

Міністерство освіти і науки України
Дніпропетровський національний університет
імені Олеся Гончара

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Гулов Олексій Володимирович

УДК 530.145:539.12

ДИСЕРТАЦІЯ

Сигнали Z' бозона в сучасних та майбутніх
експериментах з фізики високих енергій

01.04.02 «Теоретична фізика»

(шифр і назва спеціальності)

фізико-математичні науки

(галузь знань)

Подається на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне

джерело _____
(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий консультант
Скалозуб Володимир Васильович,
д. ф.-м. н., професор

Дніпро — 2017

АНОТАЦІЯ

Гулов О.В. Сигнали Z' бозона в сучасних та майбутніх експериментах з фізики високих енергій. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 «Теоретична фізика» (104 «Фізика та астрономія»). — Дніпропетровський національний університет МОН України, Дніпро, 2017.

Знайдено нові однопараметричні спостережувані для модельно-незалежного пошуку сигналу абелевого Z' бозона в процесах анігіляції електрона і позитрона в пару мюонів або тау-лептонів. Спостережувані отримано інтегруванням диференціального перерізу розсіювання з певними ваговими функціями, в найпростішому випадку вони узагальнюють перерізи розсіювання вперед-назад. Запропоновані спостережувані дозволяють вимірювати безпосередньо константи взаємодії Z' бозона з векторними або аксіально-векторними лептонними струмами за умов помірної статистики, чим відрізняються від популярних модельно-залежних методів, які лише обмежують масу Z' бозона знизу. Вперше розв'язано задачу про максимальне статистичне посилення сигналів абелевого Z' бозона в процесах $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ і $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ в широкому діапазоні енергій зіткнення частинок від 130 GeV до 1 TeV, який покриває як вже завершені експеримент CERN LEP, так і майбутні експерименти ILC/CLIC. Найкраще співвідношення сигналу до статистичної невизначеності дозволяє шукати Z' бозон у випадках, ко-

ли інші методи не здатні виділити сигнал частинки. Показано стійкість спостережуваних відносно можливих систематичних похибок. За допомогою уведених спостережуваних проаналізовано дані експериментів на прискорювачі LEP II та знайдено сигнали абелевого Z' бозона на рівні одного стандартного відхилення в мюонному каналі реакції. Оцінено ефективність спостережуваних для майбутнього колайдера ILC: за результатами цього експерименту можна сподіватися знайти сигнал на рівні до 3–4 стандартних відхилень навіть для найбільш песимістичних з існуючих оцінок констант взаємодії Z' бозона.

У процесі розсіювання електрона на позитроні (процес Баба) знайдено нові однопараметричні спостережувані для модельно-незалежного пошуку сигналу абелевого або кірального Z' бозонів. Задля усунення розбіжностей в диференціальному перерізі розсіювання при малих кутах розсіювання та з метою вирівнювання статистичної похибки запропоновано нормування диференціального перерізу. Спостережувані є результатом інтегрування нормованого перерізу з певними ваговими функціями та дозволяють вимірювати константу взаємодії Z' бозона з векторним або аксіально-векторним струмом електронів. За допомогою уведених спостережуваних проаналізовано дані експериментів на прискорювачі LEP II та знайдено сигнал абелевого Z' бозона на рівні двох стандартних відхилень. Сигналу кірального Z' бозона не виявлено. Знайдене в експериментах LEP I відхилення від стандартної моделі на рівні довіри 68% для констант взаємодій Z бозона досліджено як можливий ефект змішування між Z та Z' бозонами: воно узгоджується з сигналом абелевого Z' бозона в анігіляційних процесах та не може бути сигналом кірального Z' бозона. Вперше прове-

дено комбіновану багатопараметричну обробку даних експериментів LEP I та LEP II для всіх лептонних процесів. Отримано оцінки максимальної правдоподібності та інтервали довіри для констант взаємодії абелевого Z' бозона з ферміонами в різних параметризаціях, а також для кута змішування між Z та Z' бозонами.

Запропоновано нові двохпараметричні спостережувані для модельно-незалежних пошуків сигналу абелевого Z' бозона в процесі анігіляції протона й антипротона в лептонну пару при енергіях поблизу піку Z бозона. Показано, що в результаті інтегрування диференціального перерізу розсіювання за псевдострімкістю проміжного стану з певною кусково-сталою ваговою функцією можна позбутися внесків від взаємодії Z' бозона з кварками другого покоління, що зменшує кількість лінійно-незалежних внесків від Z' бозона до перерізу розсіювання до чотирьох. Така властивість є безпосереднім наслідком функцій розподілу партонів за імпульсом у гадроні. При подальшому інтегруванні перерізу розсіювання за інваріантною масою лептонної пари в симетричному інтервалі навколо піку Z бозона зникає ще один з внесків. Остаточне інтегрування за відносною псевдострімкістю в лептонній парі з певною кусково-сталою ваговою функцією дозволяє виключити ще один з інтерферуючих внески від Z' бозона. Показано стійкість запропонованої схеми інтегрування перерізу відносно різних систематичних похибок. У випадках лептофобного Z' бозона та універсальних взаємодій Z' бозона з ферміонними поколіннями знайдено однопараметричні спостережувані. Отримані спостережувані можуть бути використані при обробці експериментальних даних, що зібрані колабораціями Fermilab Tevatron, з метою вимірювання кон-

стант взаємодії Z' бозона з ферміонами, а також для проведення комбінованих фітувань даних експериментів LEP і Tevatron.

Розраховано переріз народження Z' бозона в протон-антипротонних та протон-протонних зіткненнях, повну ширину розпаду Z' бозона та частку розпаду в діелектронний чи дімюонний канал реакції на основі оцінок максимальної правдоподібності констант взаємодії Z' бозона, що були отримані при обробці даних експериментів LEP. Проаналізовано результати пошуку резонансу Z' бозона в перерізі розсіювання для процесу Дрелла-Яна в експерименті Tevatron, а також найсучасніші дані експериментів на прискорювачі CERN LHC. Отримано припустимі на рівні довіри 95% значення аксіально-векторної та векторних констант взаємодії Z' бозона з кварками та електронами. Встановлено, що для Z' бозона з масою легше 3 TeV верхні границі констант взаємодій за даними LEP мають бути зменшені в декілька разів, а кут змішування між Z та Z' бозонами можна очікувати в інтервалі не більше 10^{-4} .

Моделюванням Монте Карло на ґратці в однокомпонентній скалярній моделі з потенціалом $\lambda\phi^4$ було відкрито нове явище — зміна типу температурного фазового переходу в залежності від величини константи зв'язку. В інтервалі значень $10^{-5} \leq \lambda \leq 10^{-3}$ спостерігається фазовий перехід першого роду, а при більших значеннях λ — фазовий перехід другого роду. Вперше методом Монте Карло на ґратці проведено систематичні дослідження екстремально малих значень константи взаємодії. Знайдено нижню границю $\lambda_0 = 10^{-5}$, при якій спонтанне порушення симетрії ймовірно не реалізується взагалі — явище, аналогічне границі Лінде-Вайнберга в калібрувальних моделях із спонтанним порушенням симетрії. Розроблено нову методику автома-

тичного налаштування розмірних параметрів моделі та прискорення збіжності для процедури Монте Карло в околі фазового переходу в широкому діапазоні значень константи взаємодії. Ефект зникнення порушення симетрії при надзвичайно слабкій взаємодії підтверджено в моделюванні Монте Карло для багатокomпонентної моделі скалярного поля $O(4)$ при нульовій температурі. В багатокomпонентній моделі скалярного поля розроблено ефективну однокомпонентну теорію порушеної фази з аналітичним врахуванням неперервних ґолдстоунівських мод методом сідлової точки (квазікласичне розвинення). Встановлена залежність спонтанного порушення симетрії в скалярній моделі від константи взаємодії може використовуватися в різних реалістичних моделях квантової теорії поля та фізики конденсованого стану.

Ключові слова: Z' бозон, спостережувані, процес анігіляції електрона та позитрона, процес Дрелла-Яна, оцінки максимальної правдоподібності, скалярні моделі, тип фазового переходу.

Gulov A. Signals of the Z' boson in modern and future experiments in the high energy physics. — Manuscript.

Doctor of Science thesis on Physics and Mathematics, specialty 01.04.02 “Theoretical Physics” (104 “Physics and Astronomy”). — Oles Honchar Dnipropetrovsk National University, Ministry of Education of Ukraine, Dnipro, 2017.

New one-parameter observables for model-independent searches for signals of the Abelian Z' boson in the process of electron-positron annihilation into a pair of muons or tau-leptons are developed. The observables arise by integration of the differential

cross-section with proper weight functions. In the simplest case, they are generalizations of the forward-backward cross-section. The proposed observables allow to measure directly the Z' couplings to vector and axial-vector leptonic currents by means of moderate statistics. In this regard, they differ from popular model-dependent approaches, which just constrain the lowest possible mass of the Z' boson. The problem of maximal statistical amplification of signals of the Abelian Z' boson in the $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ and $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ processes is solved for the first time in a wide interval of energies of the colliding particles between 130 GeV and 1 TeV, which correspond to both the completed experiment CERN LEP and future experiments at ILC/CLIC. The best ratio of a signal to the statistical uncertainty allows to search for the Z' boson in cases when other approaches cannot select signals of the particle. The observables are shown to be robust with respect to possible systematic errors. Data from the LEP II experiment are analyzed by means of the introduced observables. A signal of the Abelian Z' boson is found at one standard deviation in the muon channel. The efficiency of the observables is estimated for the future collider ILC: a signal at 3–4 standard deviations would be discovered after the experiment even for the most pessimistic existing estimates of the Z' couplings.

In the electron-positron scattering (the Bhabha process), we develop new one-parameter observables for model-independent searches for signals of either the Abelian or chiral Z' bosons. In order to remove the divergence of the differential cross-section at small scattering angles as well as to make the statistical error uniform with respect to the scattering angle we propose the normalization of the differential cross-section. The observables are obtained by integration of the normalized differential cross-section with proper

weight functions. They allow to measure the Z' couplings to vector and axial-vector electron currents. The experimental data collected at the LEP II are analyzed by means of the proposed observables. A signal of the Abelian Z' boson is found at two standard deviations. There is no signal of the chiral Z' boson. The discrepancy between the standard model of elementary particles and experimental measurements of the Z couplings found at LEP I at one standard deviation is considered as an effect of mixing between the Z and Z' bosons: it confirms the signal of the Abelian Z' boson in the annihilation processes but it cannot be a signal of the chiral Z' boson. A combined many-parameter fit of the experimental data from LEP I and LEP II is performed for all the leptonic processes. Maximum likelihood estimates and confidence intervals are derived for the Abelian Z' couplings to fermions at different parametrizations as well as for the Z - Z' mixing angle.

Two-parameter observables are proposed for model-independent searches for signals of the Abelian Z' boson in the annihilation of protons and antiprotons into leptonic pairs (the Drell-Yan process) at energies around the Z peak. It is shown that the contributions of the Z' couplings to the second generation of quarks to the cross-section can be eliminated by integration over the pseudorapidity of the intermediate state with a piecewise constant weight function. As a result, the number of linear-independent contributions from the Z' boson to the cross-section decreases to four. Such a feature is a consequence of the parton distribution functions of the proton. Another contribution disappears in the further integration of the cross-section over the invariant mass of the leptonic pair in a symmetric interval around the Z peak. The final integration by the relative pseudorapidity in the leptonic pair with a proper piecewise

constant weight function allows to eliminate one of three remaining interfering Z' contributions to the cross-section. The proposed integration scheme is shown to be robust with respect to different kinds of systematic errors. One-parameter observables are found in cases of the leptophobic Z' boson and for the universal Z' couplings to fermionic generations. The observables can be applied to experimental data collected at Fermilab Tevatron in order to measure Z' couplings to fermions as well as to a combined analysis of LEP and Tevatron experiments.

The Z' production cross-section in proton-antiproton and proton-proton collisions, the total decay width of the Z' boson, and the branching ratios of dimuon and dielectron events are estimated taking into account the maximum likelihood Z' couplings derived from the LEP experimental data. The results on searches for Z' resonance in the Drell-Yan process are analyzed both for Tevatron and recent CERN LHC runs. The vector and axial-vector Z' couplings to electrons and quarks are estimated at 95% confidence level. For Z' bosons lighter than 3 TeV, the upper bounds on the couplings have to be several times decreased in comparison with the LEP results and the Z - Z' mixing angle is to be expected less than 10^{-4} .

A new phenomenon is discovered in the one-component scalar model with the $\lambda\phi^4$ potential by Monte Carlo simulations on a lattice: the temperature phase transition changes the type while the coupling becomes weaker. A phase transition of the first type is observed at $10^{-5} \leq \lambda \leq 10^{-3}$, whereas greater couplings lead to the second type of the phase transition. In the Monte Carlo approach on a lattice, extremely weak couplings are studied systematically for the first time. The lowest limit of the coupling $\lambda_0 = 10^{-5}$ is found, which corresponds probably to disappearance of the spontaneous

breakdown of the symmetry. This phenomenon can be interpreted by analogy with the Linde-Weinberg bound in gauge models with a spontaneously broken symmetry. A new approach is developed to implement self-adjustment of dimensional parameters of the model and fast convergence of the Monte Carlo algorithm in the vicinity of the phase transition for a wide interval of the coupling. Disappearance of the spontaneous symmetry breakdown at extremely weak couplings is confirmed in Monte Carlo simulations of the many-component scalar model at zero temperature. In case of many-component scalar field, an effective one-component model of the broken phase is developed to take into account the continuous unbroken Goldstone modes analytically by the steepest descent integration (the quasiclassic expansion). The discovered dependency of the spontaneous breakdown of the symmetry in the scalar model on the coupling value can be applied to various realistic models in the quantum field theory and in the condensed matter physics.

Key words: Z' boson, observables, electron-positron annihilation, Drell-Yan process, maximum likelihood estimates, scalar models, type of phase transition.

Список публікацій здобувача

1. Gulov A. Model-independent searches for Z' gauge boson / A. Gulov, V. Skalozub // Visnyk Dnipropetrovskogo Universytetu. Fizyka. Radioelektronika. — 2003. — V. 10. — P. 38–44.
2. Confronting analysis of model-independent searches for new physics at LEP2 energies / A. Babich, A. Gulov, A. Pankov, V. Skalozub // Visnyk Dnipropetrovskogo Universytetu. Fizyka. Radioelektronika. — 2004. — V. 11. — P. 9–17.
3. Signals of the Abelian Z' boson within the analysis of the LEP-2 data / V. Demchik, A. Gulov, V. Skalozub, A. Tischenko // Physics of Atomic Nuclei. — 2004. — V. 67. — P. 1312–1320.
4. Gulov A. Model-independent search for the Abelian Z' boson in the Bhabha process / A. Gulov, V. Skalozub // Physical Review D. — 2004. — V. 70. — P. 115010.
5. Gulov A. The LEP2 data for the Bhabha process and model-independent searching for Z' signals / A. Gulov, V. Skalozub // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. — 2007. — V. 10:3. — P. 284–290.
6. Gulov A. Signals of Z' boson in the Bhabha process within the LEP2 data set / A. Gulov, V. Skalozub // Physics of Atomic Nuclei. — 2007. — V. 70. — P. 1100–1106.
7. Gulov A. Hint of a Z' boson from the CERN LEP II data / A. Gulov, V. Skalozub // Physical Review D. — 2007. — V. 76. — P. 075008.
8. Gulov A. Z-prime signals from the LEP2 data / A. Gulov, V. Skalozub // Physics of Atomic Nuclei. — 2008. — V. 71. — P. 1579–1584.
9. Search for Z' -boson signals at LEP and LHC / A. Babich, A. Gulov, A. Pankov, V. Skalozub, A. Tsytrinov // Visnyk Dnipro-

petrovskogo Universytetu. Fizyka. Radioelektronika. — 2008. — V. 15. — P. 3–13.

10. Gulov A. Fitting of Z' parameters / A. Gulov, V. Skalozub // International Journal of Modern Physics A. — 2010. — V. 25. — P. 5787.

11. Gulov A. Model-independent estimates for the Abelian Z' boson at modern hadron colliders / A. Gulov, A. Kozhushko // International Journal of Modern Physics A. — 2011. — V. 26. — P. 4083–4100.

