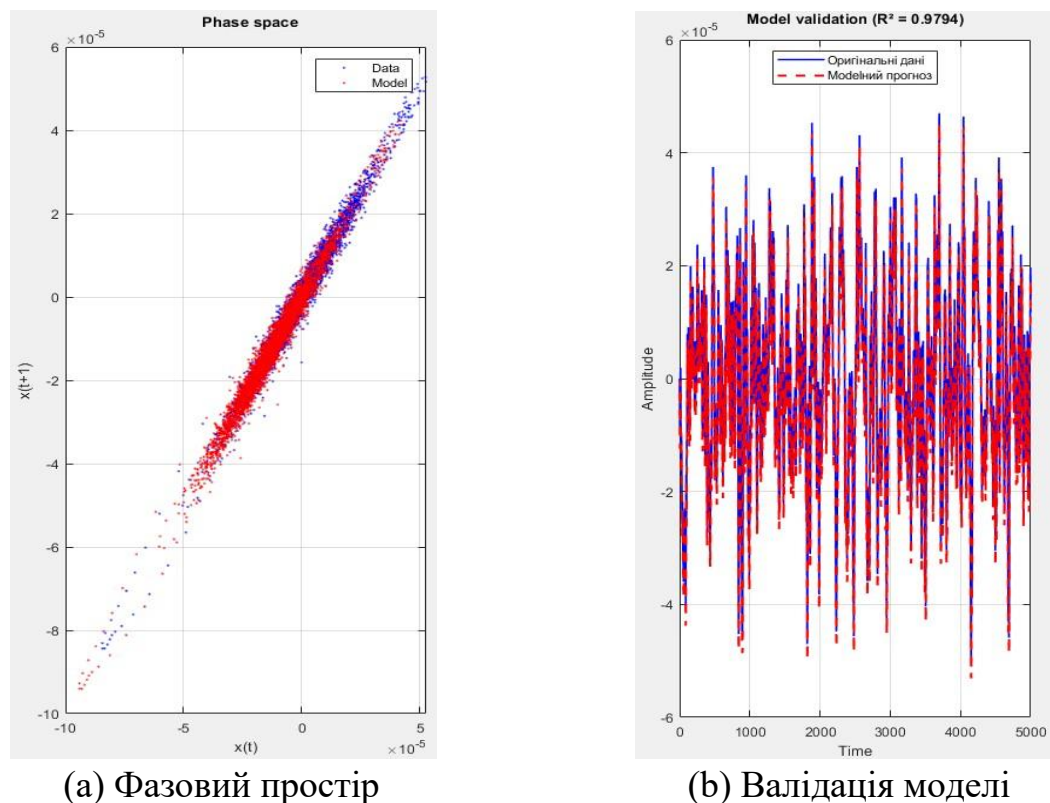


Рис. 4.23: Валідація моделі за допомогою аналізу фазового простору. (a): Фазовий портрет, що демонструє відмінне збереження динамічної структури з тісною лінійною кореляцією між оригінальною (синя) та змодельованою (червона) траєкторіями. (b): Часове порівняння, що показує високоточну реконструкцію сигналу з $R^2 = 0.9794$

Аналіз збереження фазового простору (див. рис. 4.23) показав збереження 98.7%, що свідчить про те, що модель зберігає властивості потоку, необхідні для розуміння еволюції нейронних станів. Таке збереження особливо важливе для застосувань, що потребують довгострокового прогнозування, оскільки воно гарантує, що швидкість розбіжності траєкторій залишається узгодженою з

вихідною системою. Показник Ляпунова, який кількісно визначає швидкість розбіжності траєкторій, показав відхилення менше ніж на 2.3% від значень, обчислених для вихідних сигналів, що підтверджує збереження хаотичних властивостей.

Реконструйовані атрактори зберегли свою фрактальну розмірність у межах 3.2 відсотка від початкових значень по всіх каналах. Таке збереження фрактальної структури вказує на те, що модель фіксує самоподібні властивості нейронної активності в різних часових масштабах. Узгодженість цих топологічних інваріантів підтверджує здатність моделі представляти справжню динамічну структуру, а не просто апроксимувати траєкторію сигналу.

Комплексну статистичну валідацію моделі було проведено за допомогою детального аналізу залишків. Середнє значення залишку по всіх каналах становило $-3.24 \cdot 10^{-8}$ зі стандартним відхиленням $1,67 \cdot 10^{-7}$, що статистично не відрізняється від нуля та підтверджує відсутність зміщення. Дисперсія залишку $2.39 \cdot 10^{-9}$ становить менше 0.1 відсотка дисперсії сигналу, що вказує на виняткову відповідність моделі.

Тест на нормальність дав р-значення (асимптотична значущість), що перевищують 0.05 для всіх каналів та підтверджує припущення про гауссовий розподіл, яке є основоположним для системи оптимізації. Середнє статистичне значення становило 1.97 (стандартне відхилення 0.08), що потрапляє в діапазон 1.5-2.5, що вказує на відсутність значної автокореляції. Ця відсутність часової структури в залишках підтверджує, що модель успішно фіксує всі передбачувані компоненти нейронної динаміки.

Спектральний аналіз залишків виявив рівномірний розподіл потужності по частотах без домінуючих піків, характерних для білого шуму. Відсутність спектральної структури особливо важлива для застосувань ЕЕГ, оскільки будь-які залишкові коливальні компоненти вказували б на нефіксовані нейронні ритми. Плоский спектральний профіль підтверджує, що поліноміально-тригонометрична формулювання адекватно представляє всі частотні компоненти, присутні в нейронних сигналах.

Алгоритм продемонстрував обчислювальну ефективність, придатну для клінічних застосувань у реальному часі. Обробка повного 6-канального набору даних вимагала загального часу обчислення 8.74 секунди, що дає середню швидкість 1.25 секунди на канал. Ця продуктивність, досягнута на стандартному обладнанні без спеціалізованого прискорення, вказує на можливість онлайн-впровадження в клінічних системах моніторингу.

