INTERNATIONAL CONFERENCE MATHEMATIC PROBLEMS OF THE TECHNICAL MECHANIC

ANNUAL SCIENTIFIC CONFERENCE
MPTM 2026

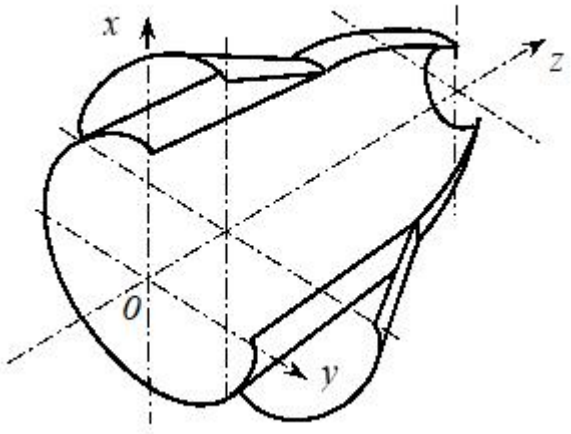
April 15-17, 2026
Dnipro, Ukraine

Book of Abstracts
Part 2

МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ

МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ – 2026

Матеріали конференції



Дніпро – 2026

XXVI МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ
“МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ – 2026”

Частина 2 (квітень 2026)

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ

Голова: Стеблянко П.О.
Заступники голови: Дзюба А.П., Крилова Т.В., Пошивалов В.П.

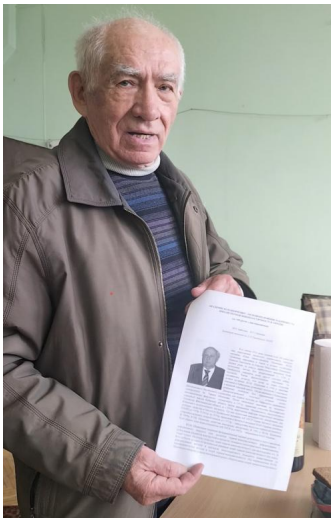
ТЕМАТИКА ДОПОВІДЕЙ

Механіка деформівного твердого тіла, механіка рідини, газу та плазми. Іноваційні технології в машинобудуванні, металургії, геотехнічній механіці, будівництві та освіті.

Симпозіум *«Основні напрямки розвитку теорії термопластичності»,* присвячений 100 - ій річниці від дня народження академіка НАН України, співголови МНК «Математичні проблеми технічної механіки» з 2002 по 2015 роки Юрія Миколайовича Шевченка (08.07.1926 - 07.03.2016).

Відкриття Симпозіуму

16.04.2026 о 12.00 на розширеному засіданні відділу термопластичності (К.3 , кімната 414)
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ



ЗМІСТ

Пленарні доповіді першої частини симпозіуму (16 квітня 2026)

1. М.О. Бабешко, В.Г. Савченко **АКАДЕМІК Ю.М.ШЕВЧЕНКО – ОСНОВОПОЛОЖНИК НАПРЯМКУ ТА ШКОЛИ ТЕРМОВ'ЯЗКОПЛАСТИЧНОСТІ В УКРАЇНІ (до 100-річчя з дня народження)**	6
2. V. Yu. Marina **A HYBRID APPROACH TO CALIBRATING A MULTISCALE CONSTITUTIVE MODEL**	9
3. K. Muravski, K.G. Degtyarev, M.O.Chugay, D.V.Kriutchenko, O.M.Sierikova, E.A. Strelnikova **DURABILITY ASSESSMENT OF KAPLAN TURBINE UNITS WITH CRACK-LIKE DEFECTS**	15
4. N.Choudhary, K.G. Degtyarev, A.S.Kolodiazhny, D.V. Kriutchenko, O.M. Sierikova, E.A. Strelnikova **STABILITY OF FLUID MOTION IN PARTIALLY FILLED SPHERICAL TANKS WITH HORIZONTAL BAFFLES UNDER COMBINED EXCITATION**	16
5. О.Р. Гачкевич, Т.В. Козакевич, Т. Волчаньскі **МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРНИХ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У ПОРОЖНИСТОМУ СТАЛЕВОМУ ЦИЛІНДРІ ЗУМОВЛЕНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИМ НАГРІВОМ**	17
6. О.Я. Григоренко, Є.В. Філь **АНАЛІЗ ВПЛИВУ КРИВИЗНИ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ОРТОТРОПНИХ ОБОЛОНОК НЕПРЯМОКУТНИХ В ПЛАНІ**	18
7. П.О. Стеблянко **НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ МАТЕРІАЛІВ, СКЛАДОВІ ЯКИХ МАЮТЬ ЕФЕКТ ПАМ'ЯТІ ФОРМИ**	20
8. М.Ю. Борисенко, О.В. Бойчук, Н.П. Борейко, М.Л. Тікіч **ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ДВОХ З'ЄДНАНИХ ТРИКУТНИХ ПЛАСТИН**	20
9.Є.М. Ірза **МЕТОДИКА ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ ТЕРМООБРОБКИ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ**	21

Механіка деформівного твердого тіла та механіка рідини, газу та плазми	23
10. A.M. Khimko **SIMULATION WEAR RESISTANCE OF THE TI-CFRP/GFRP CONTACT UNDER VIBRATION CONDITIONS**	23
11. О.М. Андрусенко **МОДЕЛЮВАННЯ ВИКРИВЛЕННЯ ТА ВТРАТИ СТІЙКОСТІ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В ТРИВИМІРНИХ КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИНАХ**	25
12. Ю.М. Кононов, А.А. Зарецький **ПРО СТІЙКІСТЬ КОЛИВАНЬ ПРУЖНОЇ ПЛАСТИНИ, ЯКА ПОДІЛЯЄ ІДЕАЛЬНІ РІДИНИ РІЗНОЇ ГУСТИНИ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ РЕЗЕРВУАРІ**	26
13. K. Panin, O. Koliada **MODELING OF COMPLEX STRESS STATE OF THIN-WALLED TUBULAR ELEMENTS WITHIN THE FRAMEWORK OF THE ENDOCHRONIC THEORY OF PLASTICITY**	27
14. Т.С. Кагадій, О.В. Білова, І. В. Щербина, А.Г. Шпорта **ЗАСТОСУВАННЯ АСИМПТОТИЧНОГО МЕТОДУ ПАВЛЕНКА–МАНЕВИЧА В СУЧАСНИХ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧАХ МЕХАНІКИ**	28
15. Є.А. Сторожук, Р.В. Серафимович, І.С. Чернишенко **ПРО ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО СТАНУ ТРИШАРОВИХ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ РАКЕТ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ З ОТВОРАМИ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ**	30
16. Є.А. Сторожук, А.В. Лисенко, І.С. Чернишенко **ПРО МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ГНУЧКОЇ ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З РЕБРИСТИМ НАПОВНЮВАЧЕМ**	31
17. Ю. П. Глухов **ОСОБЛИВОСТІ ДИНАМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ БАГАТОШАРОВИХ СИСТЕМ, ЗУМОВЛЕНІ ЇХ ШАРУВАТОЮ СТРУКТУРОЮ ТА ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ**	32
18. А.Ю. Глухов **РОЛЬ SH-ХВИЛЬ У ДОСЛІДЖЕННІ ХВИЛЬОВОЇ ДИНАМІКИ ШАРУВАТИХ СЕРЕДОВИЩ**	33
19. В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук **ПРО УСТАТКУВАННЯ В ІМЕХ НАНУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНСТРУКЦІЙ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ПІД ДІЄЮ УДАРНИХ ХВИЛЬ У ВОДІ І ПОВІТРІ**	34
20. М.О. Бабешко, В.Г. Савченко **АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОВ'ЯЗКОПЛАСТИЧНОСТІ ДЛЯ ТІЛ ТА ОБОЛОНОК З ДВОКОМПОНЕНТНОГО ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНОГО МАТЕРІАЛУ**	35
21.С.М. Склепус **ПОВЗУЧІСТЬ ОСЕСИМЕТРИЧНО НАВАНТАЖЕНИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ СКЛАДНОЇ ФОРМИ ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ МАТЕРІАЛІВ**	37
22. А.П. Дзюба, Л.Д. Левитіна, А.Г. Пацюк **ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИПАДКОВИХ НАСКРІЗНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ПОВЕРХНІ НА НЕСУЧУ ЗДАТНІСТЬ МОДЕЛЕЙ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК**	38
23. М.С. Левченко, В.В. Лобода **АНАЛІЗ П'ЄЗОЕЛЕКТРИКА З МІЖФАЗНОЮ ТРІЩИНОЮ ЗАПОВНЕНОЮ ЧАСТКОВО ЕЛЕКТРОПРОНИКНИМ МАТЕРІАЛОМ**	38
24. В.Я. Адлуцький **ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУЙНУВАННЯ ДЛЯ ІНТЕРФЕЙСНОЇ ТРІЩИНИ В П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ БІМАТЕРІАЛІ, РОЗТАШОВАНОМУ В СКІНЧЕННІЙ ОБЛАСТІ**	39
25. А.П. Дзюба, А.Г. Пацюк **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ МАТЕРІАЛУ В ОКОЛІ ТРІЩИНИ ПЛОСКОГО ЗРАЗКА**	40
26. А.Є. Шевельова, Р.О. Щербак, Т.В. Ходанен **МОДЕЛЮВАННЯ КРЕЙЗІВ У ПРИВЕРШИННИХ ЗОНАХ ТРІЩИН МІЖ ДВОМА П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ МАТЕРІАЛАМИ**	41

Інноваційні технології в машинобудуванні, геотехнічній механіці, будівництві та освіті	43
27. А.С. Колядюк **НАБІГАННЯ СТУПІНЧАСТОЇ УДАРНОЇ ХВИЛІ ПІД КУТОМ 45° НА МОДЕЛЬ ТИПУ ЦИЛІНДР-ПІВСФЕРА**	43
28. A.V. Sokhatskyi **MODELING OF TURBULENT FLOWS: PROBLEMS AND SOLUTIONS**	45
29. А. О. Кошкін, О. О. Стрельнікова **РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОЇ В'ЯЗКОПРУЖНОСТІ ДЛЯ АНІЗОТРОПНИХ ПЛИТ З ЕЛІПТИЧНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ**	47
30. Dmytro Leshchenko, Tetiana Kozachenko **PERTURBED MOTIONS OF A NEARLY DYNAMICALLY SPHERICAL GYROSTAT WITH A MOVING MASS SUBJECTED TO CONSTANT BODY-FIXED TORQUES**	48
31. Ю.А. Мейш, Ю.І. Лелюх **ДИНАМІЧНА ПОВЕДІНКА ІЗОТРОПНОЇ ПРОСТОРОВОЇ КОНІЧНОЇ ПАНЕЛІ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕТИНУ ЗА ІМПУЛЬСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**	49
32. Y.O. Kovalenko, S.O. Chernetskyi **SPATIAL ELASTIC-PLASTIC PROBLEM FOR A TWO-LAYER BODY**	51
33. Віталій Кирилюк, Петро Кобзар **МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ У П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ ПРОСТОРІ З ЖОРСТКИМ ПЛОСКИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ТА ТРІЩИНОЮ ЕЛІПТИЧНОЇ ФОРМИ ПРИ СИЛОВИХ ТА ТЕМПЕРАТУРНИХ ВПЛИВАХ**	52
34. В.І. Козлов, Ю.І. Лелюх, Л.П. Зінчук **ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ ТА ДИСИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПАНЕЛІ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З-ОТВОРОМ**	53
35. В. В. Ковальчук, Ю. Ю. Ярухін **АНАЛІТИЧНІ РОЗРАХУНКИ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРО ВИКОРИСТАННЯ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ У ЗАЛІЗНИЧНІЙ ГАЛУЗІ**	55
36. Ю.Ю. Абросов **РОЗРАХУНОК ДОВГОЇ ЗАМКНУТОЇ ТОНКОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ СУПЕРЕЛІПТИЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ**	56
37. Ю.В. Горський **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ГЕНЕРУВАННЯ ХРЕСТОПОДІБНИХ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ У ВОДІ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ЄМНОСТІ**	59
38. К.Е. Котенко, С.П. Орленко **АНАЛІЗ ВПЛИВУ ДЕФЕКТІВ НА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ**	60
39. Т.В. Крилова **ДИСТАНЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ**	61
40. О.О. Сасов, Ю.С. Харатін **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ АВТОМОБІЛІВ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА СТАТИСТИКИ ВІДМОВ**	61
41. Д.З. Шматко, М.В.Калістратов **МОДЕЛЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ВАНТАЖНИХ АВТОМОБІЛІВ**	63
42. Н.М. Волосова, А. Пахарь **БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗВИТКУ ТУРИСТИЧНОГО БІЗНЕСУ РЕГІОНУ**	64
43. О.Г. Чернета, Д.М. Бондюк, А.В. Сьоміч **ДОСЛІДЖЕННЯ МІКРОСТРУКТУРИ АЗОТОВАНОЇ СТАЛІ 18Х2Н4МА ПІСЛЯ ЛАЗЕРНОЇ ОБРОБКИ З МОДЕЛЮВАННЯМ ПРОЦЕСІВ ЗНОСУ**	65
44. С.А. Олєнчєнко, Ю.В. Бразалук **ІННОВАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ТЕПЛООБМІННИХ СТРУКТУР У ЗАДАЧАХ МАШИНОБУДУВАННЯ ТА ІНЖЕНЕРНОЇ ОСВІТИ**	67

45. Н.О. Нескоромна, Ю.В. Бразалук **ОБЧИСЛЮВАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В КАНАЛАХ ПЛАСТИНЧАСТИХ ВИПАРНИКІВ КРІОГЕННИХ РІДИН**	68
46. В. В. Ковальчук, А. Ю. Юсуф **ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ РЕЙОК ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ МЕТРОПОЛІТЕНУ**	69

Пленарні доповіді першої частини симпозіуму (16 квітня 2026)

АКАДЕМІК Ю.М.ШЕВЧЕНКО – ОСНОВОПОЛОЖНИК НАПРЯМКУ ТА ШКОЛИ ТЕРМОВ'ЯЗКОПЛАСТИЧНОСТІ В УКРАЇНІ
(до 100-річчя з дня народження)

М.О. Бабешко, В.Г. Савченко

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ

8-го липня 2026 року сповняється 100 років від дня народження видатного українського вченого-механіка Юрія Миколайовича Шевченка. Ю.М. Шевченко народився в Києві в родині службовців Миколи Павловича та Павліни Миколаївни Шевченків. Дитячі роки та юність майбутнього академіка були нелегкими. Батько був репресований у 1938 р. Прийшлось пережити роки другої світової війни, окупацію Києва фашистськими військами та післявоєнну розруху. Але потяг до знань спонукав долати труднощі. Ю.М. Шевченко в 1946 р. закінчив навчання в Київському річковому технікумі і одночасно в вечірній середній школі. Після навчання у Київському річковому технікумі був призначений техніком Дніпропетровської технічної ділянки шляху Дніпровського басейнового управління, але відразу вступив до Київського державного університету ім. Тараса Шевченка. Після закінчення навчання на механіко-математичному факультеті університету в 1951р. працював учителем Володарської середньої школи Київської області, потім викладачем Малинського лісотехнічного технікуму Житомирської області, а з 1954р. асистентом кафедри теоретичної механіки Київського політехнічного інституту. Тут він підготував кандидатську дисертацію, яку успішно захистив в Інституті будівельної механіки АН УРСР (тепер Інститут механіки НАНУ) в 1959р. З 1961р. по 2016р. працював в Інституті механіки НАН України спочатку старшим науковим співробітником, а з 1972р. – завідуючим відділом термопластичності. В 1968р. Ю.М. Шевченко захистив докторську дисертацію. В 1982 р. Ю.М. Шевченка було обрано член-кореспондентом АН УРСР, а в 1997р. – академіком НАН України.

Ю.М. Шевченком одержано фундаментальні наукові результати в галузі механіки деформівного твердого тіла: механіки термов'язкопластичного деформування

і руйнування елементів конструкцій в процесах складного неізотермічного навантаження; теорії тонких оболонок і пластин; задач термов'язкопластичності для просторових тіл. В його роботах розвинуто визначальні рівняння теорії термов'язкопластичності для опису деформування металів в процесах неізотермічного складного навантаження та експериментальні методи в теорії термов'язкопластичності. Під керівництвом Ю.М. Шевченка створена сучасна експериментально обгрунтована теорія процесів непружного деформування ізотропних матеріалів вздовж довільних плоских траєкторій та траєкторій довільної кривизни і малого кручення. Роботи Ю.М. Шевченка по теоретичному і експериментальному дослідженнях явищ запізнення скалярних і векторних властивостей матеріалів в неізотермічних процесах складного навантаження належать до світового фонду сучасної теорії термов'язкопластичності. Виконано цикл робіт по експериментальному дослідженню закономірностей непружного деформування анізотропних матеріалів і запропоновано відповідні визначальні рівняння. В роботах Ю.М. Шевченка та його учнів створено та експериментально обгрунтовано основи теорії процесів термов'язкопластичного деформування ізотропних матеріалів з використанням третього інваріанта девіатора напружень, яка враховує пластичне розпушення матеріалу та залежність деформаційних діаграм від виду напруженого стану.

Основні результати в області теорії тонких оболонок і пластин полягають в розвитку методів розв'язання задач термо'вязкопружнопластичного стану неосесиметрично навантажених шаруватих оболонок змінної товщини і осесиметричних розгалужених оболонок; чисельному аналізі впливу геометрії траєкторій деформування і третього інваріанта девіатора напружень на результати розрахунку напружено-деформованого стану оболонок. Під керівництвом Ю.М. Шевченка створено математичну модель поведінки тонкостінних елементів трубопроводів при термопластичному деформуванні; розроблено методики прогнозування робочого і екстремального стану елементів ракетної техніки при повторному термосиловому навантаженні.

В області задач термов'язкопластичності просторових тіл основні результати, одержані Ю.М. Шевченком, полягають в розробці чисельних методів розв'язування плоскої задачі термопружності з урахуванням нелінійних діаграм деформування та великих деформацій; просторових задач теплопровідності і термов'язкопластичності для тіл складної форми; чисельне дослідження полів температури, напружень і деформацій в ізотропних, анізотропних і неоднорідних (включаючи шаруваті) тонкостінних і оболонкових елементах конструкцій при змінному термосиловому і радіаційному навантаженні.

Багато років (1973 р. – 2003 р.) Ю.М. Шевченко наукову роботу в Інституті механіки поєднував з науково-педагогічною, працюючи професором кафедри опору матеріалів в Київському національному університеті будівництва і архітектури. Велику увагу він приділяв підготовці молодих вчених. Ним підготовлено 29 кандидатів і 10 докторів наук, які працювали в галузі механіки деформівного твердого тіла в Україні та зарубіжжі. Академік Ю.М. Шевченко був членом оргкомітетів та учасником багатьох наукових конференцій і симпозіумів з механіки деформівного твердого тіла в Україні. Також він брав участь в роботі багатьох міжнародних конференцій, зокрема в Австрії, Молдові, Польщі, Російській федерації, США, Японії.

Наукові результати академіка Ю.М. Шевченка опубліковано в 15 монографіях та понад 260 статтях. Основні досягнення з різних напрямків досліджень сформульовано в його оглядових статтях, опублікованих у виданні під назвою *Успехи механики: В 6-ти томах (під редакцією О.М.Гузя)*.

Вклад Ю.М. Шевченка в розвиток механіки деформівного твердого тіла відзначений нагородами: Державною премією УРСР в галузі науки і техніки (1980р.), Державною премією України в галузі науки і техніки (1993р.), преміями НАН України ім. М.К. Янгеля (1985) і ім. О.М. Динника (2003 р.).

Академік Ю.М. Шевченко залишив цей світ 7 березня 2016 року.

За понад півстоліття спілкування з нашим незабутнім наставником Юрієм Миколайовичем Шевченком у нас залишилися спогади про нього як про видатну особистість, діяльність якої була спрямована на здобуття нових знань та одержання нових наукових результатів. Особливу увагу він приділяв практичній застосовності одержаних результатів та їх впровадженню. В ньому гармонійно поєднувалися принциповість і вимогливість з позитивним ставленням до співробітників. Світлу пам'ять про Юрія Миколайовича Шевченка ми збережемо до кінця наших днів.

Список монографій Ю.М. Шевченка

1. Шевченко Ю.Н. Термопластичность при переменных нагружениях. – К.: Наук. думка, 1970. – 288с.
2. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Пискун В.В., Савченко В.Г. Пространственные задачи термопластичности. – К.: Наук. думка, 1980. – 262с.
3. *Методы расчета оболочек*: в 5-ти томах. - Т. 3. *Шевченко Ю.Н., Прохоренко И.В.* Теория упругопластических оболочек при неизотермических процессах нагружения. – Киев: Наук. думка, 1981. – 296 с.
4. Шевченко Ю.Н., Терехов Р.Г. Физические уравнения термовязкопластичности. – К.: Наук. думка, 1982. – 238с.
5. *Пространственны задачи теории упругости и пластичности:* в 6-ти томах. - Т.6. *Шевченко Ю.Н.* Численные методы решения прикладных задач. – Киев: Наук. думка, 1986. – 272 с.
6. *Механика связанных полей в элементах конструкций:* в 5-ти томах. - Т.2. *Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г.* Термовязкопластичность. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
7. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г. Термовязко-упругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. – К.: Наук. думка, 1992. – 328с.
8. Шевченко Ю.Н., Пискун В.В., Савченко В.Г. Решение осесимметричной пространственной задачи термопластичности на ЭЦВМ типа М-220. – К.: Наук. думка, 1975. – 108с.
9. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Прохоренко И.В., Пискун В.В., Савченко В.Г. Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ.– К.: Наук. думка, 1980. – 196с.
10. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Прохоренко И.В. Методика решения осесимметричной задачи термовязкопластичности для тонких слоистых оболочек на ЕС ЭВМ. – К.: Наук. думка, 1981. – 66с.
11. Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г., Ищенко Д.А. Методические рекомендации "Метод и программа расчета на ЭВМ нестационарной теплопроводности и упругопластического напряженно-деформированного состояния элементов конструкций типа тел вращения при осесимметричных силовых и тепловых нагрузках: Первая редакция.– К.: Ин-т механики АН УССР, 1988. – 43с.
12. Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г., Ищенко Д.А., Павлычко В.М. Расчеты и испытания на прочность. Метод и пакет прикладных программ расчета на ЭВМ нестационарной теплопроводности и упругопластического напряженно-деформированного состояния элементов конструкций типа тел вращения при осесимметричных силовых и тепловых нагрузках: Рекомендации Р54-284-90. – М., ВНИИНМАШ Госстандарта СССР, 1990г. – 56с.
13. *Механика композитов:* в 12-ти томах. - Т.11. *Григоренко Я.М., Шевченко Ю.Н., Василенко А.Т. и др.* Численные методы.– Киев: А.С.К., 2002. – 448с.
14. Шевченко Ю.М. Розв’язок плоскої задачі теорії пружності у напруженнях методом скінченних різниць. Конспект лекцій та методика виконання розрахунково-графічної роботи “Розрахунок на міцність балки-стінки”. – К.: КНУБА, 2003. – 52с.
15. Шевченко Ю.М. Теорія тонкостінних стержнів. Конспект лекцій.– К.: КНУБА, 2003.–76с.

A HYBRID APPROACH TO CALIBRATING A MULTISCALE CONSTITUTIVE MODEL

V.Yu. Marina

Technical University of Moldova, Chisinau, Moldova

vasilemarina21@yahoo.com

Models of the mechanical behavior of a heterogeneous medium are based on the general properties of a representative macroelement suitable for this purpose [1-3]. The process of loading a representative volume is considered as a multi-level self-organizing system [3,4]. The novelty of the approach is based on independent calibration of the model parameters using stress-strain curves of a polycrystal, elastic constants and hardening of single crystals.

The stress and strain tensors at the level of material particles are denoted by $\tilde{t}_{ij,}$, $\tilde{d}_{ij}$, and at the level of the representative volume - t_{ij}, d_{ij}. It is assumed that the equilibrium equations and geometric Cauchy relations are satisfied within the domain ΔV_0. The conditions of homogeneity of stresses and strains are satisfied on the surface of the representative volume ΔV_0. Then, the Hill relations are satisfied.

$$t_{ij} = \langle \tilde{t}_{ij} \rangle = \frac{1}{\Delta V_0} \int \tilde{t}_{ij} dV, d_{ij} = \langle \tilde{d}_{ij} \rangle, \ \langle \tilde{t}_{ij} \tilde{d}_{ij} \rangle = \langle \tilde{t}_{ij} \rangle \langle \tilde{d}_{ij} \rangle, \qquad (1)$$

where $\langle . \rangle$ – is the sign of averaging over the representative volume. We will represent the stress and strain tensors as sums of deviatoric $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ and spherical $\sigma_0 \delta_{ij}$, $\varepsilon_0 \delta_{ij}$ parts. For deviatoric and spherical components, the following relations are satisfied: $\sigma_{ij} = \langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle, \ \varepsilon_{ij} = \langle \tilde{\varepsilon}_{ij} \rangle, \ \langle \tilde{\sigma}_{ij} \tilde{\varepsilon}_{ij} \rangle \neq \langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle \langle \tilde{\varepsilon}_{ij} \rangle, \ \langle \tilde{\sigma}_0 \tilde{\varepsilon}_0 \rangle \neq \langle \tilde{\sigma}_0 \rangle \langle \tilde{\varepsilon}_0 \rangle$. Measures of the type $\langle \tilde{y}_{ij} \tilde{e}_{ij} \rangle$, $\langle \tilde{y}_0 \tilde{e}_0 \rangle$ depend not only on the data on the surface of the representative volume, but also on its structure. In [3], the principle of the extremum of the discrepancy between measures is proposed: in real interactions, the discrepancy between a macroscopic measure and the average value of its microscopic analogue takes on an extreme value.

$$\Delta = \langle \tilde{\sigma}_{ij} \tilde{\varepsilon}_{ij} \rangle - \langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle \langle \tilde{\varepsilon}_{ij} \rangle = \mathrm{Extr}, \quad \Delta_0 = 3 \langle \tilde{\sigma}_0 \tilde{\varepsilon}_0 \rangle - 3 \langle \tilde{\sigma}_0 \rangle \langle \tilde{\varepsilon}_0 \rangle = \mathrm{Extr}, \Delta = - \Delta_0 . \qquad (2)$$

The discrepancy Δ_0 or $-\Delta$ represents the latent elastic energy of deformation that remains after unloading the macroelement of the body. In addition to (1), (2), the system of communication between micro- and macrostates is based on the postulate of the orthogonality of the stress and strain fluctuation tensors in the structural elements [3,4]

$$(\tilde{t}_{ij} - t_{ij})(\tilde{d}_{ij} - d_{ij}) = 0, \ 3(\tilde{\sigma}_0 - \sigma_0)(\tilde{\varepsilon}_0 - \varepsilon_0) = (\tilde{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij})(\varepsilon_{ij} - \tilde{\varepsilon}_{ij}), \qquad (3)$$

and assumptions about the proportionality of fluctuations of deviators

$$\tilde{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij} = B\left(\varepsilon_{ij} - \tilde{\varepsilon}_{ij}\right). \qquad (4)$$

The parameter B in (4) reflects the degree of heterogeneity of the distribution of stresses and strains in the representative volume. Based on (1) - (4), it is possible to construct the governing equations at the macroscopic level if the physical equations at the microscopic level and the averaging procedure are known.