12. Поиск и идентификация Z' - бозонов на Большом адронном коллайдере / А. Бабич, А. Гулов, А. Панков, В. Скалозуб, А. Цитринов // Вести НАН Беларуси. Серия физ.-матем. наук. — 2011. — № 2. — с. 89–95.

13. Model-independent Z' searches at modern colliders / A. Gulov, A. Kozhushko, V. Skalozub, A. Pankov, A. Tsytrinov // Problems of Atomic Science and Technology. — 2012. — N 1. Series: Nuclear Physics Investigations (57). — P. 48–52.

14. Гулов А. Z' -бозон и партонные распределения для процесса Дрелла-Яна на ускорителе Tevatron / А. Гулов, А. Кожушко // Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Фізика. Радіоелектроніка. — 2012. — вип. 19. — с. 3–9.

15. The type of the phase transition and coupling values in $\lambda\phi^4$ model / M. Bordag, V. Demchik, A. Gulov, V. Skalozub // International Journal of Modern Physics A. — 2012. — V. 27. — P. 1250116.

16. Gulov A. Amplification of Z' signal in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ process / A. Gulov, Ya. Moroz // Visnyk Dnipropetrovskogo Universytetu. Fizyka. Radioelektronika. — 2013. — V. 20. — P. 5–12.

17. Gulov A. Estimates for the Abelian Z' Couplings from the

LHC Data / A.Gulov, A.Kozhushko // International Journal of Modern Physics A. — 2014. — V. 29. — P. 1450001.

18. Gulov A. Kinematical Observables for Z' -boson in the Drell-Yan Scattering at the Tevatron / A. Gulov, A. Kozhushko // Visnyk Dnipropetrovskogo Universytetu. Fizyka. Radioelektronika. — 2014. — V. 21. — P. 5–12.

19. Gulov A. Optimal one-parameter observables for the Abelian Z' in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ process // International Journal of Modern Physics. — 2014. — V. 29. — P. 1450161.

20. Demchik V. Spontaneous symmetry breaking in the $O(4)$ scalar model on a lattice / V.I. Demchik, A. Gulov, V. Skalozub // Visnyk Dnipropetrovskogo Universytetu. Fizyka. Radioelektronika. — 2015. — V. 22. — P. 5–12.

21. Gulov A. Estimates for axial-vector coupling of an abelian Z' boson from modern collider data / A. Gulov, A. Kozhushko // Visnyk Dnipropetrovskogo Universytetu. Fizyka. Radioelektronika. — 2016. — V. 23. — P. 5–8.

22. Gulov A. Z' -Boson: LEP results as a guide for the LHC / A.Gulov, V. Skalozub // 20th Hadron Collider Physics Symposium 2009, November 16–20, 2009, Evian, France: Proceedings of Science HCP 2009. — 2009. — P. 075.

23. Gulov A. Z' -Boson: LEP results as a guide for the LHC / A. Gulov, V. Skalozub // New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions: International School-seminar, May 3–6, 2009, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. — Dnipropetrovsk, 2009. — P. 56–63.

24. Gulov A. Perspectives of model-independetn searching for Z' boson at modern hadron colliders / A. Gulov, A. Kozhushko // New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions:

International School-seminar, May 3–6, 2011, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. — Dnipropetrovsk, 2011. — P. 34–40.

25. Gulov A. Amplification of Z' signals in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ process / A. Gulov, Ya. Moroz // New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions: International School-seminar, May 22–24, 2013, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. — Dnipropetrovsk, 2013. — P. 74–77.

26. Gulov A. Optimal One-Parameter Observables for Z' Searches in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ Process // 12th International School-Seminar on The Actual Problems of Microworld Physics, July 22 — August 2, 2013, Gomel, Belarus: Proceedings. — Gomel, 2013. — P. 94–106.

27. Мороз Я. Модельно зависимые поиски Z' бозона в процессах аннигиляции лептонов на ILC с улучшенной точностью / А. Гулов, Я. Мороз // Проблемы физики фундаментальных взаимодействий — теория, феноменология, эксперимент: международный семинар, 19–20 ноября 2015 г., Гомель, Беларусь: Труды международного семинара. — Гомель, 2015. — с. 109–1114.

28. Gulov A.V. Model independent search for Z' -boson signals / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Cornell University Library. — Access mode: arXiv: 0905.2596 [hep-ph]. — Access date: 22.06.2009. — 60 pages.

ЗМІСТ

Вступ	19
1 Z' бозон як складова частина сучасних та майбутніх експериментів з фізики високих енергій	29
1.1. Визначні експерименти сучасної фізики високих енергій	30
1.2. Z' бозон як складова моделей фізики високих енергій	44
1.3. Пошук сигналів Z' бозона в експерименті	60
1.4. Проблема спонтанного порушення симетрії у фізиці високих енергій	74
2 Пошук Z' бозона в анігіляційних лептонних процесах	83
2.1. Диференціальний переріз розсіювання процесу $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-$	83
2.2. Однопараметричні узагальнені перерізи розсіювання вперед-назад	90
2.3. Оптимальні спостережувані для посилення сигналу Z' бозона	102
2.4. Висновки	129
3 Пошук Z' бозона в процесі розсіювання електрона та позитрона (процес Баба)	131
3.1. Диференціальний переріз розсіювання процесу $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ та його нормування	131

3.2.	Спостережувані для виділення $\bar{\nu}^2$	135
3.3.	Спостережувані для виділення $\bar{a}^2$	139
3.4.	Багатопараметрична обробка даних	142
3.5.	Пошук кірального Z' бозона	152
3.6.	Результати фітування в традиційній параметризації	166
3.7.	Висновки	172

4 Пошук нерезонансних сигналів Z' бозона в процесі Дрелла-Яна **173**

4.1.	Абелевий Z' бозон у процесі Дрелла-Яна	173
4.2.	K -фактор	189
4.3.	Спостережувана для неуніверсальних взаємодій . .	193
4.4.	Спостережувана для універсальних взаємодій	210
4.5.	Ефективність спостережуваної	214
4.6.	Висновки	220

5 Пошуки резонансу Z' бозона в умовах експериментів Tevatron та LHC **223**

5.1.	Переріз народження Z' бозона	223
5.2.	Ширина розпаду Z' бозона	228
5.3.	Схеми фітування даних та оцінок перерізу народження	232
5.4.	Експериментальні оцінки параметрів Z' бозона в процесі Дрелла-Яна	239
5.5.	Висновки	248

6 Спонтанне порушення симетрії в скалярній моделі на ґратці **249**

6.1.	Однокомпонентна скалярна модель на ґратці	249
6.2.	Симуляції Монте Карло для однокомпонентної моделі	258
6.3.	Багатокомпонентна скалярна модель на ґратці . . .	262

6.4. Багатовимірні гаусові інтеграли в методі сідлової точки у сферичних координатах	265
6.5. Функція розподілу для ґраткової моделі	268
6.6. Кутове інтегрування та ефективна однокомпонентна модель	272
6.7. Симуляції Монте Карло в багатокомпонентній моделі	276
6.8. Висновки	285
Висновки	287
Література	291

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

LEP	Великий електрон-позитронний колайдер (Large Electron-Positron), CERN, Швейцарія
LHC	Великий гадронний колайдер (Large Hadron Collider), CERN, Швейцарія
ILC	Міжнародний лінійний колайдер (International Linear Collider), майбутній експеримент
CLIC	Компактний лінійний колайдер (Compact Linear Collider), CERN, Швейцарія, майбутній експеримент
THDM	Стандартна модель елементарних частинок із двома скалярними дублетами
SM	Стандартна модель елементарних частинок
КХД	Квантова хромодинаміка
MSSM	Мінімальна суперсиметрична стандартна модель
pb,fb	Пікобарн, фемтобарн, одиниця вимірювання перерізу розсіювання, $1 \text{ барн} = 10^{-28} \text{ м}^2$
GeV, TeV	Гігаелектронвольт, тераелектронвольт, одиниця вимірювання енергії та маси

ВСТУП

Актуальність теми. Останні десятиріччя у фізиці елементарних частинок відзначені безпрецедентними експериментами на передньому фронті фундаментальної науки, що відкривають нові горизонти та запити з боку теоретичної фізики, а також є джерелом новітніх інженерних та комунікаційних технологій. Три визначних експерименти – Великий електрон-позитронний колайдер, Теватрон та Великий гадронний колайдер відкрили всі елементарні частинки, передбачені стандартною моделлю елементарних частинок, перевірили її здатність описувати процеси зіткнення частинок при надвисоких енергіях та поставили питання про пошук можливих натяків на нові явища поза вже дослідженими енергетичними масштабами. Питання про фізику поза стандартною моделлю є актуальним, оскільки проблеми ієрархії мас, можливого об'єднання фундаментальних взаємодій при високих енергіях, асиметрії між матерією та антиматерією, темної маси та темної енергії, фазових переходів у ранішньому Всесвіті та ін. не мають вичерпного розв'язання в межах стандартної моделі. Це надихає розробку програм та пошук фінансування для майбутніх експериментів – Міжнародного лінійного колайдера та Компактного лінійного колайдера.

Кожен із реалізованих чи майбутніх експериментів є дуже коштовним та відносно повільним проектом, що займає не менше двох десятиків років: це розробка теоретичного обґрунтування, виготовлення та запуск устаткування в роботу, декілька модернізацій, збір та обробка даних, публікація фінальних даних.

Тому кожен із таких експериментів є надзвичайно цінним джерелом інформації про фізику високих енергій та всебічно аналізується з метою перевірки різних наукових методик та гіпотез. Паралельно реальним проектам йде обговорення та відбір параметрів майбутніх амбітних експериментів. Стандартна програма експерименту, що виконується безпосередньо колабораціями на відповідних прискорювачах, доповнюється альтернативними чи додатковими ідеями та методами, що розробляються й проводяться в наукових інституціях по всьому світу. Ця діяльність є актуальною та широко представленою в літературі.

Обов'язковою частиною стандартних експериментальних програм на прискорювачах надвисоких енергій є пошук нового важкого нейтрального векторного бозона — так званого Z' бозона. Ця частинка передбачена багатьма моделями великого об'єднання взаємодій і з високою ймовірністю виникатиме як проміжний стан, особливо в анігіляційних ферміонних процесах. Стандартні пошуки Z' бозона в експериментах засновані на модельно-залежному аналізі даних. Зазвичай розглядаються приблизно з десять моделей цієї частинки. Цей підхід має певні проблеми та відкриті питання: чи є перелік моделей репрезентативним та вдалим, чи великою є ймовірність загубити натяк на сигнал, якщо розглянуті моделі не реалізовані в природі та ін. Над розв'язанням цих проблем працюють багаторічні групи вчених поза межами експериментальних колаборацій. Зі значних та популярних розробок можна виділити метод ефективних лагранжіанів, статистичні методи обробки даних з метою розділення моделей, розробка спеціальних спостережуваних для виділення потрібного сигналу, розробка екзотичних моделей на доповнення до традиційного переліку та ін. Дея-

кі з розроблених підходів є повністю модельно-незалежними, але містять велику кількість невідомих параметрів, інші комбінують модельні та модельно-незалежні властивості Z' бозона.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в рамках держбюджетних дослідних робіт, що проводилися в Дніпропетровському національному університеті імені Олеся Гончара в НДЛ квантової хромоплазми: «Квантові процеси і фазові переходи в екстремальних зовнішніх умовах» (№ держреєстрації 0110U001283), «Змінні спостереження для нових елементарних частинок та процесів в екстремальних зовнішніх умовах» (№ держреєстрації 0113U003031), «Сигнали нових важких частинок, станів матерії та процесів у зіткненнях гадронів на сучасних колайдерах високих енергій» (№ держреєстрації 0116U001523).

Мета й завдання дослідження. Метою роботи є розробка методів виділення та посилення сигналу Z' бозона в різних експериментах на сучасних та майбутніх прискорювачах елементарних частинок, обробка наявних експериментальних даних із метою обмеження параметрів Z' бозона, встановлення залежності спонтанного порушення симетрії в моделях скалярного поля від константи взаємодії.

Об'єктом дослідження дисертації є процеси розсіювання елементарних частинок за участі Z' бозона, методи статистичної обробки експериментальних даних із метою виділення сигналу важкої частинки, ґраткові моделі скалярного поля.

Предмет дослідження — спостережувані, що виділяють сигнал Z' бозона в експериментах, параметри Z' бозона, тип фазового переходу та наявність порушення симетрії в скалярних моделях.

У дисертації було вирішено такі завдання:

1. Знайти нові спостережувані з мінімальною кількістю незалежних параметрів для пошуку сигналу абелевого Z' бозона в анігіляційних лептонних процесах за умов помірної статистики. Розглянути як найбільш прості інтегральні перерізи розсіювання, що узагальнюють перерізи розсіювання вперед-назад, так і більш загальний випадок інтегральних перерізів із довільною ваговою функцією. Розв'язати нову задачу про максимальне статистичне посилення однопараметричного сигналу абелевого Z' бозона в анігіляційних лептонних процесах у широкому діапазоні енергій, що покриває як завершені експерименти, так і майбутні. Оцінити ефективність запропонованих спостережуваних для майбутнього колайдера ILC. За допомогою уведених спостережуваних проаналізувати наявні дані експериментів на прискорювачі LEP.
2. Запропонувати нові однопараметричні спостережувані для пошуку сигналу абелевого або кірального Z' бозона в процесі розсіювання електрона на позитроні (процес Баба). За допомогою введених спостережуваних проаналізувати дані експериментів на прискорювачі LEP. Встановити, який тип Z' бозона — абелевий чи кіральний — є більш ймовірним з точки зору наявної статистики.
3. Провести багатопараметричну обробку даних експериментів на прискорювачі LEP та комбінований фіт даних експериментів LEP I та LEP II для всіх лептонних процесів. Отримати за можливості оцінки максимальної правдоподібності для параметрів Z' бозона. Обрахувати інтервали до-

- віри для констант взаємодії абелевого Z' бозона з ферміонами.
4. Знайти нову спостережувану з мінімальною кількістю незалежних параметрів для пошуків сигналу абелевого Z' бозона в процесі анігіляції протона й антипротона (процес Дрелла-Яна) при енергіях поблизу піку Z бозона, для яких зібрано дані на прискорювачі Теватрон, а найбільш важливий внесок від наявності Z' бозона зумовлений змішуванням між Z та Z' бозонами. Окремо проаналізувати випадки лептофобного Z' бозона та універсальних взаємодій Z' бозона з ферміонними поколіннями.
 5. За результатами аналізу даних експериментів LEP оцінити переріз народження Z' бозона в протон-антипротонних та протон-протонних зіткненнях та частку розпаду Z' бозона в діелектронний чи дімюонний канал. Отримати область значень констант взаємодії Z' бозона з кварками та електронами, дозволених сучасними експериментами на прискорювачі LHC на рівні довіри 95% у результаті прямих пошуків Z' бозона у вигляді резонансу в перерізі розсіювання. Порівняти результати роботи прискорювачів LEP та LHC щодо пошуків Z' бозона. Зокрема, дослідити еволюцію оцінок кута змішування між Z та Z' бозонами, який звичайно вважається меншим 10^{-3} за даними експериментів LEP I.
 6. Застосувати сучасні обчислювальні методи для розрахунку сигналу Z' бозона та врахувати систематичні та статистичні похибки з метою максимально наблизити результати до вимог щодо обробки реальних даних.

7. Моделюванням Монте Карло дослідити тип температурного фазового переходу в однокомпонентній скалярній моделі в залежності від величини константи зв'язку. Розробити новий метод автоматичного налаштування параметрів моделі та прискорення збіжності для процедури Монте Карло в околі фазового переходу в широкому діапазоні значень константи взаємодії. Встановити, чи існує нижня границя константи зв'язку, при якій спонтанне порушення симетрії не реалізується (явище, аналогічне границі Лінде-Вайнберга в моделях калібрувальних полів).
8. Дослідити явище спонтанного порушення симетрії при нульовій температурі в багатоконпонентній моделі скалярного поля $O(4)$ в чотиривимірному просторі-часі на решітці при різних значеннях константи взаємодії. Встановити, чи відбувається зникнення порушення симетрії, аналогічне границі Лінде-Вайнберга в моделях калібрувальних полів, при надзвичайно слабкій взаємодії.

Методи дослідження. При проведенні досліджень використовувалися аналітичні та чисельні методи квантової теорії поля, математичної статистики, статистичної фізики, зокрема теорія збурень на основі діаграм Фейнмана, обробка даних за допомогою функції максимальної правдоподібності, моделювання методом Монте Карло, комп'ютерні програми для фізики високих енергій, засоби програмування на графічних картах.