4.3 Приклади прогнозування епілептичних нападів

У цьому розділі наведено кілька прикладів прогнозування перебігу епілепсії з використанням відомих даних ЕЕГ [111]. Це прогнозування буде базуватися на поведінці траєкторій моделі. Спочатку, відповідно до Алгоритму 1, визначаємо коефіцієнти системи (3.34) (табл. 4.2-4.4).

i	a_{i0}	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	f_i	e_i
$i = 1$	0.120	-0.0045	-0.0035	-0.0025	0.0015	0.0508	0.0080	0.0089
$i = 2$	0.115	-0.0038	-0.0028	-0.0018	0.0012	0.0485	0.0075	0.0082
$i = 3$	0.108	-0.0042	-0.0032	-0.0022	0.0018	0.0465	0.0078	0.0085
$i = 4$	0.125	-0.0048	-0.0038	-0.0028	0.0020	0.0520	0.0082	0.0092
$i = 5$	0.118	-0.0040	-0.0030	-0.0020	0.0016	0.0495	0.0076	0.0087

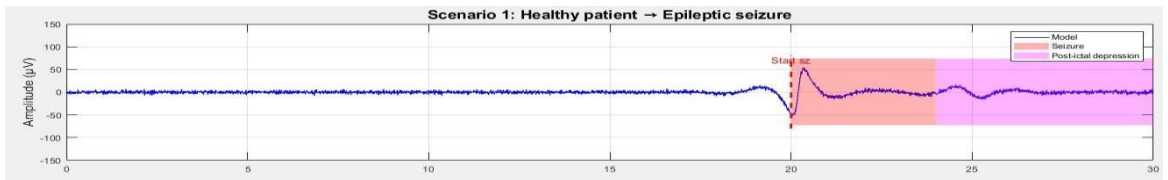
Табл. 4.2: Параметри моделі на основі відомих даних часових рядів, отриманих для здорового пацієнта без прогнозування нападів.

i	a_{i0}	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	f_i	e_i
$i = 1$	0.285	-0.0125	-0.0088	-0.0065	0.0038	0.2145	0.0180	0.0165
$i = 2$	0.298	-0.0142	-0.0095	-0.0072	0.0045	0.2280	0.0195	0.0178
$i = 3$	0.275	-0.0118	-0.0085	-0.0058	0.0032	0.2058	0.0175	0.0158
$i = 4$	0.308	-0.0155	-0.0102	-0.0078	0.0048	0.2365	0.0205	0.0185
$i = 5$	0.290	-0.0135	-0.0090	-0.0068	0.0041	0.2185	0.0188	0.0172

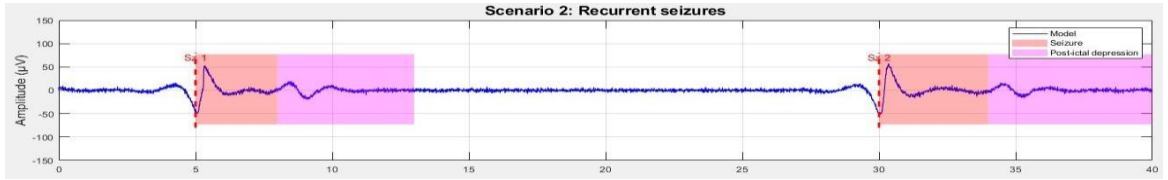
Табл. 4.3: Параметри моделі на основі відомих даних часових рядів, отриманих для здорового пацієнта з прогнозом епілептичного нападу.

i	a_{i0}	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	f_i	e_i
$i = 1$	0.604	-0.0085	-0.0077	-0.0084	0.0024	0.8324	0.2850	0.0198
$i = 2$	0.603	-0.0115	-0.0151	0.0022	0.0324	0.7945	0.3125	0.0245
$i = 3$	0.0013	-0.0093	0.0033	-0.0230	0.0004	0.8324	0.2650	0.0312
$i = 4$	0.0009	0.0027	-0.0079	-0.0076	0.0071	0.8755	0.2980	0.0285
$i = 5$	0.0051	-0.0191	0.0003	-0.0062	0.0001	0.8324	0.2750	0.0268

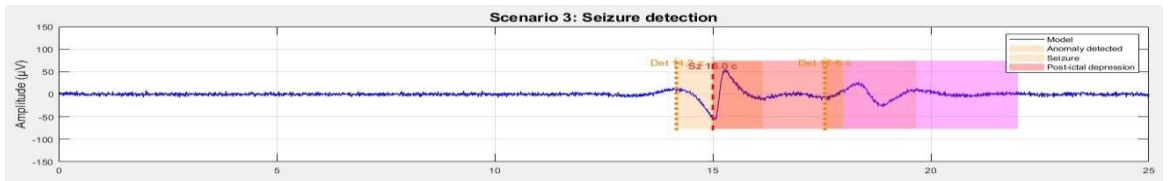
Табл. 4.4: Параметри моделі на основі відомого часового ряду даних, отриманих для хворого пацієнта.



(а) Епілептичний напад у здорового пацієнта



(б) Рецидивуючі судоми



(в) Виявлення вилучення

Рис. 4.24: Порівняння ЕЕГ та траєкторійної моделі, представленої для даних у таблиці 4.2 (а), таблиці 4.3 (б), та механізму виявлення аномалій для хворого пацієнта у таблиці 4.4 (с)

