

Рішення разової спеціалізованої вченої ради про присудження ступеня доктора філософії

Разова спеціалізована вчена рада Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України прийняла рішення про присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика на підставі прилюдного захисту дисертації «Адаптивна анізотропна апроксимація функцій багатьох змінних» зі спеціальності 111 Математика 27 листопада 2023 року.

Козиненко Олександр Віталійович, 1993 року народження, громадянин України, освіта вища. У 2016 році закінчив Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара за спеціальністю 111 Математика.

Навчався в аспірантурі Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України з 2016 по 2023 рік.

Дисертацію виконано у Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник – Парфінович Наталія Вікторівна, доктор фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри математичного аналізу та оптимізації Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара.

Здобувач має 15 наукових публікацій за темою дисертації, з них 1 стаття опублікована у періодичному науковому виданні іншої держави, що входить до наукометричної бази Scopus, 1 стаття опублікована в українському періодичному виданні, що входить до наукометричної бази Scopus, і 2 статті опубліковані у виданнях, що входять до переліку наукових фахових видань України, зокрема:

1. Babenko, V.F., Kozynenko, O.V., Skorokhodov, D.S.: Inequalities of Carlson-Taikov-Shadrin type in $L_{\{2,r;\alpha,\beta\}}((-1,1))$ and $L_{\{2,e^{-t^2}\}}(\mathbb{R})$ spaces. *Researches in Mathematics*, 27(2), 45-58 (2019). <https://doi.org/10.15421/241914>
2. Kozynenko, O.V., Skorokhodov, D.S.: Kolmogorov type inequalities for norms of fractional derivatives of functions defined on the positive half-line. *Ukr. Mat. Journ.*, 72, 1579–1594 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11253-021-01873-7>, (Scopus, Q2)
3. Davydov, O., Kozynenko, O.V., Skorokhodov, D.S.: Optimal approximation order of piecewise constants on convex partitions. *Journal of Complexity*, 58, 101444(2020). <https://doi.org/10.1016/j.jco.2019.101444>, (Scopus, Q2)

У дискусії взяли участь голова і члени разової спеціалізованої вченої ради та присутні на захисті фахівці:

Козут Петро Ілліч, Доктор фізико-математичних наук, професор, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України, професор кафедри математичного аналізу та оптимізації. Зауважень немає.

Вакарчук Сергій Борисович, Доктор фізико-математичних наук, професор, Університет імені Альфреда Нобеля, м. Дніпро. Міністерство освіти і науки України, професор кафедри інформаційних технологій. Зауваження:

1. До переліку умовних позначень не внесена множина комплексних чисел \mathbb{C} : неточно дані означення класів функцій H^ω та $H_p^\omega(G)$: двічі повторюються означення множини функцій $L_p(G)$; символ $\mu\Omega$ (міра вимірної за Лебегом множини $\Omega \subset \mathbb{R}^d$) в дисертації не використовується, а замість нього застосовується символ $|\Omega|$, який не вказаний в переліку (див., наприклад, стор. 85, 8-й рядок зверху). Деякі позначення не використовувались зовсім.
2. Нечітко сформульована наукова новизна низки отриманих результатів (стор. 18). Немає жодної історичної довідки стосовно апроксимації поліномами, побудованими по системі Хаара у багатовимірному випадку.
3. На стор. 21 при описанні результатів першого розділу записане те, чого немає в дисертації, а саме знаходження точних значень лінійних одновимірних поперечників: це ж саме спостерігається і у формулюванні висновків до розділу 1 (стор. 37).
4. При формулюванні означення простору $L_p(G)$, де $1 \leq p < \infty$, а G є необмеженою множиною \mathbb{R} або \mathbb{R}_+ , треба додатково зазначити, що $-$ та степінь модуля функції є інтегрованою за Лебегом на будь-якому кінцевому відрізку з G .
5. Не наведено чіткого пояснення ролі, яку відіграє лема 2.2.1 (яка, зокрема, має потужне доведення) при отриманні деяких з основних результатів.
6. Поняття "опуклого" та "ізотропного" розбиттів (стор. 55, 56) доцільно було навести зразу на початку підпункту 3.1 (стор. 54). Доцільно було б нагадати поняття "вільного" розбиття.
7. Одним символом ω позначено модуль неперервності (стор. 10, 11), куб (стор. 59, 16-й рядок зверху), функцію (стор. 44, 6-й рядок зверху), індекс (стор. 96, 1-й рядок знизу).
8. На стор. 64 (4-й рядок зверху) введено означення величини $\Phi(\cdot) := |f|_{W_q^1(\cdot)}^q + |f|_{W_q^2(\cdot)}^q$ але далі, в теоремах 3.3.2, 3.3.3. та на сторінці 67 (б та 7-й рядки зверху: 3, 8-й рядки знизу) цей символ не використовується, хоча по змісту він потрібен.
9. На стор. 73 два останні абзаци повторюють інформацію вже наведену на сторінках 54 (останній абзац) та 55 (перший абзац, останній абзац).
10. На відміну від розгорнутого доведення леми 3.5.1, де спершу розглядається тривіальний випадок для \mathbb{R}^2 , при доведенні леми 3.5.3 розглянуто лише випадок зростаючої опуклої функції з класу $C^2((a, b))$. Доцільно було зазначити хоча б декількома фразами, яким буде доведення для загального випадку $f \in C^2((a, b))$, оскільки на основі цієї леми доводиться лема 3.5.4, яка узагальнює лему 3.5.3. Зокрема, виходячи з умов леми 3.5.3 знак модуля в інтегралі справа (стор. 79, 4-й рядок

- знизу) можна замінити круглими дужками, а знак модуля в першому інтегралі (стор. 79, 3-й рядок знизу) прибрати взагалі.
11. В формулюванні леми 3.5.4 зазначається, що $diam(\Omega)$ – найдовший відрізок всередині Ω . В формулі (3.39) при оцінці величини $E_1(f)_1$ знизу записаний множник $diam^2(\Omega)$ (тобто $diam(\Omega)$ - це число). На сторінці 81 (8-й рядок знизу) здобувач зазначає, що "... Ω' - проекція Ω на координатну гіперплощину, ортогональну до $diam(\Omega)$...". У 8-му рядку зверху (стор. 81) зазначається "... що напрямок $diam$ і осі OX_1 співпадають...". Як це треба розуміти?
 12. В переліку умовних позначень наведено символ \mathbb{Z}_+ , але замість нього чомусь використовується символ $\mathbb{N}_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$ (стор. 86, 12-й рядок зверху; стор. 26, 10-й рядок зверху; стор. 27, 1-й та 13-й рядок зверху; стор. 28, 12-й рядок зверху тощо). Для мультиіндексів $k, s \in \mathbb{Z}_+^d$ використовуються різні символи $|k| := k_1 + \dots + k_d$ (стор. 85, 7-й рядок знизу) та $\|s\|_1 := s_1 + \dots + s_d$ (стор. 86, 9-й рядок знизу), хоча зміст цих виразів однаковий.
 13. На сторінці 95 (9-й рядок знизу) та на стор. 96 (3-й рядок зверху) підінтегральні вирази треба взяти в дужки. На сторінці 96 (1, 2, 8, 12, 13, 14, 15-й рядки зверху) пропущено верхній індекс ω для символу $Q_{j,i_j} f$ ($j = 1, 2, \dots, k$). Треба $Q_{j,i_j}^\omega f$.
 14. В формулі похибки n -членного наближення (стор. 87, 9-й рядок зверху) треба в правій частині дописати ще точну нижню границю по $c_i \in \mathbb{R}$, де $i = 1, \dots, m$.
 15. По тексту дисертації термін "кусково-стала" записаний в різних варіантах: "... за допомогою кускових констант ..." (стор. 58, 2-й рядок знизу): "... кусково-постійного наближення ..." (стор. 74, 5-6-й рядки знизу): "... суми кусково-констант ..." (стор. 95, 1-й рядок зверху) тощо.
 16. В тексті дисертації відбулась значна плутанина з нумерацією лем, теорем та формул, а саме: *замість леми 3.5.1* треба записати лема 3.2.1 (стор. 60 - в зауваженні 3.2.1: стор. 62, 5 та 11-й рядки знизу: стор. 63, 10-й рядок зверху та 3-й рядок знизу: стор. 64, 4-й рядок зверху: стор. 67, 10-й рядок знизу: стор. 68, 3-й рядок зверху) тощо: *замість леми 3.5.3* треба записати лема 3.2.2 (стор. 63, 12-й рядок знизу: стор. 68, 2-й рядок зверху, 8 та 12-й рядки знизу): *замість теореми 3.5.2* треба записати теорема 3.3.2 (стор. 65, 10-й рядок зверху: стор. 68, 2, 7 та 12-й рядки знизу): *замість нумерації (3.33)* треба записати (3.3) (стор. 56, 13-й рядок зверху: стор. 58, 11 та 15-й рядки зверху: стор. 59, 11-й рядок зверху): *замість нумерації (3.34)* треба записати (3.4) (стор. 58, 7 та 11-й рядки зверху).
 17. В деяких місцях дисертації при цитуванні літератури замість номера посилання записаний символ [?] (див. стор. 98, 6-й рядок зверху: стор. 96, 5 та 6-й рядки зверху: стор. 95, 8-й рядок знизу).
 18. В тексті дисертації багато "русизмів" та граматичних помилок. Зустрічаються місця, де замість українських термінів, які повинні бути за