Наукова новизна одержаних результатів. Запропоновані нові однопараметричні інтегральні перерізи розсіювання в анігіляційних лептонних процесах, зокрема спостережувані з найкращим співвідношенням сигналу до статистичної невизна-

ченості, які є не мають аналогів у літературі. Вони дозволяють вимірювати векторні або аксіально-векторні взаємодії Z' бозона з лептонами та максимально посилюють можливі сигнали Z' бозона в експерименті в порівнянні з іншими існуючими спостережуваними.

Знайдені інтегральні нормовані перерізи розсіювання в процесі розсіювання електрона на позитроні є новим методом аналізу даних експериментів.

Комбінований фіт параметрів Z' бозона за даними експериментів LEP I та LEP II для всіх лептонних процесів зазвичай у літературі не розглядався і є новим перспективним доповненням для сучасного стану проблеми щодо оцінок параметрів Z' бозона.

Дослідження схем інтегрування диференціального перерізу розсіювання для процесу Дрелла-Яна за трьома кінематичними змінними — масою проміжного стану M , стрімкістю проміжного стану Y та відносної стрімкістю в лептонній парі y — з метою виділення сигналу Z' бозона проведено вперше, є новим та не зустрічається в літературі.

Тип температурного фазового переходу в однокомпонентній скалярній моделі досі є дискусійним питанням: у літературі є аналітичні та чисельні дослідження, які призводять до протилежних висновків. Вперше проведене дослідження залежності типу фазового переходу від величини константи зв'язку в широкому діапазоні значень є новою спробою розв'язати ці протиріччя та встановити істину в цьому питанні. Систематичні дослідження малих значень константи взаємодії в ґраткових моделях скалярного поля в літературі до цього взагалі не проводилися. Явище, аналогічне границі Лінде-Вайнберга в моде-

лях калібрувальних полів, для ґраткових скалярних моделей досі не спостерігалось.

Практичне значення одержаних результатів. Однопараметричні інтегральні перерізи розсіювання в анігіляційних лептонних процесах та інтегральні нормовані перерізи розсіювання в процесі розсіювання електрона на позитроні можуть бути корисними в майбутніх експериментах на колайдерах лептонів, таких як ILC. Ідея оптимальних спостережуваних у вигляді зважених інтегральних перерізів розсіювання виявляється ефективним доповненням до стандартних підходів до пошуку сигналів Z' бозона й може бути у подальшому застосована до процесів з більш складною кінематикою.

Результати фітування даних експериментів LEP I та LEP II для всіх лептонних процесів можуть використовуватися для оцінок параметрів майбутніх та сучасних експериментів з пошуку Z' бозона та для отримання глобальних фітувань параметрів Z' бозона.

Інтегральні перерізи розсіювання з мінімальною кількістю незалежних параметрів для процесу анігіляції протона й антипротона (процес Дрелла-Яна) при енергіях поблизу піку Z бозона можуть бути корисними для проведення комбінованих фітувань даних експериментів LEP і Теватрон з метою пошуків сигналу абелевого Z' бозона.

Оцінки перерізу народження Z' бозона в протон-антипротонних та протон-протонних зіткненнях та частки розпаду Z' бозона в діелектронний чи дімюонний канал можна застосовувати до експериментів на прискорювачі Теватрон та LHC.

Оновлені за даними останніх експериментів оцінки параметрів Z' бозона, зокрема кута змішування між Z та Z' бозонами,

є надзвичайно важливими для багатьох розрахунків щодо пошуків сигналів Z' бозона в сучасних та майбутніх експериментах.

Результати щодо залежності температурного фазового переходу в однокомпонентній скалярній моделі від величини константи зв'язку можуть служити в якості керівництва щодо застосування різного роду підсумовування рядів теорії збурень. Зокрема, схема підсумовування «ромашка» і «суперромашка» дають якісно правильні результати для малих значень константи взаємодії, тоді як для великих значень константи взаємодії вони стають неадекватними та не відображають другий рід фазового переходу.

Особистий внесок здобувача.

У статтях [1,4–8,10] постановка задачі та всі обчислення проведені здобувачем.

У статтях [11,14,16–18,21] здобувач сформулював задачу та метод розв'язування, аналізував отримані результати та оцінював їх достовірність.

У статтях [3,15] здобувач сформулював метод розв'язування задачі, виконав аналітичні розрахунки, аналізував результати чисельних експериментів та оцінював їх достовірність.

У статті [20] здобувач сформулював метод розв'язування задачі, виконав понад 50% аналітичних розрахунків, аналізував результати чисельних експериментів та оцінював їх достовірність.

У статтях [2,9,12,13] здобувач виконував частину обчислень щодо абелевого Z' бозона.

Співавтором спільних робіт, викладених в 4 та 5 розділах, захищено дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата

фізико-математичних наук [34].

Апробація результатів дисертації.

Результати досліджень доповідалися на міжнародних школах, семінарах та конференціях [22–29].

Публікації.

За темою дисертації опубліковано 21 статтю в міжнародних та фахових виданнях, 6 публікацій в працях конференцій, 2 тези доповіді, 1 препринт.

Структура та обсяг дисертації.

Дисертація складається зі Вступу, 6 розділів, Висновків, Переліку посилань, містить 48 малюнків та 18 таблиць. Загальний обсяг — 315 сторінок.

РОЗДІЛ 1

Z' БОЗОН ЯК СКЛАДОВА ЧАСТИНА СУЧАСНИХ ТА МАЙБУТНІХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ З ФІЗИКИ ВИСОКИХ ЕНЕРГІЙ

Стандартна Модель (СМ) елементарних частинок [35–37], що була сформульована наприкінці 60-х років 20-го сторіччя, була обґрунтуванням та драйвером для унікальних в історії розвитку науки експериментів щодо дослідження фундаментальних законів природи протягом останніх 50 років. Останні 30 років виявилися вирішальними для того, щоб підтвердити наявність елементарних частинок, передбачених СМ, перевірити її здатність описувати процеси зіткнення різних елементарних частинок при надвисоких енергіях та пильно придивитися до можливих натяків на нові явища поза вже дослідженими енергетичними масштабами. Цей визначний період у фізиці елементарних частинок пройшов під знаком трьох експериментів, кожен з яких був чи є переднім фронтом фундаментальної науки та джерелом новітніх інженерних та комунікаційних технологій. Кожен з таких експериментів є дуже коштовним та відносно повільним процесом: від запуску устаткування в роботу через декілька модернізацій до публікації фінальних даних проходить до двох десятків років. Тому кожен з таких експериментів є надзвичайно цінним джерелом інформації про фізику високих енергій та всебічно аналізується з метою перевірки різних наукових методик та гіпотез. Паралельно реальним проектам йде

обговорення та відбір параметрів майбутніх амбітних експериментів.

1.1. Визначні експерименти сучасної фізики високих енергій

Перед тим, як сформулювати задачі наших досліджень та їхнє місце в сучасній фізиці високих енергій, коротко представимо експерименти, що складають підґрунтя для ідей та висновків. Сучасні колайдери класифікують у першу чергу за двома характеристиками – геометрія (колові чи лінійні) та тип частинок, що зіткаються (лептони чи гадрони). Лептони – відносно легкі елементарні частинки, що не беруть участі в сильних (ядерних) взаємодіях. На сьогодні у лептонів експериментально не виявлено ніякої внутрішньої структури, вони вважаються точковими частинками. Завдяки цьому процеси зіткнення лептонів характеризуються меншим числом продуктів реакції та найкраще обчислюються теоретично – тому вони називаються «чистими» і добре підходять до задач щодо прецизійної перевірки тонкощів взаємодій між частинками. З іншого боку, мала маса (енергія спокою) потребує значних затрат на прискорення частинки, щоб досягти значущих енергій зіткнення. Гадрони – складні частинки, що приймають участь у сильних взаємодіях, мають скінченні просторові розміри й важкі маси по відношенню до лептонів. Завдяки великій масі спокою прискорені гадрони дають виграш у кілька порядків у енергії зіткнень при тій самій швидкості порівняно з лептонами. Однак, складна структура гадронів початкового стану та не менш складний процес гадронізації продуктів реакції робить процес зіткнення більш

«брудним» як з точки зору детектування кінцевих частинок, так і для теоретичного опису й розрахунків. Зокрема, енергія початкових гадронів випадково розподіляється між складовими частинками гадрона – партонами, призводячи до значного розмиття значень енергії зіткнень між партонами та необхідності ефективно відділяти різні партонні зіткнення при первинній обробці інформації з детекторів. У результаті, у гадронних процесах можна легше створити якісь невідомі важкі частинки, але дуже складно досягти великої точності для теоретичних передбачень та експериментальних вимірювань. Тому важливе місце в експериментах з гадронними зіткненнями відіграють програми прямого пошуку частинок як резонансів на фоні великомасштабної монотонної енергетичної залежності перерізів розсіювання.

У нашій роботі розглянуто найважливіші з точки зору фізики надвисоких енергій експерименти, які визначили чи продовжують визначати тренди сучасної теорії елементарних частинок. Сформулюємо їх основні характеристики та параметри, які є важливими для подальшого викладення результатів наших досліджень.

1.1.1. Великий електрон-позитронний колайдер

Великий електрон-позитронний колайдер (LEP) в Європейському центрі ядерних досліджень (CERN) у Женеві у Швейцарії почав роботу в 1989 році, прискорюючи електрони та позитрони до сумарної енергії в системі центру мас близько 91 GeV, що дозволило спостерігати народження Z бозона. У літературі цю частину експерименту та відповідні дані часто називають

LEP I. Далі прискорювач був модернізований до енергій вище 130 GeV, зокрема, для спостереження народження пари W бозонів. Відповідно, на цей період роботи та дані посилаються як на LEP II. Наприкінці своєї роботи прискорювач LEP досягнув своєї найвищої енергії зіткнень – 209 GeV. Наприкінці 2000 року колайдер був зупинений і почався його демонтаж, щоб звільнити місце для наступного експерименту – Великого гадронного колайдера (The Large Hadron Collider, LHC).

Колайдер LEP мав чотири різних колаборації зі своїми детекторами у різних частинах накопичувального кола – ALEPH, DELPHI, OPAL та L3. Детектори мали різну конструкцію та власні програми теоретичного обчислення спостережуваних та обробки даних, що дозволяло знизити ризик систематичних похибок теоретичного та експериментального типу.

Прискорювач LEP відносився до колових лептонних колайдерів. і мав на меті насамперед прецизійні дослідження електрослабких взаємодій та спонтанного порушення калібрувальної симетрії як стрижня СМ. Тому, основними результатами експериментів LEP вважаються точні значення багатьох величин СМ, що підтвердило теоретичні передбачення моделі та надало їй надійне експериментальне підґрунтя. Серед найбільш важливих величин можна згадати маси Z бозона та W бозона (який був відкритий у 1983 на попередньому прискорювачі в CERN – the Intersecting Storage Rings).

Програми теоретичного обчислення процесів розсіювання в умовах експериментів LEP надали суттєвий поштовх комплексним автоматизованим системам комп'ютерного обчислення в квантовій теорії поля. На цей період припадає виникнення таких відомих програм як *ZFITTER* [38, 39], *FeynArts* [40, 41],

FeynCalc [42,43], *FormCalc* [44,45], *LoopTools* [44,46], *FeynRules* [47,48] та ін. Теоретичне обґрунтування для розрахунків реалістичних спостережуваних зібрано, наприклад, у книзі [49]. Посилання до даних, отриманих колабораціями, будемо надавати далі по мірі необхідності.

Прецизійна перевірка СМ на LEP надала можливість не тільки визначити параметри і маси частинок з точністю до радіаційних поправок, але й дозволила говорити про пошуки сигналів нових важких частинок за межами енергетичного масштабу СМ. На основі експериментів LEP II були отримані нижні границі на параметри різних моделей, які розширюють СМ [50–54]. І хоча ніяких нових частинок за даними експерименту виявлено не було, розроблені підходи та стандарти щодо пошуків фізики поза СМ були взяті за основу для складання програм обробки даних експериментів на Теватрон і ЛНС.

1.1.2. Теватрон

Прискорювач Tevatron у Національній лабораторії імені Фермі (Fermilab) у Батавії, Іллінойс, США – коловий прискорювач протонів та антипротонів. Цей пристрій розгонював протони та антипротони в накопичувальному колі діаметром 6.86 км до енергії 1 TeV, звідки походить його назва. Експлуатація Tevatron почалася в 1983. Пристрій модернізовувався протягом терміну роботи у 1983–2011 роках. Tevatron як пристрій припинив функціонувати 30 вересня 2011, що було зумовлено скороченням фінансування та готовністю нового експерименту в галузі фізики високих енергій – ЛНС, який почав роботу в 2010 році на енергіях у декілька разів більше ніж досягнув Tevatron.

Головне коло Tevatron може у майбутньому використовуватися в нових експериментах.

Структура та хронологія даних експерименту Tevatron зумовлена насамперед еволюцією технологічної частини експерименту. Початкова енергія 800 GeV була досягнута у лютому 1984. У жовтні 1986 енергія початкових частинок була збільшена до 900 GeV, що забезпечило протон-антипротонні зіткнення з енергією в системі центра мас 1.8 TeV. Протягом 6 років, починаючи з 1993, був збудований головний інжектор на заміну головному колу, і з березня 2001 розпочався так званий другий запуск експерименту Tevatron (Run II), у якому промінь частинок характеризувався енергією 980 GeV. Основні досягнення експерименту з набору статистичних даних сталися після 2004 року. У 2004 Tevatron досяг рекордної на той час світності в історії фізики високих енергій. У 2006 це досягнення було подвоєне, у 2008 – потроєне, а у 2010 – збільшене практично в чотири рази до $4 \times 10^{32} \text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$.

Головним досягненням експериментів на прискорювачі Tevatron можна вважати відкриття в 1995 р. топ-кварка – останньої фундаментальної частинки-ферміону, що передбачалась СМ елементарних частинок. До 2007 р. експеримент визначив масу цієї частинки з точністю близько 1%. Також Теватрон підтвердив існування кількох субатомних частинок, які були передбачені теоретично або дав натяк щодо їх існування. У 2006 році колаборація CDF повідомила про спостереження осциляцій B_s та двох типів сигма-баріонів. У 2007 році обидві колаборації D0 і CDF інформували про пряме спостереження χ баріону типу «Каскад В» (χ_b^-).

У 2012 році колаборації CDF і D0 оголосили про ймовірне

існування бозона Хіггса з масою в області від 115 до 135 ГеВ. Однак, зібраних даних не вистачило для впевненого відкриття. Цілком переконливі докази існування бозона Хіггса в цьому діапазоні мас надав експеримент LHC, який зафіксував частинку з масою 125.3 ± 0.4 ГеВ (CMS [55]) та 126 ± 0.4 ГеВ (ATLAS [56]).

1.1.3. Великий гадронний колайдер

Великий гадронний колайдер (LHC) в Європейській організації ядерних досліджень (CERN) є найбільшим і найпотужнішим у світі прискорювачем частинок. Він був побудований у період між 1998 і 2008 роками. Метою LHC є перевірка передбачень різних теорій фізики елементарних частинок, фізики високих енергій і, зокрема, подальшої перевірки властивостей бозона Хіггса й можливої великої родини нових частинок, які передбачаються суперсиметричними теоріями, а також інших невирішених фундаментальних питань фізики. Головною реакцією в умовах експерименту LHC є зіткнення двох зустрічних протонів, але на LHC також зіткалися протони з ядрами свинцю протягом двох місяців у 2013 році й здійснювалися зіткнення двох ядер свинцю протягом приблизно одного місяця в кожному з 2010, 2011 і 2013 років для інших досліджень.

Первісною метою досліджень на прискорювачі було встановлення факту можливого існування бозона Хіггса, ключової частини СМ, яка була передбачена теорією, але ще не спостерігалася та не була експериментально доведена в зв'язку з її слабкою взаємодією з легкими елементарними частинками. Крім того, LHC дозволяє зробити новий крок у пошуках суперсиметричних частинок і інших гіпотетичних частинок, які відкриють

вікно до можливих невідомих областей фізики. Зокрема, деякі розширення стандартної моделі передбачають додаткові частинки, такі як важкі калібрувальні W' і Z' бозони, які можуть опинитися в межах досяжності експериментів LHC.