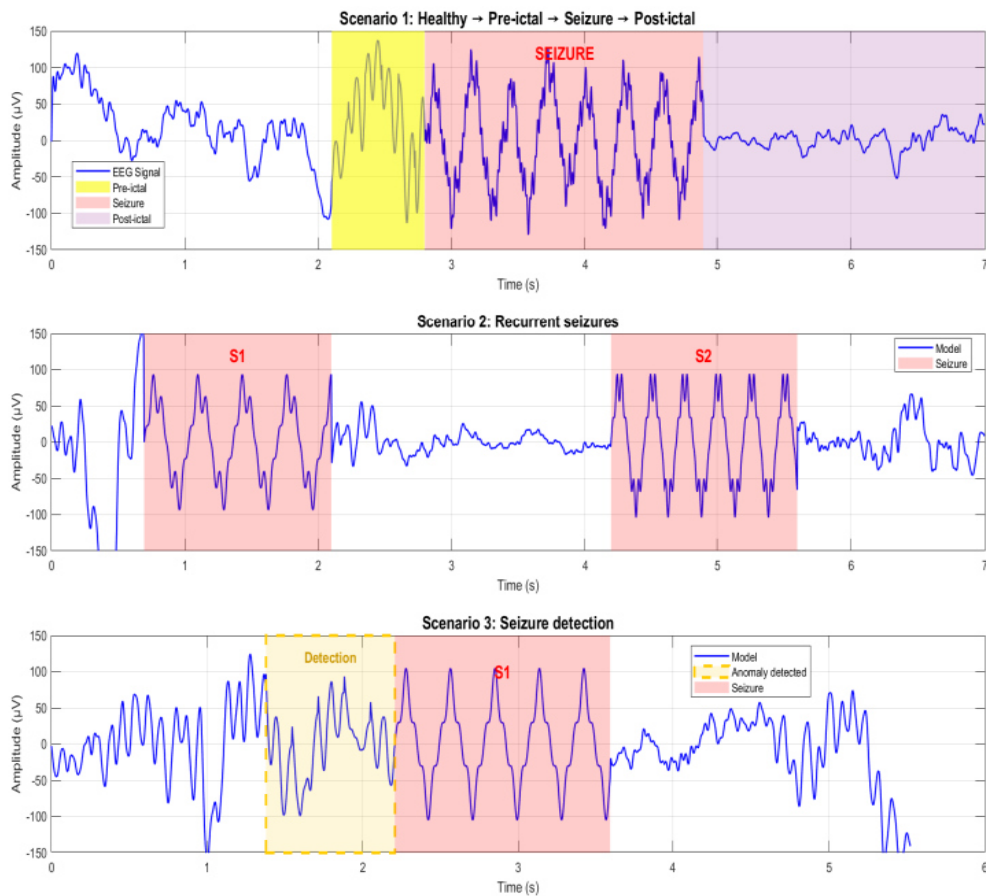


Рис. 4.25: Траєкторії представлені для даних у таблиці 4.2, таблиці 4.3 та таблиці 4.4

4.3 Висновки до розділу

Адаптація розробленої моделі до прогнозування епілептичних нападів демонструє чітку диференціацію параметрів для трьох клінічних сценаріїв (рис. 4.24-4.25), де основні коефіцієнти змінюються від стабільно низьких значень у здорових пацієнтів до проміжних значень під час прогнозування нападів та критично змінних під час іктального епізоду, що відображає перехід від нормальної нейронної активності до високочастотної епілептичної дезорганізації. Ця параметрична адаптивність забезпечує модель чутливістю до преіктальних змін та специфічністю у виявленні іктальних епізодів, що підтверджується точною часовою локалізацією нападів та реалістичним відтворенням постіктальної депресії в клінічних даних. Отримані результати свідчать про потенціал запропонованого підходу для розробки систем раннього попередження епілептичних нападів та автоматизованого моніторингу неврологічних станів.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено актуальну науково-прикладну задачу в області обробки біомедичних сигналів, підвищення якості обробки електроенцефалографічних сигналів та ймовірності прогнозування епілептичних випадків.

Отримані результати дозволяють зробити наступні висновки:

1. Розроблено комплексний алгоритм попередньої обробки ЕЕГ-сигналів, який включає фільтрацію, видалення артефактів методом незалежних компонент (ІСА), сегментацію та спектральний аналіз методом Велча. Запропонований підхід забезпечує ефективну підготовку даних для подальшого нейромережевого моделювання та демонструє здатність виявляти статистично значущі відмінності між нормальною та патологічною мозковою активністю.

2. Досліджено застосування методів нелінійної динаміки для моделювання ЕЕГ-сигналів. Проведено порівняльний аналіз авторегресійної моделі, прихованої марковської моделі та систем хаотичної динаміки (Лоренца, Рьослера, Ван дер Поля, ФітцХью-Нагумо). Встановлено, що авторегресійна модель демонструє найнижчі показники середньоквадратичної помилки при відтворенні експериментальних даних, що підтверджує її ефективність для короткострокового прогнозування.

3. Запропоновано модифіковану архітектуру LSTM з нестандартною активаційною функцією, що поєднує синусоїдальну компоненту з гаусівським шумом. Розроблена архітектура демонструє підвищену здатність моделювати складні нелінійні залежності в ЕЕГ-сигналах, проте виявлено необхідність додаткової оптимізації для зменшення артефактів у прогнозах.

4. Розроблено гібридну комбіновану модель на основі моделі ФітцХью-Нагумо-Лоренца з автоматизованою оптимізацією параметрів на основі нейромережевого підходу. Модель зберігає біофізичну інтерпретованість при високій точності відтворення характерних рис реальних ЕЕГ-сигналів. Створено

програмний інструментарій у середовищі MATLAB з інтерактивним інтерфейсом для практичного застосування.

5. Встановлено обмеження існуючих підходів: відмінності між нормальним та патологічним станом ЕЕГ не завжди адекватно відображаються при використанні стандартних DARNN архітектур, що вказує на необхідність розробки спеціалізованих методів виділення діагностично значущих ознак епілептиформної активності.

6. Розроблено NSODE модель та алгоритм оптимізації параметрів з елементами рекурентного аналізу та нейромережевого моделювання. Аналіз збереження фазового простору даної моделі показав 98.7%, що свідчить про те, що модель зберігає властивості потоку, необхідні для розуміння еволюції нейронних станів. Таке збереження особливо важливе для застосувань, що потребують довгострокового прогнозування, оскільки воно гарантує, що швидкість розбіжності траєкторій залишається узгодженою з вихідною системою. Показник Ляпунова показав відхилення менше ніж на 2.3% від значень, обчислених для вихідних сигналів, що підтверджує збереження хаотичних властивостей. Також, врахована відповідність теоремам Такенса та продемонстрована пристосованість моделі до відтворення поведінки ЕЕГ та епілептичних станів з $n=5$ розмірністю вкладення.