змістом, написано англійські слова (стор. 63, 1-й рядок знизу; стор. 73, 12-й рядок знизу; стор. 78, 1-й рядок знизу; стор. 90, 9-й рядок зверху).

Шидліч Андрій Любомирович, Доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, Інститут математики, Національна академія наук України, провідний науковий співробітник відділу теорії функцій. Зауваження:

1. На стор. 2 (4-й абзац) при описі результатів першого розділу замість “класів $L_{2,r;\alpha,\beta}((-1,1))$ і $L_{2,e^{-t^2}}(\mathbb{R})$ ” слід писати “просторів $L_{2,r;\alpha,\beta}((-1,1))$ і $L_{2,e^{-t^2}}(\mathbb{R})$ ”. Крім цього, для кращого розуміння варто також було вказати, що це деякі вагові простори Лебста. Ана-логічно варто було також коротко описати класи $W_{p,1}^2(\mathbb{R})$ (2й- абзац знизу), $W_p^{(1,\dots,1)}$ та W_∞^3 . (стор. 3, 2-й абзац знизу та стор. 23, 1-й абзац).
2. На стор. 3 (1-й абзац) фразу “В результаті були отримані нові порядки збіжності просторів Соболева” варто сформулювати коректніше із врахуванням формули, яку наведено після неї. Наприклад, таким чином: “В результаті були отримані оцінки зверху для величин найкращих наближень функцій з класів Соболева кусково сталими на опуклих розбиттях функціями”. Крім цього, у назву величин $E_N(f)_p$, на нашу думку, варто було додати слово “адаптивні” (“найкращі адаптивні наближення”), зазначивши, що адаптивність полягає в тому, що спочатку розглядаються величини найкращих наближень довільної функції із заданих класів за допомогою кусково сталих на будь-яких фіксованих опуклих розбиттях функцій, а потім розглядається питання про відшукування розбиття, яке найкраще (в сенсі отриманих оцінок) адаптується до поведінки заданої функції. Також у цьому ж абзаці замість “ L_p -метрична помилка” слід писати “ L_p -метрична похибка”.
3. На стор. 6 (публікація 3) замість “Ukr. Mat. Zhurn.” слід писати “Ukr. Math. J.” або ж навести точно дані україномовної версії цієї публікації (Укр. мат. журн., 2020, т. 72, № 10, С. 1372-1385) та відповідного її англійського перекладу (Ukr. Math. J., 2021, v. 72, pp. 1579-1594). При описі тез публікацій варто було більше конкретизувати дані про їх видання. На стор. 20 (4-й абзац) замість “IOWAT?2021” слід писати “IOWAT-2021”.
4. На стор. 10 перелік умовних позначень варто доповнити множиною всіх комплексних чисел \mathbb{C} , оскільки такі числа також використовуються у роботі (див., наприклад, стор 13, 2-а стрічка знизу), а також додати строге означення величини $E_N(f)_p$, або ж посилання на відповідну сторінку. Крім цього, при описі множин H^ω та $H_p^\omega(\Omega)$ (стор. 11) слід користуватися загальноприйнятими означеннями (див., наприклад, відомі монографії з