For multiphase polycrystals with a cubic lattice, in the reversible deformation region, the following system of governing equations was obtained

$$\frac{5}{2G+B} = \sum_k \left(\frac{3}{2C_{44,k}+B} + \frac{2A_k}{2C_{44,k}+A_kB}\right) c_k\,,\ A_k = \frac{2C_{44,k}}{C_{11,k}-C_{12,k}}\,, \qquad (5)$$

$$\Delta = -\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}\frac{B}{10G}\sum_k \left[2\left(\frac{(B+2G)A_k}{2C_k+A_kB}\right)^2 + 3\left(\frac{(B+2G)}{2C_k+B}\right)^2 - 5\right] c_k = \text{Extr}, \qquad (6)$$

$$K = \sqrt{K_\varepsilon K_\sigma},\ K_\varepsilon = \sum_k K_k c_k\,,\ \frac{1}{K_\sigma} = \sum_k \frac{c_k}{K_k}, \qquad (7)$$

where G is the macroscopic shear modulus, $K-$ is the bulk modulus of elasticity, $C_{11,k}, C_{12,k}, C_{44,k}$ $-$is the elasticity constant of the single crystal of the $k-$ th phase, A_k- is the anisotropy factor, $K_k = (C_{11,k} + 2C_{12,k})/3$ is the bulk modulus of elasticity of the crystal, c_k is the weight of the kth phase, $\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} = \text{const}$.

When studying irreversible processes, an intermediate level (mesolevel) is introduced. A local structural unit at the mesolevel is a subelement, which is identified with the set of all material particles within a representative volume ΔV_0 , that have the same deviator of irreversible deformations [1-3]. Particles belonging to the same subelement may have different positions and orientations of the crystal lattice within the representative volume ΔV_0. The number of particles with the same deviator of irreversible deformations determines the weight of the subelement, which does not change during loading. Within the framework of such a schematization, the fundamental concepts of stress and strain in the elastic region are introduced at three levels of the structure: material particles $-\ \tilde{t}_{ij}, \tilde{d}_{ij}$, subelement $-\ \bar{t}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} + \bar{\sigma}_0\delta_{ij}, \bar{d}_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij} + \bar{\varepsilon}_{ij}\delta_{ij}$ and body element t_{ij}, d_{ij}.

In statistical models, averaging is performed not over the volume, but over a set of realizations, i.e., the use of the ergodic hypothesis is considered legitimate. The quantities $\bar{t}_{ij}, \bar{d}_{ij}$ are determined by averaging over the crystal lattice orientation factor Ω: $\bar{\sigma}_{ij} = \langle\tilde{\sigma}_{ij}\rangle_\Omega$, $\bar{\varepsilon}_{ij} = \langle\tilde{\varepsilon}_{ij}\rangle_\Omega$, $\bar{\sigma}_0 = \langle\tilde{\sigma}_0\rangle_\Omega$, $\bar{\sigma}_0 = \langle\tilde{\sigma}_0\rangle_\Omega$, and according to the scatter parameter ξ of the yield strengths of sub-elements: $\sigma_{ij} = \langle\bar{\sigma}_{ij}\rangle_\xi$, $\varepsilon_{ij} = \langle\bar{\varepsilon}_{ij}\rangle_\xi$, $\sigma_0 = \langle\bar{\sigma}_0\rangle_\xi$, $\varepsilon_0 = \langle\bar{\varepsilon}_0\rangle_\xi$.

The total deformations of material particles, subelements and body elements are represented as the sum of reversible $\tilde{e}_{ij}, \bar{e}_{ij}, e_{ij}$ and irreversible components $\tilde{p}_{ij}, \bar{p}_{ij}, p_{ij}$ [1-3]. The tensor properties of the subelements are given in the form

$$\bar{e}_{ij} = \tau\frac{d\bar{p}_{ij}}{d\bar{\lambda}} + \bar{r}\frac{\bar{p}_{ij}}{\bar{p}}\ ,\ d\bar{\lambda} = \sqrt{d\bar{p}_{ij}d\bar{p}_{ij}}\ \ ,\ \bar{p} = \sqrt{\bar{p}_{ij}\bar{p}_{ij}}\ \ ,\tau=\sqrt{\tau_{ij}\tau_{ij}}\ . \qquad (8)$$

We τ represent the quantity characterizing the isotropic part in (4.1) in the form [3,4]

$$\tau(\xi,\gamma,\upsilon,s) = s + \tau_0(\gamma,\upsilon) + \theta(\gamma,\upsilon)\xi,\ \upsilon=\varepsilon_T + p_0, \gamma=\frac{1}{\Psi'}\int_0^{\Psi'}\sqrt{\dot{\bar{p}}_{ij}\dot{\bar{p}}_{ij}}d\psi\,, \qquad (9)$$

Here $\upsilon -$ is the averaged inelastic change in volume, ε_T is the thermal volumetric deformation of an element of the body, $p_0 -$is the irreversible change in volume caused by damage to the material during irreversible deformation, $\xi -$is the distinguishing parameter of subelements, $s = \langle\bar{s}\rangle -$ is the averaged isotropic hardening of subelements, $\gamma -$ is the averaged rate of irreversible deformations, $\tau_0(\gamma,\upsilon), \theta(\gamma,\upsilon) -$are functions characterizing the thermoviscoplastic properties of the material.

In [3,4], the case was considered where the orientations of the material particles in each subelement are random, and there are no preferred directions. In this approximation, the subelements are assumed to be elastically isotropic, and relation (4) under proportional loading takes the form

$$\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij} = 2Gm\left(p_{ij} - \bar{p}_{ij}\right),\quad \bar{e} - e = m(p - \bar{p}), m = \frac{B}{2G + B}, \bar{e}_{ij} = \frac{\bar{\sigma}_{ij}}{2G}, e_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{2G}, \quad (10)$$

where $G -$ is the macroscopic shear modulus, $p = \sqrt{p_{ij}p_{ij}}, e = \sqrt{e_{ij}e_{ij}}$. On the linear sections of isotropic $s=a_0p$ and kinematic hardening $\bar{r} = a\bar{p}$, for the modulus of reversible and irreversible deformations we have

$$\bar{e}(\xi,\xi') = \tau_0 + \theta\xi + a_0p(\xi') + a\bar{p}(\xi,\xi'), \bar{p}(\xi,\xi') = \frac{\theta}{a+m}(\xi' - \xi), 0 \le \xi \le \xi', \qquad (11)$$

here $\xi' -$ is the sub-element loading parameter, which separates the current zone of irreversibly deformed sub-elements from the reversible one (the sub-elements are in a state of irreversible flow $0\ \ o\ \ o$, the sub-elements $\xi > \xi'$ are loaded in the elastic region). In (11) and other expressions, to simplify the notation of formulas, the state parameters $г, x$ are not indicated.

By integrating (11) over the scatter parameter o, we establish the relationship between the macroscopic moduli of the deviators of reversible and irreversible deformations in the following parametric form

$$p\left(\xi',\theta\right) = \int\bar{p}\left(\xi,\xi',\theta\right)y(\xi)d\xi = \frac{\theta f\left(\xi'\right)}{m+a},\ \ f(\xi') = \int_0^{\xi'}(\xi' - \xi)y(\xi)\,d\xi,\ \theta=\theta(\gamma,\upsilon), \qquad (12)$$

$$e\left(\xi',\theta,\tau_0\right) = \tau_0 + \theta\xi' - (m - a_0)p\left(\xi',\theta\right), \tau_0 = \tau_0(\gamma,\upsilon),\ \dot{\xi}' \ge 0. \qquad (13)$$

Relations (12), (13) describe irreversible deformation processes, when an external action leads to active loading in the entire subset of irreversibly deformed subelements. In such processes, the weight of the irreversibly deformed subelements $\psi(\xi') = \int_0^{\xi'} y(\xi)\,d\xi$ does not decrease with

time t, and only one interface is formed between the reversibly and irreversibly deformed subelements. The structure of macroscopic governing equations (12), (13) includes an unknown parameter *m*, reflecting the degree of heterogeneity of strains and stresses. The heterogeneity parameter *m* is determined based on the principle of the extremum of the discrepancy between measures (2) and physical equations (11). To simplify the analysis, we restrict ourselves to processes with constant state parameters $\gamma=\text{const}$, $\upsilon=\text{const}$.

According to the definition of the concept of a subelement, the irreversible deformations of the material particles included in its structure have the same values of irreversible deformations $\tilde{p}_{ij} = \bar{p}_{ij}$. Due to this, the expression for the extremum of the discrepancy between measures (2.6) takes the form

$$\Delta=\Delta'+\Delta''=\text{Extr}, \tag{14}$$

$$\Delta'=\langle\langle\tilde{\sigma}_{ij}\tilde{e}_{ij}\rangle_{\Omega}-\bar{\sigma}_{ij}\bar{e}_{ij}\rangle_{\psi},\ \Delta''=\langle\bar{\sigma}_{ij}\bar{\varepsilon}_{ij}\rangle_{\psi}-\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}. \tag{15}$$

In formulas (15), $\langle.\rangle_{\Omega}$ –is the averaging sign over the crystal lattice orientation factor Ω, and $\langle.\rangle_{\psi}$ –is over the weight of the subelements. Based on (14), (15), a relationship is established between the scale levels in the representative volume. The structure of the mismatch (6) for $\Delta = \Delta'$ is preserved in the irreversible deformation region in which $\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$ should be replaced by - $\sigma_{ij}e_{ij}$. In the case of single-phase polycrystalline materials, the formula follows from (5) and (6)

$$\Delta'=\frac{-6(A-1)^2 b\sigma_{ij}e_{ij}}{(3+2A+5Ab)[5+(2+3A)b]}\ ,\ b=\frac{B}{2C_{44}}\ . \tag{16}$$

We will establish the expression for the discrepancy Δ'' based on (13), (10)

$$\Delta''=\langle\left(\bar{\sigma}_{ij}-\sigma_{ij}\right)\left(\bar{\varepsilon}_{ij}-\varepsilon_{ij}\right)\rangle_{\psi}=2Gm(1-m)\left(\langle\bar{p}\rangle^2-\langle\bar{p}^2\rangle\right). \tag{17}$$

From (17) it is evident that the discrepancy Δ'' is cancelled only in two limiting cases: $m=0$ ((uniform stress state) and $m=1$ (uniform strain state). The coefficient of $\langle\bar{p}\rangle^2-\langle\bar{p}\rangle^2$ takes the greatest value in the case of $m=0.5$ ($B=2G$). According to (17) the variant $B=2G$ corresponds to elastically isotropic crystals $A=1$. Under the assumption of elastic isotropy of crystals the discrepancy (16) is cancelled and $\Delta''=\text{Extr}$. As already noted, the discrepancy of measures reflects the latent elastic energy of volume change, which remains after unloading the macroelement of the body. If, under a given external influence in a subset of irreversibly deformable subelements, $\dot{\bar{p}}>0$, then the accumulated latent energy of deformation will depend only on the current values of the mechanical parameters. Consequently, the current value of the discrepancy Δ'', under full active loading in a subset of irreversibly deformable subelements, does not depend on the method of achieving this state. We assume that the current state is achieved at constant values of the parameters $\gamma=\text{const}$, $\vartheta=\text{const}$, $m=\text{const}$. Under these conditions, after differentiating expression (17), we obtain

$$\mathrm{d}\Delta''=4Gm(1-m)(pdp-\langle\bar{p}d\bar{p}\rangle)\,. \tag{18}$$

From (10) taking into account (11) we find

$$d\bar{p} = \frac{de + (m - a_0)dp}{m + a}. \tag{19}$$

Substituting (19) into (18) and integrating the resulting expression, we find

$$\Delta'' = -\frac{m(1-m)}{m+a}U_p = \text{Extr.} \tag{20}$$

In formula (20) the quantity

$$U_p = 4G\left[\int pde - \frac{a+a_0}{2}p^2\right] = 2\int p_{ij}d\sigma_{ij} - 2G(a+a_0)p_{ij}p_{ij}, \tag{21}$$

is determined directly on the basis of the experimental polycrystal deformation diagram and the crystal hardening coefficients. Due to this, the value of U_p in (20) is not subject to variation when finding the extremum ($U_p = \text{const}$). From the extremum condition (20), we find

$$m = -a + \sqrt{a + a^2}\,,\ B = 2G\sqrt{\chi}\,.\ \ a = \frac{1}{2G}\frac{\Delta\sigma}{\Delta p}\,,\ \chi = \frac{1}{2G}\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{a}{1+a}\,. \tag{22}$$

The values $\Delta\sigma, \Delta\varepsilon$ relate to the linear section of crystal strengthening. Formulas (22) were first obtained in [4]. At the stage of multiple crystal slip from a cubic lattice, the strengthening coefficient is $\chi \sim 410^{-3}$. Let us consider a case where the material particles comprising a subelement are anisotropic, but due to the difference in the orientations of the crystallographic axes, the subelement can be considered elastically isotropic to a first approximation. Then, for the mismatches Δ', Δ'' in (14), expressions (16) and (20) can be used. To simplify the analysis, we will limit ourselves to single-phase polycrystals. Mismatch (20), taking into account notation (10), can be represented as

$$\Delta'' = -\frac{(1-\chi)bF(b)}{\big(b+F(b)\big)\big(b+\chi F(b)\big)}U_p,\ G(A) = C_{44}F(A),\ B = 2C_{44}b,\ F(A) = \sqrt{\frac{(2+3A)}{(3+2A)A}}. \tag{23}$$

Substituting (16), (23) into (14) and differentiating the resulting expression with respect to the heterogeneity parameter B, after a series of transformations we obtain

$$\sqrt{\frac{U_p}{\sigma_{ij}e_{ij}}} = \sqrt{\frac{30(A-1)^2[3+2A-(2+3A)Ab^2]}{(1-\chi)F(A)(b^2-\chi F(A)^2)}}\,\frac{(F(A)+b)(\chi F(A)+b)}{[3+2A+5Ab][5+(2+3A)b]}\,, \tag{24}$$

$$\sqrt{\frac{(2+3A)\chi}{(3+2A)A}} \le b \le \sqrt{\frac{3+2A}{(2+3A)A}}\,. \tag{25}$$

Equation (24) relates the degree of strain and stress heterogeneity in a representative volume to the physical properties of the material particles and the stress-strain diagram of the polycrystal. Consequently, the model is calibrated using experimental data for both the crystal and the polycrystal. The behavior of a polycrystal cannot be described solely by experimental data on either the crystal or the polycrystal.

Let us consider a numerical study of the pattern of variation of the heterogeneity parameter based on the characteristic deformation diagram of a polycrystal. The governing equation (22) is derived under the assumption that the latent energy of deformation in the actual process coincides with the hypothetical one (loading occurs at the current value $B = 2Gb = \text{const}$). The analytical structure of the deformation diagram follows from (10)- (13).

$$e(p) = \tau_0 + (a + a_0)p + \phi[h(b)p], \quad h(b) = \frac{b + \chi}{(1 + b)(1 - \chi)}. \tag{26}$$

Note that the parameter $h(p)$ is assumed to depend on p only for small values of irreversible deformations. The expression for the left side in (24) is represented as

$$\mathrm{M}(p, b) = \sqrt{\frac{U_p}{\sigma_{ij} e_{ij}}} = \frac{\sqrt{2\int_0^p p d\phi[h(b)p]}}{e(p)}. \tag{27}$$

In its meaning, $\mathrm{M}(p, b)$ characterizes the ratio between the latent and potential energy returned during unloading. Therefore, the integral in (28) is calculated for the current value of the inhomogeneity parameter *b*. In the first approximation, $d\phi = e_{,p} dp$ is expressed through the experimental deformation diagram $b = b(p)$. Based on (24) and (28), we establish the dependence of the change in the inhomogeneity parameter $b = b(p)$ on the irreversible deformation *p*. When choosing an analytical function approximating the experimental deformation diagram $e \sim p$, it is recommended to use the coefficient $h(b) = h(\sqrt{\chi})$ for *p*. In the second approximation, when selecting the analytical function for $e \sim p$ in (26), the coefficient $h(b)$ established at the first stage of calculations will appear. Numerical studies show that it is possible to limit ourselves to the third approximation.

References

1. Shevchenko Yu. N., Marina V. Yu. Structural model for a nonisothermal loading process//Applied Mechanics. 1976. No. 12, pp. 19-27.
2. Shevchenko Yu. N., Babeshko M. E., Terekhov R. G. Thermoviscoelastoplastic processes of complex deformation of structural elements. Kyiv: Naukova Dumka. 1992. 326 p.
3. *Marina V. Yu.* Three-Level Constitutive Model Describing Behavior of Polycrystals With Monotonic and Non-Monotonic Strain Diagrams//Int. Appl . Mech . 2024. V . 60.No.4. P.494 –509. doi . http : //10.1007/s10778-024-01301-w .
4. *Marina V. Yu.* Equation of elastoplastic deformation of an object subject to proportional nonisothermic loading// Int. Appl. Mech.1997. V. 33. No. 2. P. 93–100.

DURABILITY ASSESSMENT OF KAPLAN TURBINE UNITS WITH CRACK-LIKE DEFECTS

K. Muravski[1], K.G. Degtyarev [2,3], M.O. Chugay[2], D.V. Kriutchenko[2], O.M. Sierikova [4], E.A. Strelnikova[2,3]

[1]Zelena Gora University, Poland
[2] A. Pidhornyi Institute of Power Machines and Systems NAS of Ukraine,
[3]National Scientific Center «Hon. Prof. M. S. Bokarius Forensic Science Institute» of the Ministry of Justice of Ukraine
[4] V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine

The objective of this research is to develop an effective computational framework for assessing the fatigue durability of structural components used in power engineering systems subjected to cyclic tensile–compressive loading. The stress–strain response is evaluated using a sequentially coupled finite element–boundary element methodology [1].

At the preliminary stage, zones of elevated stress concentration are identified with high precision, after which representative crack-like defects are introduced into these critical regions. To facilitate fatigue analysis, a database of typical crack geometries is established. The proposed database of model cracks comprises both two-dimensional and three-dimensional crack configurations, as well as chains of interacting cracks representing complex defect scenarios. Crack growth is investigated through the calculation of stress intensity factors obtained from hypersingular boundary integral equations [2].

The proposed methodology is verified against benchmark problems in both two- and three-dimensional settings, confirming its accuracy and computational efficiency. The novelty of the study lies in the use of hypersingular boundary integral formulations for predicting fatigue life in both standard test cases and real engineering structures.

For components containing cracks, the number of load cycles leading to failure is determined, enabling a reliable estimation of the remaining service life of power equipment operating under cyclic loading conditions.

A statistical analysis of failures in Kaplan turbine shafts indicates that such failures, although relatively rare, are primarily associated with corrosion-affected regions. Application of the developed approach to rotor shafts demonstrates the potential for extending their operational lifetime beyond 50 years. In addition, the fatigue durability of a Kaplan turbine blade containing a defect was also investigated, extending the applicability of the proposed approach to blade-type components.

Future work will focus on applying the proposed methodology to a broader range of structural components, more complex crack configurations, and application of innovative materials [3]

1. Sierikova O., Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Reducing Environmental Hazards of Prismatic Storage Tanks under Vibrations, 2022, WSEAS Transactions on Circuits and Systems, Vol. 21, pp. 249-257, DOI: 10.37394/23201.2022.21.27.

2. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariov K., Vierushkin I., Strelnikova E. Singular and hypersingular integral equations in fluid–structure interaction analysis. 2022, WIT Transactions on Engineering Sciences, Vol. 134, pp.67-79, DOI: 10.2495/BE450061.

3. Sierikova O., Strelnikova E., Degtyarev K. (2022). Seismic Loads Influence Treatment on the Liquid Hydrocarbon Storage Tanks Made of Nanocomposite Materials. WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, vol. 17, pp. 62-70. DOI: 10.37394/232011.2022.17.9

STABILITY OF FLUID MOTION IN PARTIALLY FILLED SPHERICAL TANKS WITH HORIZONTAL BAFFLES UNDER COMBINED EXCITATION

N. Choudhary [1], K.G. Degtyarev [2,3], Kolodiazhny A.S.[2], D.V. Kriutchenko[2], O.M. Sierikova [4], E.A. Strelnikova[2,3]

School of Artificial Intelligence, Bennett University, Greater Noida, U.P-201310, India
[2] A. Pidhornyi Institute of Power Machines and Systems NAS of Ukraine,
[3] V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine
[4]National Scientific Center «Hon. Prof. M. S. Bokarius Forensic Science Institute» of the Ministry of Justice of Ukraine

The objective of this study is to develop advanced numerical approaches for investigating the stability of fluid motion in partially filled spherical tanks equipped with horizontal baffles. Such tanks represent key components in modern engineering applications, being widely employed as storage vessels for potable water and hazardous substances, as well as integral elements of launch vehicle fuel systems. Experimental evaluation of their strength and dynamic behavior is typically costly and may involve significant safety risks, which highlights the need for reliable virtual testing techniques based on efficient computational methods.

In this regard, the development of robust numerical tools for analyzing fluid oscillations and stability in tanks, where the radius of the free surface varies with the filling level, remains an important and topical problem. The present study utilizes methods of potential theory, the boundary element method, the approach of prescribed normal modes, and numerical procedures for solving systems of differential equations [1]. The fluid inside the tank is assumed to be ideal and incompressible, and its motion is considered irrotational.

Spectral boundary-value problems are formulated and solved to determine the natural frequencies and corresponding mode shapes of fluid oscillations in spherical tanks both without internal structures and with horizontal baffles containing openings of different diameters, the modes are used hereinafter as basic functions. These problems are reduced to systems of one-dimensional singular integral equations. The resulting natural modes are then employed as basis functions for the analysis of forced oscillations of the fluid under combined vertical and horizontal excitations [2]

The velocity potential and the free-surface elevation are represented in the form of infinite series, and their convergence properties are examined. The determination of the dynamic characteristics of the fluid is ultimately reduced to solving a system of ordinary differential equations of the Mathieu type, which enables the investigation of fluid motion stability under coupled loading conditions.

An efficient numerical framework for simulating fluid oscillations and assessing motion stability in partially filled spherical tanks has been developed and implemented. The proposed approach can be applied in virtual testing of such tanks and in the analysis of fluid behavior during the design and operation of storage and fuel systems in aerospace engineering.

1. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariov K., Vierushkin I., Strelnikova E. Singular and hypersingular integral equations in fluid–structure interaction analysis. 2022, WIT Transactions on Engineering Sciences, Vol. 134, pp.67-79, DOI: 10.2495/BE450061

2. Sierikova O., Strelnikova E., Degtyarev K. (2022). Seismic Loads Influence Treatment on the Liquid Hydrocarbon Storage Tanks Made of Nanocomposite Materials. WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, vol. 17, pp. 62-70. DOI: 10.37394/232011.2022.17.9

МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРНИХ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У ПОРОЖНИСТОМУ СТАЛЕВОМУ ЦИЛІНДРІ ЗУМОВЛЕНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИМ НАГРІВОМ

О.Р. Гачкевич, Т.В. Козакевич, Т. Волчаньскі

Інститут прикладних проблем механіки та математики НАН України (м. Львів, Україна); Політехніка Опольська, Освітньо-навчальне об'єднання в Глушині (Польща).

Для прогнозування механічних властивостей конструктивних елементів і рівня залишкових напружень у них за різних способів нагріву – охолодження є важливою і актуальною розробка методики дослідження і оптимізації за різними критеріями фазового і напруженого станів сталевих циліндричних елементів як в процесі нагріву – охолодження, так і після його завершення.

Адаптовано до розглядуваного класу задач (з метою широкого використання числових підходів) відому математичну модель опису фазового складу та зумовлених ним залишкових напружень у маловуглецевих низьколегованих сталевих тілах за монотонного охолодження з аустенізованого стану та сформульовано на цій основі розрахункову схему відповідної поставленої задачі механіки за врахуванням структурних перетворень, яка реалізується поетапно: розв’язання задачі теплопровідності – знаходження метастабільного фазового складу – розрахунок залишкових напружень.

У роботі моделюється задача знаходження напруженого стану порожнистого циліндра, яка розв’язується на основі методу скінчених елементів із використанням експериментально встановленої залежності коефіцієнта теплообміну для конкретного охолоджуючого пристрою.

На основі запропонованої методики досліджуємо вплив умов охолодження на фазовий склад і напружений залишковий стан порожнистого циліндра із сталі 17Г1С при різних умовах його охолодження на зовнішній і внутрішній поверхнях циліндра. Він є вільний від зовнішніх силових навантажень.

З отриманих даних слідує, що ділянки тіла, які піддаються більш інтенсивному охолодженню мають в своєму складі більший відсоток гартувальних складових: мартенситу та бейніту. При цьому виникають локалізовані стискуючі напруження (що добре узгоджується із експериментальними даними).

Побудована в роботі модель і методика розрахунку фазового складу може бути використана для аналізу і оптимізації більш широкого класу режимів охолодження сталевих тіл з метою цільового керування їх структурою, залишковим напруженим станом і механічними властивостями.

Отримані числові оцінки фазового складу і залишкових напружень добре корелюють із емпіричними даними про те, що кількості гартувальних складових, зокрема, мартенситу, в гартованих тілах є більшими у приповерхневих їх ділянках у порівнянні з центральними частинами. Мартенсит має меншу густину ніж рівноважний ферито-перліт і тому в збагачених ним ділянках виникають стискуючі напруження. У роботі дана числова оцінка напружень при різних вибраних режимах охолодження на зовнішній і внутрішній поверхнях порожнистого сталевого циліндра.

1. *О.Гачкевич, Т.Козакевич, Р.Кушнір* Вибрані математичні проблеми термомеханіки маловуглецевих низьколегованих сталевих пластин при нагріві рухомими джерелами тепла за врахування структурних залишкових деформацій. Праці

Наукового товариство ім. Шевченка. Львів-2023, - Т. LXXIV, - С.81-98 (230 с.)

АНАЛІЗ ВПЛИВУ КРИВИЗНИ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ОРТОТРОПНИХ ОБОЛОНОК НЕПРЯМОКУТНИХ В ПЛАНІ

О.Я. Григоренко, Є.В. Філь

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Аналіз напружено-деформованого стану (НДС) пологих ортотропних оболонок є важливою задачею для інженерної практики. Класичні методи здебільшого застосовуються до оболонок простої геометрії, що обмежує їх використання. У даній роботі запропоновано розрахункову схему на основі дискретно-континуального підходу, яка дозволяє аналізувати пологі ортотропні оболонки довільної чотирикутної форми в плані.