Експеримент LHC містить сім детекторів, кожен з яких призначений для проведення певних видів досліджень. Експеримент ATLAS і компактний мюонний соленоїд (CMS) є великими детекторами елементарних частинок загального призначення. ALICE і LHCb мають більш спеціалізоване призначення, а останні три, TOTEM, MoEDAL і LHCf, є значно меншими та вузько спеціалізованими.

Результати перших протон-протонних зіткнень при енергіях більше тих, що були досягнуті в експериментах Теватрон у лабораторії Fermilab були опубліковані колаборацією CMS на початку 2010. З цього часу розпочався так званий перший запуск експерименту, який мав місце з 2010 по 2013 роки при енергії вхідних частинок 3.5 TeV у кожному промені (сумарна енергія в системі центру мас 7 TeV). З 2012 року енергію в кожному промені було збільшено до 4 TeV (загальна енергія зіткнення 8 TeV). Важливими відкриттями в межах першого запуску була частинка, яка за всіма ознаками є довго очікуваним бозоном Хіггса, декілька нових гадронів як X_b (3P) боттомоніум, перше створення кварк-глюонної плазми, а також перші спостереження дуже рідкісного розпаду Bs мезона в два мюони $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$, який може наблизитися до відповіді на питання про існування суперсиметрії в теорії елементарних частинок. На початку 2013 року перший запуск завершився, а прискорювач був зупинений для проведення запланованих робіт з його модернізації та покращення. Зіткнення частинок поновилися у 2015 році, спочат-

ку в тестовому режимі, досягнувши енергії 6.5 TeV у кожному з променів (13 TeV сумарної енергії зіткнення). Другий запуск триває з того часу до сьогодні.

Після першого року збору даних колаборації LHC почали публікувати свої попередні результати, що стосуються пошуків нових явищ поза межами СМ в протон-протонних зіткненнях. У даних за 2010 рік не було виявлено сигналів нових частинок, були встановлені лише обмеження на припустимі значення параметрів різних розширень СМ, таких як моделі з великими додатковими вимірами, обмежених версій мінімальної суперсиметричної стандартної моделі й ін.

У 2011 році було повідомлено про створення на LHC кварк-глюонної плазми — щільної форми матерії, яка, як вважається, існувала на ранніх етапах еволюції Всесвіту та виникає в екзотичних умовах як, наприклад, окіл чорних дір. Також у 2011 році тривали пошуки бозона Хіггса та екзотичних частинок. Незважаючи на натяки сигналу частинки Хіггса в більш ранніх даних, ATLAS і CMS виключили на рівні достовірності 95 % існування бозона Хіггса з властивостями, передбаченими СМ, на більшій частині області мас між 145 і 466 GeV. Пошуки нових частинок також не дали сигналів, але дедалі обмежили простір параметрів різних розширень СМ, у тому числі її суперсиметричного розширення. Наприкінці 2011 року CERN повідомив, що бозон Хіггса СМ швидше за все має масу в діапазоні 115-130 GeV. Обидва детектори CMS і ATLAS показали піки інтенсивності в діапазоні 124-125 GeV, сумісні або з фоновим шумом, або зі спостереженням бозона Хіггса. Також у цей час було повідомлено про спостереження нової частинки — боттомонія в стані X_b (3P) [57].

У 2012 році обидві команди CMS і ATLAS оголосили про відкриття бозона в області мас близько 125-126 GeV, при статистичній значущості на рівні 5 сигма [55, 56]. Це відповідає формальному рівню, необхідному, щоб оголосити про відкриття нової частинки, яка узгоджується з уявленням про бозон Хіггса, але вчені були обережні стосовно того, що вона є саме бозоном Хіггса, перебуваючи в очікуванні подальшого аналізу. Також у 2012 році колаборація LHCb повідомила про експеримент, що розглядається як «золоте» випробування для теорій суперсиметрії у фізиці, що полягає у вимірюванні дуже рідкісного розпаду Bs-мезона на два мюона $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ [58]. Результати скоріше відповідають передбаченням СМ без суперсиметрії ніж багатьом гілкам суперсиметричної теорії. Вони показують, що розпади є менш поширеними, ніж це передбачають деякі форми суперсиметрії, хоча все ще можуть відповідати передбаченням інших варіантів теорії суперсиметрії. Пізніше результат був підтверджений колаборацією CMS [59].

У 2013 році колаборація LHCb виявила аномалію в кутовому розподілі продуктів розпаду В-мезонів, яка не може бути передбачена у межах СМ. Ця аномалія мала статистичну достовірність на рівні 4,5 сигми, що трохи менше півня довіри в 5 сигм, необхідного для офіційного визнання відкриття. Невідомо, що могло б бути причиною цієї аномалії, хоча в якості можливого кандидата вже було запропоновано нову частинку — нейтральний векторний бозон Z' .

Після завершення першого запуску, тривала обробка даних. У 2014 року експеримент LHCb оголосив про відкриття двох нових важких субатомних частинок, $X_{b'}^-$ та X_b^{*-} . Обидві вони є баріонами, які складаються з одного найнижчого (b), од-

ного нижчого (d) та одного дивного (s) кварків. З точки зору квантової теорії, вони є збудженими станами найнижчого χ баріону [60]. У 2015 році колаборація LHCb повідомила про результати, що свідчать про пентакваркові стани при розпаді найнижчих лямбда-баріонів Λ_b^0 [61].

Після початку другого запуску LHC у 2015 році, колаборації почали оприлюднювати перші перерізи розсіювання при збільшених енергіях зіткнень. Наприкінці 2015 року, експерименти ATLAS і CMS повідомили ряд попередніх результатів стосовно фізики бозона Хіггса, пошуків суперсиметрії та пошуків екзотичних частинок з використанням даних від зіткнень протонів з енергією 13 TeV [62,63]. Обидва експерименти помітили помірний надлишок у спектрі інваріантної маси двох фотонів близько 750 GeV. Такий надлишок може бути пояснений наявністю нової частинки, можливо псевдобозона Намбу-Голдстоуна, частинки, подібної до бозона Хіггса, що взаємодіє з новими видами ферміонів, с'олдстіно або ще більш екзотичними частинками. Якщо ця інформація підтвердиться у подальшому аналізі, це буде першим доказом існування фізики за межами СМ.

1.1.4. Міжнародний лінійний колайдер

Міжнародний лінійний колайдер (ILC) — проект лінійного прискорювача елементарних частинок, у якому будуть стикатися електрони з позитронами [64,65]. Планується, що він буде мати енергію зіткнення електронів та позитронів 500 GeV на частинку на початковому етапі з подальшою можливістю оновлення устаткування до енергії 1000 GeV (1 TeV). До сіх пір ще не обрана остаточно країна, де буде знаходитись прискорювач.

Обговорюються Японія (в горах Кітакамі в префектурах Івате й Міягі), Європа (CERN) і США (Fermilab). Японія вважається найбільш вірогідним кандидатом, оскільки японський уряд готовий взяти на себе половину витрат. Будівництво може початися в 2015 або 2016 році й буде тривати понад десять років.

Також триває розробка та обґрунтування альтернативного проекту під назвою Компактний лінійний колайдер (CLIC) [66], який міг би працювати при більш високих енергіях (до 3 TeV) на устаткуванні з довжиною, порівнянною з ILC.

Вибір лінійної форми прискорювача для ILC обумовлюється тим, що у разі руху частинки вздовж кола виникає відоме в електродинаміці синхротронне випромінювання. Втрата енергії через синхротронне випромінювання обернено пропорційна до четвертого степеня маси частинок, що рухаються. Саме тому колові прискорювачі має сенс будувати насамперед для важких частинок — гадронів (наприклад, протонів або ядер свинцю на LHC). Електрон-позитронний коловий колайдер не в змозі досягти тих же енергій зіткнення, що аналогічний за розмірами гадронний. Насправді, енергії в зазначеному вище експерименті LEP, який займав той самий тунель, що зараз експлуатує LHC, були обмежені 209 GeV насамперед втратою енергії через синхротронне випромінювання.

При тому, що номінальна енергія зіткнень в експерименті LHC залишиться вищою, ніж енергія майбутніх зіткнень на колайдері ILC (14000 GeV для LHC проти 500-1000 GeV для ILC), в експерименті ILC вимірювання можуть бути зроблені більш точними. Зіткнення електронів і позитронів, які є безструктурними точковими частинками, набагато простіше аналізувати, ніж зіткнення гадронів, у яких енергія розподіляється серед

складових кварків, антикварків і глюонів. Таким чином, одна з ролей прискорювача ILC — зробити прецизійні вимірювання властивостей частинок, що можуть бути виявлені в експериментах LHC.

На ILC фізики сподіваються виміряти масу, спіні і константи взаємодії бозона Хіггса та інших важких частинок, що можуть існувати на масштабі енергій у декілька TeV; якщо існують додаткові виміри на масштабі декілька TeV — встановити їх кількість, розмір і форму; якщо існує суперсиметрія — дослідити найлегші суперсиметричні частинки — можливі кандидати на роль темної матерії. Для досягнення цих цілей будуть розроблятися детектори частинок нового покоління для прецизійних вимірювань.

Джерело електронів для ILC буде використовувати 2-наносекундні світлові лазерні імпульси для вибиття електронів з фотокатода. Така методика дозволяє виробити до 80% поляризованих електронів. Потім електрони будуть прискорені до 5 GeV на 370-метровому відрізку прискорювача. Синхротронне випромінювання від електронів високої енергії буде виробляти електрон-позитронні пари на мішені зі сплаву титану, при цьому поляризація може сягнути 60%. Позитрони з цих зіткнень будуть збиратися і прискорюватися до 5 GeV в окремому лінійному прискорювачі. З накопичувальних кілець промені частинок будуть надсилатися до надпровідних радіочастотних основних прискорювачів, кожен з яких матиме 11 км у довжину, де частинки будуть прискорені до 250 GeV. У секунду буде вироблятися п'ять імпульсів прискорених частинок. Сфокусовані промені будуть зіткнутися всередині одного чи двох великих детекторів частинок. Таким чином, експеримент буде оперувати

лептонами високої енергії з достатньо високим ступенем поляризації, що відкриває можливість для більш прецизійних досліджень та високої точності результатів.

Точні виміри на ІЛС дозволять оцінити різні характеристики нових важких частинок. Припускаючи, що енергії зіткнень у системі центру мас будуть $\sqrt{s} = 0.25, 0.5, 1$ TeV, можна стверджувати, що експеримент, ймовірно, зіткнеться з нерезонансною феноменологією, пов'язаною з новими важкими частинками, оскільки при зазначених енергіях на разі не виявлено жодних частинок поза СМ. У зв'язку з цим, актуальною задачею є розробка ефективних спостережуваних, чутливих до віртуальних станів нових важких частинок поза за межами СМ.

Підводячи підсумки загального огляду сучасних та майбутніх прискорювачів, сформулюємо спільні питання фізики високих енергій, що їх мають розв'язати відповідні експерименти. Дані експериментів на сучасних прискорювачах необхідні для того, щоб з'ясувати, які з сучасних моделей, запропонованих для опису фундаментальних взаємодій між елементарними частинками при надвисоких енергіях, є ймовірними. Багато теоретиків вважають, що стандартна модель не може відповісти на низку проблемних питань сучасної фундаментальної науки та очікують, що явища поза передбаченнями СМ (так звана «нова фізика») можуть бути відкритими вже на енергетичному рівні у декілька TeV. Нові відкриття, можливо, дозволять отримати інформацію що наступних принципових питань:

1. Чи генеруються маси елементарних частинок через механізм Хіггса завдяки порушенню електрослабкої симетрії? Чи можливі безхіггсові механізми генерації маси? Як вирішити проблему ієрархії мас (констант Юкави), що мають значення в діа-

пазоні багатьох порядків.

2. На даний момент експериментально доведено, що електромагнетизм та слабкі ядерні взаємодії є різними проявами так званої електрослабкої взаємодії. Невирішеним залишається питання про те, чи є електрослабкі та сильні ядерні взаємодії так само просто різними проявами якоїсь однієї універсальної єдиної сили, як це передбачують різні теорії великого об'єднання взаємодій?

3. Чи існують додаткові джерела змішування між поколіннями кварків, крім тих, які вже присутні в СМ у вигляді матриці Каббібо-Кобаяши-Маскава?

4. Чому існує очевидне порушення симетрії між матерією і антиматерією?

5. Які властивості має кварк-глюонна плазма, яка, як вважається, існувала в ранньому Всесвіті, а також існує зараз у деяких компактних і дивних астрономічних об'єктах? Чи можна дослідити термодинамічні властивості кварк-глюонної плазми в зіткненнях важких іонів на гадронних колайдерах?

6. Чи реалізується в природі суперсиметрія (розширення групи симетрії Пуанкаре, що пов'язує бозонні та ферміонні поля), зокрема, чи існують суперпартнери до всіх відомих частинок?

7. Чи існують додаткові виміри, як це передбачають різні моделі, засновані на теорії струн, і чи ми можемо їх виявити? Зокрема, це питання виникає в контексті більш масштабного питання: чому четверта фундаментальна сила (сила тяжіння) на багато порядків слабкіше, ніж три інших фундаментальних сили?

8. Яка природа темної матерії, яка, за сучасними спостереженнями, становить 27 % від маси-енергії Всесвіту? Чи може

темна матерія відповідати стійким новим важким частинкам?

1.2. Z' бозон як складова моделей фізики високих енергій

У фізиці елементарних частинок W' та Z' бозонами називають гіпотетичні нові важкі калібрувальні бозони (заряджені чи нейтральні), що передбачаються у різних розширеннях електрослабкої симетрії СМ. Вони названі так за аналогією з зарядженим (W) або нейтральним (Z) бозоном СМ. Нейтральний Z' бозон [67–70] є популярним сценарієм у пошуках фізики поза СМ в сучасних експериментах на колайдерах.

W' бозони часто виникають у моделях з додатковою калібрувальною групою $SU(2)$. При цьому сектор $SU(2) \times SU(2)$ спонтанно порушується до діагональної підгрупи $SU(2)_W$, що відповідає електрослабкій симетрії $SU(2)$. У більш загальному випадку може бути n копій групи $SU(2)$, які потім порушуються до діагональної підгрупи $SU(2)_W$, що призводить до $n^2 - 1$ нових трійок $W^{+'}$, $W^{-'}$ та Z' бозонів. Для того, щоб W' бозони взаємодіяли з частинками зі слабким ізоспіном, додаткова підгрупа $SU(2)$ та підгрупа $SU(2)_W$ СМ повинні змішуватися: один екземпляр $SU(2)$ має порушитися на енергетичному масштабі порядку TeV (щоб отримати W' бозонів з масою TeV), залишаючи другу підгрупу $SU(2)$ для СМ. Це відбувається в так званих «ліво-правих» моделях (Left-Right, Alternative Left-Right), а також у «моделях малого Хіггса» (Little Higgs models), які містять більше однієї підгрупи $SU(2)$. Оскільки W' бозон виникає від порушення групи $SU(2)$, то в загальному випадку він супроводжується Z' бозоном майже з тією ж самою масою та

з константами взаємодії, пов'язаними з константами взаємодії W' бозона.

Ще одна модель з W' бозонами, але без додаткового $SU(2)$ фактора, — це так звана модель 331 з параметром $\beta = \pm 1/\sqrt{3}$. Ланцюжок порушення симетрії $SU(3)_L \times U(1)_W \rightarrow SU(2)_W \times U(1)_Y$ призводить до пари $W^{\pm'}$ бозонів та трьох Z' бозонів. W' бозони також виникають у теоріях Калуци-Кляйна з групою $SU(2)$.

Різні моделі фізики за межами СМ передбачають різні види Z' бозонів, що мають певні загальноприйняті назви та зустрічаються в програмах обробки даних експериментів. Серед них можна виділити наступні:

1. Феноменологічні моделі з новою (додатковою до СМ) калібрувальною симетрією $U(1)$ [71, 72]. При цьому Z' є єдиним калібрувальним бозоном порушеної симетрії $U(1)$.

2. Моделі E_6 [73, 74]. Цей тип моделі містить два Z' бозони, які зазвичай змішуються між собою.

3. Ліво-праві моделі [75–78] та альтернативні ліво-праві моделі [79], [80] (огляд). Цей тип моделей розроблений для того, щоб при високих енергіях існувала фундаментальна симетрія між лівими та правими компонентами ферміонів. Часто ці моделі виникають як окремі ланцюжки при порушенні моделей на основі групи E_6 .