теорії апроксимації М. П. Корнейчука, В. К. Дзядика, О. І. Степанця та ін.).

5. На стор. 13 (1-й абзац знизу) замість “Перший раз такий показник з’явився.” слід писати “Перший раз така величина з’явилася”. Крім цього, в цьому ж абзаці замість “ $c_\alpha \in C$ ” слід писати “ $c_\alpha \in \mathbb{C}$ ”, а замість “ $c_\alpha \in R$ ” слід писати “ $c_\alpha \in \mathbb{R}$ ”.
6. На стор. 15 (1-й абзац) замість “А. А. Лігун” слід писати “А. О. Лигун”. На стор. 16 (3-й абзац) замість “Т.Г. Харді”, на стор. 24 (1-й абзац) замість “Т.Г. Гарді” та на стор. 25 (1-й абзац), стор. 93 (1-й абзац і далі у тексті) замість “Т. Г. Гарді” слід писати “Т. Г. Гарді” (Годфрі Гарольд Гарді).
7. На стор. 17 завдання дослідження слід було виділити окремим пунктом, а не при формулюванні мети роботи. На стор. 18 наукову новизну отриманих результатів варто було конкретизувати, навівши їх подібно до того, як це зроблено на стор. 104-105 роботи (для яких саме класів та просторів отримано оцінки, побудовано алгоритми, доведено нерівності і т.д.).
8. На стор. 19 варто було чіткіше висвітлити основний внесок здобувача у спільні роботи, зазначивши при цьому конкретні твердження, які йому належать. Зокрема, не зовсім зрозумілою є фраза “У спільних статтях, де співавторами є О. В. Давидов та Д. С. Скороходов, було сформульовано постановки задач і проаналізовано вибір методів їх дослідження, а також обговорено одержані результати.”, а після неї “У праці [44] внесок кожного співавтора є рівнозначним та нероздільним.”
9. Перший розділ дисертаційної роботи присвячено отриманню нерівностей типу Тайкова-Шадріна для певних вагових просторів Лебега. Однак на стор. 12 у описі результатів розділу 1, а також на стор 37 у висновках до розділу 1 вказано, що “Перший розділ присвячено розв’язанню задачі про знаходження точного значення лінійного одновимірного поперечника класів функцій однієї змінної з заданою мажорантою модуля неперервності в просторі неперервних функцій...”. Даний опис скоріш за все є помилкою редагування автора при підготовці тексту дисертації і його слід вилучити або переробити.
10. На стор. 24 означення просторів $L_p(G)$ слід було навести більш точніше, зокрема, зазначивши, що величина $\|x\|_{L_p(G)}$ існує і є скінченною. Крім цього, дане означення варто в роботі навести один раз і потім ним користуватися в інших розділах. На початку розділу 1 (стор. 25, 26) автору також варто було б навести не лише посилання на відповідні джерела, а й строгі означення поліномів Якобі, Лежандра та Ерміта, оскільки ці поліноми суттєво використовуються при формулюванні основних тверджень розділу.
11. На стор. 39 (ост. формула) і стор. 40 (2-а стр.) позначення величин “ $\kappa(k, n)$ ” та “ $\mathcal{K}(k, n)$ ” варто було узгодити, вибравши одне з них. На стор. 24 (1-й абзац знизу) фразу “Дана робота має таку структуру.” слід замінити, наприклад, такою “Даний розділ має таку структуру.”