За основу математичної моделі прийнято рівняння уточненої теорії оболонок, що базується на гіпотезах прямолінійного елемента (теорія оболонок типу Тимо- шенка) та враховує поперечні зсуви. Основні рівняння рівноваги та фізичні співвід- ношення для ортотропного матеріалу зведено до матричного вигляду $S \cdot f = q$-, де вектор-стовпець f містить невідомі функції переміщень u, v, w та повні кути повороту нормалі $\psi x, \psi y$.

Ключовим етапом методики є перехід від фізичної області (довільний опуклий чотирикутник у декартовій системі координат x,y) до канонічної обчислювальної області (одиничний квадрат у локальній системі координат ξ, η). Це перетворення дозволяє уніфікувати розрахункову схему та коректно задовольняти різноманітні граничні умови на краях оболонок непрямокутних в плані.

Двовимірна крайова задача зводиться до одновимірної за допомогою сплайн-апроксимації невідомих функцій за однією з координат (наприклад, η). Невідомі функції шукаються у вигляді лінійних комбінацій кубічних В-сплайнів. Застосування методу сплайн апроксимації зводить вихідну систему рівнянь у частинних похідних до крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь високого порядку відносно координати ξ. Отримана система розв'язується стійким чисельним методом дискретної ортогоналізації.

На основі розробленої математичної моделі та чисельного алгоритму було створено авторський програмний комплекс. Для перевірки достовірності результатів та верифікації програмного коду було проведено тестовий розрахунок напружено-деформованого стану пластини. Оскільки математична модель пологої оболонки при нульових значеннях головних кривизн ($k1 = k2 = 0$) повністю відповідає моделі пластини, отримані результати збіглися з відомими еталонними розв'язками теорії пластин. Це підтвердило коректність побудованої матриці диференціальних операторів та правильність врахування граничних умов.

На наступному етапі було досліджено вплив кривизни на напружено - деформований стан конструкції. Для тієї ж розрахункової області було задано кривизни $k1 = k2 = 0.1$. Відповідно до фізичного змісту задачі, наявність кривизни підвищує загальну жорсткість конструкції. Розв'язок показав, що при ідентичному зовнішньому навантаженні та умовах закріплення, максимальний прогин (w) пологої оболонки є

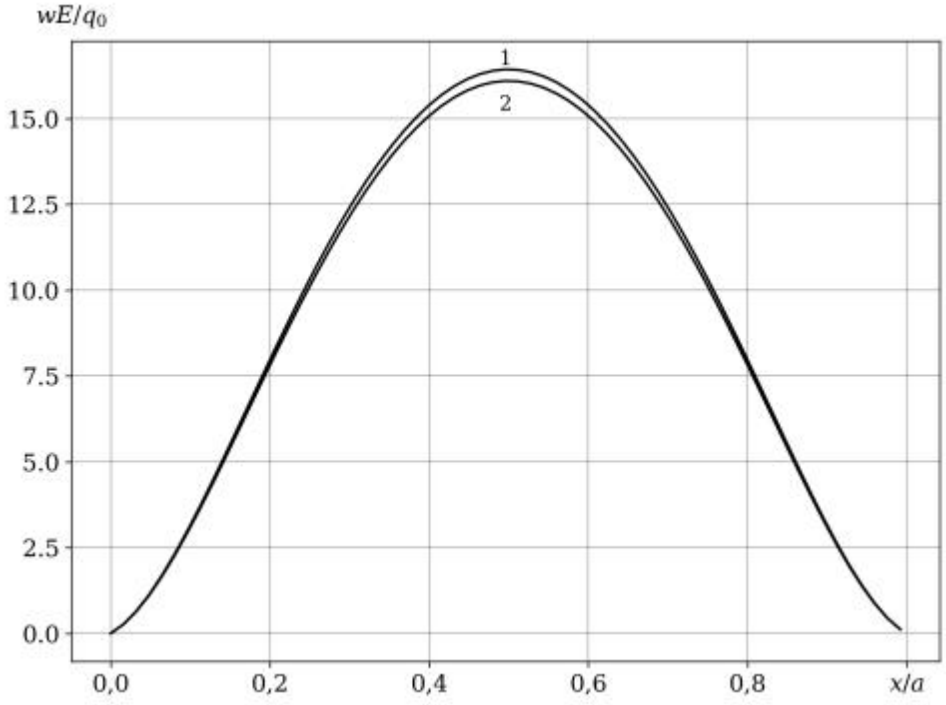


Рис. 1.

Розподіл прогинів $w^* = wE/q0$: 1) для пластини ($k1 = 0, k2 = 0$); 2) для пологої оболонки ($k1 = 0.1, k2 = 0.1$) очікувано меншим у порівнянні з прогином плоского аналога (пластини). Порівняння розподілу прогинів наведено на рис. 1.

Таким чином, розроблений підхід та створений програмний комплекс є надійним інструментом для інженерного аналізу оболонок складної геометрії. Він дозволяє коректно враховувати вплив кривизни, ортотропії матеріалу та форми плану на напружено-деформований стан конструкції.

Література:

1. Grigorenko A.Ya., M¨uller W.H., Grigorenko Ya.M., Vlaikov G.G. Recent Developments in Anisotropic Heterogeneous Shell Theory. General Theory and Applications of Classical Theory. Berlin: Springer, 2016. 116 p.

2. Григоренко О.Я., Філь Є.В. Побудова розрахункової схеми для чисельного ана- лізу ортотропної непрямокутної в плані пологої оболонки на основі дискретно-континуального підходу // Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2025», Львів, 2025.

НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ МАТЕРІАЛІВ, СКЛАДОВІ ЯКИХ МАЮТЬ ЕФЕКТ ПАМ'ЯТІ ФОРМИ

П.О. Стеблянко

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

Проведено узагальнення визначальних нелінійних співвідношень (термопластичність) для функціонально-градієнтних матеріалів (ФГМ), складові яких мають ефект пам'яті форми.

Для коефіцієнтів визначальних співвідношень, що описують залежність характеристик ФГМ від виду навантаження при деформуванні за межами пружності, і проведено верифікацію параметрів матеріалу на базі відомих експериментальних даних для функціональних матеріалів. Для запису визначальних рівнянь тензор деформацій представляється у вигляді суми тензорів пружної і пластичної деформації.

Фізичні рівняння при розвязанні задач термопластичності вводимо так

$$\sigma_{ij} = a_{ijkl}\varepsilon_{ij} + b_{ij} \ ,$$

де a_{ijkl} - const в пружному випадку або залежать від параметрів процесу попереднього термопластичного деформування, які для ФГМ та функціональних матеріалів відомим чином може залежати від матеріальних координат тіла і часу.

Для метало-керамічних ФГМ фізико-механічні властивості матеріалу є функціями від об'ємної частки складових матеріалів і можуть бути виражені як

$$P = P_m V_m + P_c V_c, \ V_m + V_c = 1,$$

де V_m, V_c - об'ємні частки кераміки (1) та металу (2).

Розглянуто випадки лінійної інтерполяції зміни складових ФГМ по одній з координат та кубічнох інтерполяції зміни складових ФГМ.

Узагальнено визначальні співвідношення, що описують залежність характеристик матеріалу від виду навантаження при деформуванні за межами пружності, і проведено верифікацію параметрів матеріалу на базі відомих експериментальних даних для функціональних матеріалів.

Розроблено метод розв'язання стаціонарних задач деформування тіл обертання із матеріалів з ефектом пам'яті форми на основі застосування сплайн-функцій для підвищення точності.

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ДВОХ З'ЄДНАНИХ ТРИКУТНИХ ПЛАСТИН

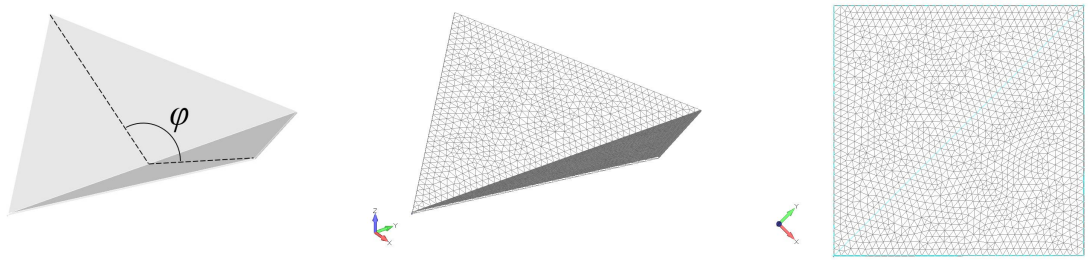
М.Ю. Борисенко[1], О.В. Бойчук[2], Н.П. Борейко[1], М.Л. Тікіч[1]

[1]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенко НАН України, Київ, Україна
[2]Миколаївський національний аграрний університет, Миколаїв, Україна

З'єднані пластинчасті елементи різної геометричної форми, зокрема трикутні пластини, широко застосовуються у конструкціях тонкостінних систем, що входять до складу корпусів машин, надводних і підводних апаратів, літальних та космічних апаратів, а також інших інженерних споруд. У процесі експлуатації такі конструкції зазнають дії статичних і динамічних навантажень різної природи, що зумовлює

необхідність попереднього аналізу їх міцності, стійкості та динамічної поведінки. Особливу увагу при цьому приділяють визначенню частот вільних коливань, оскільки виникнення резонансних режимів може призводити до передчасного руйнування конструкцій. У сучасній інженерній практиці для аналізу динаміки пластинчастих конструкцій широко використовуються системи автоматизованого проєктування (CAD/CAM/CAE), в основу яких покладено метод скінченних елементів (МСЕ/FEM). Одним із ефективних програмних комплексів для таких досліджень є FEMAP із розв'язувачем NX Nastran [1]. Застосування цього підходу дозволяє з достатньою точністю визначати частоти та форми вільних коливань пластин складної геометричної форми [2, 3].

Метою роботи є визначення методом скінченних елементів частот і форм вільних коливань двох ізотропних тонких трикутних пластин, з'єднаних під двогранним кутом φ, за умови вільних країв та еквівалентної маси (рис. 1 *а*, *б*). При значенні двогранного кута φ=180° дві трикутні пластини утворюють еквівалентну квадратну пластину (рис. 1 *в*).



а) *б*) *в*)

Рис. 1. Геометрична модель двох з'єднаних трикутних пластин: *а*), *б*) – загальний випадок; *в*) – граничний випадок φ=180° (квадратна пластина)

Список використаних джерел

1. Dynamic Analysis User Guide: A Comprehensive User Guide for Simcenter Femap and Nastran Users [Електронний ресурс]. Portland, OR : Applied CAX, 2021. URL: www.appliedcax.com (дата звернення: 07.03.2026).
2. Grigorenko, A., Borysenko, M., Boychuk, O., & Boreiko, N. (2024). Numerical Analysis of Free Vibration Frequencies of Hexagonal Plate. In Selected Problems of Solid Mechanics and Solving Methods (pp. 201-220). Cham: Springer Nature Switzerland.
3. Grigorenko, O.Y., Borisenko, M.Y., Boichuk, O.V., & Vasil'eva, L.Y. (2021). Free vibrations of triangular plates with a hole. International Applied Mechanics, 57(5), 534-542.

МЕТОДИКА ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ ТЕРМООБРОБКИ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Є.М. Ірза

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 79060, м. Львів, вул. Наукова, 3-б; Evgen_Irza@ukr.net

Машинобудівні конструкції досить часто піддаються певним тепловим процесам, які пов'язані з їх нагрівом і подальшим охолодженням. У результаті дії температурних полів у них виникають температурні напруження, які можуть перевищувати допустимі значення і призводити до руйнування конструкцій або погіршувати їх експлуатаційні

властивості. Водночас процеси термообробки енергозатратні. Тому необхідно розробити ефективні математичні методики, щоб оптимально, за певними критеріями, керувати тепловими режимами під час нагріву-охолодження таких тіл. Для цього маємо забезпечити оптимум певного критерію за обмежень на напружено-деформований стан конструкції і технологічні умови нагріву-охолодження.

Розв'язування даного класу задач відбувається у три етапи:
- математична постановка задачі оптимізації;
- розробка числового алгоритму пошуку оптимального розв'язку;
- реалізація числового алгоритму в програмному комплексі.

Математична постановка задачі оптимізації включає такі послідовні кроки:
- вибір параметрів стану;
- формулювання математичних залежностей, які описують поведінку елементів машинобудівних конструкцій за даних умов термообробки;
- вибір функціоналу оптимізації;
- вибір критерію оптимальності;
- вибір функцій керування процесом термообробки;
- формування математичних обмежень на параметри стану і функції керування.

Розробка оптимального режиму термообробки складається із наступних етапів:
- побудова алгоритму розв'язування прямих задач;
- побудова алгоритму розв'язування задачі оптимізації.

В розглядуваному підході алгоритм розв'язання прямих задач базується на методі зважених залишків в поєднанні з методом скінченних елементів, який включає:
- дискретизацію області скінченними елементами;
- апроксимацію невідомих функцій на елементі розбиття;
- отримання на цій основі системи алгебраїчних рівнянь відносно вузлових значень невідомих функцій у вузлах і алгоритм розв'язку цієї системи.

Алгоритм розв'язування задачі оптимізації будуємо на основі принципу поетапної параметричної оптимізації.

Запропонований алгоритм оптимізації реалізований в програмному комплексі, який складається з баз даних і розрахункових блоків наступного призначення:
- бази даних по геометрії області, яку займає тіло;
- блок по дискретизації області, яку займає тіло;
- бази даних по граничних умовах;
- бази даних по фізичних характеристиках матеріалу;
- розрахунковий блок по прямих задачах;
- розрахунковий блок по оптимізаційних задачах;
- блоки по візуалізації результатів розрахунків.

В основу розробки розрахункової програмної оболонки покладені такі принципи, як загальність, відкритість, модульність, компактність.

Механіка деформівного твердого тіла та механіка рідини, газу та плазми

SIMULATION WEAR RESISTANCE OF THE TI-CFRP/GFRP CONTACT UNDER VIBRATION CONDITIONS

A.M. Khimko

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of the Department of Air Transport
National University "Kyiv Aviation Institute"

Aircraft assemblies that combine the Ti-CFRP/GFRP contact are widely used in aviation and space technology. Under vibration loads, micro-displacement occurs between titanium parts and CFRP/GFRP power composite materials of aircraft with the occurrence of fretting corrosion and destruction of titanium alloy surfaces (Fig. 1).

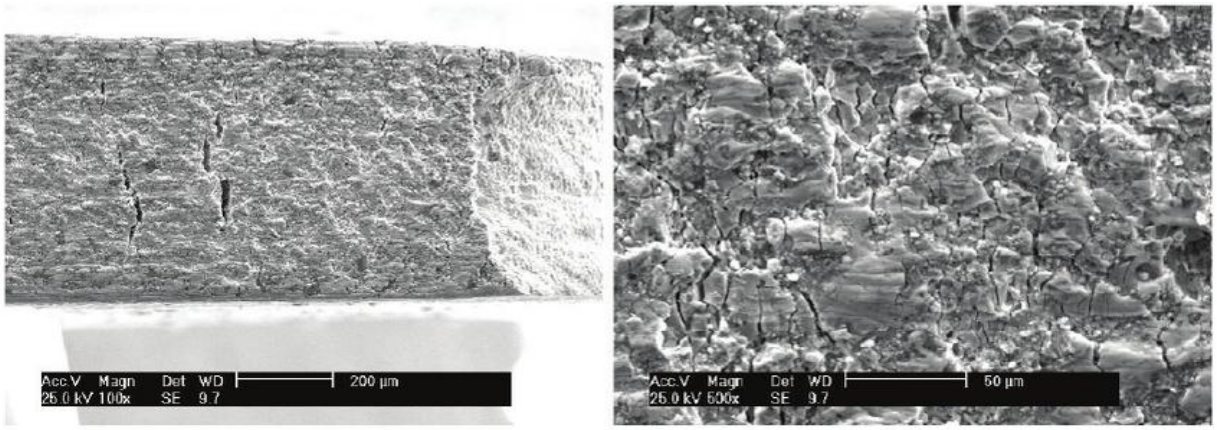


Fig. 1 Damage to titanium alloy parts of aircraft in Ti-CFRP contact under vibration loads.

The option of using intermediate plastic metals Ti-Me-CFRP/GFRP or polymeric materials Ti-PTFE-CFRP/GFRP in the contact zone provides not only mechanical and thermal isolation, but also reduces the risk of galvanic corrosion and local destruction under vibration loads. However, for the correct design and operation of such units, a deep analysis of the mechanical and thermal properties of all materials, the features of their interaction, as well as visualization of zones of possible concentrations of stresses and strains is required.

When using CFRP/GFRP in contact with a titanium alloy, a combination of a polymer matrix and/or polymer layer and rigid carbon or glass fibers is simultaneously used. The purpose of the calculations was to find the required thickness of coatings and the number of layers in order to ensure the minimum amplitude of oscillations in the contact zone of Ti-CFRP/GFRP. maximum vibration damping in the T-CFRP/GFRP working contact area. The analysis showed that in the Ti-CFRP/GFRP contact, the optimal value will be when the thickness of the plastic material (PTFE, Me, polymer matrix) is 15-30% less than the layer of rigid material (reinforcing CFRP/GFRP fibers, reinforced layer of titanium alloy, etc.).

When composite materials come into contact with a titanium alloy through a ductile material or through a polymer matrix, the loads that occur tend to exceed the yield strength of the material, causing plastic deformations on the surfaces of the parts that come into contact. The nature of elastic-plastic deformations is determined by the processes of damping

vibrations and significantly depends on the geometric and physical-mechanical parameters of the contacting protrusions of the surface [1].

From the calculated model and studies [2-5], it follows that in order to reduce the impact of friction processes on the contact of TI-CFRP/GFRP and the quality of surface damping, which in turn accelerates the running-in process, it is advisable to use more plastic polymeric materials and metals in contact between titanium alloys with surface treatments.

Experimental studies show that with fretting corrosion of the Ti-CFRP/GFRP contact, the effect of oxygen on the surface of the titanium alloy is noted, which accelerates the process of metal destruction during vibrations. The use of ductile polymeric materials and metals between titanium alloys and composite materials makes it possible to partially block the action of oxygen on the surface.

Conclusions. Contact models taking into account hard and soft coatings of materials allow reducing the impact of vibration in contact due to the absorption of vibrations. The regularities of vibration damping by polymeric materials are considered, taking into account the roughness and physical and mechanical properties of the surface layer with their damping properties. This allows us to conclude that the main technological way to combat vibration load in contact TI-GFRP/CFRP is the use of a combined action plastic and rigid coatings. In some cases, it is impossible to completely dampen the vibrations, but their amplitude can be reduced tenfold.

On the basis of mathematical transformations, the problem of optimizing the thickness of coatings and their quantity, which provide minimal amplitudes of vibrations on the friction surface, is solved. The models allow you to reasonably choose the material and thickness of coatings, combining their dimensions and physical and mechanical properties, effectively dampen fluctuations during fretting corrosion in such joints as Ti-CFRP/GFRP, where microdisplacements occur. The more effectively vibrations in the contact zone are dampened, the less wear of the contact of parts.

References

1. Liu Z., Sun J., Shen W. Study of plowing and friction at the surfaces of plastic deformed metals. Tribology International. 2002. Vol. 35, no. 8. P. 511–522. URL: https://doi.org/10.1016/s0301-679x(02)00046-4

2. . Gooch J. W. Tribology. Encyclopedic Dictionary of Polymers. New York, NY, 2011. P. 762. URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6247-8_12082

3. Khimko A. The influence of corrosive and aggressive environments on the contact of aluminum and titanium alloys with CFRP under vibration loading conditions. Friction and wear problems. 2025. № 4 (109). Pp. 95-104. URL: https://doi.org/10.18372/0370-2197.4(109).20757

4. Khimko A., Mikosianchik O., Khimko M., Filonenko O. Wear resistance of contact of titanium alloys with composite materials depending on the technology of their manufacturing under conditions of nominally fixed contact. Friction and wear problems. 2025. № 3 (108). Pp. 28-37. URL: https://doi.org/10.18372/0370-2197.3(108).20445

5. Shalapko Y.I. Evolutionary Models of Freting Processes in Nominally Stationary Frictional Contact: diss. … Doctor of Engineering. Sci. / Y.I. Shalapko. – Khmelnytskyi: KhNU, 2009. – 418 p.

МОДЕЛЮВАННЯ ВИКРИВЛЕННЯ ТА ВТРАТИ СТІЙКОСТІ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В ТРИВИМІРНИХ КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИНАХ

О.М. Андрусенко

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Удосконалення технологій і методів буріння глибоких спрямованих нафтових і газових свердловин має вирішальне промислове значення, оскільки такі свердловини дозволяють підвищити їхню продуктивність і видобуток. Як підтверджує практика, основний недолік буріння, що виникає під час проходки довгих криволінійних свердловин, зумовлений необхідністю усунення значних силових перешкод, спричинених одночасною дією сил тяжіння, контакту та тертя. Насамперед ці сили залежать від типу технологічного режиму, жорсткості бурильної колони, звивистості стовбура свердловини та її довжини. Вони можуть призводити до вигину бурильної колони та її заклинювання. Для прогнозування та запобігання цим станам вирішальну роль повинні відігравати спеціальні математичні моделі та методи комп'ютерного моделювання. Водночас слід зазначити, що ці механічні явища є дуже складними, і для їх аналізу часто застосовуються лише спрощені підходи.

У цій роботі розглядається проблема моделювання режимів буріння глибоких криволінійних свердловин із заданими недосконалими геометричними траєкторіями їх осьових ліній. На основі теорії криволінійних гнучких пружних стрижнів, методів диференціальної геометрії та чисельного аналізу розроблено тривимірну «жорстку модель тяги та крутного моменту» бурильної колони, а також відповідне програмне забезпечення для моделювання режимів спуску та підйому і процесів буріння. Комп'ютерні розрахунки показують, що контактні та фрикційні сили можуть бути визначені та відрегульовані, забезпечуючи заздалегідь спроєктовані безаварійні режими роботи.

Розроблені математичні моделі та програмне забезпечення можуть бути використані для прогнозування аварійних ситуацій і їх запобігання на етапах проєктування та реалізації процесу буріння.

Література

1. *Gulyayev V., Glazunov S., Glushakova O., Vashchilina E., Shevchuk L., Shlyun N., Andrusenko E.* Modelling Emergency Situations in the Drilling of Deep Boreholes. Cambridge Scholars Publishing, 2019. – P. 544.

2. *Gulyayev VI, Andrusenko EN, Glazunov SN.* Computer simulation of resistance force mitigation through curvature bridging in extended bore-holes. . J. Petrol. Sci. Eng. 2017; 156; 594 – 604. USA.

ПРО СТІЙКІСТЬ КОЛИВАНЬ ПРУЖНОЇ ПЛАСТИНИ, ЯКА ПОДІЛЯЄ ІДЕАЛЬНІ РІДИНИ РІЗНОЇ ГУСТИНИ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ РЕЗЕРВУАРІ

Ю.М. Кононов, А.А. Зарецький

Інститут прикладної математики і механіки НАН України

В лінійній постановці розглянута гідропружна задача про вільні коливання тонкої пластини, яка горизонтально розділяє ідеальні нестисливі рідини різної густини в жорсткому циліндричному резервуарі довільного поперечного перерізу. Для розв'язання ускладненого неоднорідного бігармонічного рівняння було використано фундаментальну систему рішень відповідного однорідного бігармонічного рівняння (ФСР) та власні форми коливань ідеальної рідини в циліндричній порожнині. Отримано частотне рівняння для довільних способів закріплення контуру пластини. На прикладі затиснутої пластини проведено спрощення частотного рівняння за допомогою розкладання однорідного бігармонічного рівняння на два гармонічних рівнянь та за допомогою формули Гріна для оператора Лапласа. Показано, що в цьому випадку частотне рівняння не залежить від ФСР, що значно спростило дослідження цього рівняння, так як ФСР залежить від невідомої частоти.

Власні частоти и форми спільних коливання пластини і рідини знаходяться з наступної системи інтегро-диференціальних рівнянь (1) – (2) і граничних умов (3) [1]:
S_i

$$\Delta^2 w - 2P\Delta w + q = \frac{\omega^2}{D}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n w_n}{k_n}\psi_n + C \quad , \tag{1}$$

$$w_n = \frac{1}{N_n^2}\int_S w\psi_n dS \quad , \quad \int_S w ds = 0 \quad , \tag{2}$$

$$\left(\mathrm{L}_p[w]\right)\Big|_\gamma = 0 \quad , \quad (p = 1,2\,). \tag{3}$$

Тут w – прогин пластини, $P = T/2D$, $q = \left(g\Delta\rho - m_0\omega^2\right)\Big/D$, $a_n = \rho_1 \coth\kappa_{1n} + \rho_2 \coth\kappa_{2n}$, $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$, $\kappa_{in} = k_n h_i$, $N_n^2 = \int_S \psi_n^2 dS$, ψ_n і k_n – власні функції і відповідні їм власні числа коливань ідеальної рідини в циліндричній порожнині довільного поперечного перерізу, C – довільна константа, γ – контур області S , L_1 і L_2 – диференціальні оператори граничних умов закріплення пластини на контурі γ .

У разі затиснутого контуру частотне рівняння має вигляд [1]:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_n}{\omega^2 a_n - k_n d_n}\left(\frac{B_n}{N_n}\right)^2 = 0 \quad , \tag{4}$$

де $B_n = \psi_n\big|_\gamma = const$, $d_n = \left(Dk_n^2 + T\right)k_n^2 + g\Delta\rho - m_0\omega^2$.

Рівняння (4) включає в себе ряд окремих випадків. Так, наприклад, при виродженні пластини в мембрану в цьому рівнянні треба покласти $D = 0$, а при відсутності верхньої рідини – $\rho_1 = 0$.

У випадку прямокутного каналу шириною $2a$ (плоскі коливання) будемо мати $\psi_n(x,y) = \psi_n(x) = \cos k_n(x+a)$, $k_n = \pi n/2a$, $B_n = (-1)^n$ і $N_n^2 = a$. У цьому разі рівнянні (4) збігаються з рівнянням роботи [2].

У випадку кругової пластини і рідини в круговому циліндрі (просторові коливання) рівняння (4) має вігляд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\xi_{nm}^3}{\left(\xi_{nm}^2-m^2\right)\left(a\omega^2 a_{nm}-\xi_{nm}d_{nm}\right)}=0 \quad . \tag{5}$$

Тут невідома $\xi_{nm}=k_{nm}/a$ знаходиться із рівняння $J_m'(\xi_{nm})=0$, а J_m – це функція Бесселя першого роду m-го порядку.

Із рівняння (5) слідує наближена формула для великих частот ($n \gg 1$)

$$\omega_n^2 \approx \xi_{nm}\left[\left(Dk_{nm}^2+T\right)k_{nm}^2+g\Delta\rho\right]\Big/\left(a_{nm}+m_0k_{nm}\right)a$$

із якої випливає наступна наближена умова стійкості спільних коливань кругової пластини і рідини

$$\left(Dk_{1m}^2+T\right)k_{1m}^2+g\Delta\rho>0 \quad . \tag{6}$$

З нерівності (6) слідує, що вона буде завжди виконана при $T\geq 0$ і $\rho_2\geq\rho_1$.