4. Малі моделі Хіггса [81–84]. Ці моделі, як правило, включають у собі розширений калібрувальний сектор, який порушується до калібрувальної симетрії СМ на енергетичному масштабі порядку (декількох) TeV . На додаток до одного або більшої кількості Z' бозонів, ці моделі часто містять і W' бозони.

5. Лептофобний Z' -бозон [85, 86]. Лептофобні моделі передба-

чають такий нейтральний векторний бозон, що взаємодії лише (або майже) з баріонами.

6. Моделі динамічного порушення електрослабкої симетрії (наприклад, Topcolor, Top Seesaw) [87, 88]

7. Моделі Калуци-Кляйна. У цих моделях Z' бозон є збудженою модою нейтральної об'ємної калібрувальної симетрії [89].

8. Розширення Штюкельберга СМ [90, 91]. Зокрема, джерелом виникнення Z' бозона можуть бути взаємодії, що були знайдені в теоріях струн з перехрещеними D-бранами [92].

У лептофобних моделях Z' -бозон «переховується» від детектування в сучасних експериментах (див. [85, 86] для умов експериментів LEP). Такі моделі застосовуються і для пояснення мюонної аномалії CDF. Ще одною можливістю в рамках лептофобних моделей є розгляд проявів темної матерії на гадронних колайдерах [97, 98].

Моделі Z' -бозон на основі технокольору включають так званий «topcolor» [93–96] — динаміку на енергетичному масштабі ~ 1 ТеВ, що включає наступну групову структуру (або її узагальнення):

$$SU(3)_1 \times SU(3)_2 \times U(1)_{Y_1} \times U(1)_{Y_2} \times SU(2)_L \rightarrow SU(3)_{QCD} \times U(1)_{EM}$$

де $SU(3)_1 \times U(1)_{Y_1}$ ($SU(3)_2 \times U(1)_{Y_2}$) пов'язана, як правило, переважно з третім (першим і другим) поколінням ферміонів. Група $U(1)_{Y_i}$ є версією електрослабкої підгрупи $U(1)_Y$, перемасштабованою на сильну взаємодію. Отже, з'являється певна «реплікація» калібрувальної групи, яка є чутливою до покоління. Група $SU(3)_1 \times U(1)_{Y_1}$ вважається достатньо сильною, щоб сформувати кіральний конденсат, який, природно, буде спря-

мований у сенсі взаємодії $U(1)_{Y1}$ у напрямку топ-кварка. При цьому така сильна взаємодія не призводить до конфайнменту, оскільки калібрувальна симетрія спонтанно порушується до звичайної $KХД \times U(1)_{EM}$ на масштабі TeV за рахунок калібрувальної групи технокольору G_{TC} .

Достатньо типовою ситуацією при розгляді моделей Z' бозона є припущення про універсальність взаємодій з різними поколіннями ферміонів. Іншими словами, взаємодія Z' бозона не відрізняється для електрона, мюона та тау-лептона, є однаковою для кварків верхнього типу і для кварків нижнього типу. Неуніверсальні взаємодії Z' бозона вводяться задля пояснення можливих джерел струмів, що не зберігають тип («аромат») кварків чи лептонів (наприклад, [99]).

1.2.1. Популярні моделі на основі групи E_6

Найбільш часто в літературі обговорюються пошуки Z' бозона в моделях на основі групи E_6 , зокрема χ - ψ та ліво-права (LR) моделі. Ці моделі довгі роки посідають значуще місце у програмах модельно-залежного аналізу експериментальних даних та присутні у публікаціях всіх згаданих вище експериментів у галузі фізики надвисоких енергій [65]. Для розуміння подальших посилань на ці моделі, розглянемо деякі їхні особливості. Модель χ - ψ виникає при наступному ланцюжку порушень калібрувальної симетрії:

$$E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\psi \rightarrow SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi.$$

Як видно, у моделі існує два важких нейтральних векторних бозони ψ та χ , що відповідають абелевим групам $U(1)$. Ці стани

в загальному випадку змішуються та утворюють дві масивних частинки. Найлегший зі станів прийнято ототожнювати з Z' бозоном. Таким чином, Z' бозон буде лінійною суперпозицією двох станів:

$$Z' = \chi \cos \beta + \psi \sin \beta,$$

де β — кут змішування. Певні значення кута змішування відповідають спеціальним назвам, які перелічені в таблиці 1.1 (див. також [100]). Дивлячись на ланцюжок порушення симетрії, відмітимо, що енергетичні масштаби порушення симетрії, на яких виникають стани ψ та χ є в загальному випадку незалежними й різними. Вони можуть відрізнятись на декілька порядків.

Таблиця 1.1. Популярні моделі Z' бозона в межах

загальної χ - ψ моделі		
Модель	$\cos \beta$	$\sin \beta$
ψ	0	1
χ	1	0
η	$\sqrt{3/8}$	$\sqrt{5/8}$
I	$\sqrt{5/8}$	$-\sqrt{5/8}$
S	$3\sqrt{6}/8$	$-\sqrt{10}/8$
N	1/4	$-\sqrt{15}/4$

Якщо ці масштаби є далекими один від другого, бозон, у якому домінує стан ψ природно виявиться важкішим за бозон, у якому домінує стан χ . Тоді, згідно з теоремою про відщеплення (Аппельквіст, Карацоне [101], Коллінз, Вілчек, Зі [102]), важкіший бозон «відщеплюється» — його існування при низьких енергіях призводить до малих внесків до спостережуваних

величин порядку степенів оберненої маси. Зокрема, кут змішування виявиться малим, $\beta \rightarrow 0$. Отже, найбільш природній та простий з точки зору теорії випадок у цій групі моделей — це так звана модель χ , у якій Z' бозон описується чистим станом χ , або наближені до неї випадки з малим кутом змішування. Інші варіанти природно призводять до існування двох Z' бозонів з масами одного порядку, про що не слід забувати, застосовуючи методи пошуків Z' бозона, розроблені у припущенні про один важкий нейтральний векторний стан. Модель ψ , у який Z' бозон описується чистим станом ψ , на наш погляд, є доволі екзотичною, оскільки виникає питання про те, чому потенціально більш легкий стан χ або не виявився таким, або принципово недосяжний для експериментального спостереження.

Інший ланцюжок порушень калібрувальної симетрії

$$E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\psi, \quad SO(10) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$$

призводить до ліво-правих моделей. Як видно, у ньому на проміжному етапі виникає додаткова підгрупа $SU(2)$, тому у цих моделях Z' бозон буде супроводжуватися W' бозонами.

1.2.2. Параметризація взаємодій Z' бозона з частинками СМ

При низьких енергіях, Z' бозон може проявлятися через взаємодію з ферміонами СМ і скалярами як віртуальний проміжний стан. Крім того, взаємодії Z бозона також змінюються у зв'язку з наявністю змішування між Z та Z' бозонами. У принципі, при низьких енергіях може розглядатися довільна ефективна взаємодія Z' бозона з частинками СМ. Такий підхід до

опису проявів фізики поза енергетичним масштабом СМ відомий як метод ефективних лагранжіанів. Найбільш радикальна версія цього підходу не бере до уваги відомості про походження контактних взаємодій між частинками СМ і розглядає взаємодії однакової енергетичної розмірності як цілком рівноправні. Тим не менш, у послідовній ренормовній теорії, взаємодії неренормовного типу повинні бути придушені великим масовим масштабом згідно до теореми Appelqvista й Караццоне про відщеплення внесків важких полів у спостережуваних. Таким чином, значні сигнали за межами СМ можуть бути зумовлені насамперед взаємодіями ренормовного типу. Оскільки ренормовні взаємодії за рідкими виключеннями не містять розмірних констант зв'язку, вони описуються операторами масової розмірності чотири, що практично однозначно встановлює їхній вигляд, а саме: потенціал $\times$ струм.

Найбільш популярною в літературі є параметризація взаємодії Z' бозона з векторними і аксіально-векторними ферміонними струмами, оскільки лептони та кварки є основними частинками, що зіткаються та детектуються на сучасних колайдерах. У термінах векторних і аксіально-векторних струмів, а також масових власних станів Z та Z' бозонів, лагранжіан набуває наступного вигляду:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Z\bar{f}f} &= \frac{1}{2}Z_\mu \bar{f}\gamma^\mu [(v_{fZ}^{\text{SM}} + \gamma^5 a_{fZ}^{\text{SM}}) \cos \theta_0 + (v_f + \gamma^5 a_f) \sin \theta_0] f, \\ \mathcal{L}_{Z'\bar{f}f} &= \frac{1}{2}Z'_\mu \bar{f}\gamma^\mu [(v_f + \gamma^5 a_f) \cos \theta_0 - (v_{fZ}^{\text{SM}} + \gamma^5 a_{fZ}^{\text{SM}}) \sin \theta_0] f, \quad (1.1)\end{aligned}$$

де f — довільний ферміон СМ; v_{fZ}^{SM} , a_{fZ}^{SM} взаємодії Z бозона з ферміонами згідно до СМ:

$$v_{fZ}^{\text{SM}} = \frac{e (T_{3f} - 2Q_f \sin^2 \theta_W)}{\sin \theta_W \cos \theta_W}, \quad a_{fZ}^{\text{SM}} = -\frac{e T_{3f}}{\sin \theta_W \cos \theta_W}, \quad (1.2)$$

де e — заряд позитрона, Q_f — заряд ферміону f в одиницях e , $T_{3f} = 1/2$ для нейтрино або кварків типу u та $T_{3f} = -1/2$ для заряджених лептонів та кварків типу d (слабкий ізоспін), θ_0 — кут змішування Z та Z' бозонів.

Часто зустрічається визначення аксіально векторної константи з протилежним знаком (наприклад, [67, 68]). У цьому випадку лагранжіан (1.5) записується у вигляді

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z\bar{f}f} &= \frac{1}{2} Z_\mu \bar{f} \gamma^\mu [(v_f^{\text{SM}} + \Delta_f^V) - \gamma^5 (a_f^{\text{SM}} + \Delta_f^A)] f, \\ \mathcal{L}_{Z'\bar{f}f} &= \frac{1}{2} Z'_\mu \bar{f} \gamma^\mu [(v'_f - \gamma^5 a'_f)] f, \end{aligned} \quad (1.3)$$

де Δ_f^V , Δ_f^A — поправки до констант взаємодії Z бозона, визначених у СМ, що виникають за рахунок існування Z' бозона, а самі константи взаємодії Z бозона в СМ є наступними:

$$v_f^{\text{SM}} = \frac{e (T_{3f} - 2Q_f \sin^2 \theta_W)}{\sin \theta_W \cos \theta_W}, \quad a_f^{\text{SM}} = \frac{e T_{3f}}{\sin \theta_W \cos \theta_W}.$$

У наших дослідженнях ми завжди використовуємо визначення (1.5), а застосування форми запису (1.3) буде оговорюватися окремо у кожному такому випадку.

У провідному наближенні теорії збурень (так званому наближенні «дерева», тобто діаграм Фейнмана у вигляді графів-дерев) константи взаємодії Z' бозона з ферміонами у популярних моделях наведено в таблиці 1.2. Більш широкий перелік моделей можна знайти в роботі [103].

Таблиця 1.2. Константи взаємодії Z' бозона з ферміонамив моделях на основі калібрувальної групи E_6

f	$\chi\text{-}\psi$		LR	
	$a_f/\tilde{g}$	$v_f/\tilde{g}$	$a_f/\tilde{g}$	$v_f/\tilde{g}$
ν	$-3\frac{\cos\beta}{\sqrt{40}} - \frac{\sin\beta}{\sqrt{24}}$	$3\frac{\cos\beta}{\sqrt{40}} + \frac{\sin\beta}{\sqrt{24}}$	$-\frac{1}{2\alpha}$	$\frac{1}{2\alpha}$
e	$-\frac{\cos\beta}{\sqrt{10}} - \frac{\sin\beta}{\sqrt{6}}$	$2\frac{\cos\beta}{\sqrt{10}}$	$-\frac{\alpha}{2}$	$\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha}{2}$
q_u	$\frac{\cos\beta}{\sqrt{10}} - \frac{\sin\beta}{\sqrt{6}}$	0	$\frac{\alpha}{2}$	$-\frac{1}{3\alpha} + \frac{\alpha}{2}$
q_d	$-\frac{\cos\beta}{\sqrt{10}} - \frac{\sin\beta}{\sqrt{6}}$	$-2\frac{\cos\beta}{\sqrt{10}}$	$-\frac{\alpha}{2}$	$-\frac{1}{3\alpha} - \frac{\alpha}{2}$

Альтернативою до векторних та аксіально-векторних струмів, які визначаються векторами $\bar{f}\gamma^\mu f$ та $\bar{f}\gamma^\mu\gamma^5 f$ у просторі часі, є ліві та праві кіральні струми. З теоретичної точки зору кіральні струми більш зручні, оскільки в рамках СМ лише ліві кіральні струми приймають участь у взаємодіях, що описуються калібрувальною групою $SU(2)_L$. Ліві та праві кіральні струми $\bar{f}\gamma^\mu\omega_L f$ та $\bar{f}\gamma^\mu\omega_R f$ визначаються проекторами $\omega_{L,R} = (1 \mp \gamma^5)/2$. За їхньою допомогою записуються ліві та праві компоненти ферміонів: $f_{L,R} = \omega_{L,R} f$. У випадку нехтування масою кіральні стани збігаються зі спіральними, тобто з поляризацією вільної частинки.

Лагранжіан (1.5) відповідає додаванню нових, пов'язаних із Z' бозоном, внесків до електрослабких коваріантних похідних D^{ew} в лагранжіані взаємодії з ферміонами та скалярними полями:

$$L_\phi = \left| \left(\partial_\mu - \frac{ig}{2}\sigma_a W_\mu^a - \frac{ig'}{2}B_\mu Y_\phi - \frac{i\tilde{g}}{2}\tilde{B}_\mu \tilde{Y}_\phi \right) \phi \right|^2, \quad (1.4)$$

$$L_f = i \sum_{f_L} \bar{f}_L \gamma^\mu \left(\partial_\mu - \frac{ig}{2}\sigma_a W_\mu^a - \frac{ig'}{2}B_\mu Y_{f_L} - \frac{i\tilde{g}}{2}\tilde{B}_\mu \tilde{Y}_{f_L} \right) f_L$$

$$+ i \sum_{f_R} \bar{f}_R \gamma^\mu \left(\partial_\mu - i g' B_\mu Q_f - \frac{i \tilde{g}}{2} \tilde{B}_\mu \tilde{Y}_{f_R} \right) f_R, \quad (1.5)$$

де розуміється підсумовування по всіх лівих ферміонних дублетах СМ, як лептонних, так і кваркових, $f_L = (f_u)_L, (f_d)_L$, а також по всіх правих сінглетах, $f_R = (f_u)_R, (f_d)_R$. У цих формулах $g, g', \tilde{g}$ є заряди, пов'язані з калібрувальними групами $SU(2)_L, U(1)_Y$, і Z' , відповідно, σ_a — матриці Паулі, Q_f позначає заряд ферміону f в одиницях заряду позитрона, Y_ϕ є гіперзаряд по відношенню до калібрувальної групи Z' бозона, і $Y_{f_L} = -1$ для лептонів і $1/3$ для кварків. Взагалі, генератори $\tilde{Y}_{f_L} = \text{diag}(\tilde{Y}_{f_u}, \tilde{Y}_{f_d})$ і $\tilde{Y}_\phi = \text{diag}(\tilde{Y}_{\phi,1}, \tilde{Y}_{\phi,2})$ є діагональними 2×2 матрицями. Що стосується скалярного сектора, записаний лагранжіан може бути легко узагальнений на випадок СМ з двома легкими скалярними дублетами Хіггса (THDM) [104, 105].

Лагранжіан (1.4), (1.5) розглядався в роботах [71, 72] (див. також для огляду [67, 68]). При цьому вважалося, що при низьких енергіях калібрувальна група, пов'язана з Z' бозоном, є групою $\tilde{U}(1)$, тобто новий бозон є абелевим. Така група може виникати в якійсь спосіб порушення початкової симетрії.