12. На стор. 56 у формулі (3.2) замість “and” слід писати “і”. На стор. 59, 1-й абзац перед лемою 3.2.1 і далі у тексті, замість “полуадитивною” слід писати “напіваадитивною”. Варто також уточнити позначення “[·]”. На стор. 67 у формулі (3.19) замість “ $L_p(\omega)$ ” слід писати “ $L_p(\Omega)$ ”. На стор. 77 (7-а стр. знизу) і далі у тексті замість “згідно до Леми...” слід писати “згідно з Лемою...”.
13. Не зовсім природньою є структура розділу 3, у якому строгі означення просторів, класів та величин наводяться у підрозділі 3.5 (стор. 73), а не на початку розділу. При цьому в попередніх його підрозділах використовуються низка позначень і тверджень з цього підрозділу.
14. На стор. 85 (2-ий абзац) варто було навести більш строге означення системи \mathcal{P} кількох накладених кубоїдних розбиттів Ω , а також оператора слабкого диференціювання D^k (3-й абзац знизу). На стор. 87 (3-й абзац знизу) варто було б також пояснити позначення $W_\infty^{(1, \dots, 1)}$ наприклад, зазначивши, що $W_p^{(r_1, \dots, r_d)} = W_p^{\mathbf{r}}$, де $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_d)$. На стор. 96 (1-й абзац, після формули (4.5)) слід уточнити посилання “[?]”
15. В списку використаних джерел дані робті [40] та [64] слід уточнити, вказавши відповідні сторінки (1-5 та 3-16). Крім цього, список використаних джерел, на нашу думку, варто було також доповнити роботами О. І. Степанця та А. С. Романюка, наприклад, навівши монографії
A. I. Stepanets, Methods of Approximation Theory, VSP, Leiden-Boston, 2005.
А. С. Романюк, Аппроксимативные характеристики классов периодических функций многих переменных, Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2012. (Праці Інституту математики НАН України; Т.93).
 які містять, зокрема, важливі результати, з нелінійної апроксимації функцій однієї та багатьох змінних. Варто також було згадати роботи офіційного опонента, пов’язані з цією ж тематикою, наприклад.
A.L. Shidlich, Nonlinear approximation for the classes Fur of functions of several variables in the integral metrics, Математичні проблеми механіки та обчислювальної математики: 36. праць Ін-ту математики НАН України, 2016. Т. 13, No3. С. 256-274.
 а також серію робіт В. С. Романюка 2014-2016 років, присвячених нелінійній апроксимації та наближенням функцій з класів Бесова за допомогою поліномів, побудованих за кратним базисом Хаара.

Кофанов Володимир Олександрович, Доктор фізико-математичних наук, професор, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Міністерство освіти і науки України, професор кафедри математичного аналізу та оптимізації. Зауваження:

1. На стор. 21₅ фраза “В розділі також показано, що отримані оцінки зверху є точними” є зайвою;
2. на стор. 37 у висновках до розділу 1 сказано, що в цьому розділі

розв'язано задачі про знаходження точного значення лінійного одновимірного поперечника..., а також задачі оптимізації лінійних методів наближення.... Зіншого боку, в змісті дисертації на стор. 8 є лише два підрозділи розділу 1, що присвячені дослідженням нерівностей типу Тайкова-Шадріна;