Були проведені чисельні дослідження на випадок невагомості та безмасової пластини ($g=0,\ m_0=0$) [3]. Показано, що найбільші частоти будуть для вільного краю, трохи менші для затиснутого і найменші для опертого краю. Коли глибини заповнення рідин більше за радіус циліндра, то їх значення майже не впливають на частоти коливань. При зростанні густини верхньої рідини частоти зменшуються, що може призвести до втрати стійкості сумісних коливань пластини і рідини.

This work was supported by a grant from the Simons Foundation (SFI-PD-Ukraine-00017674, Yuriy Kononov, Andrii Zaretskiy).

1. Kononov Yu.M. On the solution of a complicated biharmonic equation in a hydroelasticity problem // *Journal of Mathematical Sciences*.–2023, **274**, № 3, pp. 340-352. DOI 10.1007/s10958-023-06604-w
2. *Кононов Ю.Н., Лимарь А.А.* О колебании прямоугольной пластины, разделяющей идеальные жидкости разной плотности в прямоугольнм канале с одним упругим основанием // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: збірник наукових праць. – 2017. – Вип. 26. – С. 79-96.
3. Кононов Ю.М., Зарецький А.А., Сапунов С.В. Про коливання кругової пластини, яка горизонтально розділяє рідини різної густини у циліндричному резервуарі // *Праці ІПММ НАН України*. – 2025.– **40**, № 2. – С. 138-153. DOI: 10.37069/1683-4720-2025-39-12

MODELING OF COMPLEX STRESS STATE OF THIN-WALLED TUBULAR ELEMENTS WITHIN THE FRAMEWORK OF THE ENDOCHRONIC THEORY OF PLASTICITY

K. Panin, O. Koliada

Oles Honchar Dnipro National University

Classical plasticity theories (the theory of flow with a yield surface) often face difficulties in describing the processes of complex non-proportional loading, the effects of rounding of deformation diagrams and hysteresis during unloading. Endochronic theory, based on the concept of "internal time", allows to describe these phenomena without introducing artificial yield criteria, which is critically important for accurate calculation of the resources of structures operating under cyclic tension and torsion.

The process of elastic-plastic deformation of a thin-walled metal tube is considered. The defining equations of Valianis are used as the relations between stresses (σ, τ) and strains (ϵ, γ) with simultaneous application of axial force and torque along different trajectories. The internal time metric is introduced as an invariant measure of the deformation trajectory in the deformation space.

A binomial exponential kernel $\rho(z) = \quad C_i e^{-\alpha_i z}$ is used as the memory kernel, which allows separating short-term memory (transition to plasticity) and long-term memory (hardening). Such a structure allows us to automatically take into account the smooth transition from the elastic to the plastic zone, which is observed in real metals (steel, aluminum alloys), better than piecewise linear approximations. Isotropic hardening is taken into account through the function $f(\varsigma)$, which depends on the accumulated internal time ζ.

A boundary value problem for a cylindrical specimen is considered. The defining equations are reduced to a system of first-order nonlinear differential equations with respect to the components of the stress tensor:

$$d\sigma = Ed\varepsilon - \frac{\alpha\sigma}{f(\varsigma)}d\varsigma\,;\ d\tau = \mu d\gamma - \frac{\alpha\tau}{f(\varsigma)}d\varsigma\,.$$

This allows modeling such complex regimes as “drift” of deformations under constant stress of one type and cyclic change of another.

An algorithm for integrating the governing equations has been developed that does not require iterative search of the yield surface. The system of differential equations for the stress components σ (axial) and τ (tangential) is integrated stepwise.

At each step, after calculating the strain increments {dε, dγ}, the value dζ is obtained. After this, new values of the internal variable stresses are calculated.

An important part of the work is the identification of the parameters C_i and α_i from the uniaxial tensile data, which are then used to predict the torsional behavior without additional tuning.

The model’s ability to adequately describe the Bauschinger effect and cross-hardening when changing the trajectory from tension to torsion has been demonstrated.

The modeling results are compared with experimental data for structural steels, which showed higher accuracy in zones of low plasticity compared to classical theories.

Endochronic theory is a powerful tool for calculating thin-walled elements of aviation and power engineering. Its main advantage is the mathematical continuity of the description of the elastoplastic process, which ensures the stability of numerical schemes when calculating complex loading trajectories.

ЗАСТОСУВАННЯ АСИМПТОТИЧНОГО МЕТОДУ ПАВЛЕНКА–МАНЕВИЧА В СУЧАСНИХ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧАХ МЕХАНІКИ

Т.С. Кагадій[1], О.В. Білова[2], І.В. Щербина[3], А.Г. Шпорта[1]

[1]Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»,
[2]Український державний університет науки і технологій,
[3]Дніпровський державний аграрно-економічний університет

Асимптотичний метод Павленка–Маневича є ефективним підходом до розв’язання крайових задач механіки деформівного твердого тіла, що ґрунтується на побудові асимптотичних розкладів шуканих величин за малим параметром, який характеризує геометричні або фізичні особливості системи. Такий підхід дозволяє

виділити головні члени розкладу, що визначають напружено-деформований стан, і отримати аналітичні залежності для складних задач, які важко або неможливо дослідити прямими методами.

Суть методу полягає у зведенні вихідної задачі до послідовності задач нижчої розмірності з подальшим узгодженням їх розв'язків. Це забезпечує можливість ефективного врахування локальних особливостей — таких як тонкі включення, стрінгери, контактні зони або області з різко змінними властивостями матеріалу — без повного чисельного моделювання всієї області [1].

Актуальність методу суттєво зростає у зв'язку з розвитком сучасних матеріалів, зокрема композитів із криволінійною анізотропією та електропружних (п'єзоелектричних) середовищ. У таких системах класичні підходи часто виявляються неефективними через складну взаємодію механічних і фізичних полів. Асимптотичний метод дозволяє враховувати ці ефекти шляхом введення відповідних малих параметрів і побудови узгоджених розкладів для механічних і електричних величин [1-2].

Особливе значення метод має для контактних задач, де необхідно досліджувати локальні напруження в областях контакту, які визначають міцність і довговічність конструкцій. Використання асимптотичних розкладів дає змогу отримати аналітичні вирази для контактних напружень, оцінити вплив анізотропії, геометрії та фізичних властивостей матеріалу на розподіл полів, а також встановити основні закономірності поведінки системи [1, 2,]. Крім того, метод є ефективним для задач із тонкими елементами конструкцій, де присутні різні масштаби довжин. У таких випадках асимптотичний підхід дозволяє уникнути значних обчислювальних витрат і водночас зберегти фізичну наочність результатів.

Таким чином, асимптотичний метод Павленка–Маневича є важливим інструментом сучасної механіки, який поєднує аналітичну точність і можливість дослідження складних багатопараметричних систем, зокрема контактних задач для композитних і електропружних матеріалів.

Література

1. Кагадій Т. С. Аналітичний підхід до розв'язання деяких контактних задач / Т. С. Кагадій, О. В Білова, І. В. Щербина // Вісник Херсонського національного університету. 2016. №3 (58). С. 104-110.

2. Кагадій Т.С. Шпорта А.Г., Білова О.В., Щербина І.В. Математичне моделювання в задачах геометрично нелінійної теорії пружності. *Прикладні питання математичного моделювання.* 2021. Т. 4, №1. С. 103–110. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.11

ПРО ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО СТАНУ ТРИШАРОВИХ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ РАКЕТ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ З ОТВОРАМИ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Є.А. Сторожук, Р.В. Серафимович, І.С. Чернишенко

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

Шаруваті пластини та оболонки широко застосовуються в авіа- та суднобудуванні, космічній техніці, радіоелектроніці, промисловому і цивільному будівництві. Застосування шаруватих конструкцій дозволяє забезпечити більш високу жорсткість та міцність порівняно з аналогічними одношаровими елементами конструкцій такої ж маси. А використання відповідних матеріалів зовнішніх шарів та заповнювача забезпечує такі додаткові властивості конструкції як звуко- ва теплоізоляція, вібропоглинання, теплостійкість тощо.

Серед шаруватих елементів конструкцій значного поширення набули тришарові циліндричні оболонки. В багатьох випадках ці елементи за конструктивними або технологічним міркуваннями мають отвори та вирізи самої різноманітної форми. Форму циліндричної оболонки з круговими та прямокутними отворами мають: перехідний відсік першого ступеня ракети носія (РН) «Циклон-3»; відсік приладів РН «Зеніт»; корпус хвостового відсіку вафельного типу; паливний відсік РН «Антарес». При підвищених рівнях діючих навантажень навколо отворів у вказаних елементах конструкцій виникають зони концентрації напружень, а властивості матеріалів шарів описуються нелінійними діаграмами деформування.

Значна частина результатів по дослідженню розподілу напружень навколо отворів у тришарових циліндричних оболонках отримана при лінійно-пружній стадії їх деформування. Аналіз публікацій по даній проблемі свідчить про те, що праці, присвячені систематичному дослідженню фізично нелінійного деформування тришарових циліндричних оболонок з отворами, в науковій літературі на даний час відсутні.

Тому автори доповіді розробили чисельну методику розрахунку концентрації напружень біля отворів у тришарових циліндричних елементах ракетної техніки з врахуванням нелінійних властивостей матеріалів шарів, яка базується на гіпотезі ламаної лінії, теорії малих пружнопластичних деформацій, методі додаткових напружень і методі скінченних елементів [1–4]. Математичне моделювання напружено-деформованого стану тришарової оболонки виконано з використанням співвідношень теорії Тимошенка для заповнювача і теорії Кірхгофа–Лява для несучих шарів [1].

За допомогою запропонованої методики і створеного програмного забезпечення досліджено пружнопластичний стан тришарового циліндричного перехідного відсіку ракети, який має круговий отвір і знаходиться під дією осьового навантаження.

1. Кудін О.В., Сторожук Є.А., Чопоров С.В. Наближені аналітичні та чисельні методи аналізу міцності тришарових тонкостінних конструкцій. – Херсон: Видавничий дім «Гельветика», 2019. – 160 с.

2. Reddy J.N. Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis. – Boca Raton: CRC Press, 2004. – 568 p.

3. Гузь А.Н., Чернышенко И.С., Чехов Вал. Н., Чехов Вал. Н., Шнеренко К.И. Методы расчета оболочек. Т.1. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1980. – 636 с.

4. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под общ. ред. А.С. Сахарова и И. Альтенбаха. – Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1982. – 480 с.

РО МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ГНУЧКОЇ ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З РЕБРИСТИМ НАПОВНЮВАЧЕМ

Є.А. Сторожук, А.В. Лисенко, І.С. Чернишенко

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

В роботі розглядається тришарова циліндрична оболонка еліптичного перерізу з дискретним поздовжньо-поперечним ребристим наповнювачем за дії нестаціонарного навантаження. Неоднорідна тришарова пружна структура складається з двох еліптичних циліндричних оболонок (зовнішньої та внутрішньої обшивок), які жорстко з'єднані між собою поздовжніми та поперечними ребрами (рис. 1).

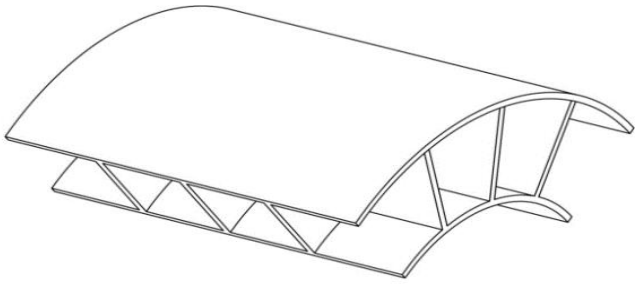


Рисунок 1 – Тришарова циліндрична оболонка еліптичного перерізу з ребристим наповнювачем

Розв'язувальні рівняння отримані з використанням співвідношень геометрично нелінійної теорії оболонок і стержнів типу Тимошенка в квадратичному наближенні [1].

Зв'язок між величинами внутрішніх зусиль і моментів та величинами деформацій для обшивок і ребер жорсткості визначається згідно з законом Гука для ортотропних матеріалів [1].

Для виведення рівнянь коливань тришарової пружної структури з дискретним наповнювачем використовується варіаційний принцип стаціонарності Гамільтона–Остроградського [1]. Після стандартних перетворень у варіаційному рівнянні з врахуванням виразів для потенціальної і кінетичної енергій обшивок і ребер, отримуємо дві групи рівнянь – для обшивок і ребристого наповнювача.

Чисельний алгоритм розв'язання даної задачі базується на спільному використанні інтегро-інтерполяційного методу побудови різницевих схем за просторовими координатами і явній скінченно-різницевій схемі інтегрування за часовою координатою [1]. Запропонований алгоритм розв'язання задач теорії тришарових циліндричних оболонок еліптичного перерізу з дискретним ребристим наповнювачем складається з наступних етапів: 1) знаходження розв'язку в гладкій області для обшивок; 2) знаходження розв'язку на лінії розриву вздовж осі *i*-го ребра; 3) знаходження розв'язку на лінії розриву вздовж осі *j*-го ребра.

Як числовий приклад досліджено вплив геометричної нелінійності та параметрів ребер на напружено-деформований стан тришарової циліндричної панелі еліптичного перерізу з поздовжнім ребристим наповнювачем, поперечні краї якої шарнірно закріплені, а поздовжні – вільні, за дії імпульсного поверхневого навантаження.

1. Головко К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках / под ред. акад. НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. – полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.

ОСОБЛИВОСТІ ДИНАМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ БАГАТОШАРОВИХ СИСТЕМ, ЗУМОВЛЕНІ ЇХ ШАРУВАТОЮ СТРУКТУРОЮ ТА ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ

Ю.П. Глухов

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Шаруваті структури є основою сучасних конструкцій у транспортній, будівельній та авіаційній галузях. Вони дозволяють оптимально використовувати матеріали, досягати кращих механічних властивостей порівняно з однорідними аналогами, проєктувати конструкції під конкретні експлуатаційні вимоги.

Проте реальні конструкції працюють в умовах початкових (залишкових) напружень та зазнають дії рухомих навантажень. Це створює складну хвильову картину, для адекватного опису якої необхідні нові точні моделі та методи.

У рамках лінеаризованої теорії пружності тіл з початковими напруженнями розглянуто сформульовано постановки та розроблено метод розв'язку просторових і плоских задач про реакцію багатошарової основи на поверхневе навантаження, що рухається з постійною швидкістю.

Розглядається багатошарова система з плоско-паралельними межами, що лежить на пружному півпросторі або жорсткій основі.

Матеріали шарів описуються нелінійно-пружними моделями з довільним пружним потенціалом.

До поверхні прикладено навантаження, яке рухається з постійною швидкістю.

Додаткові напруження вважаються малими порівняно з початковими, що дозволяє застосовувати лінеаризовану теорію.

Розв'язки просторових і плоских задач в загальній постановці отримано із застосуванням регуляційно-спектрального методу зі структурною регуляризацією.

Запропонований аналітично-чисельний підхід дозволяє виявити низку ефектів, що виникають саме завдяки взаємодії шарів у складі єдиної системи. Такі ефекти не зводяться до простої суперпозиції властивостей окремих шарів і є наслідком як математичної структури розв’язку багатошарової крайової задачі, так і фізичних механізмів хвильової взаємодії.

1. Ефекти, зумовлені математичною структурою моделі.

1.1. Спектральна чутливість до параметрів. Характеристичні рівняння багатошарової системи мають більш складну структуру порівняно з однорідним середовищем. Залежно від величини початкових напружень і швидкості руху навантаження можливе існування дійсних кратних коренів при дозвукових швидкостях, що є прямим наслідком алгебраїчної структури задачі.

1.2. Асиметрія хвильового поля в транс- та надзвуковому режимах. У рамках стаціонарних лінійних постановок асиметрія напружено-деформованого стану відносно точки прикладення навантаження виникає як наслідок зміни типу рівнянь руху при переході через швидкість поширення хвиль. Формування конусів Маха та відмінність у затуханні прямих і зворотних хвиль є стандартним результатом хвильової теорії, який у багатошарових системах набуває більш складної форми через інтерференцію на межах розділу.

1.3. Локальний характер впливу початкових напружень. З математичної точки зору це зумовлено структурою фундаментальних розв’язків: збурення, що вносяться початковими напруженнями в окремому шарі, затухають із відстанню за степеневим або експоненціальним законом залежно від швидкісного режиму, що й визначає домінування такого впливу в ближній зоні.

2. Ефекти, що мають фізичну природу.

2.1. Системний вплив початкових напружень. Фізично наявність попередньо напруженого шару змінює ефективну жорсткість системи та умови поширення хвиль, що призводить до перерозподілу напружень у сусідніх шарах. Це явище має самостійне значення для оцінки несучої здатності конструкцій.

2.2. Асиметрія впливу стиску та розтягу. Попереднє стискання підвищує ефективну жорсткість матеріалу в рамках лінеаризованої теорії, тоді як розтяг її знижує. Це призводить до більш інтенсивного зростання амплітуд напружень і переміщень у стиснутих середовищах, а також до уповільнення затухання збурень. Зазначений ефект має прямий фізичний зміст і є важливим для практики (наприклад, для ґрунтових основ під фундаментами).

2.3. Зони слабкої чутливості до початкових напружень. Існування областей, де напружено-деформований стан слабко залежить від початкових деформацій, зумовлене співвідношенням хвильових довжин збурень і глибини залягання напружених шарів. Це дозволяє в інженерних розрахунках за певних умов нехтувати початковими напруженнями без суттєвої втрати точності.

2.4. Вплив жорсткості поверхневого шару та умов контакту. Підвищення жорсткості верхнього шару фізично призводить до ефекту екранування — зменшення амплітуд хвиль, що передаються в нижні шари. Жорстке з’єднання шарів забезпечує більш рівномірне розсіювання енергії порівняно з ковзним контактом, що узгоджується з фізичними уявленнями про передачу навантаження в композитних структурах.

Таким чином, отримані результати демонструють, що складна динамічна поведінка багатошарових основ формується як сукупністю математичних наслідків розв’язання крайових задач для систем диференціальних рівнянь, так і фізичними механізмами хвильової взаємодії, інтерференції та трансформації енергії на межах розділу шарів. Розроблений регуляційно-спектральний метод дозволяє коректно враховувати обидві групи факторів у єдиному підході.

ОЛЬ SH-ХВИЛЬ У ДОСЛІДЖЕННІ ХВИЛЬОВОЇ ДИНАМІКИ ШАРУВАТИХ СЕРЕДОВИЩ

А.Ю. Глухов

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ

У роботі увага приділена дослідженню хвиль кручення (SH-хвиль) у багатошарових середовищах з початковими напруженнями.

SH-хвилі (Shear Horizontal) є одним із фундаментальних типів пружних хвиль поряд із P-хвилями (повздовжніми) та SV-хвилями (вертикально-поляризованими зсувними).

Їхня особливість полягає в тому, що вони описуються скалярним хвильовим рівнянням, що дозволяє отримувати аналітичні розв’язки в замкненій формі.

Рівняння руху допускають розділення змінних, що дає можливість дослідити вплив шаруватості, граничних умов і початкових напружень у найбільш прозорій формі. Це дозволяє виявити фундаментальні закономірності хвильової динаміки, які в більш складних постановках можуть бути приховані.

SH-хвилі не створюють нормальних напружень на межах розділу середовищ, що суттєво спрощує умови спряження шарів.

SH-хвилі є чисто зсувними, тому безпосередньо реагують на зміну модуля зсуву матеріалу.

Завдяки цим властивостям SH-хвилі є модельним класом для дослідження хвильової динаміки шаруватих середовищ.

Разом з тим, результати для SH-хвиль не узагальнюються безпосередньо на всі типи хвиль. Узагальненню підлягають не конкретні розв'язки, а встановлені фізичні механізми. Зокрема, такі ефекти, як вплив початкових напружень на швидкість поширення хвиль, інтерференція внаслідок багаторазових відбиттів на межах шарів та локалізація напружень у окремих шарах, мають загальний характер і проявляються також для інших типів хвиль.

Для P- та SV-хвиль задача суттєво ускладнюється, оскільки виникає зв'язана система рівнянь, що описує взаємодію поздовжніх і поперечних деформацій. У цьому випадку спостерігається взаємне перетворення хвиль при відбитті та проходженні через межі шарів, а також значно ускладнюється структура хвильового поля. Крім того, втрачається можливість повного аналітичного розділення змінних, що ускладнює побудову замкнених аналітичних розв'язків.

Водночас основні фізичні закономірності, встановлені для SH-хвиль, зберігаються і для більш загальних хвильових режимів, хоча проявляються у більш складній формі. Саме тому дослідження SH-хвиль доцільно розглядати як базовий етап, який дозволяє зрозуміти ключові механізми і слугує основою для подальшого аналізу більш складних задач.

Таким чином, використання SH-хвиль як модельного класу дозволяє поєднати можливість отримання аналітичних розв'язків із дослідженням фізично значущих ефектів, що визначають динамічну поведінку багатошарових середовищ з початковими напруженнями.

ПРО УСТАТКУВАННЯ В ІМЕХ НАНУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНСТРУКЦІЙ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ПІД ДІЄЮ УДАРНИХ ХВИЛЬ У ВОДІ І ПОВІТРІ

В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук

Інститут механіки імені С.П. Тимошенка НАН України

В Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України збереглося в робочому стані й використовується унікальне устаткування майже півстолітньої давності. Серед них бак для дослідження дії ударних хвиль на конструкції у воді та ударна труба діафрагменного типу. Наведемо параметри цього устаткування і приклади використання.

Вертикальний бак висотою 3 м і діаметром 3,2 м з прозорим вікном на середині висоти для спостереження розташовано в заглибленому підвальному приміщенні. Водяна арматура і помпа забезпечують наповнення бака водою і її відкачку. Навколо верхівки бака є надійна площадка з перилами для дослідників в повний зріст (рис. 1). Раніше ударна хвиля у воді формувалась дротиками, які вибухали від розряду високовольтних конденсаторів [1]. Недавно бак використовувався для визначення товщі води, яка сповільнює кулю до прийнятної швидкості.

Рисунок 1 –Бак з водою

Ударна труба (рис. 2) довжиною 4,75 м має внутрішній поперечний переріз прямокутної форми розміром 140 мм х 210 мм із чистотою внутрішньої

поверхні 5-го класу. Вона формує ступінчасту ударну хвилю з крутим фронтом та постійним понад атмосферним тиском до 100 кПа поза фронтом тривалістю біля 8 мс. Час наростання тиску у фронті ударної хвилі становить біля 40 мкс. Ударна труба використовується для визначення власних частот коливань тонкостінних конструкцій залежно від тиску, що дозволяє оцінити їх стійкість без руйнування [2].

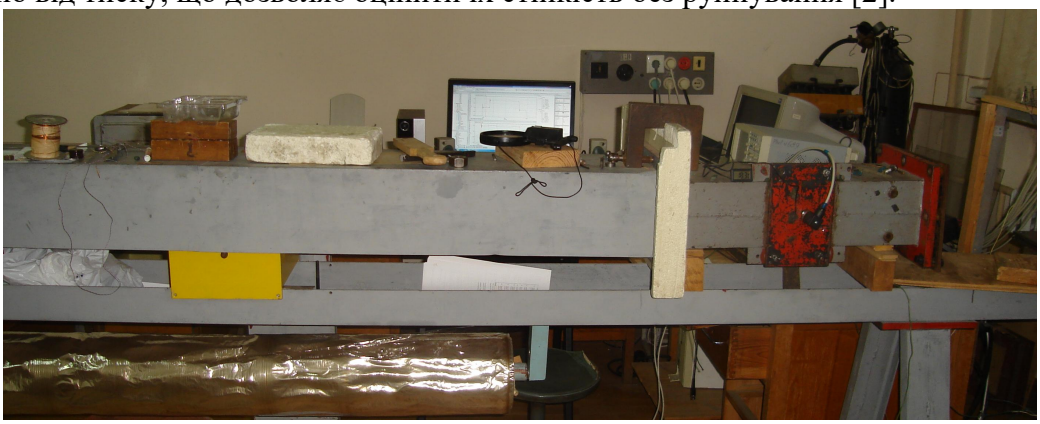


Рисунок 2 – Ударна труба з допоміжним обладнанням

1. Anik'ev, I.I., Lugovoi, P.Z., & Sushchenko, E.A. (1999). Experimental studies of the protective properties of flat shock-wave shields in water. International Applied Mechanics, 35(3), 312-314.
2. Anik'ev, I.I., Maksimyuk, V.A., Mikhailova, M.I., & Sushchenko, E.A. (2013). Nonstationary behaviour of a cantilever-rod system under nearly critical loads. International Applied Mechanics, 49(5), 570-576.

АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОВ'ЯЗКОПЛАСТИЧНОСТІ ДЛЯ ТІЛ ТА ОБОЛОНОК З ДВОКОМПОНЕНТНОГО ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНОГО МАТЕРІАЛУ

М.О. Бабешко, В.Г. Савченко

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ

Розроблено алгоритм чисельного дослідження осесиметричного термов'язкопружнопластичного напружено-деформованого стану елементів конструкцій у вигляді просторових тіл та тонких оболонок з двокомпонентного функціонально-градієнтного матеріалу в процесах їх непружного деформування під дією неізотермічного навантаження. Вважається, що властивості матеріалу можуть неперервно змінюватися по об'єму, аналогічно тому, як змінюються властивості початково однорідного тіла при нерівномірному нагріванні. Припускається, що фізико-механічні властивості створеного в результаті певного технологічного процесу матеріалу змінюються від координати, як в більшості опублікованих робіт, присвячених чисельному аналізу поведінки елементів конструкцій з таких матеріалів. Закон зміни відносного об'ємного вмісту одного з складових матеріалів в залежності від координати вважається заданим. Припускається, що як пружні, так і непружні характеристики визначаються відносним об'ємним вмістом складових. Це є логічним поширенням підходу, прийнятому при моделюванні властивостей функціонально-градієнтного матеріалу в задачах теорії пружних гнучких оболонок [1], на крайові задачі термов'язкопластичності.

Сформульовано визначальні рівняння термов'язкопластичного деформування ізотропного матеріалу вздовж траєкторій малої кривизни, властивості якого неперервно

змінюються в залежності від координати. Вважається, що до складу компонентів деформацій входять пружна, теплова, пластична та деформація повзучості. Визначальні рівняння записано на основі припущень, прийнятих в теорії процесів деформування вздовж траєкторій малої кривизни, тобто: тензори напружень і деформацій є сумами девіаторів та кульових тензорів; направляючі тензори девіаторів диференціалів непружних складових та напружень збігаються; пружні складові деформації пов'язані з напруженнями узагальненим законом Гука. На основі цих припущень зв'язок між компонентами тензорів напружень і деформацій записано у вигляді закону Гука з додатковими членами, які містять теплову, пластичну та деформацію повзучості. При використанні цих припущень одержуємо класичні рівняння теорії процесів деформування вздовж траєкторій малої кривизни [2], які містять функціональну залежність між другими інваріантами девіаторів напружень і деформацій. В класичній теорії процесів малої кривизни вона вважається незалежною від виду напруженого стану і визначається за результатами двох серій експериментів. В першій з них одержуються миттєві діаграми деформування при різних значеннях температури, а в другій – криві повзучості при різних значеннях напруження для ряду температур. В даному випадку функціонально-градієнтного матеріалу для кожного елемента досліджуваного тіла при поточному значенні температури будується деформаційна діаграма і серія діаграм повзучості з використанням відповідних діаграм складових матеріалів і заданого закону співвідношення відносних об'ємних вмістів складових матеріалів в залежності від координати. Одержані діаграми функціонально-градієнтного матеріалу використовуються при розв'язуванні крайової задачі для конкретизації залежності між другими інваріантами тензорів напружень і деформацій так же, як в класичній теорії процесів малої кривизни [3], на кожному етапі навантаження в кожному наближенні.