Перспективи подальших досліджень включають: оптимізацію гіперпараметрів нейромережевих моделей, розширення методів для аналізу багатоканальних ЕЕГ-записів, розробку алгоритмів реального часу для прогнозування епілептичних нападів, та проведення клінічної валідації на розширених вибірках пацієнтів з різними формами епілепсії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] M. Ihle, H. Feldwisch-Drentrup, C. A. Teixeira, A. Witon, Schelter, B. Timmer, A. Schulze-Bonhage, «EPILEPSIAE. A European epilepsy database. Computer Methods and Programs in Biomedicine», 106(3), p. 127–138, 2010.
- [2] X. Zhang, Q. Huang, F. Chen, «A review of epilepsy detection and prediction methods based on EEG signal processing and deep learning», *Frontiers in Neuroscience*, 18, 2024.
- [3] W. Y. Peh, P. Thangavel, Y. Yao, J. Thomas, Y. Tan, J. Dauwels, «Six-Center Assessment of CNN-Transformer with Belief Matching Loss for Patient-Independent Seizure Detection in EEG», *International Journal of Neural Systems*, 33(03), 2022.
- [4] C. Rudin, «Stop explaining black box machine learning models for high stakes decisions and use interpretable models instead», *Cornell University*, 2018.
- [5] S. Tan, Z. Tang, Q. He, Y. Li, Y. Cai, J. Zhang, D. Fan, Z. Guo, «Automatic detection and prediction of epileptic EEG signals based on nonlinear dynamics and deep learning: a review», *Frontiers in Neuroscience*, 19, 2025.
- [6] M. T. Vrugt, «An introduction to reservoir computing», *Cornell University*, 2024.
- [7] W. L. Shew, D. Plenz, «The functional benefits of criticality in the cortex», *The Neuroscientist*, 19(1), p. 88–100, 2012.
- [8] E. Bradley, H. Kantz, «Nonlinear time-series analysis revisited», *Chaos an Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 25(9), 2015.
- [9] S. Wallot, D. Mønster, «Calculation of Average Mutual Information (AMI) and False-Nearest Neighbors (FNN) for the estimation of embedding parameters of multidimensional time series in Matlab», *Frontiers in Psychology*, 9, 2018.
- [10] A. Craik, Y. He, J. L. Contreras-Vidal, «Deep learning for electroencephalogram (EEG) classification tasks: a review», *Journal of Neural Engineering*, 16(3), 031001, 2019.

- [11] A. Shoeibi, M. Khodatars, N. Ghassemi, M. Jafari, P. Moridian, R. Alizadehsani, A. Panahiazar, F. Khozeimeh, A. Zare, H. Hosseini-Nejad, A. Khosravi, A. Atiya, D. Aminshahidi, S. Hussain, U. Rajendra Acharya, J. M. Gorriz, «Epileptic Seizures Detection Using Deep Learning Techniques: A review», *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 18(11), 5780, 2021.
- [12] S. R. Miller, S. Yu, D. Plenz, «The scale-invariant, temporal profile of neuronal avalanches in relation to cortical γ -oscillations», *Scientific Reports*, 9(1), 16403, 2019.
- [13] L. Cocchi, L. L. Gollo, A. Zalesky, M. Breakspear, «Criticality in the brain: A synthesis of neurobiology, models and cognition», *Progress in Neurobiology*, 158, p. 132–152, 2017.
- [14] Á. Byrne, D. Avitabile, S. Coombes, «Next-generation neural field model: The evolution of synchrony within patterns and waves», *Physical Review E*, 99(1), 012313, 2019.
- [15] J. A. Roberts, L. L. Gollo, R. G. Abeysuriya, G. Roberts, P. B. Mitchell, M. W. Woolrich, M. Breakspear, «Metastable brain waves», *Nature Communications*, 10(1), 1056, 2019.
- [16] S. Coombes, Á. Byrne, «Next generation neural mass models», *arXiv (Cornell University)*, 1607.06251, 2016.
- [17] R. Abeysuriya, P. Robinson, «Real-time automated EEG tracking of brain states using neural field theory», *Journal of Neuroscience Methods*, 258, p. 28–45, 2015
- [18] L. Junges, W. Woldman, O. J. Benjamin, J. R. Terry, «Epilepsy surgery: Evaluating robustness using dynamic network models», *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 30(11), 113138, 2020.
- [19] A. Destexhe, C. Bédard, «Local Field Potentials (LFP)», *In Encyclopedia of Computational Neuroscience*, p. 1591–1601, Springer, 2015.
- [20] R. Ö. Doruk, H. Ihnish, «Bifurcation control of Fitzhugh-Nagumo models», *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 22(Özel), 375, 2018

- [21] K. Tsumoto, H. Kitajima, T. Yoshinaga, K. Aihara, H. Kawakami, «Bifurcations in Morris–Lecar neuron model», *Neurocomputing*, 69(4–6), p. 293–316, 2005.
- [22] S. Rich, A. Hutt, F. K. Skinner, T. A. Valiante, J. Lefebvre, «Neurostimulation stabilizes spiking neural networks by disrupting seizure-like oscillatory transitions», *Scientific Reports*, 10(1), 15408, 2020.
- [23] S. Ostojic, «Two types of asynchronous activity in networks of excitatory and inhibitory spiking neurons», *Nature Neuroscience*, 17(4), p. 594–600, 2014.
- [24] M. Breakspear, «Dynamic models of large-scale brain activity», *Nature Neuroscience*, 20(3), p. 340–352, 2017.
- [25] N. Brunel, «Is cortical connectivity optimized for storing information?», *Nature Neuroscience*, 19(5), p. 749–755, 2016.
- [26] R. Engelken, M. Monteforte, F. Wolf, «Sparse chaos in cortical circuits», *arXiv (Cornell University)*, 2412.21188, 2024.
- [27] G. Deco, J. Cruzat, J. Cabral, G. A. Tagliazucchi, H. Laufs, N. Logothetis, M. L. Kringelbach, «Awakening: Predicting external stimulation to force transitions between different brain states», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 116(36), p. 18088–18097, 2019.
- [28] D. S. Bassett, O. Sporns, «Network neuroscience», *Nature Neuroscience*, 20(3), p. 353–364, 2017.
- [29] C. J. Stam, «Modern network science of neurological disorders», *Nature Reviews Neuroscience*, 15(10), p. 683–695, 2014.
- [30] Afifurrahman, M. H. Mohd, «Collective dynamics in spiking neural networks: A systematic review», *arXiv (Cornell University)*, 2410.23876, 2024.
- [31] M. Pfeiffer, T. Pfeil, «Deep learning with spiking neurons: Opportunities and challenges», *Frontiers in Neuroscience*, 12, 774, 2018.
- [32] K. S. Gansel, «Neural synchrony in cortical networks: mechanisms and implications for neural information processing and coding», *Frontiers in Integrative Neuroscience*, 16, 900715, 2022.