Лагранжіан (1.4) природно призводить до перемішування між Z та Z' бозонами внаслідок діагоналізації масової матриці векторних бозонів при спонтанному порушенні калібрувальної симетрії СМ за рахунок механізму Хіггса. Кут змішування Z і Z' бозонів θ_0 визначається константою взаємодії зі скалярним полем $\tilde{Y}_\phi$ наступним чином:

$$\theta_0 = \frac{\tilde{g} \sin \theta_W \cos \theta_W}{\sqrt{4\pi\alpha_{\text{em}}}} \frac{m_Z^2}{m_{Z'}^2} \tilde{Y}_\phi + O\left(\frac{m_Z^4}{m_{Z'}^4}\right), \quad (1.6)$$

де θ_W є СМ кут Вайнберга, а α_{em} — електромагнітна стала тонкої структури. Хоча кут змішування має невелике значення порядку $m_{Z'}^{-2}$, він дає внески до амплітуд з обміном Z бозонами і не може бути знехтуваним особливо при енергіях поблизу резонансу Z , зокрема при обробці даних експериментів LEP.

Взаємодії Z' бозона з векторними і аксіально-векторними струмами пов'язані з лагранжіаном (1.4), (1.5) наступним чином:

$$v_f = \tilde{g} \frac{\tilde{Y}_{L,f} + \tilde{Y}_{R,f}}{2}, \quad a_f = \tilde{g} \frac{\tilde{Y}_{R,f} - \tilde{Y}_{L,f}}{2}. \quad (1.7)$$

При низьких енергіях у пропагаторі Z' бозона маса частинки домінує порівняно з імпульсом і виникають ефективні контактні чотирьохферміонні взаємодії: константи взаємодії Z' бозона зі струмами потрапляють до перерізу розсіювання разом з оберненою масою Z' бозона. Отже, буде зручно запровадити безрозмірні константи

$$\bar{a}_f = \frac{m_Z}{\sqrt{4\pi m_{Z'}}} a_f, \quad \bar{v}_f = \frac{m_Z}{\sqrt{4\pi m_{Z'}}} v_f, \quad (1.8)$$

які й будуть об'єктом для статистичних оцінок при обробці експериментальних даних.

1.2.3. Абелевий Z' бозон та співвідношення ренорм-групи

У найбільш радикальних версіях модельно незалежного пошуку сигналів Z' бозона його константи взаємодій з частинками

СМ та кут змішування з Z бозоном розглядаються як незалежні вільні параметри. З іншого боку, в кожній моделі Z' бозона ці параметри як правило є відомими числами. Однак, якщо теорія, що узагальнює СМ при високих енергіях, є самоузгодженою, то існують певні обмеження на вибір тих чи інших значень параметрів. Наприклад, добре відомо, що така важлива вимога до послідовної замкненої теорії як ренормовність призводить до певних зв'язків між параметрами, що забезпечують скорочення ультрафіолетових розбіжностей у спостережуваних величинах.

У роботах [106, 107] було показано, що існують певні взаємозв'язки між константами взаємодії Z' бозона при деяких достатньо загальних властивостях теорії, що узагальнює СМ при високих енергіях. Ці властивості в цілому притаманні не всім існуючим у літературі моделям Z' бозона, але охоплюють деякі важливі групи моделей, даючи можливість відійти від модельно залежного аналізу, зберігаючи при цьому мінімальний набір невідомих параметрів для фітування в експерименті. Наведемо ці властивості:

1. теорія, що узагальнює СМ при високих енергіях, є ренормовною;
2. в інтервалі мас для нових важких частинок (на практиці це 1-10 TeV) існує лише один нейтральний векторний бозон;
3. при низьких енергіях Z' бозон може бути описаний феноменологічним ефективним лагранжіаном (1.5), (1.4);
4. Z' бозон та інші важкі частинки відщеплюються на енергетичному масштабі СМ, а теорія нижче масштабу відщеплення Z' бозона є СМ з одним або двома скалярними дуб-

летами;

5. калібрувальна група СМ є підгрупою калібрувальної групи теорії, що узагальнює СМ при високих енергіях. За цієї умови єдиним джерелом можливих взаємодій Z' бозона з векторними бозонами СМ в основному порядку теорії збурень є змішування між Z та Z' бозонами.

З умов, зазначених вище, випливають співвідношення між константами взаємодій Z' бозона, що входять до ефективного феноменологічного лагранжіана (1.5), (1.4). Взагалі кажучи, існують два різні типи співвідношень, які можна назвати абелевим Z' бозоном та кіральним Z' бозоном [106]. Найбільш цікавим випадком є абелевий Z' бозон, що відповідає деяким з популярних у літературі моделям та характеризується наступними співвідношеннями:

$$\tilde{Y}_{\phi,1} = \tilde{Y}_{\phi,2} \equiv \tilde{Y}_{\phi}, \quad \tilde{Y}_{L,f} = \tilde{Y}_{L,f^*}, \quad \tilde{Y}_{R,f} = \tilde{Y}_{L,f} + 2T_{3f} \tilde{Y}_{\phi}, \quad (1.9)$$

де T_{3f} — третя компонента слабкого ізоспіну, f та f^* — ферміони, що належать до одного дублету з представлення підгрупи $SU(2)_L$, а саме: $l^* = \nu_l, \nu^* = l, q_u^* = q_d$ та $q_d^* = q_u$.

Вводячи до розгляду константи взаємодій Z' бозона з векторними та аксіально векторними струмами ферміонів (1.7), можна записати останню з формул (1.9) у вигляді

$$v_f - a_f = v_{f^*} - a_{f^*}, \quad a_f = T_{3f} \tilde{g} \tilde{Y}_{\phi}. \quad (1.10)$$

Співвідношення (1.10) у термінах тих чи інших частинок записуються наступним чином:

$$\begin{aligned} a_{q_d} &= a_l = -a_{q_u} = -a_{\nu_l} = a, \\ v_{q_d} &= v_{q_u} + 2a, \quad v_l = v_{\nu_l} + 2a, \end{aligned} \quad (1.11)$$

де q_u , q_d , l та ν_l позначають відповідно кварки верхнього та нижнього типу, заряджений лептон та нейтрино в межах одного й того ж покоління.

Як видно, основною рисою абелевого Z' бозона є те, що константа взаємодії з аксіально-векторними ферміонними струмами має універсальне абсолютне значення пропорційне до взаємодії Z' бозона зі скалярним полем. Звідси випливає, що кут змішування між станами Z та Z' , визначений рівнянням (1.6), також визначається аксіально-векторною константою:

$$\theta_0 \approx -a \frac{\sin(2\theta_W)}{\sqrt{4\pi\alpha_{\text{em}}}} \left(\frac{m_Z}{m_{Z'}} \right)^2. \quad (1.12)$$

У результаті число невідомих незалежних параметрів Z' істотно скорочується.

Співвідношення (1.11), (1.12) також справедливі для випадку THDM. Більш детальну інформацію з цього питання можна знайти в [106]. Повний лагранжіан записується в [11].

Отримані співвідношення є необхідними, але не є вичерпним обмеженнями на константи взаємодії Z' бозона. Щоб отримати вичерпні обмеження, потрібно зафіксувати повний набір частинок при високих енергіях, з тим щоб забезпечити скасування

ультрафіолетових розбіжностей у довільному процесі розсіювання. Ці співвідношення можуть істотно змінитися, якщо СМ модифікується при енергіях нижче маси Z' бозона й не є низькоенергетичною моделлю безпосередньо після відщеплення Z' бозона як важкої частинки.

Співвідношення (1.11) були отримані для ефективних низькоенергетичних параметрів теорії з урахуванням радіаційних поправок. Отже, вони мають виконуватися в ренормовній теорії для «ефективних» (тобто ренормованих на певному масштабі енергії) констант взаємодії при низьких енергіях. Тим не менш, часто вони виконуються вже в основному порядку теорії збурень (рівень «дерева» для діаграм Фейнмана), зокрема в широкому класі відомих моделей, що містять абелевий Z' бозон. У такому випадку, ці співвідношення можна вивести набагато простішим чином, вводячи вимогу про те, що лагранжіан СМ (включаючи взаємодії Юкави між ферміонами та скалярами) повинен бути інваріантним щодо додаткової групи симетрії $\tilde{U}(1)$, пов'язаної з Z' бозоном [108]. Зрозуміло, що сама по собі певна симетрія та співвідношення на рівні лагранжіана основного наближення теорії збурень не можуть розглядатися як повноцінна заміна співвідношень ренормгрупи, оскільки фізичні константи взаємодії залежать від масштабу ренормування. Тим не менш, це показує, яка саме симетрія є потрібною для ренормовності теорії на певному масштабі енергій. Розглянемо, наприклад, популярні моделі, що обговорюються в рамках традиційного модельно-залежного аналізу та наведені в таблиці 1.2, — це моделі великого об'єднання взаємодій на основі групи E_6 або $SO(10)$. Моделі χ - ψ містять у якості параметру кут змішування між двома Z' бозонами, а ліво-права модель

(LR) — вільний параметр α . Як видно, співвідношення (1.11) виконуються для ліво-правої моделі при довільному значенні параметра α та для χ - ψ моделі з $\beta = 0$ (так звана модель χ) за виключенням нейтрино. Зрозуміло, що саме випадок $\beta = 0$ відповідає відсутності двох Z' бозонів з масами одного порядку. Щодо нейтрино, то порушення співвідношень є наслідком нульової маси нейтрино, яка передбачається в розглянутих моделях, а при нульовій масі ферміону співвідношення, що обмежують константи зв'язку, зникають. Крім того, нейтрино не детектуються в експериментах, які ми обговорюємо, тому питання про взаємодії Z' бозона з нейтрино є несуттєвим. Інші моделі, для яких співвідношення не виконуються (ALR, SSM, η , ψ), порушують деякі з умов, сформульованих нами вище: вони можуть містити змішані стани кількох нових калібрувальних бозонів, що описуються групами $U(1)$ або неабелевими групами, вводять до розгляду складніші неабелеві групи і т. ін. Явний вигляд констант взаємодії Z' бозона з ферміонами СМ для достатньо широкого переліку моделей можна знайти, зокрема, в [103]. Таким чином, співвідношення (1.11) описують кореляції між константами взаємодії Z' для широкого набору моделей поза межами СМ. У цьому сенсі ми можемо назвати їх модельно незалежними.

Варто відзначити, що в разі дослідження лептонних процесів в умовах експериментів LEP або ILC при наявності лептонної універсальності співвідношення (1.11) можуть бути застосовані навіть за межами згаданого абелевого класу моделей. Це пов'язано з тим, що такі процеси в основному наближенні містять тільки заряджені лептони. Лептонна універсальність означає $a_e = a_\mu$, $v_e = v_\mu$. Як видно, універсальність аксіальної констан-

ти зв'язку дає співпадіння з (1.11), універсальність векторних констант заряджених лептонів не суперечить (1.11), а нейтринні векторні константи не спостерігаються. Крім того, при високих енергіях далеких від піку Z бозона, роль змішування між Z та Z' бозонами є другорядною у порівнянні з віртуальним станом Z' бозона, що нівелює співвідношення (1.12). Таким чином, результати наших досліджень для лептонних колайдерів є вірними в основному наближенні для моделей з лептонною універсальністю при енергіях зіткнень $\sqrt{s} \geq 0.5$ TeV.

У результаті абелевий Z' бозон параметризується не більш ніж сім'ю незалежними константами взаємодій a , v_u , v_c , v_t , v_e , v_μ , v_τ , що майже вдвічі менше, ніж у загальному випадку. У випадку універсальності поколінь ферміонів, таких констант буде три. Ці параметри повинні бути встановлені в результаті обробки даних, отриманих в експериментах. Звичайно, що в тій чи іншій конкретній моделі, всі вони мають певні значення, але в разі, коли модель невідома, вони залишаються потенційно довільними числами.

1.3. Пошук сигналів Z' бозона в експерименті

1.3.1. Сигнал Z' бозона у спостережуваних

Після опису популярних моделей Z' бозона та модельно-незалежних методів, перейдемо до підходів щодо експериментального спостереження сигналів Z' бозона. Їх можна розділити на два різні класи — «прямі» та «непрямі» методи. Розглянемо типовий переріз анігіляції або розсіювання деяких частинок, що зіткаються й утворюють у якості продуктів реакції па-

ру частинок, які фіксуються детекторами. Розподіл продуктів реакції описується диференціальним перерізом розсіювання — кількістю продуктів реакції в одиницю часу в одиниці тілесного кута (або іншої одиниці кінематичного простору частинки), віднесеної до потоку початкових частинок. Диференціальний переріз розсіювання, проінтегрований за кінематичним простором продуктів реакції, зветься повним перерізом розсіювання. Повний переріз у рамках класичної механіки має наступний зміст: це площа поперечного перерізу області простору навколо мішені, при перетині якої частинкою-точкою, що налітає на мішень, виникає взаємодія зі 100% ймовірністю.

У квантовій фізиці переріз розсіювання, який за визначенням пропорційний до ймовірності певного переходу між квантовими станами, є результатом інтерференції амплітуд ймовірності, що відповідають різним можливим проміжним (віртуальним або реальним) квантовим станам і зображуються діаграмами Фейнмана. Z' бозон є однією з можливих проміжних частинок і дає внесок до перерізу розсіювання. При низьких енергіях (значно менших за масу Z' бозона), такий внесок є малим і описується інтерференцією між амплітудою обміну віртуальним Z' бозоном та домінантною амплітуди, обчисленої у межах СМ, або впливом існування Z' бозона на константи взаємодії Z бозона через змішування. Спостереження таких незначних відхилень зі слабкою залежністю від енергії можна назвати непрямим спостереженням частинки. При цьому завжди виникає питання про те, як відрізнити відхилення, зумовлене Z' бозоном, від інших можливих ефектів поза СМ та систематичних похибок.

При енергіях зіткнень поблизу маси Z' бозона домінує ам-

плітуда обміну Z' бозоном. Це зумовлено пропагатором в амплітуді розсіювання, який має полюс поблизу фізичної маси частинки:

$$\Pi \sim (s - m_{Z'}^2 + im_{Z'}\Gamma_{Z'})^{-1}, \quad s \rightarrow m_{Z'}^2.$$

Таким чином, у перерізі розсіювання виникає резонанс — характерний пік навколо значення $m_{Z'}$ із шириною $\Gamma_{Z'}$ (у термінах Брейта-Вігнера):

$$\sigma \sim ([s - m_{Z'}^2]^2 + m_{Z'}^2\Gamma_{Z'}^2)^{-1}, \quad s \rightarrow m_{Z'}^2.$$

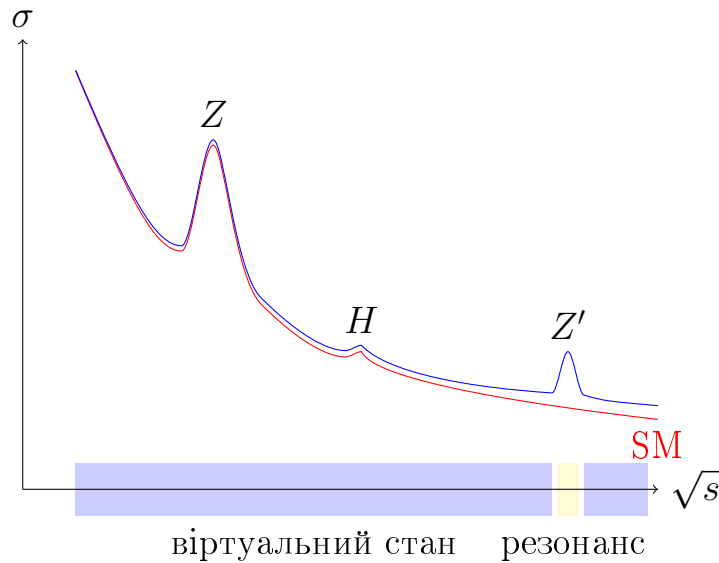


Рис. 1.1. Схематичний вигляд сигналу Z' бозона у перерізі розсіювання

Наявність резонансу як такого та його положення в спектрі енергії не залежить від певних значень констант взаємодії Z' бозона з частинками СМ, що спостерігаються в детекторах, і є безпосередньою ознакою існування частинки. Тому пошук резонансів на фоні перерізу розсіювання СМ як функції енергії

зіткнення є прямим методом детектування Z' бозона, який теоретично та експериментально відрізняється від непрямих методів.