При запропонованому підході визначальні рівняння для функціонально-градієнтного матеріалу мають той же вигляд, що і рівняння класичної теорії процесів малої кривизни, але відрізняються способом конкретизації зв'язку між другими інваріантами девіаторів напружень і деформацій. Це означає, що можна використовувати розроблені раніше методи і програмні засоби чисельного дослідження непружного напружено-деформованого стану тіл та оболонок обертання, зробивши відповідні зміни в алгоритмах.

Наскільки адекватно одержані таким способом рівняння для функціонально-градієнтних матеріалів будуть описували їх реальну поведінку можна оцінити шляхом порівняння результатів, одержаних з використанням запропонованих рівнянь, з експериментальними даними.

1. Sklepus S.M. Method of Solving Geometrically Nonlinear Bending Problems of Functionally Graded Shallow Shells of Complex Shape// Int. Appl. Mech. – 2023. – **59,** N 6. – P. 725– 733.

2. Shevchenko Yu.N., Savchenko V.G. Three-Dimensional Problems of Thermoviscoplasticity: Focus on Ukrainian Research (Review) // Int. Appl. Mech.- 2016. – **52,** N 3. – P. 217 –271

3. Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5-ти томах. Т.2. *Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г.* Термовязкопластичность. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.

ПОВЗУЧІСТЬ ОСЕСИМЕТРИЧНО НАВАНТАЖЕНИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ СКЛАДНОЇ ФОРМИ ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ МАТЕРІАЛІВ

С.М. Склепус

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна
snsklepus@ukr.net

У сучасній техніці все більш широкого застосування набувають елементи конструкцій із функціонально-градієнтних матеріалів (ФГМ). ФГМ становлять новий клас композиційних матеріалів, які отримують у результаті сплаву металу та кераміки. Склад і структура ФГМ змінюються за певним законом, що призводить до відповідних змін механічних та фізичних властивостей матеріалу. Процеси нелінійного деформування ФГМ та конструкцій із них залежать від просторової зміни властивостей матеріалу. Це одна з найбільш складних областей механіки, оскільки властивості матеріалу змінюються безперервно по координатах і класичні моделі та методи для однорідних матеріалів тут не можуть бути застосовані. Тому процеси нелінійного деформування в умовах повзучості елементів конструкцій із ФГМ є менш вивченими порівняно із повзучістю для однорідних або кусково-однорідних конструктивних елементів.

Розглянуто задачу визначення напружено-деформованого стану порожнистих осесиметрично навантажених тіл обертання, виготовлених з ФГМ, що працюють в умовах високотемпературної повзучості. Розроблено методику розв’язання початково-крайових задач повзучості у рамках просторової постановки, що базується на спільному використанні методів R-функцій, Рітца та Рунге-Кутта-Мерсона. Розв'язання крайової задачі зводиться до варіаційної задачі для функціоналу, записаного у формі Лагранжа. Варіаційні задачі розв'язуються методом Рітца у поєднанні з методом R-функцій. Розв'язання початкової задачі знаходиться методом Рунге-Кутта-Мерсона з автоматичним вибором кроку за часом.

Як числові приклади виконано розрахунки повзучості для циліндра та тіла обертання зі складною формою меридіанного перерізу, виготовлених із ФГМ на основі алюмінію, армованого керамікою та навантажених внутрішнім тиском. Вміст керамічних армуючих частинок змінювався лінійно та за степеневим законом увздовж радіальної координати. Модуль Юнга ФГМ залежить від об'ємної частки армуючого матеріалу і підпорядковується лінійному закону. Розрахунки були виконані для матеріалу з однорідним розподілом армуючих керамічних частинок, та ФГМ з меншим і більшим перепадом об'ємного вмісту армуючих частинок уздовж радіуса. Для моделювання ефективних властивостей ізотропного ФГМ при повзучості застосовувалися ізо-напружений підхід Рейсса та скалярна версія самоузгодженої моделі (Self-Consistent Model, SCM), яка широко використовується на практиці, при дослідженні композитних матеріалів. Показано, що модель Рейсса дає верхню оцінку для деформацій повзучості, тобто їх завищені значення.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИПАДКОВИХ НАСКРІЗНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ПОВЕРХНІ НА НЕСУЧУ ЗДАТНІСТЬ МОДЕЛЕЙ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

А.П. Дзюба, Л.Д. Левитіна, А.Г. Пацюк

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Представлено широкий спектр результатів експериментальних досліджень і числового скінченно-елементного аналізу втрати несучої здатності поздовжньо стиснутих моделей циліндричних оболонок з наскрізними пошкодженнями.

Моделювання концентраторів напружень у вигляді тріщин, отворів, пробоїн різної форми здійснювалось шляхом ударного навантаження різною кількістю уламків різної маси, форми, площі контакту, швидкості та кута входження твердих тіл крізь поверхню моделей оболонки. Було дослідження їх вплив на характер деформування і критичну руйнівну силу втрати несучої здатності оболонок.

Розроблена методика проведення системних експериментальних досліджень несучої здатності, що дозволяє з мінімальними витратами варіювати параметри досліджуваного процесу та виявити найбільш небезпечні параметри зовнішнього навантаження і види пошкоджень. В дослідженні була використано розроблений авторами лабораторний комплекс, що включає пристрої статичного навантаження моделей на розтяг-стиск, згинання та кручення, засоби їх ударного навантаження, спостереження і вимірювання основних параметрів процесів руйнування.

Демонструється добрий збіг результатів (де це можливо) експериментальних досліджень і числового скінченно-елементного аналізу.

Отримані результати дозволяють побудувати методологію для прогнозування несучої здатності (живучості) моделей попередньо навантажених оболонкових конструкцій при виникненні концентраторів напружень у вигляді наскрізних пошкоджень різної природи.

Дослідження виконані за підтримки Національного Фонду Досліджень України (№ 2025.07/0117)

АНАЛІЗ П’ЄЗОЕЛЕКТРИКА З МІЖФАЗНОЮ ТРІЩИНОЮ ЗАПОВНЕНОЮ ЧАСТКОВО ЕЛЕКТРОПРОНИКНИМ МАТЕРІАЛОМ

М.С. Левченко, В.В. Лобода

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Розглядається задача плоскої деформації в площині (x_1, x_3) для двох з’єднаних прямокутників $x_3 > 0$ і $x_3 < 0$ висоти l і ширини $2l$ з тріщиною $-b \quad x_1 \quad b$, $x_2 = 0$ на межі поділу матеріалів. Вважається, що обидва матеріали мають клас симетрії 6mm із напрямком поляризації x_3 . На відповідних сторонах прямокутників задані нормальні та дотичні напруження, а також електричне зміщення, що не залежить від координати x_2 . Приймаємо, що тріщина повністю відкрита, а її береги вільні від заданих механічних навантажень і електричних зарядів. Заповнювач тріщин має діелектричну проникність $\varepsilon_a = \varepsilon_r \varepsilon_0$, де ε_r – відносна діелектрична проникність, а $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12} C/Vm$ – діелектрична проникність вакууму.

Будемо вважати, що тріщини має форму еліпса, вертикальна вісь якого складає величину порядку 10^{-5} від довжини горизонтальної осі. Крім того, вважаємо, що тріщина заповнена гіпотетичним п'єзоелектричним матеріалом, модулі пружності і п'єзоелектричні константи якого є величинами порядку 10^{-6} від відповідних характеристик верхнього матеріалу. Діелектричні ж проникності співпадають з діелектричними проникностями реальних матеріалів, що можуть заповнювати тріщину. Очевидно, що така модель з високим ступенем точності відображає основні характеристики моделі [1], сформульованій для математичного розрізу з тими ж діелектричними характеристиками його заповнювача.

Для аналізу сформульованої моделі використано метод скінчених елементів (МСЕ). При цьому з метою можливості порівняння отриманих даних з аналітичними результатами отриманими за методикою [2] вважаємо, що довжина тріщини набагато менша характерних розмірів областей, що розглядаються. Розрахункова область складається із трьох підобластей з різними фізичними характеристиками, які ідеально з'єднані на лініях їх стику. Використовувались 8-вузлові чотирикутні та 6-вузлові трикутні кінцеві елементи лагранжевого типу. При підході до тріщини і особливо до її вершин мало місце згущення сітки.

При проведенні числових розрахунків розглядались різні комбінації верхнього і нижнього матеріалів та заповнювачів тріщини. Отримано, що значення електричного потоку через тріщину добре узгоджується з результатами аналітичного аналізу, виконаного на основі моделі тріщини зі скінченною електричною проникністю [1, 2]. Представлені графіки розподілів електричного потоку, стрибків переміщень та електричного потенціалу на берегах тріщини. Зокрема показано, що для заповнювача тріщини з діелектричною проникністю більшою або рівною діелектричній проникності води для усіх розглянутих комбінацій матеріалів різниця потенціалів на берегах тріщини майже відсутня, тобто тріщина є практично електропроникною.

Автори вдячні за фінансову підтримку Національного фонду досліджень України, грант № 2025.07/0117.

1. Hao T. H., Shen Z. Y. A new electric boundary condition of electric fracture mechanics and its applications // Eng. Fract. Mech. 1994. Vol. 47. P. 793–802.
2. Govorukha V. B., Loboda V. V., Kamlah M. On the influence of the electric permeability on an interface crack in a piezoelectric bimaterial compound // Int. J. Solids Struct. 2006. Vol. 43. P. 1979–1990.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУЙНУВАННЯ ДЛЯ ІНТЕРФЕЙСНОЇ ТРІЩИНИ В П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ БІМАТЕРІАЛІ, РОЗТАШОВАНОМУ В СКІНЧЕННІЙ ОБЛАСТІ

В.Я. Адлуцький

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Розглядається задача плоскої деформації для двошарової прямокутної області, заповненої п'єзоелектричними матеріалами з різними напрямками поляризації. Шари вважаються жорстко зчепленими всюди вздовж інтерфейсу за виключенням центрально розташованої міжфазної тріщини. На верхній і нижній границях області рівномірно розподілені розтягувальні зусилля й електричні заряди. З огляду на те, що компоненти біматеріалу мають різні властивості, на бокових границях області додатково задаються кусково-постійні нормальні зусилля, які забезпечують неперервність деформації

вздовж інтерфейсу. Тріщина вважається електронепроникною і вільною від зусиль. За результатами розв'язання крайової задачі розшукуються параметри руйнування – розкриття тріщини та швидкість вивільнення енергії (ШВЕ). Досліджується вплив скінченності області на вказані параметри і робиться порівняння з наявними точними розв'язками для нескінченної області.

Сформульована задача розв'язується чисельно за допомогою метода скінченних елементів (МСЕ). Для знаходження ШВЕ використовується інтегральний метод віртуального закриття тріщини. Основні деталі реалізації вказаного методу шляхом постпроцесорної обробки чисельних результатів є аналогічними до наведених в роботах [1,2].

В результаті аналізу отриманих даних з'ясовано, що коли розміри скінченної області є на порядок більшими, ніж довжина тріщини, чисельні результати добре збігаються з аналітичними даними для нескінченної області. Встановлено, що виконання або невиконання умови неперервності деформації на інтерфейсі не впливає на величину розкриття тріщини, але суттєво відображається на значеннях ШВЕ. При дотриманні неперервності результати ШВЕ добре співпадають з аналітичними, але при порушенні – різняться за рахунок додаткової концентрації електро-механічних полів в околі вершин тріщини.

Окрім того, відмічається помітна роль напрямків поляризації на параметри руйнування.

Ця робота виконана за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України, грант № 2025.07/0117.

1. Adlucky, V.J., Levchenko, M.S., Loboda, V.V.: Finite-element analysis of the parameters of fracture in a piezoelectric bimaterial with interface crack for various types of boundary conditions on its faces. J. Math. Sci. 2024. Vol. 279(2),P. 1–16.
2. Adlucky, V., Guk, N., Loboda, V.: Finite element modeling of partially conductive interfacial crack in piezoelectric bimaterial. Selected problems of solid mechanics and solving methods. Advanced structured materials, Springer. 2024. Vol. 204, P. 15–30.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ МАТЕРІАЛУ В ОКОЛІ ТРІЩИНИ ПЛОСКОГО ЗРАЗКА

А.П. Дзюба, А.Г. Пацюк

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Робота присвячено розробці методології дослідження процесів ініціювання старту тріщин, подальшого їх створення і спостереження розвитку.

Для дослідження застосовувались поляризаційно-оптичний метод, метод каустик і тіньовий муаровий метод. Зразки виготовлялись із оптично-активного матеріалу – полікарбонату. Комбінація методів дозволяла отримувати більш якісну і інформативну картину поведінки тріщин в процесі їх дослідження на різних етапах розвитку.

Навантаження досліджуваних плоских зразків матеріалу відбувалось за допомогою клина на пресі УП-5 поляризаційно-проєкціоної установки ППУ-7 (рис. 1) через спеціально підготовлений надріз (концентратор напружень як індикатор тріщин) на контурі зразка. Тріщина ініціювалась шляхом ступінчатого навантаження зразка клином.

Рис1.- Навантаження зразка клином

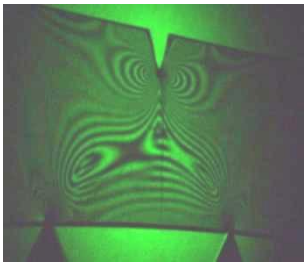


Рис. 2 – Картини ізохром в зоні концентратора

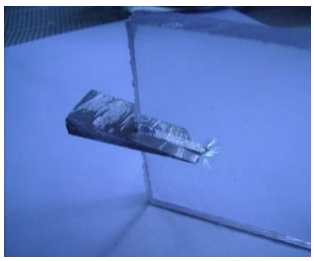


Рис.3 – Картина передруйнування

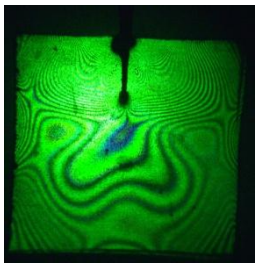


Рис. 4- Напруження в кінці тріщини

Картина ізохром в зоні концентратора напружень подана на рис.2. Старту тріщини передавало формування зони передруйнування (рис.3). Зображення на рис.4 характеризує розподіл напружень в кінці тріщини.

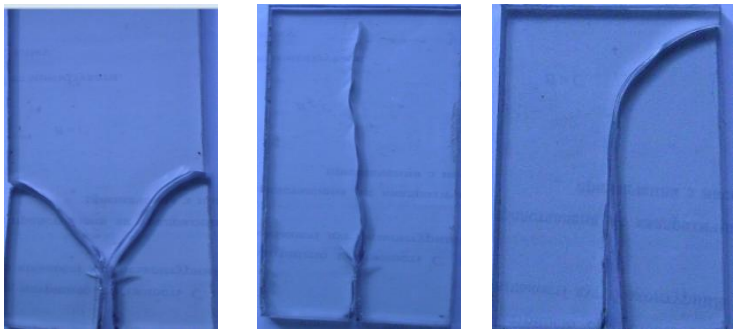


Рис. 5 - Форми розповсюдження тріщин

Для збереження можливості зупинки тріщини та стабілізації її руху за допомогою спеціальних пристосувань обмежувались деформації зразка у поперечному напрямку на віддаленому від тріщини кінці зразка. В результаті можливого розгалуження тріщини такі спроби не завжди були вдалими (рис. 5). В процесі експерименту проводилась фіксація картин ізохром і каустик, що дозволяло обчислювати коефіцієнт інтенсивності напружень в зоні концентратора напружень та аналізувати особливості розвитку тріщини.

За результатами досліджень отримані нові знання в галузі руйнування тіл з концентраторами напружень.

Дослідження виконані за підтримки Національного Фонду Досліджень України (№ 2025.07/0117)

МОДЕЛЮВАННЯ КРЕЙЗІВ У ПРИВЕРШИННИХ ЗОНАХ ТРІЩИН МІЖ ДВОМА П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ МАТЕРІАЛАМИ

А.Є. Шевельова, Р.О. Щербак , Т.В. Ходанен

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

П'єзоелектричні матеріали демонструють сильну взаємодію між електричними та механічними полями, що є основою їх широкого використання в таких пристроях, як датчики, виконавчі механізми та системи точного керування. Незважаючи на ці переваги, п'єзоелектрична кераміка, яка є полікристалічним інженерним матеріалам, є

механічно крихкою. Їхня криккість часто призводить до утворення тріщин, особливо вздовж меж розділу матеріалів. На практиці часто використовуються композитні елементи, в яких компоненти з'єднані тонким клейовим проміжним полімерним шаром. Але для полімерів характерний механізм руйнування полягає в утворенні крейз – мікродефектів, які заповнені орієнтованими фібрилами та порами.

Розглянемо біматеріал, що складається з двох напівнескінечнних п'єзоелектричних областей $x_3 > h/2$ та $x_3 < -h/2$. Кожний матеріал належить до класу симетрії 6 мм, а їхні осі поляризації орієнтовані вздовж напрямку x_3. Ці дві області з'єднані тонким клейовим проміжним шаром товщиною h, що характеризується модулем зсуву μ, коефіцієнтом Пуассона ν та границею текучості σ_Y. На нескінченності задаються рівномірно розподілені механічні навантаження і електричне зміщення: $\sigma_{33}^{(m)} = \sigma$, $\sigma_{13}^{(m)} = \tau$, $D_3^{(m)} = d$ ($m = 1$ використовується для позначення верхньої області, $m = 2$ – для нижньої). Оскільки навантаження не залежить від координати x_2, то можна розв'язувати двовимірну задачу в площині (x_1, x_3).

Вважається, що тріщина (a, b) розташована або між прошарком і однією з матриць або всередині прошарку. Як правило, що адгезійний шар має меншу жорсткість, ніж сусідні матричні області. Отже, ініціювання руйнування починається через розвиток локалізованих областей передруйнування на інтервалах $[a_1, a]$ та $[b, b_1]$, які представляють собою крейзи (рис. 1).

Рис. 1. Крейзи на продовженні тріщини

Враховуючи, що розміри крейзів незначні у порівнянні з довжиною тріщини, будемо вважати, що для кожної фібрили напруження є постійними і дорівнюють $\sigma_{zz} = \sigma'$, $\tau_{xz} = \tau'$, $\sigma_{xx} = 0$, – для лівої зони і $\sigma_{zz} = \sigma$, $\tau_{xz} = \tau$, $\sigma_{xx} = 0$ – для правої зони. Будемо вважати, що для кожної зони виконується умова текучості Мізеса, яка для правої зони описується рівнянням $f(\sigma, \tau, \sigma_1)$ $(\sigma - \sigma_1)^2 + 4\tau^2 - 4/3\sigma_T^2 = 0$.

У даній роботі було детально розглянуто випадок двох фібрил. За допомогою методу комплексних потенціалів побудовано представлення для електромеханічних факторів на межі поділу матеріалів. З використанням вищевказаної умови текучості знайдені трансцендентні рівняння для визначення довжин зон передруйнування, напруження на продовженні цих зон та розкриття тріщини. Реалізація підходу продемонстрована для деяких конкретних матеріалів та навантажень.

Робота виконана за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України, грант № 2025.07/0117.

НАБІГАННЯ СТУПІНЧАСТОЇ УДАРНОЇ ХВИЛІ ПІД КУТОМ 45° НА МОДЕЛЬ ТИПУ ЦИЛІНДР-ПІВСФЕРА

А.С. Колядюк

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна

При дослідженні динаміки складних оболонкових конструкцій важливим питанням є визначення навантаження, яке діє безпосередньо на конструкцію. Для цього розв'язується задача набігання ступінчастої ударної хвилі під кутом 45° з крутим фронтом та стрибком тиску $\Delta P = 10^6$ Па на модель типу циліндр-півсфера, що повторює геометрію обтічника(радіус циліндричної і сферичної частин становив 324 мм). На рисунку 1 представлена скінчено-елементна сітка розрахункової області.

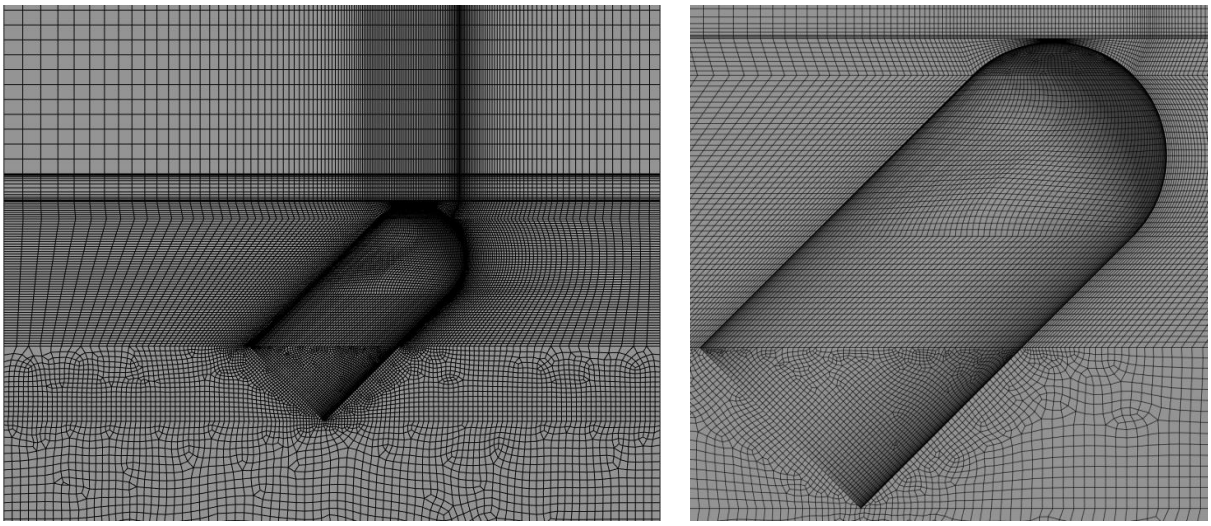


Рисунок 1 – Скінчено елементна сітка розрахункової області

Середовище моделювалося як ідеальний газ, в даному випадку повітря, без врахування в'язкості. Поведінка середовища при розповсюдженні хвилі моделювалася за допомогою рівнянь Навье-Стокса усереднених по Рейнольдсу [1, 2], які в даному випадку спрощуються до рівнянь Ейлера. При цьому поведінка газу моделювалася як суцільна ламінарна течія (без врахування ефектів турбулентності та кавітації) яка для випадку тривимірної задачі описується рівняннями збереження маси (1), збереження імпульсу (2) та збереження енергії (3).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\rho \vec{v}\right) = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho \vec{v}\right) + \left(\rho \vec{v}\vec{v}\right) = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \left(\vec{\nu}(\rho E + p)\right) = 0; \tag{3}$$

де: ν – вектор швидкості; ρ – щільність; p – статичний тиск; τ – тензор напружень; $E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2}$ – енергія на одиницю маси; h – ентальпія.

При застосуванні методу скінченних елементів були визначені розподілення дифракційного тиску на зовнішній поверхні складної сферично-циліндричної комбінованої оболонки (СЦКО) при набіганні ударної хвилі під кутом 45° з крутим фронтом. Моделювалось поведінка розповсюдження ударної хвилі в середовищі на протязі 9е-4с. На Рис. 2-3 наведені залежності дифракційного тиску на поверхні оболонкової конструкції в заданих областях в залежності від часу.

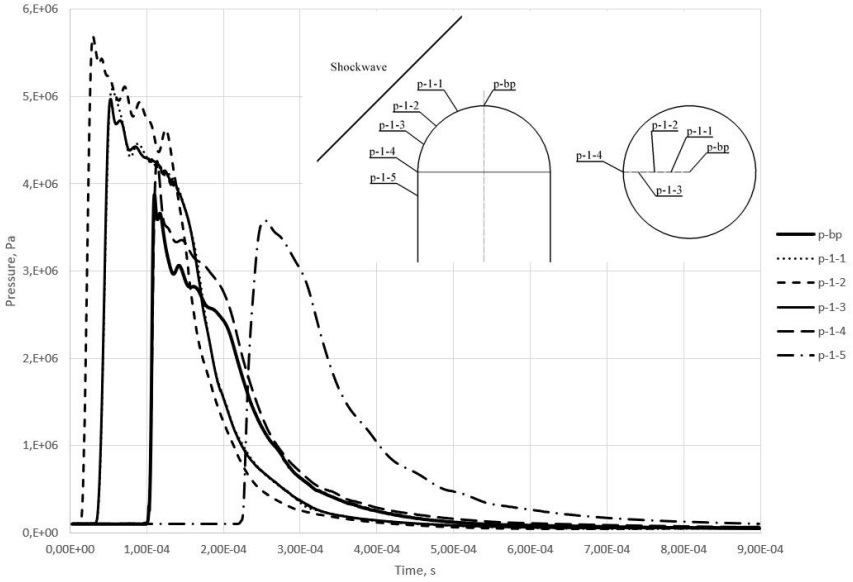


Рисунок 2 - Залежності дифракційного тиску по перетину оболонки

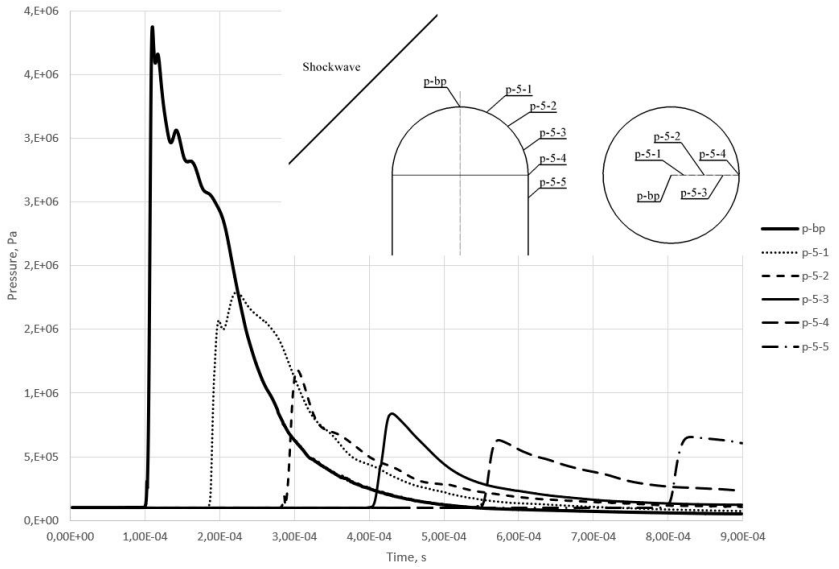


Рисунок 3 - Залежності дифракційного тиску по перетину оболонки

На рис. 4 наведена епюра максимального дифракційного тиску($Р_Д$) по периметру оболонкової конструкції та момент часу фіксації приведених значень згідно проведених розрахунків.