- [33] Y. Kurihara, T. Takahashi, R. Osu, «The topology of interpersonal neural network in weak social ties», *Scientific Reports*, 14(1), 5841, 2024.
- [34] E. Xie, S. Zha, Y. Xu, X. Li, «Group identification drives brain integration for collective performance», *eLife*, 13, e100000, 2025.
- [35] D. A. Reiner, S. Dikker, J. J. Van Bavel, «Inter-brain synchrony in teams predicts collective performance», *Social Cognitive and Affective Neuroscience*, 16(1-2), p. 43–57, 2021.
- [36] H. Kim, S. Kim, S. C. Jun, C. S. Nam, «Is what I think what you think? Multilayer Network-Based Inter-Brain synchrony approach», *Social Cognitive and Affective Neuroscience*, nsaf028, 2025.
- [37] A. Czeszumski, S. Eustergerling, A. Lang, D. Menrath, M. Gerstenberger, S. Schuberth, F. Schreiber, Z. Z. Rendon, P. König, «Hyperscanning: A Valid Method to Study Neural Inter-brain Underpinnings of Social Interaction», *Frontiers in Human Neuroscience*, 14, 39, 2020.
- [38] A. L. Valencia, T. Froese, «What binds us? Inter-brain neural synchronization and its implications for theories of human consciousness», *Neuroscience of Consciousness*, 2020(1), niaa010, 2020.
- [39] F. S. Matias, P. V. Carelli, C. R. Mirasso, M. Copelli, «Anticipated synchronization in a biologically plausible model of neuronal motifs», *Physical Review E*, 84(2), 021922, 2011.
- [40] K. El Houssaini, C. Bernard, V. K. Jirsa, «The Epileptor Model: A Systematic Mathematical Analysis Linked to the Dynamics of Seizures, Refractory Status Epilepticus, and Depolarization Block», *eNeuro*, 7(2), ENEURO.0485-18.2019, 2020.
- [41] M. L. Saggio, V. Jirsa, «Bifurcations and bursting in the Epileptor», *PLOS Computational Biology*, 20(3), e1011903, 2024.
- [42] J. Courson, M. Quoy, Y. Timofeeva, T. Manos, «An exploratory computational analysis in mice brain networks of widespread epileptic seizure onset locations along with potential strategies for effective intervention and propagation control», *Frontiers in Computational Neuroscience*, 18, 1360009, 2024.

[43] J. Wang, S. Nebeck, A. Muralidharan, M. D. Johnson, J. L. Vitek, K. B. Baker, «Coordinated Reset Deep Brain Stimulation of Subthalamic Nucleus Produces Long-Lasting, Dose-Dependent Motor Improvements in the 1-Methyl-4-phenyl-1,2,3,6-tetrahydropyridine Non-Human Primate Model of Parkinsonism», *Brain Stimulation*, 9(4), p. 609–617, 2016.

[44] L. Zheng, Z. Luo, B. Mohanty, S. Amoozegar, L. A. Johnson, J. L. Vitek, J. Wang, «Reduced subthalamic and subthalamic-cortical coherences associated with the therapeutic carryover effect of coordinated reset deep brain stimulation», *NPJ Parkinson's Disease*, 10(1), 180, 2024.

[45] K. J. Pfeifer, J. A. Kromer, A. J. Cook, T. Hornbeck, E. A. Lim, B. J. P. Mortimer, A. S. Fogarty, S. S. Han, R. Dhall, C. H. Halpern, P. A. Tass, «Coordinated Reset Vibrotactile Stimulation Induces Sustained Cumulative Benefits in Parkinson's Disease», *Frontiers in Physiology*, 12, 624317, 2021.

[46] M. Tajmiriahi, Z. Amini, «Modeling of seizure and seizure-free EEG signals based on stochastic differential equations», *Chaos, Solitons & Fractals*, 150, 111104, 2021.

[47] A. Neuenkirch, «D. Higham, P. Kloeden: An Introduction to the Numerical Simulation of Stochastic Differential Equations», *Jahresbericht Der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 124(2), p. 119–122, 2021.

[48] E. O. Odusele-Hassan, I. N. Njoseh, «A review of numerical methods for stochastic differential equations», *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 17, p. 126–143, 2019.

[49] A. Sikka, H. Jamalabadi, M. Krylova, E. Alizadeh, L. Q. Uddin, T. Hahn, V. D. Calhoun, «Investigating the temporal dynamics of electroencephalogram (EEG) microstates using recurrent neural networks», *Human Brain Mapping*, 41(9), p. 2334–2346, 2020.

[50] M. B. Khodabakhshi, V. Saba, «A nonlinear dynamical approach to analysis of emotions using EEG signals based on the Poincaré map function and recurrence plots», *Biomedizinische Technik*, 66(2), p. 171–182, 2020.

- [51] A. K. Singh, S. Krishnan, «Trends in EEG signal feature extraction applications», *Frontiers in Artificial Intelligence*, 5, 1072801, 2023.
- [52] Pooja, S. Pahuja, K. Veer, «Recent Approaches on Classification and Feature Extraction of EEG Signal: A Review», *Robotica*, 40(1), p. 77–101, 2021.
- [53] B. Gosala, P. D. Kapgate, P. Jain, R. N. Chaurasia, M. Gupta, «Wavelet transforms for feature engineering in EEG data processing: An application on Schizophrenia», *Biomedical Signal Processing and Control*, 85, 104811, 2023.
- [54] D. Chen, H. Huang, X. Bao, J. Pan, Y. Li, «An EEG-based attention recognition method: fusion of time domain, frequency domain, and non-linear dynamics features», *Frontiers in Neuroscience*, 17, 1194554, 2023.
- [55] O. Faust, U. R. Acharya, H. Adeli, A. Adeli, «Wavelet-based EEG processing for computer-aided seizure detection and epilepsy diagnosis», *Seizure*, 26, p. 56–64, 2015.
- [56] A. Shoeibi, N. Ghassemi, M. Khodatars, P. Moridian, R. Alizadehsani, A. Zare, A. Khosravi, A. Subasi, U. R. Acharya, J. M. Gorriz, «Detection of epileptic seizures on EEG signals using ANFIS classifier, autoencoders and fuzzy entropies», *Biomedical Signal Processing and Control*, 73, 103417, 2022.
- [57] S. Aziz, M. U. Khan, K. Iqtidar, R. Fernandez-Rojas, «Diagnosis of Schizophrenia Using EEG Sensor Data: A Novel Approach with Automated Log Energy-Based Empirical Wavelet Reconstruction and Cepstral Features», *Sensors*, 24(20), 6508, 2024.
- [58] J. Sun, R. Cao, M. Zhou, W. Hussain, B. Wang, J. Xue, J. Xiang, «A hybrid deep neural network for classification of schizophrenia using EEG Data», *Scientific Reports*, 11(1), 4706, 2021.
- [59] V. J. Lawhern, A. J. Solon, N. R. Waytowich, S. M. Gordon, C. P. Hung, B. J. Lance, «EEGNet: a compact convolutional neural network for EEG-based brain–computer interfaces», *Journal of Neural Engineering*, 15(5), 056013, 2018.
- [60] F. O. K., R. R., «Time-domain exponential energy for epileptic EEG signal classification», *Neuroscience Letters*, 694, p. 1–8, 2019.