Схематично вигляд сигналу Z' бозона у перерізі розсіювання показано на рис. 1.1 У принципі, детектувати резонанс простіше ніж виділити сигнал частинки з неперервно розподіленого за енергією невеликого відхилення у перерізі розсіювання, однак для цього треба попасти експериментально саме на масу частинки. Якщо маса частинки залишається поза можливістю детектування, пошуки резонансу не дадуть жодного результату. Оглянемо прямі та непрямі пошуки Z' бозона в сучасних експериментах.

1.3.2. Прямі пошуки Z' бозона (резонанс)

Прямі пошуки є основою програми пошуків Z' бозона на гадронних колайдерах. Це зумовлено тим, що в зіткненнях гадронів можна досягти найвищих значень енергії, а завдяки партонній структурі гадронів охопити значну частину спектру за інваріантною масою проміжного стану реакції, оскільки енергія зіткнення випадково розподіляється між партонами. Таким чином, якщо енергія зіткнення є вищою за масу Z' бозона, у спектрі за інваріантною масою проміжного стану реакції буде зафіксовано резонанс, при цьому для аналізу експериментальних даних не обов'язково знати деталі взаємодій Z' бозона з частинками СМ. Зазвичай шукається резонанс великої маси в ділептонному каналі: Z' бозон має утворюватися у результаті анігіляції кварка та антикварка з наступним розпадом на електрон-позитронну пару або на пару протилежно заряджених

мюонів. Кінематичні параметри лептонів детектуються легше та точніше ніж у кварків та глюонів, що утворюють багаточастинкові потоки — джети — у результаті гадронізації.

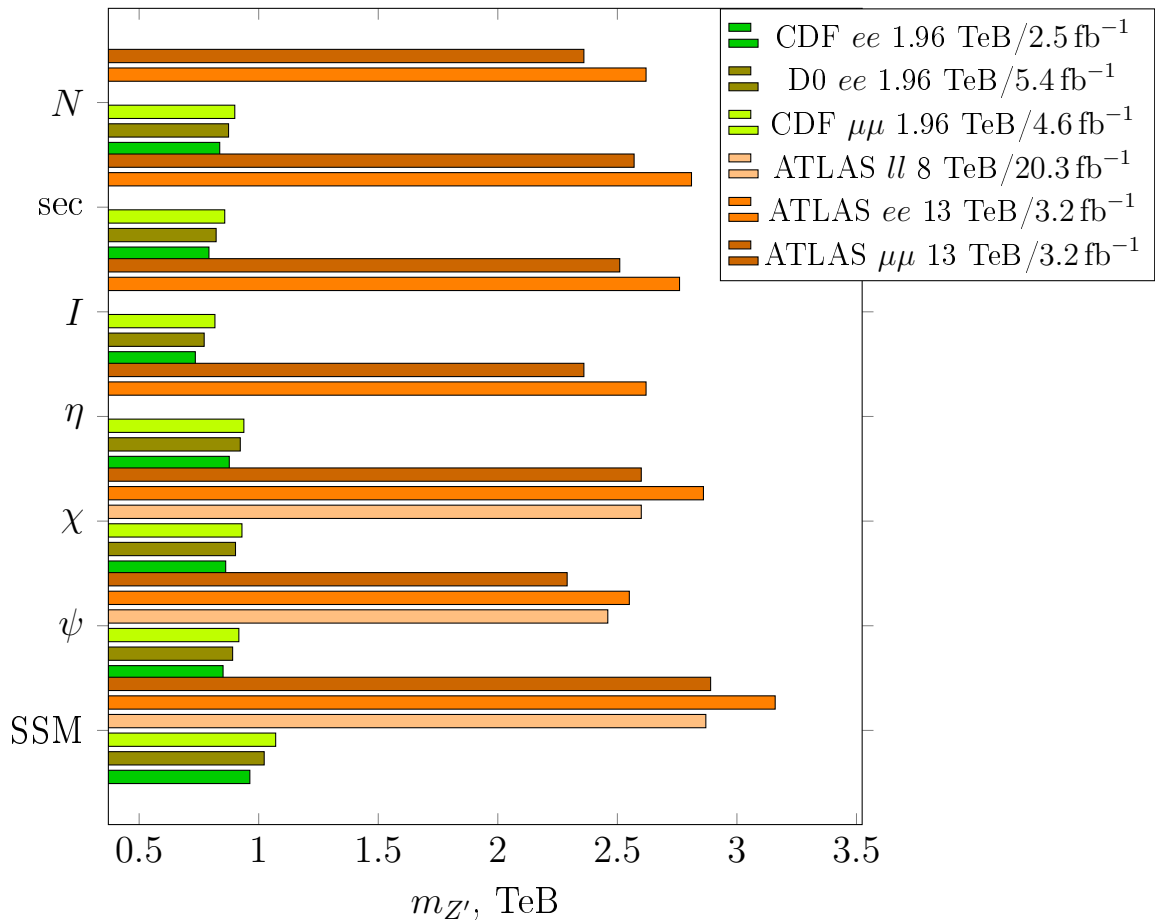


Рис. 1.2. Границя виключення маси Z' бозона на рівні довіри 95% для популярних моделей за результатами пошуків резонансу на гадронних прискорювачах

Якщо ж резонанс не знайдено на фоні систематичних та статистичних похибок, то експериментальні дані обмежують певну комбінацію маси Z' бозона та його констант взаємодії з частинками СМ. Чим слабше взаємодіє Z' бозон, чим важчим він є, тим меншою буде висота резонансу на графіку перерізу розсіювання. Фіксуючи константи взаємодії Z' бозона з частинками СМ (наприклад, у певній моделі Z' бозона), можна знайти найменшу можливу масу Z' бозона, що не протирічить експери-

ментальним спостереженням на тому чи іншому рівні довіри. Така оцінка зветься нижчою границею щодо маси Z' бозона та публікується експериментальними колабораціями. Зокрема, експерименти на прискорювачі Теватрон виключають Z' бозон з переліку популярних моделей з масою легше величини порядку 800 GeV [109–111], а експерименти на прискорювачі LHC обмежують масу Z' бозона знизу величиною порядку 3 TeV [112–114, 142, 143]. Зазначені границі зображено на рис. 1.2 у зручній традиційній формі.

З визначних подій щодо прямих пошуків Z' бозонів можна відмітити дві події. 7 квітня 2011 року колаборація CDF з прискорювача Теватрон повідомила про надлишок подій у протон-антипротонних зіткненнях, які продукують W бозон у супроводі двох гадронних струменів. Це можна інтерпретувати як можливий сигнал Z' бозона. 2 червня 2015 року експеримент ATLAS на колайдері LHC повідомив про сигнал W' бозонів на рівні довіри 3.4 стандартних відхилення, хоча це занадто мало для того, щоб претендувати на офіційне відкриття частинки. Дослідники з експерименту CMS також незалежно повідомили про сигнали, що були зареєстровані колаборацією ATLAS.

1.3.3. Непрямі пошуки Z' бозона

Перейдемо до огляду непрямих пошуків Z' бозона. Непрямі пошуки Z' бозонів проводилися насамперед на електрон-позитронному колайдері CERN LEP. При енергіях поблизу резонансу Z бозона (LEP 1) основний сигнал Z' бозона міг би виникати за рахунок змішування між Z' і Z бозонами. Оскільки експеримент прецизійно вимірював взаємодії Z бозона з леп-

тонами, можна вивести обмеження на параметри Z' бозона в залежності від тієї чи іншої моделі. Зокрема, експеримент LEP 1 оцінив змішування між Z' і Z бозонами на рівні $\theta_0 < 10^{-3}$.

При енергіях поза області резонансу Z бозона (LEP II), шукалися внески віртуального Z' бозона до перерізу розсіювання. Якщо зафіксована модель Z' бозона, єдиним вільним параметром залишається маса нової частинки. Порівнюючи теоретичні розрахунки з результатами спостережень, виводилися нижні припустимі границі для маси Z' бозона. Ці границі на рівні довіри 95% виявилися величинами у кілька сотень GeV для типових моделей. Колаборації LEP застосували перелік популярних моделей Z' бозона й отримали нижні границі для маси Z' бозона на рівні 400-800 GeV [50–54].

Цікавим модельно-незалежним підходом є побудова інтегральних перерізів розсіювання (асиметрії типу «уперед-назад» чи «центр-границя») задля виділення сигналу від проміжного стану з тим чи іншим спіном [103, 115, 116]. У цих підходах сигнал Z' бозона відповідає спіну одиниця та може бути відділений від сигналу скалярної частинки (спін нуль) або гравітонів (спін два).

При фітуванні «спіральної моделі» для відхилень від СМ, що застосовувалась колабораціями LEP [50], квантові числа конкретного віртуального стану, який може відповідати за сигнал, залишаються в основному невідомими. Фітування такого типу засновані на ефективному лагранжіані ферміонних контактних взаємодій. Вони в основному призначені для того, щоб виявити сигнали будь-яких віртуальних станів, що проявляються у певній «спіральній моделі» з однією відмінною від нуля контактною взаємодією (AA-модель, VV-модель і т.ін.). Більш

загальний чотирипараметричний аналіз на основі спіральної моделі контактних взаємодій ферміонів було проведено у роботі [135] з метою описати всі можливі відхилення від СМ. Були отримані допустимі домени в параметричному просторі моделей. Але в цьому аналізі також у принципі неможливо розрізнити конкретний стан, відповідальний за відхилення від СМ.

Очікується, що майбутні експерименти ІЛС, користуючись подібною до CERN LEP методикою пошуків, будуть у змозі детектувати або виключити Z' бозон з масою до 5–10 TeV у залежності від конкретної моделі. Таким чином, така методика буде взаємодоповнювати результати сучасних експериментів на ЛНС, відкриваючи перспективи вимірювання додаткових параметрів Z' бозона.

Інший підхід полягає в пошуку слабких сигналів від Z' бозона в процесах при низьких енергіях, але з дуже прецизійними вимірюванням. Насамперед мова йде про процеси з так званими нейтральними струмами низької енергії (LENC), пов'язаними з проміжними станами Z бозона. Наприклад, для обмеження маси Z' бозона використовуються дані про порушення парності в цезії [117] (але нехтуючи змішуванням між Z і Z' бозонами). Спільний аналіз даних по атомним порушенням парності, непружному розсіюванню нейтрино й розсіюванню нейтрино на електронах [118–120] дозволяє обмежити чотириферміонні взаємодії типу фермієвських, що індуковані при низьких енергіях проміжним станом Z' бозона [107]. Загальний огляд щодо обмежень на параметри Z' бозона з низькоенергетичних прецизійних експериментів можна знайти в роботі [121] та в розділі 10 роботи [122].

Значна кількість даних Теватрон зібрано в околі піку Z бо-

зона при 66–116 ГеВ. При цих енергіях Z' бозон проявляється в першу чергу через $Z - Z'$ змішування, і ідеї для пошуку сигналів додаткових нейтральних калібрувальних бозонів у цій області були висловлені й вивчені раніше [71]. Теоретично, ці ефекти повинні або дозволити виявити Z' сигнал, або обмежити його параметрів шляхом фітування експериментальних даних.

В основному пошуки Z' бозона в експериментах на LEP і експериментах на Теватрон [123] проводилися в модельно-залежному підході. Досліджувався набір деяких популярних моделей і отримано нижні границі щодо маси Z' бозона (див. [50–54] та [121, 124]). Як виявилось, ці нижні границі маси варіюються в широкому інтервалі енергій 400-1800 ГеВ залежно від конкретної моделі. Ці оцінки трохи відрізняються в експериментах на LEP і Теватрон. У цій ситуації становить інтерес модельно-незалежний аналіз, щоб з'ясувати, наскільки репрезентативною є група моделей, що розглядається в літературі.

1.3.4. Використання модельно-незалежних зв'язків між параметрами Z' бозона

Для того, щоб виділити сигнали Z' поза масовою оболонкою (тобто, сигнали від віртуального стану частинки), необхідні відповідні спостережувані, що посилювали б можливий сигнал. Наприклад, такі спроби можна знайти в роботах [107, 125–127]. Поняття «сигнал» зазвичай означає відхилення деякого параметра Z' бозона (константи зв'язку, маси тощо) при обробці даних експерименту від нуля при заданому рівні достовірності. Чим більше число таких параметрів інтерферують у спосте-

режуваний, тим слабші обмеження на параметри виходять у результаті фітування. Таким чином, ключовою проблемою для детектування наявності віртуального стану Z' бозона є скорочення числа невідомих констант зв'язку Z' бозона в спостережуваний, яка використовується для обробки даних. Найбільш статистично ефективний сценарій передбачає однопараметричні спостережувані. Однак, і двопараметричні спостережувані також можуть бути корисними і доволі ефективними. Стратегія побудови спостережуваних, що залежать від одного чи двох параметрів та їх застосування для аналізу даних експериментів, є однією з ключових ідей нашого дослідження [4, 7].

Також зазначимо, що знаковизначена спостережувана (тобто, позитивна чи негативна з точки зору теорії незалежно від параметрів, що підлягають визначенню) є більш інформативною з точки зору статистики. Це зумовлено тим, що вона може як підтвердити гіпотезу про сигнал, так і відкинути гіпотезу, якщо експеримент дає сигнал із неможливим з точки зору теорії знаком. У той самий час, спостережувана з невизначеним знаком може тільки підтвердити сигнал або стверджувати неможливість відрізнити його від фону. Ці властивості щодо статистичної ефективності особливо важливі в разі статистики, яка є не такою багатою, щоб виявити сигнал на високому рівні довіри. Виявлення таких спостережуваних є основним завданням наших досліджень. На щастя, завдяки універсальності аксіально-векторної взаємодії та білінійності перерізу розсіювання відносно констант зв'язку, переріз розсіювання містить принаймні один знаковизначений внесок із квадратом аксіальної константи a^2 . Якщо можливо виділити саме цей внесок у якійсь спостережуваний, побудованій на базі перерізу

розсіювання, то така спостережувана буде найбільш потужною для виявлення сигналу Z' бозона в експерименті. У разі процесів з однаковими лептонами у початковому та кінцевому стані (наприклад, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) або лептонних процесів за наявності універсальності поколінь виникає ще один знаковизначений внесок із квадратом векторної константи. В останньому випадку виникає можливість побудови спостережуваних для окремого вимірювання аксіальної чи векторної константи зв'язку.

На відміну від модельно залежного пошуку Z' бозона, у якому тією чи іншою моделлю фіксуються всі константи взаємодії Z' бозона, а єдиним вільним параметром залишається маса, у нашому аналізі співвідношення (1.11) дають можливість зменшити кількість шуканих параметрів та виміряти константи взаємодії Z' бозона та їх колективні взаємозв'язки, тобто відрізнити цю частинку від фону чи інших можливих сигналів.

У роботах [3, 4, 106] були введені однопараметричні спостережувані та знайдені сигнали (або, точніше, натяки) абелевого Z' бозона на рівні довіри в одне стандартне відхилення для процесу $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ та на рівні довіри в два стандартних відхилення в процесі Баба. Відповідна маса Z' бозона оцінюється в 1–1.2 ТеВ. У разі s -канального процесу, спостережувана була побудована як узагальнений переріз розсіювання вперед-назад. Проте, питання про максимальну статистичну ефективність спостережуваних, призначених для виділення сигналів Z' бозона, було залишено без відповіді. У роботі [7] оновлено результати однопараметричного фітування і повного багатопараметричного фітування даних LEP II для остаточних даних експериментів LEP для колаборацій DELPHI і OPAL [51–54]. Як було показано, неминуче розширення областей довіри в про-

сторі багатьох параметрів компенсується за рахунок розгляду всієї доступної експериментальної інформації. Таким чином, статистичну невизначеність при багатопараметричному фітуванні можна порівняти з попередніми однопараметричними фітуваннями [3,4]. При такому підході стає можливим об'єднаний фіт для всіх лептонів процесів. У роботі [6] проведено аналіз даних експериментів LEP з метою оцінки можливого сигналу кірального Z' бозона.