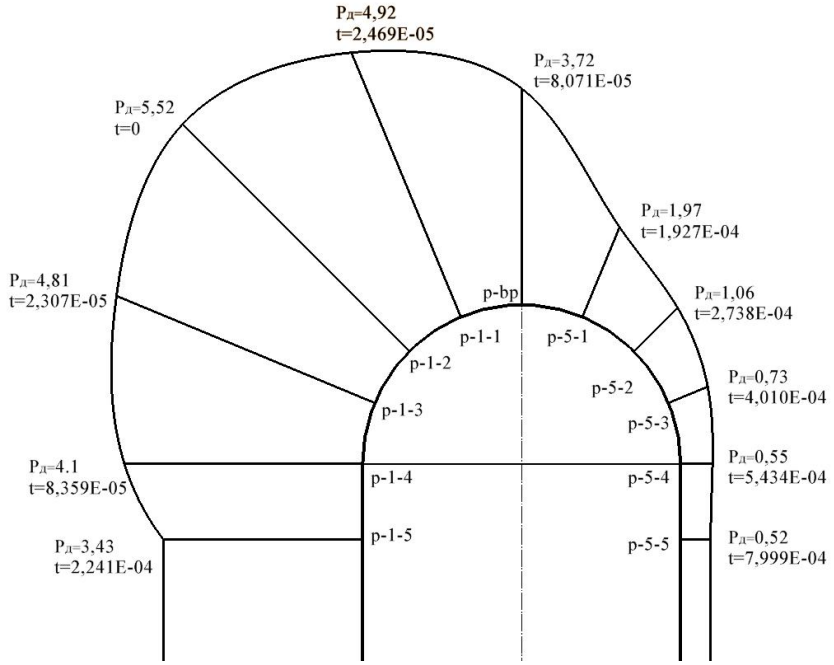


Рисунок 4 - Епюра максимального дифракційного тиску по периметру оболонки

Проведено дослідження взаємодії ступінчастої ударної хвилі з крутим фронтом з сферично-циліндричною комбінованою оболонкою. Визначені параметри навантаження(у вигляді дифракційного тиску) при набіганні ударної хвилі на оболонку під кутом 45° які в подальшому будуть використовуватися для дослідження динаміки багатошарових оболонкових конструкцій.

Література

1. *Ben-Dor G., Igra O., Elperin T.* Handbook of Shock Waves. Vol. 1. Amsterdam: Academic Press – Elsevier, 2001. 889p
2. *Zel'dovich Ya.B., Raizer Yu.P.* Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena. Courier Corporation. 2012. – 944 p.

MODELING OF TURBULENT FLOWS: PROBLEMS AND SOLUTIONS

A.V. Sokhatskyi

Institute of Transport Systems and Technologies NAS of Ukraine

Turbulence, as a physical phenomenon, arises under certain conditions in a nonlinear dissipative liquid or gaseous medium with an extremely large number of degrees of freedom. The physical process of flow is characterized by energy exchange with the surrounding environment. As a result, the variation in time and space of any hydrodynamic quantity is described by functions containing a vast number of Fourier components, i.e., functions of a highly complex nature. It is for this very reason that each individual fluid particle in this

medium of such a dynamic system moves in such a complex manner that its coordinates and direction of motion change over time according to the laws of stochastic mechanics. Velocity correlations at any point in the flow are thus limited to small time intervals, dependent on the initial conditions, beyond which it is impossible to establish a causal relationship between the velocity field at different moments in time, in particular a correlation with the previous motion.

All of this supports the view that fluctuations in velocity and other physical parameters in a turbulent flow are stochastic in nature, arising as a result of the loss of stability in the laminar motion of a hydrodynamic system when external control parameters change. From this perspective, turbulent motion is more chaotic than laminar motion; that is, turbulence is equated with chaos.

Chapman and Toback identified three eras in the development of our understanding of turbulence: statistical, structural, and deterministic. However, there is still no comprehensive theory of the origin of turbulence in various aerodynamic flows.

In a more general sense, the turbulence of fluid or gas motion can be viewed as the result of a change in the topology of phase trajectories, leading to a rearrangement of attractors and a qualitative change (bifurcation) in the state of motion within phase space. The stochastic nature of turbulence is reflected in the complete mixing of phase trajectories with different asymptotic behavior and the structure (topology) of the surrounding regions of attraction (attractors).

In a fully developed turbulent flow, pulsations are present on scales ranging from the largest to the very small. Such flows are characterized by dense Fourier spectra, not only in the time domain but also in the spatial domain. Large-scale pulsations play the primary role in a turbulent flow; their scale is of the order of magnitude of the characteristic length L, which determines the size of the region G in which turbulent motion occurs. This quantity is called the external scale of turbulence. Large-scale motions, which have the largest amplitudes, possess a certain velocity, comparable in magnitude to the variations in the average velocity over the distance L. Small-scale pulsations, which have significantly smaller amplitudes, can be regarded as a fine-scale structure superimposed on the main large-scale turbulent motions. Only a relatively small fraction of the fluid’s total kinetic energy is contained in the small-scale pulsations. Developed small-scale turbulence is locally homogeneous and isotropic

To date, there are at least several dozen such models in use. A vast amount of research has been devoted to their further refinement and development. DES has led to further development—Delayed Detached Eddy Simulation (DDES). This demonstrates the merits of the underlying concept behind hybrid models. On the other hand, there is no complete satisfaction with the existing models of this type.

The general concept underlying hybrid models is reflected in their name. It consists of an attempt to construct combined models that would function as RANS in some flow regions and as LES in others. This possibility arises due to the formal similarity between the Reynolds equations and the LES equations. The report discusses approaches to implementing hybrid turbulence models.

However, based on an analysis of current advances in the development of methods for calculating turbulent flows and the capabilities of existing computing technology over the next ten years, the primary tools for solving applied aerodynamic problems involving the calculation of turbulent flows will remain methods based on the use of RANS in combination with various semi-empirical turbulence models and hybrid RANS–LES approaches.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОЇ В'ЯЗКОПРУЖНОСТІ ДЛЯ АНІЗОТРОПНИХ ПЛИТ З ЕЛІПТИЧНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ

А.О. Кошкін[1], О.О. Стрельнікова[1,2]

[1]Харківський національний університет радіоелектроніки,
[2]Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного НАН України

Дослідження зміни напруженого стану багатозв'язних в'язкопружних плит після прикладання навантаження є актуальним завданням механіки композитів. Широке застосування складних конструкційних елементів у авіабудуванні, космічній техніці та будівництві, які мають локальні неоднорідності (включення, отвори, армуючі елементи), призводить до виникнення необхідності розробки таких методів.

У даній роботі розглядається багатозв'язна анізотропна в'язкопружна плита, в отвори якої вставлено еліптичні включення із інших матеріалів. В частинному випадку зовнішній контур прямує до нескінченності і досліджується стан нескінченної плити. Для знаходження характеристик напруженого стану в часі використовується принцип Вольтерра [1], який передбачає заміну пружних сталих у розв'язку відповідної пружної задачі часовими операторами. Оскільки для багатозв'язних областей отримання розв'язків у явному вигляді через пружні сталі неможливо, використано метод малого параметра. За такий параметр λ прийнято зміну коефіцієнту Пуассона у часі.

Для розв'язання задачі використовуються комплексні потенціали Лехницького, які подають у вигляді наближень j -го порядку. Ці функції розкладаються у ряди Лорана (для плити) та ряди за многочленами Фабера (для включень). Невідомі сталі визначаються узагальненим методом найменших квадратів із відповідних граничних умов [2]. Після визначення потенціалів у пружній постановці здійснюється перехід до в'язкопружного розв'язку. Для цього степені параметра λ^j замінюються відповідними виразами, які містять реологічні сталі матеріалу плити, миттєве пружне значення коефіцієнта Пуассона та оператори Работнова [3]. Це дозволяє обчислити згинальні моменти та перерізувальні сили в будь-який момент часу t.

Було проведено чисельні дослідження для алюмінію та епоксидну. Встановлено, що найбільш інтенсивний перерозподіл моментів відбувається на початковому етапі (перші 50–100 годин для досліджуваних матеріалів), після чого система прямує до стаціонарного стану. Концентрація моментів суттєво залежить від відносної жорсткості включення. Для абсолютно жорстких або абсолютно м'яких (отвори) включень спостерігаються найбільші значення моментів.

Таким чином, запропонований чисельно-аналітичний підхід з використанням апарату комплексних потенціалів і методу малого параметра дозволяє ефективно прогнозувати довготривалу міцність анізотропних конструкцій із неоднорідностями.

1. Volterra V. Leçons sur les fonctions de lignes. – Paris: Gauthier-Villars, 1913. – 230 p.

2. Koshkin A., Strelnikova O. Bending analysis of multiply-connected anisotropic plates with elastic inclusions // Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, Series «Mathematical Modeling. Information Technology. Automated Control Systems». – 2025. – Vol. 68. – P. 43–52. – https://doi.org/10.26565/2304-6201-2025-68-04

3. Rabotnov Yu. N. Creep problems in structural members. – Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1969. – 822 p. – https://doi.org/10.1002/zamm.19710510726

PERTURBED MOTIONS OF A NEARLY DYNAMICALLY SPHERICAL GYROSTAT WITH A MOVING MASS SUBJECTED TO CONSTANT BODY-FIXED TORQUES

Dmytro Leshchenko, Tetiana Kozachenko

Odesa state academy of civil engineering and architectur

The problem of motion of a rigid body about a fixed point is one of the classical problems of mechanics. The interest to the problems of the rigid body dynamics has increased in the second half of the XX century in connection with the development of rocket and space technologies. A spacecraft or satellite, while orbiting about its center of mass, experiences torques from forces of diverse physical nature. This includes torques generated by the motion of internal masses, which can arise from factors such as presence of rotating components (like rotors or gyroscopes), and the activities of crew members aboard the crew vehicle. These motions may hove various cases the presence of fluids in the cavities in the body (e.g., liquid fuel or oxides in the tanks of a rocket).

The dynamics of rigid body incorporated moving masses is a significant focal point in classical mechanics. Extensive research is dedicated to investigating the rotation of a rigid body featuring motion of internal masses. It is assumed that the body contains a viscoelastic element that is modeled by a moving mass connected to the body by a strong damper. The moving mass model loosely attached elements in a space vehicles, which can significantly affect the vehicle's motion about its center of mass during a long period of time. Some cases are considered of the motion of a rigid body containing internal masses connected to the body by means of elastic and dissipative elements. A number of works are devoted to the analysis of various problems of the dynamics of space vehicles containing internal movable masses.

The objective of this study is to investigate the combined influence of a viscous fluid inside a cavity, a moving mass and constant body-fixed torques on the motion of nearly dynamically spherical rigid body. This interaction represents a novel element of the current work. We obtain the system of motion equations in standard form. The averaging method was applied to the nonlinear system equations of motion. The main goal of this paper is to extend the results of previous similar investigations for the problem of the perturbed motion of nearly dynamically spherical rigid body.

We present the input equations of motions, conduct an averaging procedure and receive the averaged equations which, being simpler than the original ones, describe the body motion over the large time interval. We establish qualitative and quantitative properties of motion and provide a description of the evolution of the body motion.

The importance of the gained results is due to its applications such as analyzing angular motions in artificial satellites, spacecraft, onboard crew dynamics, moving mass control systems and reentry vehicles.

Future work will focus on constructing approximate solutions to Euler's equations and performing integration using the averaging method for the motion of a nearly dynamically spherical rigid body under the action of perturbation torques of different physical nature.

ДИНАМІЧНА ПОВЕДІНКА ІЗОТРОПНОЇ ПРОСТОРОВОЇ КОНІЧНОЇ ПАНЕЛІ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕТИНУ ЗА ІМПУЛЬСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Ю.А. Мейш[1], Ю.І. Лелюх[2]

[1] Національний університет біоресурсів і природокористування України,
[2]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Дослідження динамічної поведінки тонкостінних оболонкових конструкцій є одним із актуальних напрямів сучасної механіки деформівного твердого тіла, що зумовлено широким використанням таких елементів у машинобудуванні, будівництві, авіаційній та енергетичній галузях. Значна кількість робіт присвячена аналізу оболонок канонічної форми (циліндричних, сферичних, конічних), для яких розроблено ефективні аналітичні та чисельні методи в ортогональних криволінійних системах координат [1]. Однак сучасні елементи конструкцій складної геометричної конфігурації часто мають порівняно невеликі відношення товщини елемента до характерного розміру. У таких випадках застосування класичних оболонкових теорій (Кірхгофа–Лява, Тимошенка тощо) може бути недостатнім. Особливо це проявляється при динамічних навантаженнях, коли виникають хвильові процеси та локальні концентрації напружень. У зв'язку з цим доцільним є використання просторової постановки задачі теорії пружності, яка дозволяє врахувати тривимірний напружено-деформований стан.

Дана робота присвячена дослідженню динамічної поведінки конічної шарнірно закріпленої по боковим торцям панелі еліптичного перетину. Відношення півосей – 1,2, висота зрізаного конуса – 0.2 м, товщина – 0,02м. Матеріальні характеристики: $E = 210\ ГПа$, $\nu = 0{,}3$, $\rho = 7850\ кг/м^3$. По внутрішній поверхні панель було прикладено розподілене імпульсне навантаження $P(t)$ у вигляді

$$P(t) = \begin{cases} A\sin\dfrac{\pi t}{T}, & t \quad T, \\ 0, & t > T, \end{cases}, \quad A = 10^6\ Па,\ T = 5\ \ 10^{-5}\ c.$$

В основу чисельного моделювання покладено метод скінченних елементів у варіаційній постановці [2] відповідно варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta \Pi + \delta A)\, dt = 0,$$

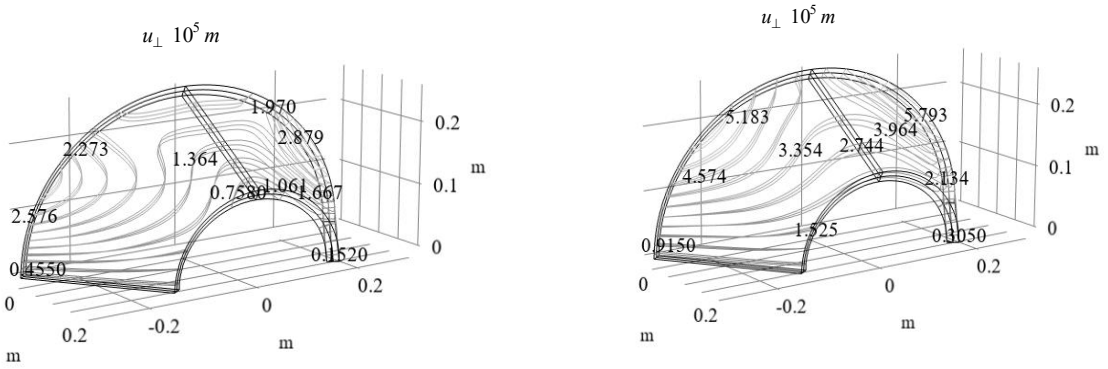
де Π – потенціальна енергія панелі; K – кінетична енергія панелі; A – робота зовнішніх сил. Дискретизація області виконувалася за допомогою об'ємних скінченних елементів, що дозволяє коректно врахувати складний напружений стан та геометрію конструкції. У результаті отримується система диференціальних рівнянь другого порядку відносно вузлових переміщень.

Деякі результати моделювання наведені на рис. 1, 2. Так на рис.1 представлені контурні розподіли товщинного зміщення на моменти часу $t = 3{,}5\ \ T\ c$ (рис.1а) та $t = 6\ \ T\ c$ (рис.1б). На рис 2 представлені об'ємні розподіли еквівалентного напруження за Мізесом у відповідні моменти часу.

Розподіли еквівалентних напружень за Мізесом демонструють, що найбільші значення виникають у зонах підвищеної кривизни, а також поблизу шарнірних закріплень. Це узгоджується з фізичною природою задачі та свідчить про наявність концентрацій напружень. Динамічний характер навантаження призводить до

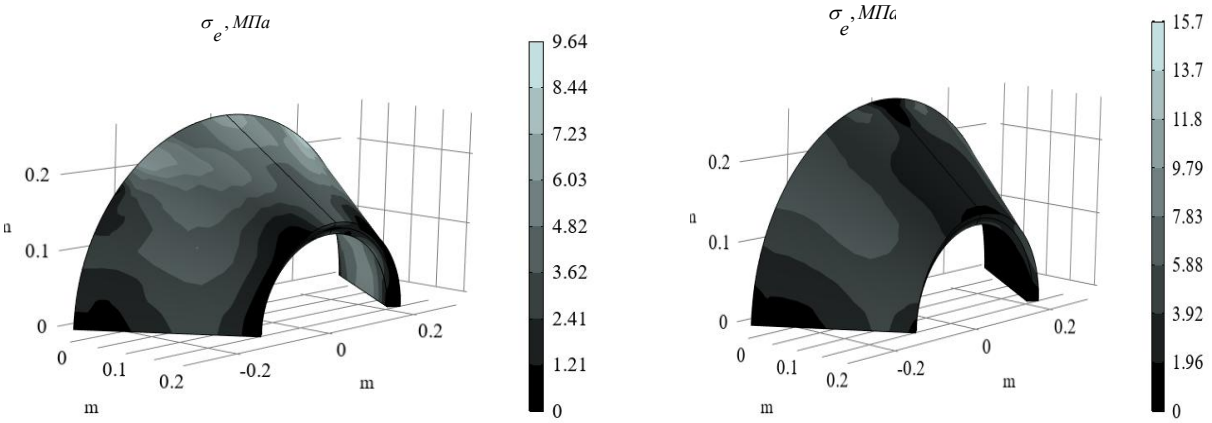
коливального характеру напружено-деформівного стану, що може бути критичним при оцінці міцності конструкції.

Таким чином, проведене дослідження показує, що використання просторової постановки задачі та методу скінченних елементів є ефективним інструментом для аналізу конструкцій складної геометрії. Отримані результати можуть бути використані при проектуванні елементів конструкцій, що працюють в умовах імпульсних і ударних навантажень, а також при оцінці їх надійності та довговічності.



а б

Рис.1



а б

Рис.2

2. V. F. Meish, Yu. A. Meish, and M. A. Belova Nonstationary Dynamics of Isotropic Conical Shells of Elliptical Cross-Section under Distributed Loads. International Applied Mechanics, Volume 56, Issue 4, pages 418–425
3. *Bathe K.J.* Finite element procedures. 2nd ed. – Watertown, MA: K.J. Bathe, 2016. 1068 p.

SPATIAL ELASTIC-PLASTIC PROBLEM FOR A TWO-LAYER BODY

Y.O. Kovalenko, S.O. Chernetskyi

Oles Honchar Dnipro National University

The study focuses on analysis of the spatial elastic–plastic behavior of a two-layer finite body subjected to indentation by an absolutely rigid spherical stamp. The objective is to determine the displacement, stress, and strain fields and to evaluate the influence of friction forces on the stress–strain state and plastic deformation patterns.

Problem Statement. The analyzed body has overall dimensions $H \times A \times B$ where, $H = h_1 + h_2, A = 2a, and\ B = 2b$. A rigid spherical stamp of radius R applies a vertical settlement Δ_y. Contact between the stamp and the upper layer, as well as between the two layers, permits sliding and possible delamination. Coulomb friction with coefficient (f = 0.15) is considered in one variant of the solution; the second variant of analysis is frictionless.

Due to geometric and loading symmetry, only one quarter of the body is modeled. Symmetry boundary conditions are applied along the corresponding planes. The lower surface is rigidly fixed, and the ends along the (Oz) axis are constrained.

Material Properties. Two different materials are used:

- Upper layer: copper–nickel alloy $E_1 = 1.53 \times 10^5 MPa, \nu_1 = 0.3, \sigma_{s1} = 124\ MPa,$ tangent modulus $E_{t1} = 5 \times 10^3 MPa$.
- Lower layer: AISI 201 stainless steel $E_2 = 1.93 \times 10^5 MPa, \nu_2 = 0.27,\ \sigma_{s2} = 275.8\ MPa, E_{t2} = 2 \times 10^4 MPa.$

The imposed settlement for comparison is ($\Delta_y = -\ 0.003$ m).

Numerical Model. To improve the accuracy of the contact analysis, an irregular finite element mesh refined near contact areas is employed. The 20-node quadratic element SOLID186 is used. The model incorporates material nonlinearity, contact nonlinearity, and possible interlayer sliding, delamination. Two computational scenarios are considered: a)With friction at all contact interfaces; b) Without friction, assuming ideal sliding.

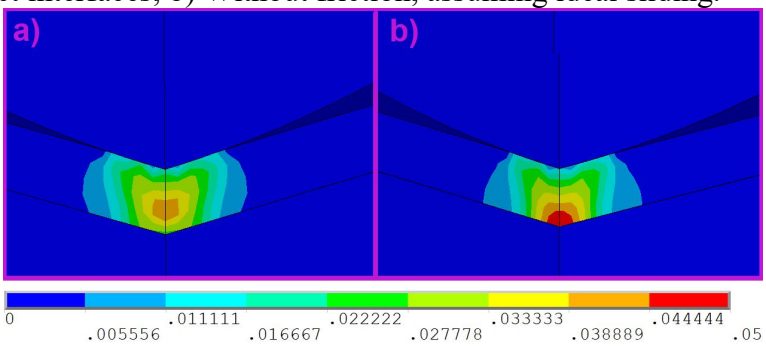


Fig. 1. Contour plots of the plastic strain intensity distribution for both solution variants with the scaled legend

Results. Contour plots of equivalent plastic strain intensity demonstrate significant differences between the two solution variants. When friction is included, lateral material flow is restricted, leading to a more localized plastic zone. Moreover, accounting for friction results in approximately an 18% reduction in the maximum plastic strain intensity in the upper layer. The distribution of plastic deformation becomes more compact, and the depth of the plastic zone decreases.

Conclusion. The results show that friction forces have a substantial impact on the stress–strain state of the two-layer body under spherical indentation. Incorporating friction

leads to a noticeable reduction in plastic strain intensity and alters the deformation pattern. These findings are important for the design and analysis of layered structural components subjected to localized loading.

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ У П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ ПРОСТОРІ З ЖОРСТКИМ ПЛОСКИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ТА ТРІЩИНОЮ ЕЛІПТИЧНОЇ ФОРМИ ПРИ СИЛОВИХ ТА ТЕМПЕРАТУРНИХ ВПЛИВАХ

Віталій КИРИЛЮК, п.н.с., Петро КОБЗАР, аспірант

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України (Україна)

Ключові слова: п'єзоелектричний матеріал, жорстке еліптичне включення, еліптична тріщина, силове навантаження, розподіл температури, замкнутий розв'язок, розподіл напружень, коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН)

Вступ. Зростаюче використання електропружних (п'єзоелектричних) матеріалів при проєктуванні елементів надчутливих вимірювальних систем і перетворювачів енергії стимулює здійснення науково обґрунтованої оцінки міцності і надійності виробів з п'єзоелектричних матеріалів (спеціального підкласу смарт-матеріалів). Таке прогнозування реалізується на основі аналізу напружено-деформованого стану у електропружних тілах з урахуванням наявних дефектів, серед яких особливо небезпечними є тріщини. Саме тому дослідження розподілу напружень в околі жорсткого еліптичного включення та еліптичної тріщини на основі точних розв'язків задач термоелектропружності є важливою і актуальною проблемою.

Мета дослідження. Моделювання напруженого стану і коефіцієнтів інтенсивності напружень вздовж границі (фронту) жорсткого еліптичного включення та еліптичної тріщини у електропружному просторі при силових та температурних впливах за допомогою точних розв'язків тривимірних задач термоелектропружності, аналіз коефіцієнтів інтенсивності напружень вздовж границі еліптичної тріщини, виявлення характерних особливостей розподілу напружень.

Суть дослідження. На основі представлення загального розв'язку системи рівнянь термоелектропружності для трансверсально-ізотропного тіла при стаціонарних температурних полях через гармонічні функції отримано точні розв'язки тривимірних задач про переміщення та поворот жорсткого еліптичного диску у п'єзоелектричному просторі, задачі про нецентральне навантаження еліптичного диску у електропружному матеріалі, задачі термоелектропружності для п'єзоелектричного простору з внутрішньою еліптичною тріщиною при відомому симетричному розподілі температурного поля квадратичного виду (моделювання розподілу температури здійснюється поліномом другого порядку відносно декартових координат). Використано еліпсоїдальні координати та гармонічні функції спеціального виду, що дозволило отримати аналітичні розв'язки задач у замкненому вигляді. При дослідженні задач термоелектропружності застосовано суперпозицію двох станів, перший з яких відповідає частинному розв'язку системи рівнянь термоелектропружності, другий стан — розв'язку однорідної системи рівнянь електропружності. На основі використаного підходу знайдено точні вирази коефіцієнтів інтенсивності напружень та коефіцієнтів інтенсивності електричної індукції вздовж границі еліптичної тріщини (на поверхні якої розподіл температурного поля є поліномом другого порядку відносно декартових координат). Знайдені у замкнутому вигляді вирази дозволяють визначити коефіцієнти інтенсивності напружень для еліптичної тріщини для різних варіантів температурних впливів на її поверхні. Зазначимо, що зі знайдених виразів як частинні випадки

випливають розподіли напружень у чисто пружному трансверсально-ізотропному матеріалі з жорстким еліптичним включенням та еліптичною тріщиною при силових та температурних впливах.

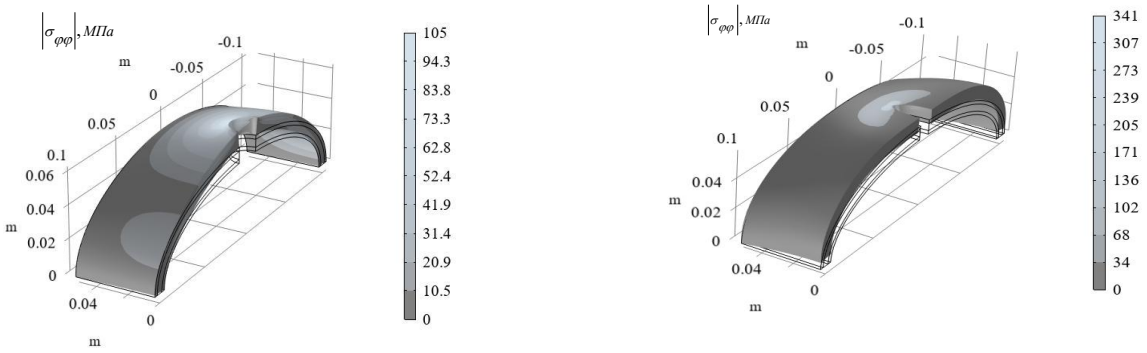
ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ ТА ДИСИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПАНЕЛІ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З-ОТВОРОМ

В.І. Козлов, Ю.І. Лелюх, Л.П. Зінчук

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

Елементи конструкцій у вигляді просторових панелей різноманітної геометричної форми з в'язкопружними п'єзоелектричними шарами знаходять широке застосування в багатьох технічних пристроях сучасної техніки як перетворювачі механічної енергії в електричну. Високочастотні гармонічні за часом навантаження для в'язкопружних матеріалів супроводжуються високим рівнем дисипативного розігріву, який виникає внаслідок гістерезисних втрат. Конструктивні отвори в подібних елементах відіграють роль концентраторів напружень, що вимагає детального аналізу їх впливу на напружено-деформований стан та температуру вібророзігріву цих елементів у процесі експлуатації.