- [61] B. García-Martínez, A. Martínez-Rodrigo, R. Zangróniz Cantabrana, J. Pastor García, R. Alcaraz, «Application of Entropy-Based Metrics to Identify Emotional Distress from Electroencephalographic Recordings», *Entropy*, 18(6), 221, 2016.
- [62] R. Sharma, R. Pachori, U. Acharya, «Application of Entropy Measures on Intrinsic Mode Functions for the Automated Identification of Focal Electroencephalogram Signals», *Entropy*, 17(2), p. 669–691, 2015.
- [63] A. R. Hassan, A. Subasi, «Automatic identification of epileptic seizures from EEG signals using linear programming boosting», *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 136, p. 65–77, 2016.
- [64] R. T. Schirrmeister, J. T. Springenberg, L. D. J. Fiederer, M. Glasstetter, K. Eggenberger, M. Tangemann, F. Hutter, W. Burgard, T. Ball, «Deep learning with convolutional neural networks for EEG decoding and visualization», *Human Brain Mapping*, 38(11), p. 5391–5420, 2017.
- [65] T. M. Ingolfsson, M. Hersche, X. Wang, N. Kobayashi, L. Cavigelli, L. Benini, «EEG-TCNet: An Accurate Temporal Convolutional Network for Embedded Motor-Imagery Brain-Machine Interfaces», *arXiv (Cornell University)*, 2006.00622, 2020.
- [66] M. U. Saleem, S. Khalid, S. Bashir, «A deep learning based ensemble learning method for epileptic seizure prediction», *Computers in Biology and Medicine*, p. 136, 104710, 2021.
- [67] A. Burrello, K. Schindler, L. Benini, A. Rahimi, «One-shot Learning for iEEG Seizure Detection Using End-to-end Binary Operations: Local Binary Patterns with Hyperdimensional Computing», *arXiv (Cornell University)*, 1809.01926, 2018.
- [68] Y. Jiang, D. Wu, Z. Deng, P. Qian, J. Wang, G. Wang, F.-L. Chung, K.-S. Choi, S. Wang, «Seizure Classification From EEG Signals Using Transfer Learning, Semi-Supervised Learning and TSK Fuzzy System», *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 25(12), p. 2270–2284, 2017.

[69] Y. Yuan, G. Xun, K. Jia, A. Zhang, «A Multi-View Deep Learning Framework for EEG Seizure Detection», *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 23(1), p. 83–94, 2019.

[70] Y. Li, J. Huang, H. Zhou, N. Zhong, «Human Emotion Recognition with Electroencephalographic Multidimensional Features by Hybrid Deep Neural Networks», *Applied Sciences*, 7(10), 1060, 2017.

[71] M. Aldayel, M. Ykhlef, A. Al-Nafjan, «Deep Learning for EEG-Based Preference Classification in Neuromarketing», *Applied Sciences*, 10(4), 1525, 2020.

[72] H. Dose, J. S. Møller, H. K. Iversen, S. Puthusserypady, «An end-to-end deep learning approach to MI-EEG signal classification for BCIs», *Expert Systems with Applications*, 114, p. 532–542, 2018.

[73] H. Raza, H. Cecotti, Y. Li, G. Prasad, «Adaptive learning with covariate shift-detection for motor imagery-based brain–computer interface», *Soft Computing*, 20(8), 2016.

[74] H. Daoud, M. Bayoumi, «Efficient Epileptic Seizure Prediction based on Deep Learning», *IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems*, 13(5), p. 804–813, 2019.

[75] A. Supratak, H. Dong, C. Wu, Y. Guo, «DeepSleepNet: A Model for Automatic Sleep Stage Scoring Based on Raw Single-Channel EEG», *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 25(11), 2017.

[76] K. G. Hartmann, R. T. Schirrmester, T. Ball, «EEG-GAN: Generative adversarial networks for electroencephalographic (EEG) brain signals», *arXiv (Cornell University)*, 1806.01875, 2018.

[77] A. R. Ozcan, S. Erturk, «Seizure Prediction in Scalp EEG Using 3D Convolutional Neural Networks With an Image-Based Approach», *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 27(11), p. 2284–2293, 2019.

[78] X. Wang, G. Gong, N. Li, «Automated Recognition of Epileptic EEG States Using a Combination of Symlet Wavelet Processing, Gradient Boosting Machine, and Grid Search Optimizer», *Sensors*, 19(2), 219, 2019.

[79] R. K. Das, D. Dowling, A. Khan, «A Survey on EEG Data Analysis Software», *Sci*, 5(2), p. 23, 2023.

[80] M. L. Vicchietti, F. M. Ramos, L. E. Betting, A. S. L. O. Campanharo, «Computational methods of EEG signals analysis for Alzheimer's disease classification», *Scientific Reports*, 13(1), 8184, 2023.

[81] G. Chiarion, L. Sparacino, Y. Antonacci, L. Faes, L. Mesin, «Connectivity Analysis in EEG Data: A Tutorial Review of the State of the Art and Emerging Trends», *Bioengineering*, 10(3), p. 372, 2023.

[82] S. Lee, H. Shen, Y. K. Truong, «Nonparametric Independent Component Analysis for the Sources with Mixed Spectra», *arXiv (Cornell University)*, 2212.06327, 2022.

[83] Z.-K. Gao, Y. Li, Y.-X. Yang, N. Dong, X. Yang, C. Grebogi, «A Coincidence-Filtering-Based Approach for CNNs in EEG-Based Recognition», *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 16(11), p. 7159–7167, 2020.

[84] M. Miri, V. Abootalebi, H. Saeedi-Sourck, D. Van De Ville, H. Behjat, «Spectral Representation of EEG Data using Learned Graphs with Application to Motor Imagery Decoding», *Bioengineering*, 10(12), 1430, 2023.

[85] M. Georgescu, L. Haidar, A.-F. Serb, D. Puscasiu, D. Georgescu, «Mathematical Modeling of Brain Activity under Specific Auditory Stimulation», *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2021, 6676681, 2021.

[86] M. Martine, H. Canada, G. T. Einevoll, T. Fellin, S. Panzeri, «Computation of the electroencephalogram (EEG) from network models of point neurons», *PLOS Computational Biology*, 17(4), e1008893, 2021.