3. на стор.38 у фразі “через $\|f\|_p, 1 < p < \infty$, і $\|f\|_p$ і $\|f''\|_p$ ” вираз “ і $\|f\|_p$ ”, є зайвим;
4. на стор. 54⁹ замість “пристосування розбиттів” треба “пристосування розбиттів”
5. на стор. 54¹⁶ сказано, що “використання анізотропних опуклих багатогранних розбиттів дозволяє майже вдвічі збільшити порядок наближення у порівнянні з “ізотропними” розбиттями”. Здається, автор хотів сказати, що таке використання “дозволяє майже вдвічі зменшити порядок наближення”;
6. на стор. 56₁, замість “покаращення” треба “покращення”...

Коваленко Олег Вікторович, Кандидат фізико-математичних наук, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Міністерство освіти і науки України, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації. Зауваження:

1. Дисертація містить конструкції не притаманні українській мові, наприклад у *сміслі Маріо* (див. напр. ст. 2, рядок 20), *визначених на скінченному дійсній напівосі* (ст. 16, 5-й рядок знизу), *полуадитивна* (ст. 59, 2-й рядок знизу); містить деякі слова та словосполучення англійською (див. напр. ст. 63, останній рядок) та описки (напр. *обмедена область* у теоремі 4.2.1 на ст. 88).
2. Робота містить неточності в означеннях і використанні деяких математичних термінів. Наприклад, *кусково-сталими сплайнами* (ст. 104, 2-й рядок, можливо краще *кусково-сталими функціями*, або *сплайнами нульового порядку*), *порядки збіжності просторів Соболева* (див. ст. 3, 1-й рядок), пояснення позначення l_p на ст. 11 є нетрадиційним, *верхні оцінки* (див., напр., ст. 63, назва підрозділу 3.3, мабуть краще використовувати ‘оцінки зверху’). У Вступі до розділу 4 знак модуля використовується одночасно для позначення кількості елементів скінченної множини, міри Лебега множини, суми координат мультиіндексу, кількості клітин у накладених розбиттях, і для позначення пів норми у просторі Соболева; це ускладнює сприйняття матеріалу. Використовуються деякі позначення та об’єкти, без їх формального означення або посилання на означення, наприклад *поліноми Якобі* $J_k^{(\alpha, \beta)}$ на ст. 25, *простір Соболева з домінуючою змішаною похідною* (ст. 85, 5-й рядок знизу) *розріджені сітки* (ст. 90, 5-й рядок), *кусково-сталий оператор* (ст. 90, 8-й рядок знизу).

3. Робота містить деякі математичні неточності. У формулі (1.20) не має бути степеня $\frac{1}{2}$ у чисельнику. У теоремі 1.3.1 точною є (1.2.2), а не (1.2.3). У наслідку 1.3.1 має бути $a_n(x) = 0$ замість $a_n(f) = 0$. Теорему 4.2.1 краще було б сформулювати з наведенням деякої нерівності. Крім того, з формулювання теорема не ясно про наближення у якій метриці йде мова. Теорема 4.4.1, на мою думку, потребує більш детального доведення. У доведенні випадку $2 < p < \infty$ Теорема 4.4.2 повторюються міркування з випадку $1 < p < 2$, а випадки $p = 1$ та $p = \infty$ відсутні. На мою думку, варто було б сформулювати теорему Літлвуда–Пелі.
4. У висновках до розділу 1 згадуються лінійні поперечники і класи, що задаються мажорантою модуля неперервності функції. Ці об'єкти не вивчались у розділі 1.

Проте вказані зауваження не знижують в цілому високої оцінки виконаної роботи.

Результати відкритого (онлайн) голосування:

«За» - 5 членів ради,

«Проти» - 0.

На підставі результатів відкритого (онлайн) голосування разова спеціалізована вчена рада присуджує Козиненко Олександрові Віталійовичу ступінь доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 111 Математика.

Голова разової
спеціалізованої вченої
ради



Петро КОГУТ