У даній роботі порівнюється вплив на напружено деформований стан еліптичної циліндричної панелі кругового та еліптичного співрозмірних концентраторів напружень. Панель представлена половиною шарнірно опертого по периметру тришарового еліптичного циліндра з півосями 0,1 м та 0,05 м та довжиною 0,1 м. Приповерхневі шари панелі виготовлено із п'єзокераміки PZT (ЕС-65) [1] з товщинною поляризацією, кожний товщиною 0,0025 м, середній пасивний шар товщиною 0,005 м представлений алюмінієм. Панель була навантажена по внутрішній поверхні гармонічним тиском з амплітудою $P_0 = 1{,}5\ 10^4$ Па, а на зовнішніх електродованих поверхнях п'єзошарів та у металевому шарі задавався нульовий потенціал. Розрахунки проводились при сталих фізико-механічних параметрах п'єзоактивного матеріалу та коефіцієнті тепловіддачі між зовнішнім середовищем і панеллю $\alpha_T = 20\,\text{Вт}/\left(\text{м}^2\ \ ^\circ\text{C}\right)$. У центрі панелі міститься наскрізний круговий отвір радіуса 0,01 м або еліпсовидний з півосями 0,02 м та 0,005 м, об'єми яких співрозмірні.



а *б*

Рис.1

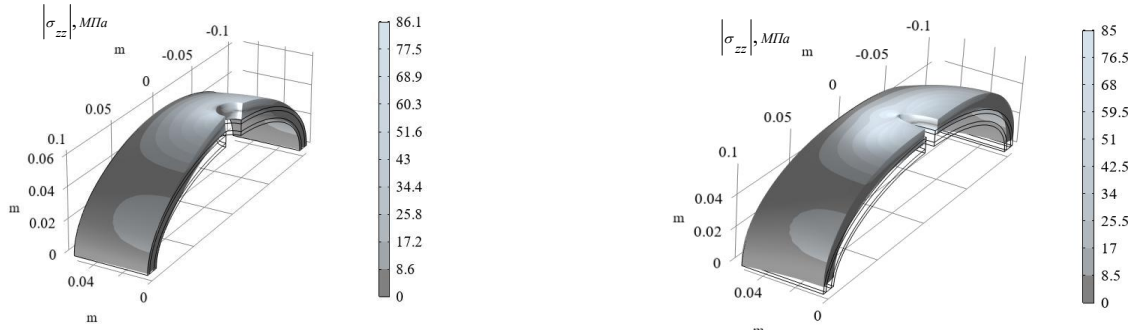
Чисельна методика розв'язання крайових задач термоелектромеханіки для п'єзоелектричних тіл при моногармонічному механічному навантаженні ґрунтується на методі скінченних елементів у варіаційній постановці [1]. В основу моделювання

електров'язкопружної поведінки матеріалу покладено концепцію комплексних характеристик [1]. У випадку незалежності фізико-механічних властивостей матеріалів шарів від температури, який представлено у цій роботі, знаходження розв'язку зв'язаної задачі зводиться до розв'язування лінійної задачі електров'язкопружності з комплексними електромеханічними характеристиками, яка еквівалентна наступному варіаційному рівнянню:

$$\delta \mathrm{E} = 0, \text{ де } \mathrm{E} = \frac{1}{2}\int_V \left(c^E_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl} - 2e_{kij}\varepsilon_{ij}E_k - \gamma^S_{kl}E_kE_l - \rho\omega^2 u_k u_k\right)dV - \int_S \left(p_{nk}u_k - q^e\varphi\right)dS \ ;$$

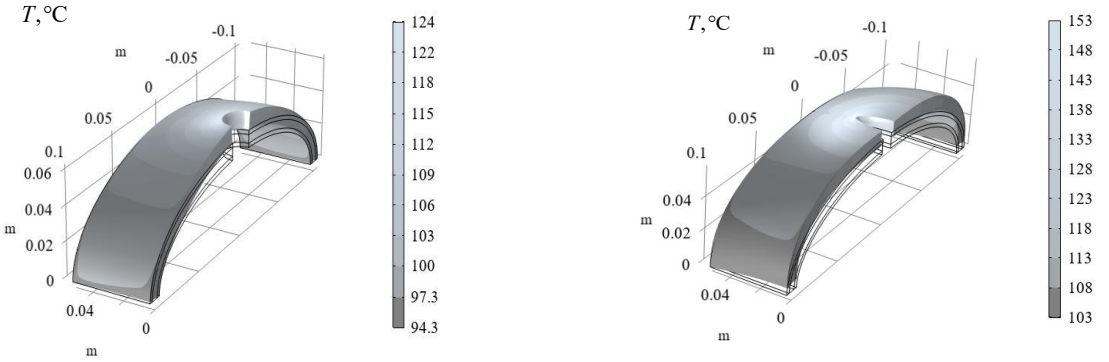
та лінійної задачі теплопровідності з відомим джерелом тепла [1]:

$$\delta I = 0, \text{ де } I = \frac{1}{2}\int_V \lambda_{ij}T_{,i}T_{,j} + c\rho\frac{dT}{dt}T - 2F^D T \ dV - \int_S \alpha_T\left(T - 2T_c\right)TdS \ .$$



а *б*

Рис.2



а *б*

Рис.3

На рис.1–3 представлені просторові розподіли модулів окружного $\sigma_{\varphi\varphi}$, осьового σ_{zz} напружень та температури дисипативного розігріву, які розраховані в околі товщинного резонансу еліптичної панелі $\omega = 0{,}2040$ рад/с для кругового концентратора напружень (*а*) та $\omega = 0{,}1996$ рад/с для еліптичного (*б*). Як видно з представлених розподілів, зростання радіуса кривизни у вершині більшої півосі еліпса призводить до зростання у три рази інтенсивності окружного напруження, в той час як максимальна температура дисипативного розігріву зростає лише на 20 відсотків.

1. Карнаухов В.Г., Козлов В.І., Січко В.М., Завгородній А.В. Тривимірні задачі про коливання і дисипативний розігрів тіл обертання з пасивних і п'єзоактивних в'якопружних матеріалів. – Миколаїв: Іліон – 2017. – 126 с.

АНАЛІТИЧНІ РОЗРАХУНКИ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРО ВИКОРИСТАННЯ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ У ЗАЛІЗНИЧНІЙ ГАЛУЗІ

В.В. Ковальчук, Ю.Ю. Ярухін

Навчально-науковий Київський інститут залізничного транспорту Національного транспортного університету
kovalthukvv@ukr.net

Пошук шляхів підвищення надійності та довговічності конструкційних елементів у транспортній галузі та дорожньому секторі є важливим напрямком сучасних досліджень. Оскільки композити можуть значно підвищувати міцність транспортних конструкцій та елементів рухомого складу, актуальними є дослідження щодо врахування особливостей цих матеріалів при проєктуванні складних конструкцій в залізничному секторі. Композитні матеріали набувають поширення завдяки перевагам їхніх властивостей порівняно з іншими конструкційними матеріалами, їхній стійкості до корозії, підвищеній міцності, адаптивності, економічній ефективності та ін.

Композити являють собою комбінацію двох або більше матеріалів з подібними або різними властивостями, об'єднаних на макроскопічному рівні. Вони переважно мають дві складові – армуючу та матричну. Армуюча складова покращує механічні властивості та загальні експлуатаційні характеристики, тоді як матрична складова має адгезійний характер між двома або більше волокнами, а також діє як середовище передачі навантаження між ними.

У залізничному секторі доцільним є використання композитів для виробництва таких конструкційних елементів рейкових компонентів як шпали, стрілки, перехрестя. Використання шпал, армованих композитними матеріалами («композитні шпали»), набуває поширення як потенційно ефективніша альтернатива дерев'яним і залізобетонним шпалам. Змінюючи розміри і геометрію елементів композитних матеріалів, можна змінювати властивості цих матеріалів. При цьому проектні розрахунки обов'язково включають етап визначення напружено-деформованого арматури в умовах взаємодії з матрицею (високоміцним бетоном).

Аналітична модель зчеплення арматури з бетоном може бути представлена лінійним диференціальним рівняння другого порядку з крайовими умовами:

$$\frac{d^2 N_a}{dx^2} - k^2 N_a = -c \frac{F}{E_b A_b},$$

$$N_a(0) = 0, \quad N_a(l) = F.$$

Тут $N_a(x)$ – нормальних сила, що діє в арматурному стрижні в області анкерування.

Для побудови моделі розглядаємо розрахунковий елемент стрижня, довжину якого вважаємо достатньо малою. Відповідно розв'язок поставленої крайової задачі можна подати у вигляді:

$$N_a(x) = B_1 \exp(kx) + B_2 \exp(-kx) + \frac{c}{k^2} \frac{F}{E_b A_b}.$$

Розрахунки засобами пакета прикладних програм Maple показують, що для аналізу напружено-деформованого стану армуючого стержня суттєво впливають геометричні та механічні характеристики конструкційного матеріалу арматурного стрижня і бетонного блоку, а також емпіричний коефіцієнт c.

РОЗРАХУНОК ДОВГОЇ ЗАМКНУТОЇ ТОНКОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ СУПЕРЕЛІПТИЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Ю.Ю. Абросов

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Вступ. Циліндричні тонкі оболонки неколового поперечного перерізу мають широке застосування у техніці, будівництві і інших галузях народного господарства. Особливу увагу привертають до себе оболонки т.зв. “супереліптичного” поперечного перерізу. Супереліпс в декартових координатах описується рівнянням:

$$\left|\frac{x}{a}\right|^n + \left|\frac{y}{b}\right|^n = 1,\ n > 2. \tag{1}$$

При n = 2 воно вироджується в рівняння звичайного еліпсу. При парних n рівняння супереліпса суттєво спрощється і приймає такий вигляд:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{a}\right)^n = 1,\ n > 2. \tag{2}$$

При великих значеннях n супереліпс все більше наближається до прямокутника з заокругленими кутами, що проілюстровано на рис. 1, де зображено одну чверть супереліпса для різних (парних) значень n (2,4,8).

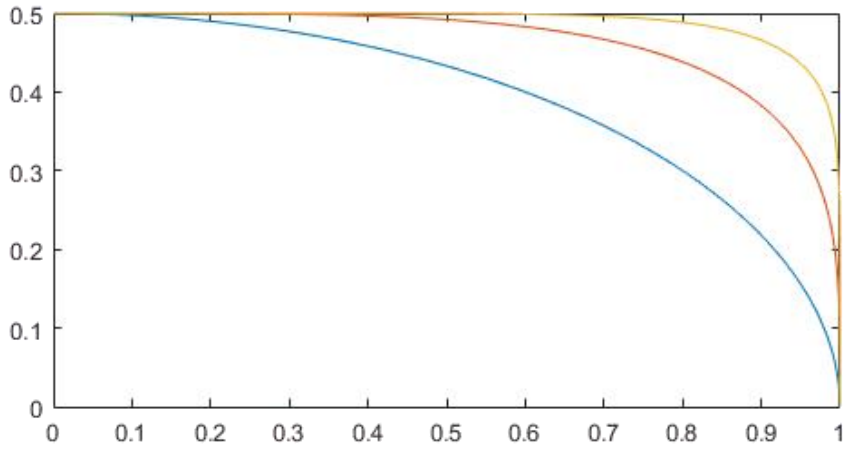


Рис. 1

Моделі і методи розрахунку. В рамках лінійної теорії оболонок [1,2,3], тонка оболонка моделюється її серединною поверхнею з урахуванням поперечного зсуву (модель Тимошенко), що дозволяє ефективно використовувати метод скінчених елементів (МСЕ) для її розрахунку.

Віднесемо серединну поверхню до криволінійної системи координат (s, z, γ), в якій координата s є довжиною дуги супереліпса, що відраховується від точки ($x = 0, y = b$) за годинниковою стрілкою, вісь z напрямлена вздовж твірної циліндра, а вісь γ - по нормалі до серединної поверхні (рис. 2).

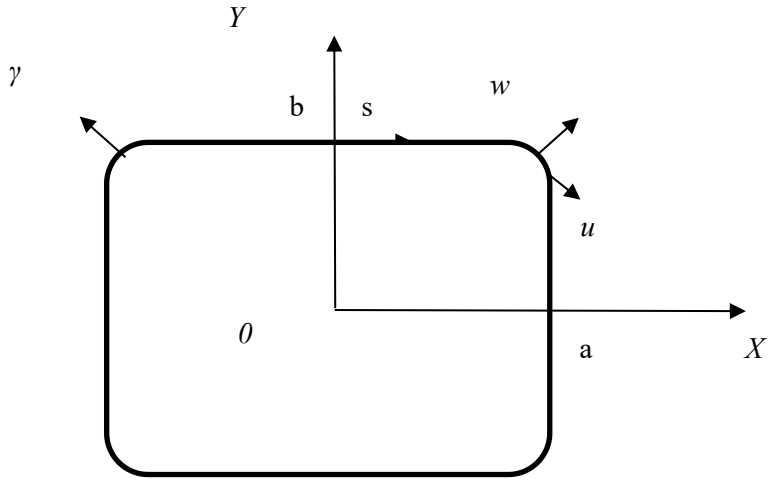


Рис. 2

Нехай під дією сталого і рівномірного внутрішнього тиску p в ізотропній однорідній пружній тонкій оболонці постійної товщини h виникають малі переміщення в поперечному перерізі (компоненти u і w), а вздовж вісі z переміщення відсутнє (копонента v дорівнює нулю). Тоді компоненти напружено-деформованого стану (НДС) залежатимуть тільки від координати s, що суттєво спрощує розрахунки.

Внаслідок симетрії задачі відносно площин $x = 0$ і $y = 0$ розглядалась тільки чверть області супереліпса, як показано на рис. 2.

Розрахунки проводились МСЕ за допомогою програмному комплексу “COMSOL”.

Випадок $n = 2$ (еліпс) розглядався в порівнянні з розрахунками варіаційно-різницевим методом (ВРМ) [4], які добре узгоджуються з аналітичний розв’язком [5].

Випадки для $n = 4$ і 8 вже не порівнювались з ВРМ, оскільки при великих значеннях n коефіцієнти розрахункової матриці, що використовується в ВРМ, стають дуже малими, що суттєво затруднює розрахунок, практично унеможливлює його.

Результати. Розраховано НДС оболонки з такими геометричними та механічними параметрами: $h = 0{,}01$ м; $a = 1$ м; $b = 0{,}5$ м; $n = 4$; $E = 210$ гПа; $\nu = 0{,}3$; $p = 10$ кПа. Для розрахунків виділялась смужка оболонки завширшки 0,1 м, що відповідало дискретизації МСЕ – моделі порядку 750-850 елемнтів, в залежності від значення n. Результати розрахунків виводилось для її серединного перерізу..

В приведених нижче таблицях прийнято наступні позначення: $\tilde{s}$ - відносна довжина дуги розглядуваної частини (чверті) супереліпса; $\tilde{w} = w/h$ - відносний угин контуру поперечного перерізу серединної поверхні оболонки; ε_s^+, ε_s^0, ε_s^- - поздовжні деформації контура; σ_s^+, σ_s^0, σ_s^- - поздовжні напруження в контурі, віднесені до тиску p, M_z - момент цих напружень у поперечному перерізі контура. Верхні індекси означають відповідні поверхні оболонки (“+” – верхня, “0” – серединна, “-“ – нижня).

Таблиця 1а. Переміщення, деформації та напруження в характерних точках супереліпса ($n = 2$, ВРМ)

$\tilde{s}$	$\tilde{w}$	$\varepsilon_s^+ \cdot 10^6$	$\varepsilon_s^0 \cdot 10^6$	$\varepsilon_s^- \cdot 10^6$	σ_s^+	σ_s^0	σ_s^-	M_z
0	2,42	411,5	2,20	-407,1	9496	50,78	-9394	1574
0,5	1,00	67,45	2,53	-62,4	1557	58,38	-1440	250
1	-1,13	-560,5	4,32	569,1	-12930	99,81	13130	-2171

Таблиця 1б. Переміщення, деформації та напруження в характерних точках супереліпса (n = 2, МСЕ)

$\widetilde{s}$	$\widetilde{w}$	$\varepsilon_s^+ \cdot 10^6$	$\varepsilon_s^0 \cdot 10^6$	$\varepsilon_s^- \cdot 10^6$	σ_s^+	σ_s^0	σ_s^-	M_z
0	2,43	411,5	1,83	-407,9	9497	42,45	-9412	1576
0,5	1,01	70,10	2,46	-65,2	1623	56,87	-1509	261
1	-1,13	-557,3	8,14	573,5	-12860	186,30	13233	-2171

Таблиця 2. Переміщення, деформації та напруження в характерних точках супереліпса (n = 4, МСЕ)

$\widetilde{s}$	$\widetilde{w}$	$\varepsilon_s^+ \cdot 10^6$	$\varepsilon_s^0 \cdot 10^6$	$\varepsilon_s^- \cdot 10^6$	σ_s^+	σ_s^0	σ_s^-	M_z
0	3,295	541,20	2,16	-536,90	12489	49,89	-12389	2073
0,5	1,291	-2,03	2,51	7,05	-54,16	57,90	170	-18,7
1	-1,176	-431,70	4,33	440,4	-9962	99,90	10162	-1677

Таблиця 3. Переміщення, деформації та напруження в характерних точках супереліпса (n = 8, МСЕ)

$\widetilde{s}$	$\widetilde{w}$	$\varepsilon_s^+ \cdot 10^6$	$\varepsilon_s^0 \cdot 10^6$	$\varepsilon_s^- \cdot 10^6$	σ_s^+	σ_s^0	σ_s^-	M_z
0	3,833	602,30	2,167	-597,9	13899	50,0	-13799	2308
0,5	1,383	-38,57	2,342	43,3	-890	54,0	998	-157
1	-1,086	-370,60	4,339	379,3	-8552	100,1	8753	-1442

Висновки. Метод скінчених елементів, що використовувався для розрахунку НДС оболонок супереліптичного поперечного перерізу дає результати, що добре узгоджуються з розрахунками ВРМ для випадку n = 2 (еліпс) по переміщенням (угинам) і моментам. Розбіжність по напруженням (особливо на серединній поверхні в кінцевій точці великої півосі еліпса) обумовлена відмінністю розрахункових моделей (у ВРМ використовується модель Кірхгофа-Лява). Це дає змогу розраховувати на достовірність результатів для випадків n = 4 і n = 8. Але в будь-якому випадку вони мають бути підтверджені експериментом.

Література

1. *Новожилов В. В.* Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз, 1962.
2. *Гольденвейзер А. Л.* Теория упругих тонких оболочек. М.: ГИТТЛ, 1953.
3. *Лурье А. И.* Статика тонкостенных упругих оболочек. Гостехиздат, 1947.
4. *Abrosov Yu.Yu., Maximyuk V.A., Chernyshenko I.S.* Physically Nonlinear Deformation of a Long Orthotropic Cylindrical Shell with Elliptic Cross-Section // Int. Appl. Mech. – 2021. – **57**, N 3. – P. 282 – 289.
5. *Timoshenko S.* Strength of materials. Part II, Advanced theory and problems. – 2nd Ed. – New York:
   D. Van Nostrand Company, 1941. – 510 p.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ГЕНЕРУВАННЯ ХРЕСТОПОДІБНИХ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ У ВОДІ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ЄМНОСТІ

Ю.В. Горський

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

Хрестоподібні хвилі є фундаментальним явищем, яке спостерігається в різних ситуаціях: у наукових експериментах, у різних пристроях, наприклад, таких як «співаючий бокал», а також у морській техніці, в динаміці кораблів.

У роботах [1,2] було розроблено дві математичні моделі для пояснення появи хрестоподібних хвиль на вільній поверхні рідини в циліндричній ємності з вібруючими стінками. Перша модель пояснює появу однієї власної моди коливань на вільній поверхні рідини, коли частота коливань поверхні циліндричної склянки дорівнює власній частоті цієї моди. Друга модель описує резонансне збудження трьох (в крайньому випадку двох) власних мод коливань одночасно, коли частота коливань бічної поверхні скла вдвічі перевищує власні частоти резонансних мод. Слід зазначити, що частотний спектр власних частот коливань вільної поверхні рідини досить щільний.

Основною метою цієї роботи є експериментальне дослідження хрестоподібних хвиль у циліндричній ємності з вібруючими стінками для того, щоб визначити, яка з раніше розроблених математичних моделей [1,2] коректно описує спостережувані хвилі і тип резонансу. Для для цього було виміряно частоту коливань бічної поверхні ємності (тобто частоту звуку, який випромінює вібруюча ємність) і порівняно її з розрахованими власними частотами коливань спостережуваних резонансних мод на вільній поверхні рідини. Для обчислення власних частот, необхідно було визначити хвильові числа з фотографічних записів коливань вільної поверхні, зроблених одночасно з вимірюванням частоти випромінюваного звуку.

Результати експериментальних досліджень підтвердили, що реалізація хрестоподібних хвиль здійснюється відповідно до теоретичної моделі з трьома зв'язаними взаємодіючими власними модами коливань з близькими резонансними власними частотами. Графічні зображення піднесення вільної поверхні за трьома наближеннями власних мод відображають основні риси хвильових картин, що спостерігаються експериментально на вільній поверхні рідини, яка міститься в у циліндричній ємності з вібруючими стінками. Поява чотирьох зон зі зростаючими/спадаючими амплітудами хвиль та їхнє розташування в цих зонах також пояснюється зональною структурою вузлових коливань циліндричної поверхні ємності.

1. Krasnopolskaya T. S., van Heijst G.J.F., Fluid surface waves in a partially filled ‘singing wine glass’. *Eur. J. Mech., B, Fluids*. 2018. Vol. 67. P. 116–124. doi: 10.1016/j.euromechflu.2017.08.011

2. Горський Ю. Побудова математичних моделей збудження хрестоподібних поверхневих хвиль у воді в «співаючих бокалах» при випромінюванні бокалами звукових хвиль / Горський Ю., Краснопольська Т. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка*. Фізико-математичні науки // Київ: 2024. № 1 (том 78). С. 66-69

АНАЛІЗ ВПЛИВУ ДЕФЕКТІВ НА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

К.Е. Котенко, С.П. Орленко

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, Київ, Україна

У сучасному машинобудуванні, авіаційній та ракетно-космічній техніці широко застосовуються тришарові оболонкові конструкції з легкими заповнювачами, які забезпечують вигідне співвідношення міцності і ваги. В умовах експлуатації такі конструкції піддаються складним динамічним навантаженням, що може призводити до виникнення дефектів, зокрема тріщин, які істотно впливають на їх динамічні характеристики. Результати дослідження частково опубліковані в роботі [1].

Метою роботи є дослідження впливу тріщин різної довжини та розташування на спектр власних частот тришарових циліндричних оболонок з неоднорідним заповнювачем за різних граничних умов.

Об’єктом дослідження є тришарова циліндрична оболонка симетричної структури з дискретно-симетричним легким армованим ребрами заповнювачем. Для моделювання динамічної поведінки конструкції використано метод скінченних елементів. Побудовано скінченно-елементну модель, що враховує взаємодію несучих шарів, армуючих ребер та легкого заповнювача.

Розглянуто декілька варіантів дефектів у вигляді колових тріщин в армуючих ребрах, які відрізняються довжиною та кількістю. Дослідження проведено для різних типів граничних умов закріплення торців оболонки, а також для випадків наявності та відсутності полімерного заповнювача.

Числовий аналіз показав, що наявність тріщин призводить до зниження власних частот конструкції, причому ступінь цього зниження залежить від розмірів і конфігурації дефектів. Встановлено, що малі тріщини незначно впливають на перші власні частоти (у межах 0,6 - 1,6%), тоді як збільшення довжини тріщин або їх кількості спричиняє суттєве зменшення частотного спектра. Для вищих форм коливань цей ефект є більш вираженим і може досягати десятків відсотків.

Показано, що наявність легкого заповнювача частково зменшує чутливість конструкції до дефектів, однак загальна тенденція зниження частот зберігається. Отримані результати свідчать про необхідність врахування дефектів типу тріщин при розрахунках динамічних характеристик тришарових оболонкових елементів спеціальної техніки.

Таким чином, наявність тріщин у структурі тришарових циліндричних оболонок є суттєвим фактором, що впливає на їх динамічні властивості і повинна враховуватись при проєктуванні та оцінці залишкового ресурсу конструкцій.

Література

1. *Котенко К.Е., Клименко М.О., Орленко С.П.* Вплив дефектів на динамічні характеристики тришарових циліндричних оболонкових конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд, 2025. – №114. – С. 183–192.

ДИСТАНЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

Т.В. Крилова

Дніпровський державний технічний університет

Організація самостійної роботи пов'язана з тим, що студенти, особливо першокурсники, не вміють самостійно працювати з навчальним математичним матеріалом. Їх слід навчити самостійно оволодівати знаннями, зокрема з прикладної математики. Крім додаткових занять, викладачі кафедри математичного моделювання та системного аналізу ДДТУ керують позааудитрною самостійною роботою студентів технічних спеціальностей. Проілюструємо, як навчаємо студентів самостійно розв'язувати лінійні диференціальні рівняння першого порядку методами Лагранжа і Бернуллі, застосовуючи дистанційні технології навчання.

Самостійне учіння розв'язувати лінійні диференціальні рівняння під керівництвом викладача проводиться у комп'ютерному класі. За кожним комп'ютером працює один студент. Екран монітора поділено на дві частини. Зліва наведено поетапне розв'язання лінійного рівняння в загальному вигляді з докладним поясненням, справа – паралельне розв'язання конкретного рівняння з тими же поясненнями. Зазначимо, студенти мають можливість відправити електронною поштою на свій комп'ютер або переписати їх на диск чи флешку для повторювального опрацювання вдома. Потім пропонується студентам самостійно розв'язати це рівняння в зошиті. У випадку, якщо студент не в змозі одразу розв'язати рівняння, йому надається можливість ще раз продивитися на комп'ютері процес розв'язання з паралельним записуванням в зошит.