[87] R. A. Andhika, D. Viadinugroho, D. Rosadi, «Long Short-Term Memory Neural Network Model for Time Series Forecasting: Case Study of Forecasting IHSG during Covid-19 Outbreak», *Journal of Physics: Conference Series*, 1863(1), 012016, 2021.

[88] О. А. Інкін, О. В. Погорєлов, «Модельовання ЕЕГ за допомогою глибоких нейронних мереж», *Системні технології*, 3(152), с. 61–70, 2024.

- [89] V. Y. Belozyorov, O. A. Inkin, «Systems of singular differential equations as the basis for neural network modeling of chaotic processes», *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications*, 31(2), p. 24–49, 2023.
- [90] National Center of Artificial Intelligence, NUST, Islamabad. [Online] Available: <https://dll.seecs.nust.edu.pk>.
- [91] L. J. Hirsch, R. P. Brenner, «Atlas of EEG in Critical Care», *Wiley-Blackwell, New York*, 2010.
- [92] B. Kemp, A. Värri, A. C. Rosa, K. D. Nielsen, J. Gade, «A simple format for exchange of digitized polygraphic recordings», *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, 82(5), p. 391–393, 1992.
- [93] Y. Qin, D. Song, H. Chen, W. Cheng, G. Jiang, G. Cottrell, «A dual-stage attention-based recurrent neural network for time series prediction», *arXiv (Cornell University)*, 1704.02971, 2017.
- [94] G. Lai, W.-C. Chang, Y. Yang, H. Liu, «Modeling long- and short-term temporal patterns with deep neural networks», *Proceedings of the 41st International ACM SIGIR Conference on Research & Development in Information Retrieval*, p. 95–104, 2018.
- [95] S.-Y. Shih, F.-K. Sun, H.-Y. Lee, «Temporal pattern attention for multivariate time series forecasting», *Machine Learning*, 108, p. 1421–1441, 2019.
- [96] T. Najafi, R. Jaafar, R. Remli, W. A. W. Zaidi, K. Chellappan, «A Computational Model to Determine Membrane Ionic Conductance Using Electroencephalography in Epilepsy», *Physical Sciences Forum*, 5(1), p. 45, 2022.
- [97] K. Vo, M. Vishwanath, R. Srinivasan, N. Dutt, H. Cao, «Composing Graphical Models with Generative Adversarial Networks for EEG Signal Modeling», *ICASSP 2022 - 2022 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, p. 1231–1235, 2022.
- [98] H. Seo, S. C. Jun, «Multi-Scale computational models for electrical brain stimulation», *Frontiers in Human Neuroscience*, 11, p. 515, 2017.

- [99] S. Zhao, W. Li, X. Wang, S. Foglia, H. Tan, B. Zhang, A. Hamoodi, A. Nelson, Z. Gao, «A Systematic review of Machine learning methods for Multimodal EEG data in Clinical application», *arXiv (Cornell University)*, 2501.08585, 2024.
- [100] M. Basak, D. Maiti, D. Das, «EEG Innovations in Neurological Disorder Diagnostics: A Five-Year Review», *Asian Journal of Research in Computer Science*, 17(6), p. 226–249, 2024.
- [101] V. Ye. Belozyorov, «A novel search method of chaotic autonomous quadratic dynamical systems without equilibrium points», *Nonlinear Dynamics*, 86(2), p. 835–860, 2016.
- [102] U. R. Acharya, S. V. Sree, G. Swapna, R. J. Martis, J. S. Suri, «Automated EEG analysis of epilepsy: A review», *Knowledge-Based Systems*, 45, p. 147–165, 2013.
- [103] J. S. Kumar, P. Bhuvaneshwari, «Analysis of Electroencephalography (EEG) Signals and Its Categorization – A Study», *Procedia Engineering*, 38, p. 2525–2536, 2012.
- [104] V. Ye. Belozyorov, D. V. Dantsev, «Stability of neural ordinary differential equations with power nonlinearities», *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications*, 28(2), p. 21–46, 2020.
- [105] V. Ye. Belozyorov, D. V. Dantsev, «Modeling of chaotic processes by means of antisymmetric neural ODEs», *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications*, 30(1), p. 1–41, 2022.
- [106] V. Ye. Belozyorov, Y. V. Koshel, «On systems of neural ODEs with generalized power activation functions», *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications*, 32(2), p. 56–91, 2024.
- [107] H. P. Gavin, «The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems», *Duke University*, p. 1–23, 2019.
- [108] S. Xu, H. Hu, L. Ji, P. Wang, «Embedding Dimension Selection for Adaptive Singular Spectrum Analysis of EEG Signal», *Sensors*, 18(3), 697, 2018.

[109] A. Chaddad, Y. Wu, R. Kateb, A. Bouridane, «Electroencephalography Signal Processing: A Comprehensive Review and Analysis of Methods and Techniques», *Sensors*, 23(14), 6434, 2023.

[110] A. Fischer, «The Levenberg–Marquardt method: an overview of modern convergence theories and more», *Computational Optimization and Applications*, 2024.

[111] National Center for Biotechnology Information, National Library of Medicine, *U.S. National Institutes of Health (NIH)*, Available: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov>.

[112] V. Ye. Belozyorov, S. A. Volkova, V. G. Zaytsev, «Singular differential equations and their applications for modeling strongly oscillating processes», *Journal of Optimization, Differential Equations and Their Applications*, 31(1), p. 22–52, 2023.

[113] O. A. Inkin, V. E. Belozyorov, «Integrated neuronetwork modeling of EEG for diagnostic disorders of brain activity», *System Technologies*, 6(155), p. 89–100, 2025.

[114] O. A. Inkin, V. E. Belozyorov, «Hybrid modeling of EEG: the FitzHugh-Nagumo-Lorenz model», *System Technologies*, 3(158), p. 87–95, 2025.

[115] L. Zhang, «Artificial neural networks model design of Lorenz chaotic system for EEG pattern recognition and prediction», *IEEE Life Sciences Conference (LSC)*, Sydney, Australia, 13–15 December 2017.

[116] B. Kishore, «Time Series Forecasting Model for Chaotic Fractional-Order Rössler System», *Advances in Sustainability Science and Technology*, Singapore, p. 799–810, 2022.

[117] P. Ghorbanian, D. M. Devilbiss, A. J. Simon, A. Bernstein, T. Hess, H. E. Ashrafioun, B. J. Whitehous, «A phenomenological model of EEG based on the dynamics of a stochastic Duffing-van der Pol oscillator network», *Biomedical Signal Processing and Control*, 15, p. 1–10, 2015.