Наступний етап – висвітлення на екрані іншого рівняння і його загального розв'язку. Якщо студент отримує інший розв'язок, то він має перевірити, чи задовольняє цей розв'язок диференціальному рівнянню. В тому випадку, коли отриманий студентом розв'язок не задовольняє рівнянню, на моніторі комп'ютера висвітлюється план поетапного розв'язування з проміжними відповідями.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ АВТОМОБІЛІВ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА СТАТИСТИКИ ВІДМОВ

О.О. Сасов , Ю.С. Харатін

Дніпровський державний технічний університет

Надійність автомобілів є однією з ключових характеристик їх ефективної та безпечної експлуатації. Вона визначає здатність транспортного засобу виконувати задані функції протягом певного часу без відмов. У сучасних умовах ускладнення конструкцій автомобілів та підвищення вимог до їх експлуатаційних властивостей зростає значення математичного моделювання надійності.

Основою сучасної теорії надійності є теорія ймовірностей і математична статистика, оскільки процеси виникнення відмов мають випадковий характер. Використання цих методів дозволяє оцінювати показники надійності, прогнозувати відмови та оптимізувати технічне обслуговування.

Надійність автомобіля характеризується такими основними показниками:

- ймовірність безвідмовної роботи P(t);

- інтенсивність відмов λ(t);
- середній напрацювання до відмови;
- ремонтопридатність та довговічність [1].

Ймовірність безвідмовної роботи визначає ймовірність того, що автомобіль не відмовить протягом заданого часу. Вона є базовим показником при оцінюванні технічного стану транспортних засобів.

Процес зміни технічного стану автомобіля розглядається як випадковий процес, що залежить від багатьох факторів: умов експлуатації, навантаження, якості матеріалів та технічного обслуговування [2, 4].

Моделювання надійності базується на описі відмов як випадкових подій. Для цього застосовуються різні закони розподілу:

- Експоненціальний закон – описує випадкові відмови з постійною інтенсивністю;
- Нормальний закон – використовується для опису зносу деталей;
- Закон Вейбулла – універсальний для моделювання різних стадій експлуатації.

Ці розподіли широко застосовуються при аналізі напрацювання автомобіля до відмови.

Потік відмов автомобіля можна розглядати як випадковий процес, що описується:
пуассонівським процесом; марковськими процесами; процесами відновлення. У таких моделях враховується як виникнення відмов, так і процес їх усунення [2].

Оцінка надійності автомобілів здійснюється на основі експериментальних даних: результатів випробувань; експлуатаційної статистики; даних технічного обслуговування.

Статистична обробка включає:

- побудову варіаційних рядів;
- визначення емпіричних функцій розподілу;
- оцінювання параметрів моделей.

Важливим є врахування впливу експлуатаційних факторів, таких як навантаження та режим роботи автомобіля, що безпосередньо впливають на ймовірність відмов [1].

Сучасні підходи до моделювання включають:

1. Імітаційне моделювання яке дозволяє відтворювати процеси деградації систем автомобіля в часі та оцінювати ризик відмов.

2. Байєсівські мережі які використовуються для аналізу причинно-наслідкових зв’язків між відмовами окремих вузлів.

3. Марковські моделі застосовуються для опису переходів системи між різними станами (робота, відмова, ремонт) [2].

4. Інтелектуальні методи. Сучасні дослідження поєднують статистичні методи з машинним навчанням для підвищення точності прогнозування відмов [3].

Моделювання надійності автомобілів дозволяє:

прогнозувати технічний стан;

оптимізувати періодичність технічного обслуговування;

зменшувати витрати на ремонт;

підвищувати безпеку експлуатації.

Особливо важливим є застосування адаптивних систем технічного обслуговування, які базуються на індивідуальних даних про стан автомобіля.

Надійність автомобілів є складною ймовірнісною характеристикою, що визначається випадковими процесами відмов.

Теорія ймовірностей і математична статистика є основою побудови моделей надійності [4].

Найбільш поширеними є моделі на основі законів розподілу (експоненціального, нормального, Вейбулла).

Сучасні підходи передбачають використання імітаційного моделювання, марковських процесів та інтелектуальних методів.

Практичне застосування моделей дозволяє підвищити ефективність експлуатації та технічного обслуговування автомобілів.

Література

1. Шаша І. К., Шаповалов О. І. Методи оцінювання надійності транспортних машин з урахуванням умов експлуатації // Збірник наукових праць НГУ. 2020. № 61. С. 85–94. URL: https://znp.nangu.edu.ua/article/view/352585 (дата звернення: 31.03.2026).

2. Вичужанін В. В., Кравченко О. П., Лисенко М. І. Моделювання відмов та надійності технічних систем // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. 2019. № 3 (251). С. 45–52.
URL: https://journals.snu.edu.ua/index.php/VisnikSNU/article/view/1191 (дата звернення: 31.03.2026).

3. Основи теорії надійності і діагностики. URL: https://iua.waykun.com/articles/osnovi-teorii-nadijnosti-i-diagnostiki.php (дата звернення: 31.03.2026).

4. Тимчишин П. С. Моделі розподілу відмов автомобілів : магістерська робота. Львів : ЛНУП, 2021. 78 с.
URL: https://repository.lnup.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/1240/1/Tymchyshyn_mag.pdf (дата звернення: 31.03.2026).

МОДЕЛЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ВАНТАЖНИХ АВТОМОБІЛІВ

Д.З. Шматко , М.В. Калістратов

Дніпровський державний технічний університет

Побудування моделі транспортного обслуговування споживачів застосовується на раціональних маршрутах перевезення і графіках доставки продукції споживачам [1]. Для складання маршрутів перевезення і графіків доставки вантажів необхідна інформація о параметрах руху транспортних засобів по вулично-дорожній мережі між постачальниками і споживачами вантажів.

Час руху транспортного засобу являється складною функцією і може залежати від цілого ряду груп факторів

$$t_{\text{руху}} = f(Д, T, T_{\text{х}}, Ф), \quad (1)$$

де $Д$ — група дорожніх факторів, яка характеризує умови руху автомобілів; T — група факторів, яка характеризує технічні характеристики вантажних автомобілів; $T_{\text{х}}$ — група технологічних факторів, яка характеризує процес перевезення; $Ф$ — група факторів, характеризуючи стан водія.

Рух вантажних автомобілів відтворюється по існуючій вулично-дорожній мережі. До факторів, які характеризують дорожні умови руху вантажних автомобілів на маршруті, можна віднести: середню кількість полос руху на маршруті в напрямку слідування, відстань видимості дороги і коефіцієнт зчеплення колеса з дорогою. Кількість полос руху визначає можливість виникнення перешкод руху вантажних автомобілів з боку інших транспортних засобів. Умови оглядовості, суттєво впливаючи на закономірності руху, можливо оцінити відстанню видимості дороги. Коефіцієнт

зчеплення, який визначається типом і станом покриття дороги, також суттєво впливає на умови руху автомобілів [2].

Розглядаючи групу факторів, які характеризують технічні характеристики вантажних автомобілів, для аналізу можливо виділити наступні: довжина і ширина автомобіля; питома потужність двигуна. Ширина автомобіля може впливати на можливість його маневрування в транспортному потоці. Питома потужність двигуна може виступати в якості фактора, якій характеризує динамічні якості автомобіля.

До групи технологічних факторів можна віднести довжину маршруту, коефіцієнт використання вантажопідйомності автомобіля. Довжина маршруту визначає тривалість руху автомобіля по вулично-дорожній мережі. Коефіцієнт використання вантажопідйомності автомобіля також може впливати на швидкість автомобіля [3].

Коефіцієнт використання вантажопідйомності автомобіля зменшує значення залежної змінної. Оскільки чим більше коефіцієнт використання вантажопідйомності, тим меншу швидкість водій повинен обирати, із-за чого і збільшується час проходження. При збільшенні кількості перехресть на шляху слідування автомобіля збільшується час руху. Отримана залежність пов’язана з тим, що чим більше перехресть на шляху їх проходження, тим більше вірогідність збільшення часу затримок. Крім того, більша кількість перехресть відповідає більшої кількості перегонів на маршруті, яке також призводить до збільшення часу руху.

Список використаних джерел

1. Босняк М.Г. Вантажні автомобільні перевезення. Навчальний посібник. -2-е вид. – К.: Видавничий дім „Слово”, 2013 – 408 с.

АТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗВИТКУ ТУРИСТИЧНОГО БІЗНЕСУ РЕГІОНУ

Н.М. Волосова , А. Пахарь

Дніпровський державний технічний університет

У дослідженні сформульовано постановку задачі багатокритеріальної оптимізації розвитку підприємства туристичного бізнесу, розроблено її математичну модель та запропоновано методику її розв’язання.

Структура стратегічного розвитку туризму в регіоні представлено у вигляді мережевої моделі, основними критеріями якої є:

- мінімізація суспільних витрат, інвестицій (V);
- максимізація доходів бюджету (B);
- максимізація прибутку від реалізації туристичного продукту (P);
- максимізація якості туристичних послуг (T);
- мінімізація дисбалансу між попитом та наявними ресурсами (R).

Основними складовими стратегії являються **у**досконалення існуючої та створення сучасної інфраструктури, цифровий та квантовий маркетинг, створення бази даних туристичних об'єктів та цифровізація послуг, інформаційна популяризація туристичних об’єктів, застосування можливостей обробки великих даних (Big Data) (персоналізація послуг, прогнозування поведінки споживачів, віртуальна та доповнена реальність, інтернет речей (IoT), екологічні підходи, соціальна відповідальність та розвиток зеленого туризму.

Особливостями поставленої задачі є врахування сезонності попиту споживачів туристичних послуг кластеру та забезпечення безпеки туристів.

Основними інструментами розробленої методики розв'язання задачі є математичне моделювання, методи прийняття рішень, багатокритеріальний вибір для структурування напрямів розвитку та імітаційне моделювання.

Векторна цільова функція *F(V, B, P, T, R)* задачі багатокритеріальної оптимізації має вигляд:

$$F(V, B, P, T, R) = (\min V_i, \max B_i, \max P_i, \max T_i, \min R_i),\ i = 1, n$$

Головною метою створеного кластеру є досягнення синергетичного ефекту, умови досягнення якого представляються у вигляді нерівностей:

$$\sum_{i=1}^{n} V_i \quad V, \quad \sum_{i=1}^{n} B_i \quad B, \quad \sum_{i=1}^{n} P_i \quad P, \quad \sum_{i=1}^{n} T_i \quad T, \quad \sum_{i=1}^{n} R_i \quad R.$$

Побудована модель реалізована на прикладі формування туристичного кластеру Дніпропетровської області.

Багатокритеріальна оптимізація дозволяє визначити найефективніші напрями туристичної діяльності, що формують привабливий імідж регіону та сприяють його економічному розвитку.

ДОСЛІДЖЕННЯ МІКРОСТРУКТУРИ АЗОТОВАНОЇ СТАЛІ 18Х2Н4МА ПІСЛЯ ЛАЗЕРНОЇ ОБРОБКИ З МОДЕЛЮВАННЯМ ПРОЦЕСІВ ЗНОСУ

О.Г. Чернета, Д.М. Бондюк, А.В. Сьоміч

Дніпровський державний технічний університет

Сучасні технології зміцнення поверхневого шару деталей машинобудівного виробництва використовують найновітніші методи обробки, що засновані на передових дослідженнях трансформації мікроструктури поверхневих шарів під впливом зовнішніх дій. Основні чинники, що суттєво впливають на структуроутворення та фізико-механічні, міцні, зносостійкі характеристики, це хімічний склад матеріалу, температура, швидкість, час нагріву та охолодження. Також визначне значення мають газове середовище при термічній обробці.

Поєднання цих факторів та вимог потребує відповідних технологічних рішень при виборі технологій зміцнення разом з економічним розрахунком і доцільністю вибору технологічного способу впливу на поверхню деталі. У відмінності з використанням дорогих високолегованих матеріалів з високими показниками міцності, термостійкості, зносостійкості є альтернативні варіанти застосування відносно недорогих, найбільш поширених та доступних аналогів з відповідною обробкою. Одним із поширених технологічних способів зміцнення є формування і модифікування мікроструктури поверхневого шару.

Це може бути як хіміко-термічна,іонна-плазмова обробка, гарт СВЧ, лазерний гарт, лазерне легування поверхневого шару та інш. або комбінована обробка,що поєднує окремі елементи технологічних операцій. Так попереднє азотування деталі із сталі 12Х2Н4МА забезпечує насичення азотом поверхневий шар, а наступна лазерна обробка формує відповідну мікроструктуру з заданими фізико-механічними та міцними характеристиками.

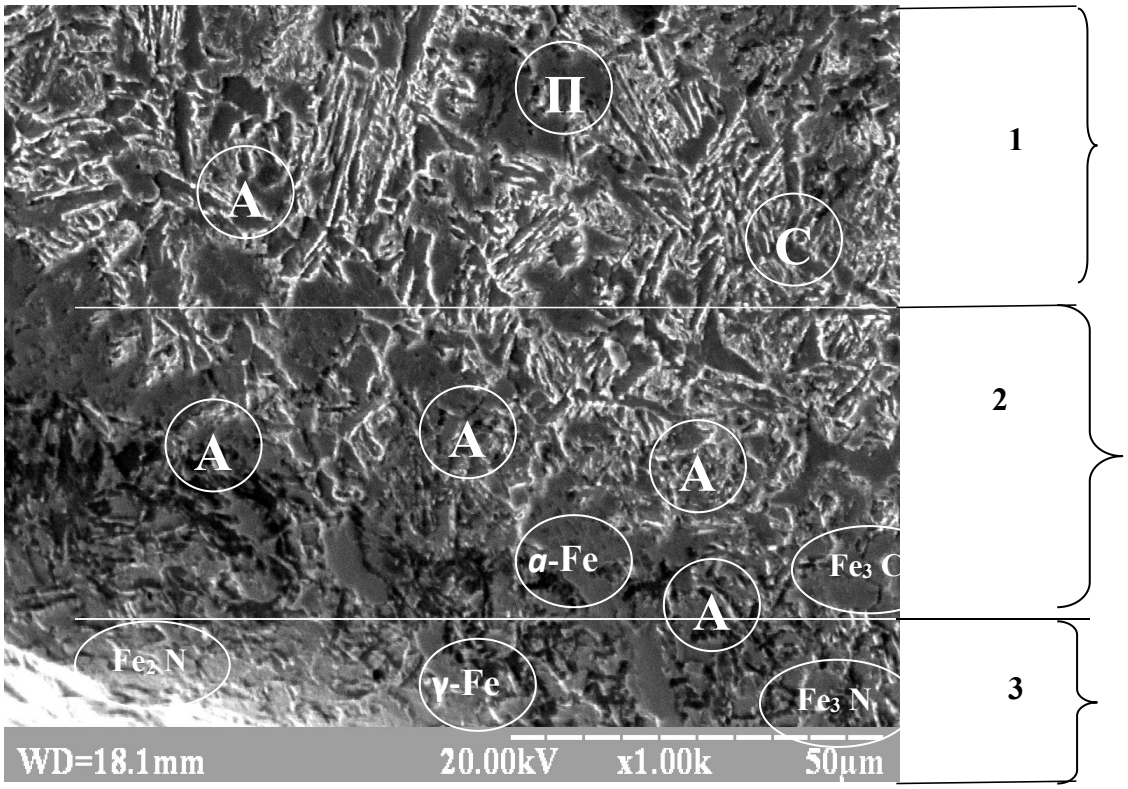


Рис.1 Мікроструктура сталі 18Х2Н4МА (х250)

Звичайно після лазерної обробки на азотованій поверхні із скупченням утворюється мікроструктура голчастого мартенситу з вкрапленнями нітридів Fe_2N, Fe_3N. Поява нітридів типу Fe_3N є результатом гарту вторинної дії лазерного променя. Азотування деталі із сталі 18Х2Н4МА збільшує твердість поверхневого шару в порівнянні матричним центром у 2 рази, а лазерна обробка до $H_{\mu 50}$=10000МПа.

Динамічна рівновага для безперервного потоку мастильної рідини [7-9], яка присутня у вузлах тертя робочих механізмів і є розподільчим середовищем між двома контактуючими поверхнями, має рівняння Нав'є-Стокса для збереження маси з часом dt в елементах *dx, dy, dz:*

$$dp/dt + d(pu)/dx + d(pv)/dy + d(pw)/dz = 0, \quad (1)$$

де p - густина мастильної рідини;

u, v, w - компоненти швидкості в напрямку координатних осей x, y, z;

t - час.

За прийнятих припущень (dp/dx=0, h/l=h/b=10-3), рівняння Нав'є-Стокса набуває вигляду:

$$dp/dx = d(\eta du/dz)dz \quad (2)$$
$$dp/dy = d(\eta du/dz)dz,$$

де η - динамічна в'язкість.

Після інтегрування отримуємо градієнти швидкості у вигляді

$$du/dz = z/\eta \cdot dp/dx + A/\eta$$
$$dv/dz = z/\eta \cdot dp/dy + C/\eta, \quad (3)$$

де А та С – константи.

Після інтегрування за середнім значенням в'язкості по товщині плівки, що відповідає η, воно має вигляд

$$u=z^2/2\eta\cdot dp/dx+Az/\eta+B$$

$$v= z^2/2\eta\cdot dp/dy+Cz/\eta+D \quad (4)$$

$$u =–z(h-z/2\eta)\cdot dp/dx+u_b(h-z)/h+u_a\cdot z/h$$

$$v =–z(h-z/2\eta)\cdot dp/dy+v_b(h-z)/h+v_b\cdot z/h. \quad (5)$$

Список літератури

1. Чернета, О. Г. (2024) Зміцнення деталей автомобільного транспорту комбінованою лазерною обробкою: монографія. Кам'янське. ДДТУ. 147 стор. [українською].
2. Лисенко О.Б., Загорулько І.В., Калініна Т.В., Задорожня О.А. (2021) Кінетика конкурентної кристалізації лантану при швидкому охолодженні розплаву Metallofizika I Noveishie Technologii, 43 (9), pp.1207-1224.
3. Перемітько В.В., Коломоєць І.В. (2021) Вплив орієнтації зон підвищеної твердості композитних шарів на їх опір зношуванню. Архів матеріалознавства та техніки, 110 (2), стор. 59-71. [українською].
4. О.Г.Чернета, В.І. Кубич, Р.Г. Волощук, В.С. Авер'янов, Д.З. Шматко. (2018). Зміцнення відновленого поверхневого шару сталевих деталей 45 методом лазерного свердління. Міжнародний журнал інженерії та технологій (ОАЕ). Науково-видавнича корпорація, вільна торгова зона RAK. Том 7, № 4.3, с. 71-75. Corporation, RAK Free Trade Zone. Vol 7, No4.3 P.71-75.

ІННОВАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ТЕПЛООБМІННИХ СТРУКТУР У ЗАДАЧАХ МАШИНОБУДУВАННЯ ТА ІНЖЕНЕРНОЇ ОСВІТИ

С.А. Олєнчєнко , Ю.В. Бразалук

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Сучасний розвиток машинобудування нерозривно пов’язаний із впровадженням інноваційних цифрових технологій, які забезпечують підвищення якості проєктування, скорочення термінів розробки та зменшення залежності від ручного підбору конструктивних рішень. Одним із перспективних напрямів є автоматизація створення теплообмінних структур, що застосовуються в системах охолодження електронних компонентів, вбудованих пристроїв та компактних технічних систем. Особливої актуальності ця задача набуває для малопотужних процесорів, де за відносно невеликого тепловиділення необхідно забезпечити надійне тепловідведення в умовах обмежених габаритів, маси та конструктивного простору. У традиційному інженерному підході проєктування ребристих радіаторів виконується із застосуванням CAD- та CFD-інструментів, однак вибір геометричних параметрів переважно залишається ручним або напівавтоматичним. Це ускладнює пошук оптимальної конфігурації, оскільки ефективність теплообмінної структури визначається сукупністю багатьох параметрів: висотою, товщиною та кількістю ребер, відстанню між ними, товщиною основи, властивостями матеріалу та режимом теплообміну. За таких умов інженер часто отримує не найкраще, а лише прийнятне рішення, що знижує ефективність усього процесу проєктування.

У роботі розглянуто власно розроблену програму автоматизованої генерації теплообмінних структур для малопотужних процесорів. Її основою є параметричне формування геометрії ребристих радіаторів із подальшим оцінюванням теплової ефективності за допомогою спрощених теплофізичних моделей. Програма враховує теплове навантаження, допустиму температуру, умови навколишнього середовища, геометричні обмеження та характеристики матеріалів. На основі варіювання конструктивних параметрів система формує множину можливих конфігурацій, виконує їх порівняння та визначає раціональні варіанти за заданими критеріями.

Інноваційність запропонованого підходу полягає у поєднанні параметричного моделювання, автоматизованого інженерного аналізу та швидкого цифрового відбору конструктивних рішень. На відміну від повного чисельного моделювання, яке потребує значних часових і обчислювальних ресурсів, використання спрощених моделей дозволяє оперативно досліджувати великий простір параметрів і знаходити ефективні конструкції вже на ранніх етапах проєктування. Це створює практичні переваги для сучасного машинобудування, де важливими є швидкість розробки, технологічність і можливість інтеграції цифрових інструментів у процес створення виробів.

Водночас запропонований підхід має значний потенціал для використання в інженерній освіті. Застосування таких програмних рішень у навчальному процесі сприяє формуванню в студентів навичок цифрового проєктування, параметричного мислення та аналізу впливу конструктивних характеристик на теплотехнічну ефективність виробу. Таким чином, автоматизована генерація теплообмінних структур може розглядатися не лише як інструмент інженерної практики, а і як складова впровадження інноваційних технологій у підготовку майбутніх фахівців технічного профілю.

ОБЧИСЛЮВАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В КАНАЛАХ ПЛАСТИНЧАСТИХ ВИПАРНИКІВ КРІОГЕННИХ РІДИН

Н.О. Нескоромна , Ю.В. Бразалук

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Регазифікація кріогенних рідин, таких як скраплений природний газ, рідкий кисень та азот, вимагає значного підведення теплової енергії для переходу з рідкого у газоподібний стан. Атмосферні випарники повітряного типу є основними теплообмінними апаратами на станціях кріогенної регазифікації. Використання тепла навколишнього середовища для перетворення скрапленого газу у газоподібну фазу є найбільш ефективним та економічно вигідним методом. Проєктування таких систем вимагає точного визначення теплової потужності залежно від конструкції випарних каналів та умов експлуатації.

Основним елементом конструкції випарника є теплообмінні труби з поздовжнім оребренням. Типова конструкція включає центральну трубу, навколо якої розміщені ребра певної висоти та конфігурації. У даній роботі було проведено обчислювальне моделювання процесів обтікання таких профілів потоком повітря з використанням методів обчислювальної гідродинаміки (CFD). Моделювання дозволяє врахувати взаємодію теплового та повітряного потоків у межах розрахункового домену. В ході дослідження були спроєктовані та розраховані різні варіанти конфігурації оребрення, що відрізняються кількістю та геометрією ребер. Основну увагу приділено аналізу гідродинамічних процесів:

- Встановлено пряму залежність між швидкістю руху повітря та тепловою продуктивністю випарних каналів: у каналах між ребрами профілів із 12-ма ребрами спостерігається утворення 3-4 повітряних вихорів, тоді як у 8 реберних профілях – лише 2 вихори
- Вимушена конвекція суттєво покращує умови теплообміну порівняно з природним рухом повітря.
- Аналіз структури потоку показав утворення вихрових зон між ребрами («шипами»), кількість та інтенсивність яких безпосередньо залежить від кроку оребрення та швидкості набігаючого потоку.
- Гідродинамічна картина обтікання визначає ефективність підведення тепла до основи випарного каналу.

Результати моделювання дозволяють оптимізувати конструкцію атмосферних випарників ще на етапі проєктування. Встановлено, що для досягнення необхідної продуктивності важливо враховувати не лише загальну площу поверхні, а й те, як обрана кількість ребер впливає на характер руху повітряних мас у каналах. Оптимальне поєднання кількості елементів оребрення та їхньої висоти дозволяє створювати ефективні випарні системи з раціональним використанням матеріалів.

ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ РЕЙОК ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ МЕТРОПОЛІТЕНУ

В.В. Ковальчук, А.Ю. Юсуф

Навчально-науковий Київський інститут залізничного транспорту Національного транспортного університету
kovalthukvv@ukr.net

При розрахунку напружено-деформованого стану рейок залізничної колії метрополітену необхідно враховувати особливості умов експлуатації. Висока вантажонапруженість і динамічні навантаження призводять до зносу і втомних пошкоджень. Також інтенсивний знос металу рейок зумовлений частими зупинками і розгоном поїздів, що створюють значне тертя. Різні температури на наземних ділянках і в тунелях викликають температурні напруження, що впливає на міцність. Наявність кривих ділянок малих радіусів спричиняють підвищення бічного зносу рейок. Ці та інші особливості мають бути враховані при визначенні напружено-деформованого стану (НДС) рейок залізничної колії метрополітену.

Для аналізу НДС рейки залізничної колії при взаємодії рейки з колесом рухомого складу можна використовувати аналітичні і чисельні методи. Однак слід зауважити, що при розв’язанні контактної задачі аналітичними методами приймають певні умови щодо конструкційних матеріалів і силових факторів. Такі умови не завжди відповідають реальним умовам взаємодії в системі «колесо–рейка». Зокрема, конструкційні матеріали рейки не є ізотропними (це зумовлено технологією виготовлення рейок). Відповідно характерною ознакою сучасних підходів до визначення напружено-деформованого стану рейок залізничних колій є поєднання як переваг аналітичних методів, так і можливостей чисельних методів.

При застосуванні чисельних методів можна проводити розрахунки з варіюванням параметрів різних експлуатаційних факторів і параметрів колії. Результати таких розрахунків дозволяють встановити якісний і кількісний вплив відповідних факторів на величини напружень і деформацій у зоні контакту коліс

рухомого складу з рейкою. Такими впливовими факторами можуть бути, зокрема, величина підуклонки, профілі поверхонь кочення коліс і рейок, механічні властивості матеріалів коліс і рейок, швидкість руху, радіус кривини колії та інші.

Для врахування особливостей взаємодії в механічній системі «колесо–рейка» ефективним інструментом для аналізу напружено-деформованого стану рейок залізничної колії є метод скінченних елементів. Він дає можливість розраховувати тензори напружень і деформацій, враховувати вплив експлуатаційних факторів, локально збільшувати точність розрахунків для окремих ділянок площадки контакту колеса і рейки.

При застосуванні методу скінченних елементів для розв'язання задачі контактної взаємодії рейки Р50 і колеса рухомого складу метрополітену було встановлено, що форма контактної площадки є еліптичною (розміри осей еліпса – 14,24 мм і 1'4,38 мм). При врахуванні у розрахунках пластичних деформацій розміри контактної площадки збільшуються, що призводить до зменшення максимальної величини контактного тиску. Якщо порівнювати з результатами аналітичного розрахунку (при ідеальній пружності), то врахування пластичних деформацій збільшує площу контактної площадки на 8,6% та зменшує максимальний тиск на 8,7%. Розроблену розрахункову модель можна розвинути для врахування залишкових напружень в рейках та інших особливостей. Отримані результати можуть бути використані при прогнозуванні довговічності рейок.

МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ
МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ТЕХНІЧНОЇ МЕХАНІКИ 2026
(Частина 2)