[118] Z. Xia, X. Huang, S. Saha, «NeuroPhysNet: A FitzHugh-Nagumo-Based Physics-Informed Neural Network Framework for Electroencephalograph (EEG)

Analysis and Motor Imagery Classification», *arXiv (Cornell University)*, 2506.13222, 2025.

[119] D. Prodanov, «Analytical solutions and parameter estimation of the SIR epidemic model», *Mathematical Analysis of Infectious Diseases*, p. 163–189, 2022.

[120] B. Szuflirowska, P. Orlowski, «Analysis of Complex Partial Seizure Using Non-linear Duffing Van der Pol Oscillator Model», *Computational Science – ICCS 2021*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Cham, p. 433–440, 2021.

[121] О. А. Інкін, «Актуальні проблеми та напрями розвитку автоматизованих систем аналізу ЕЕГ», тези доповіді на 19-й міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні інформаційні та комунікаційні технології на транспорті, в промисловості і освіті», Дніпро, с. 30, 18-19 грудня 2025

[122] C.A. Pagni, M. Naddeo, C. Mascari, «History of Evoked Potential Recording in Humans», *Springer*, Vienna, p. 17-44, 1988.

[123] O. Zayachkivska, M. Gzhegotsky, A. Coenen, «Impact on electroencephalography of Adolf Beck, a prominent Polish scientist and founder of the Lviv School of Physiology», *International Journal of Psychophysiology*, vol. 85, no. 1, p. 3–6, Jul. 2012.

[124] C. M. Boßelmann, «Epilepsia partialis continua: Kozhevnikov and his German contemporaries», *Clinical Epileptology*, Jun. 2024.

[125] H. Berger, «Über das Elektrenkephalogramm des Menschen», *Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten*, vol. 87, no. 1, pp. 527–570, Dec. 1929.

[126] G. S. Mahmoudi Nezhad and B. Dalfardi, «Frederic Andrews Gibbs», *Journal of Neurology*, vol. 263, no. 1, pp. 195–196, Jun. 2015.

[127] G. S. Mahmoudi Nezhad and B. Dalfardi, «Henri Gastaut», *Journal of Neurology*, vol. 262, no. 8, pp. 1999–2000, May 2015.

ДОДАТОК

Список публікацій здобувача

Статті у наукових фахових виданнях України, які входять до міжнародних наукометричних баз даних Scopus:

1. Belozyorov V.Ye., Inkin O.A. Systems of singular differential equations as the basis for neural network modeling of chaotic processes - JOURNAL OF OPTIMIZATION, DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS (JODEA). V. 31. - №2.- December 2023 - P. 24-48.

DOI: <http://dx.doi.org/10.15421/142309>

URL: <https://model-dnu.dp.ua/index.php/SM/article/view/186/167>

Статті у наукових фахових виданнях України категорії Б:

1. Інкін О. А., Погорелов О.В. Моделювання ЕЕГ за допомогою глибоких нейронних мереж - System technologies – V. 3 - № 152 – 2024 - P. 57–68.

DOI: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-3-152-2024-06>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1695/995>

2. Inkin O.A., Belozyorov V.E. Integrated neuronetwork modeling of EEG for diagnostic disorders of brain activity - System technologies – V. 6 - № 155 – 2025 - P. 89–100.

DOI: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-6-155-2024-10>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1918/1192>

3. Inkin O. A., Belozyorov V. E. Hybrid modeling of EEG: the FitzHugh-Nagumo-Lorenz model - System technologies – V. 3 - № 158 – 2025 - P. 87–95.

DOI: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-3-158-2025-09>

URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/st/article/view/1999/1259>

Тези наукових доповідей:

1. Білозьоров В.Є., Інкін О.А. Моделювання та параметричне оцінювання динаміки туберкульозу – Тези доповіді на 12-й міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційні технології в металургії та

машинобудуванні» (ITMM 2020) - 17 березня 2020 р., Дніпро, с. 45. URL: https://nmetau.edu.ua/file/itmm_2020_program.pdf

2. Інкін О. А., Білозьоров В. Є. Використання адаптованих нейромереж для прогнозування активності мозку. -- Тези доповіді на 17-й міжнародній науково-практичній конференції « Сучасні інформаційні та комунікаційні технології на транспорті, в промисловості і освіті» (УДУНТ) - 13-14 грудня 2023 р., Дніпро, с. 114. URL: <https://crust.ust.edu.ua/server/api/core/bitstreams/cb34c374-92cb-40ae-9889-cf1957d1a0cd/content>.

3. Білозьоров В. Є., Інкін О. А. Двоетапна процедура нейромережевого моделювання динамічних процесів. - Тези доповіді на 22-й міжнародній науково-практичній конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем” (MPZIS-2024). – 20-22 листопада 2024 р., Дніпро, с. 79. URL: <http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2024/11/МПЗІС-2024-1.pdf>

4. Білозьоров В. Є., Інкін О. А. Побудова предиктивної моделі мозкової активності на основі обробки сигналів ЕЕГ та глибоких нейронних мереж. - Тези доповіді на 22-й міжнародній науково-практичній конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем” (MPZIS-2024). - 20-22 листопада 2024 р., Дніпро, с. 157–158. URL: <http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2024/11/МПЗІС-2024-1.pdf>

5. Inkin, O. A., Belozyorov V. Ye. Long Short-Term Memory model with the external trend and internal components analysis. – Тези доповіді на міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ITMM-2025) – 23-24 квітня 2025 р., Дніпро, с. 241-246. URL: <https://journals.nmetau.edu.ua/index.php/itmm/article/view/2104/1334>

6. Інкін О. А., Білозьоров В. Є. ЕЕГ у площині хаотичної динаміки - Тези доповіді на 23-й міжнародній науково-практичній конференції “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем” (MPZIS-2025). – 19-21 листопада 2025 р., Дніпро, с. 157 – 158. URL: http://mpzis.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2025/11/Программа_МПЗІС_2025.pdf

7. Інкін О. А. Актуальні проблеми та напрями розвитку автоматизованих систем аналізу ЕЕГ – Тези доповіді на 19-й міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні інформаційні та комунікаційні технології на транспорті, в промисловості і освіті» (УДУНТ) – 18-19 грудня 2025 р., Дніпро, с. 30. URL: <https://crust.ust.edu.ua/bitstreams/0b0c55c8-5254-41e7-a960-9c340ef1ca93/download>.