У роботах [16,19] ми розв'язали питання про посилення сигналу абелевого Z' бозона в інтегральному перерізі розсіювання для анігіляційного лептонного процесу $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Цей процес досить має достатньо просту s -канальну кінематику та забезпечує відмінну можливість протестувати нові ідеї та підходи. Як відомо, диференціальний переріз процесу з проміжним спіном одиниця та безмасовими ферміонами початкового та кінцевого стану є лінійної комбінацією тільки двох поліномів косинуса кута розсіювання. Наприклад, ці поліноми можуть бути виражені через перші три поліноми Лежандра. Поліноми утворюють повну ортогональну систему функцій для будь-якої спостережуваної, побудованої шляхом інтегрування диференціального перерізу. Таким чином, у літературі обмежуються розглядом інтегральних перерізів на основі трьох перших поліномів Лежандра. Звідси виникають так звані «моменти», розглянутих у деталях у роботі [141] в межах проблеми ідентифікації спіну проміжного стану. Якщо в спостережуваній використовуються поліноми Лежандра вищого порядку, то вони, звісно, зникають при інтегруванні перерізу, що веде до певної втрати статистики. Таким чином, звичайно пропонується ігнорувати вищі поліноми при обговоренні інтегральних перерізів для

встановлення властивостей Z' бозона.

Однак, статистична ефективність будь-якої спостережуваної визначається співвідношенням між середнім значенням та дисперсією (ми використовуємо популярні терміни «стандартне відхилення», «статистична невизначеність» або «статистична похибка» для квадратного кореня з дисперсії). При обробці експериментальних даних середнє значення деякого сигналу слід порівняти зі статистичною невизначеністю фону. Сигнал Z' бозона — це невелике відхилення перерізу розсіювання від значення, обчисленого відповідно до СМ, а фон — це внесок СМ з відповідними систематичними і статистичними невизначеностями. У разі гарної якості даних, сигнал нової фізики повинен принаймні не губитися на тлі статистичної невизначеності. Відношення середнього значення сигналу до невизначеності, ймовірно, є найбільш популярною характеристикою потужності сигналу: це так зване число стандартних відхилень (або, на жаргоні, число «сигм» сигналу). Зокрема, рівень у п'ять стандартних відхилень означає «експериментальне відкриття», а рівень в одне-два відхилення — «натяк» на існування ефекту. Відношення «сигнал до невизначеності», будучи популярною оцінкою стратегій для пошуку сигналів нової фізики, чомусь ніколи не використовується в якості безпосереднього критерію оптимізації при розробці спостережуваних. У нашому дослідженні ми пропонуємо спостережувані, засновані саме на максимальному співвідношенні «сигнал до невизначеності», що є важливим доповненням до методів, які обмежуються аналізом виключно середніх значень. Для порівняння середнього значення зі статистичною невизначеністю система перших трьох поліномів Лежандра стає неповною і недостатньою. Оптимальний рецепт інтегрування

перерізу виходить за межі поліномів, будучи деякою гладкою ваговою функцією. Інтегрування диференціального перерізу з ваговою функцією узагальнює ідею повного перерізу, перерізу вперед-назад, перерізу центр-край та ін. ідей, відомих у літературі. Ми вважаємо, що цей метод є цікавою альтернативою для інших популярних стратегій пошуку сигналів Z' бозона в експериментах на лептонних колайдерах.

Ідея спостережуваних у вигляді інтегрального перерізу розсіювання з ваговою функцією розвинута нами в роботах [14, 18] для процесів розсіювання протонів та антипротонів при $\sqrt{S} = 1.96$ TeV. Задля мінімальної кількості невідомих параметрів ми розглядаємо абелевий Z' бозон з його співвідношеннями між константами взаємодій. Спочатку ми досліджуємо загальний випадок Z' бозона з неуніверсальними взаємодіями поколінь ферміонів. У поєднанні з ефектами змішування кварків неуніверсальність може призводити до появи нейтральних струмів, що змінюють покоління. Такі струми мають бути сильно пригніченими відповідно до результатів сучасних експериментів. Однак, обговорення цього питання вимагає визначити повний зміст частинок за межами СМ, а це виходить за рамки звичайних феноменологічних параметризацій. У зв'язку з цим, неуніверсальні взаємодії Z' бозона також є дуже популярним сценарієм для пошуків нової фізики у високо- і низькоенергетичних експериментах (див. посилання в огляді [68]), вмотивованим, зокрема, низкою струнних моделей [128–131]. Універсальність констант взаємодії Z' бозона призводить до іншого (зменшеного) вихідного набору параметрів Z' бозона — цей випадок розглянуто окремо. У результаті ми розв'язуємо проблему про можливість двопараметричних спостережуваних при енергіях, що відпові-

дають піку Z бозона. Ці спостережувані можуть бути використані в якості ключа при нерезонансних пошуках Z' бозона. Фітування даних експерименту є окремою складною проблемою і виходить за рамки нашого дослідження. Відзначимо, що наша методика застосовна як для мінімальної СМ, так і для СМ з двома дублетами Хіггса (THDM).

Більш простою обробкою даних є прямі (резонансні) пошуки Z' бозона. У літературі в зручній формі публікуються верхні межі для перерізу народження Z' бозона в процесі Дрелла-Яна. Звісно, що маса Z' бозона при цьому є фіксованим заздалегідь параметром, отже відповідні результати є масово-залежними. Завдяки співвідношенням між константами взаємодій абелевого Z' бозона можна оцінити векторні та аксіально векторні взаємодії Z' бозона з лептонами та кварками. Це відкриває цікаву перспективу порівняння результатів роботи різних прискорювачів елементарних частинок та виведення найбільш актуальних обмежень для невідомих параметрів Z' бозона. Таке дослідження проведено нами в роботах [11, 17].

1.4. Проблема спонтанного порушення симетрії у фізиці високих енергій

Експериментальне відкриття бозону Хіггса актуалізує питання про механізм генерації мас елементарних частинок та про характер фазових переходів у ранішньому Всесвіті. СМ передбачує виникнення мас частинок за рахунок взаємодії з макроскопічним конденсатом скалярного поля. Такий конденсат заповнює вакуум при низькій температурі та порушує низку симетрій, які потрібні з точки зору теорії для стабільної

поведінки фундаментальних взаємодій при високих енергіях. Таким чином, скалярний сектор СМ та пов'язане з ним спонтанне порушення симетрії визначає певний фазовий перехід у ранішньому Всесвіті (електрослабкий фазовий перехід [145]) та багато аспектів щодо космологічних властивостей Всесвіту в цілому. Зокрема, електрослабкий фазовий перехід першого роду може пояснити виникнення асиметрії між матерією та антиматерією (умови Сахарова стосовно баріогенезу [146]). Це пояснює незмінну увагу до скалярних моделей у квантовій теорії поля протягом понад 40 років та величезну кількість публікацій за цією тематикою.

Моделі з розширеними калібрувальними групами, що містять Z' бозон, також потребують механізми порушення симетрії та генерації важких мас. І, хоча ці питання здаються занадто віддаленими від експериментальної перевірки навіть в умовах прискорювачів наступного покоління, найпопулярнішим варіантом є включення в модель скалярного сектору з взаємодією, що спонтанно порушує симетрію. Отже, властивості спонтанного порушення симетрії в скалярних моделях можуть виявитися корисними в майбутньому для розуміння, які саме варіанти моделей Z' бозона є сумісними з космологією та еволюцією Всесвіту.

Найбільш інтригуюче з точки зору космології питання — це умови, за які спонтанне порушення симетрії відбувається через фазовий перехід першого роду. Чи можливий такий перехід у чистій скалярній моделі? Чи залежить тип переходу від кількості компонент скалярного поля та константи самодії? Ці питання жваво дискутуються в літературі, застосування різних методів призводить до протиріч між висновками різних авторів.

У наших дослідженнях ми приходимо до висновку, що така нібито заплутана картина є наслідком того, що існує залежність типу фазового переходу від константи взаємодії скалярного поля, а, отже, певні методи можуть добре працювати при одних значеннях цього параметру, та хибити при інших.

Дослідження фазового переходу ускладнюються тим, що в околі критичної температури зростає роль непертурбативних ефектів та губиться малий параметр для розвинень, що використовуються при аналітичних розрахунках. У цій ситуації зростає роль комп'ютерного експерименту — чисельного моделювання. Чи не найпопулярнішим комп'ютерним експериментом є метод Монте-Карло в дискретизованому просторі-часі (так звані ґраткові моделі). Однак, ґраткові моделі скалярного поля з порушеною неперервною симетрією стикаються з проблемою частинок Ґолдстоуна. Як відомо, при спонтанному порушенні неперервної симетрії деякі компоненти скалярного поля набувають масу, тоді як решта, що відповідають непорушеній підгрупі, залишаються безмасовими й зветься частинками Ґолдстоуна. При дискретизації простору часу та скінченних розмірах ґратки виникає обрізання в м'якій (інфрачервоній) частині спектру, тому ґратка викривляє ґолдстоунівські моди з великою довжиною хвилі. Якщо важливі непертурбативні ефекти, пов'язані з ґолдстоунівськими модами, будуть загублені, комп'ютерний експеримент призведе до хибного результату. Дискусія щодо реалізації ґолдстоунівських мод на ґратці має довгу історію в літературі.

Окрім квантової теорії поля, моделі скалярного поля зі спонтанним порушенням симетрії розглядаються в інших областях фізики, зокрема, у теорії колективних явищ, квантових точок,

високотемпературної надпровідності й т.ін. Вони часто служать у якості іграшкових моделей для розробки як аналітичних розрахункових схем, так і чисельних методів моделювання для опису широкого класу температурних фазових переходів. Багатокомпонентне скалярне поле з ортогональною симетрією $O(N)$ є популярним вибором для таких досліджень. У літературі в численних публікаціях обговорюються моделі з різним числом компонент N та різною розмірністю простору-часу $D = 2, 3, 4$, використовуються різні методи обчислень, зокрема, метод Монте Карло для моделювання на решітці (див. для огляду [147]-[150]). Найпростіша модель скалярного поля містить одну компоненту, будемо називати її моделлю $O(1)$.

Число компонент $N = 1$ і $N > 1$ відповідають якісно різній фізиці, пов'язаній зі спонтанним порушенням дискретної і безперервної симетрії. Вибір $N = 4$ має безпосереднє відношення до будь-якої СМ з одним скалярним дублетом або до низькоенергетичної феноменології КХД і її фазової структури при скінченній температурі. Число $N = 8$ відповідає стандартній моделі з двома скалярними дублетами, яка є можливим кандидатом для заміни мінімальної СМ. Інші значення N і D також знаходять своє фізичне застосування.

Історія вивчення фазових переходів у скалярних моделях $O(N)$ є дуже довгою (див. [147]-[149]). В аналітичних розрахунках, заснованих на методах теорії збурень, використовуються різні схеми підсумування діаграм Фенмана. Проте, застосування різних методів підсумування призводить до суперечливих результатів про тип фазового переходу. У роботі [152] у результаті застосування певної схеми підсумовування зроблено висновок, що фазовий перехід у моделі $O(N)$ є переходом

другого типу незалежно від величини константи взаємодії. Той же результат був отриманий при використанні ренормгрупового підходу [153]. Навпаки, для випадку моделі $O(1)$ з вкрай слабкою константою зв'язку при застосуванні підсумовування діаграм Фейнмана типу «ромашка», «супер-ромашка» та ін. розвитків цих схем спостерігався фазовий перехід першого роду [151]. Було показано, що різноманітні схеми підсумовування можуть втрачати свій параметр розвинення поблизу температури фазового переходу $T \sim T_c$. Фазовий перехід першого роду також спостерігався в так званому 2PI формалізмі в наближенні подвійного міхура [154].

Розбіжності в аналітичних результатах можна спробувати вирішити шляхом застосування чисельного моделювання методом Монте Карло на решітці. У літературі обговорюються численні результати моделювання методом Монте Карло, які свідчать про наявність у скалярних моделях $O(N)$ фазового переходу другого роду. Таким чином, у даний час загальне переконання полягає в тому, що насправді має місце фазовий перехід другого роду, а аналітичні методи в межах теорії збурень зазнають невдачі в описі цієї проблеми. Однак, є суттєве зауваження, про яке часто забувають: у всіх наявних у літературі моделюваннях методом Монте Карло на решітці використовуються значення константи взаємодії $\lambda \geq 0.01$. Аналітичні результати про фазовий перехід першого роду, заявлені в роботі [151], отримано для дуже слабких констант взаємодії, які ніколи не досліджувалися при моделюванні на решітці. Поняття «надзвичайно слабкої константи взаємодії» передбачає деяку фізичну мотивацію, можливість виникнення деякого нового фізичного явища при зменшенні константи взаємодії. Таке явище відоме

в калібрувальних теоріях зі скалярним полем — це так звана межа Лінде-Вайнберга для маси скалярного поля [156], [157]. Уже багато років тому ці автори показали, що в моделях з негативним квадратом масового параметру в лагранжіані скалярного поля при достатньо малих значеннях константи зв'язку $\lambda \leq \lambda_0$ навіть при нульовій температурі зникає спонтанне порушення симетрії. Хоча фактичне порогове значення λ_0 залежить від масового параметра, що входить до лагранжіану, природно розглядати малі значення константи зв'язку для досягнення межі Лінде-Вайнберга. Фізично ця межа відображає важливу властивість спонтанного порушення симетрії — існування діапазону значень параметрів, у якому в ефективному потенціалі скалярного поля домінує позитивний внесок від радіаційних квантових ефектів замість стандартної ситуації, коли домінує негативна класична частина потенціалу. Можливість існування межі Лінде-Вайнберга λ_0 в області малих констант взаємодії ніколи не обговорювалася в рамках моделювання методом Монте Карло на решітці. Цілком можливе, що так звані «малі» значення $\lambda \sim 0.01$, що зазвичай використовуються при моделюванні, можуть бути набагато більшими ніж межа Лінде-Вайнберга, а, отже, узагальнення висновків про другий тип фазового переходу на довільні значення константи взаємодії є передчасними. У наших дослідженнях ми заповнюємо цю прогалину й відповідаємо на питання про тип фазового переходу в однокомпонентній скалярній моделі в моделюванні методом Монте Карло на решітці для значень константи зв'язку значно нижче ніж ті, що є добре вивченими в літературі.

Добре відомий підхід до визначення типу фазового переходу полягає в дослідженні параметру порядку, який є маркером

порушеної фази. Для фазового переходу першого роду в околі критичної температури можуть виникати перегрітий і переохолоджений метастабільні стани. Перегрітий стан — це впорядкована фаза при температурі вище критичної, а переохолоджений — це неупорядкована (симетрична) фаза при температурі нижче критичної. Ймовірність виникнення того чи іншого метастабільного стану залежить від початкової конфігурації системи. Якщо на початку моделювання взяти впорядковану фазу (холодний старт), то в околі критичної температури будуть домінувати впорядковані конфігурації — стабільні чи метастабільні (перегріті). Проте, якщо моделювання розпочинається з неупорядкованої фази (гарячий старт), то в основному спостерігаються неупорядковані конфігурації — стабільні чи метастабільні (переохолоджені). Оскільки параметр порядку відрізняє впорядковані та неупорядковані стани, то, збираючи до купи статистичні дані для різних стартів, можна побачити гістерезис для фазового переходу першого роду — розшарування температурної залежності параметру порядку на дві гілки. У разі переходу другого роду метастабільні стани не виникають, тому для температурної залежності параметра порядку немає ніякого гістерезису — статистичні дані сформують суцільну лінію. Такий метод був успішно застосований, наприклад, для визначення порядку фазового переходу в ґратковій КХД [158–160].

Цілком природно, що проблема спонтанного порушення симетрії представляє інтерес і для багатокomпонентних моделей скалярного поля — $O(N)$ моделей. Однак, при $N \geq 2$ теорія та практика стають набагато складнішими у порівнянні з однокомпонентною моделлю. Загалом, питання про те, чи відбувається спонтанне порушення безперервної симетрії в багато-

компонентних моделях для різних розмірностей простору-часу $D = 1, 2, 3, 4$, обговорюється в літературі протягом багатьох років. У цьому контексті можемо відзначити й інші пов'язані з цим проблеми — «тривіальність», залежність від числа просторових вимірів, теорему Голдстоуна на решітці й т.ін. Насправді, для дослідження фазового переходу потрібен надійний параметр порядку для ідентифікації фаз. На жаль, конденсат поля у випадку багатьох компонент, стає вектором з випадковим напрямком, отже його надзвичайно складно моделювати та детектувати чисельно. Тут можна відмітити проблему збіжності алгоритмів Монте Карло у разі наявності у системі підсистем, проблему оптимальної міри та інші. Традиційні аналітичні дослідження цієї проблеми на основі ефективного потенціалу можна знайти в [147]- [149].

Розуміючи масштаб проблеми фазового переходу в багатокомпонентній моделі, ми робимо лише певний крок у цьому напрямку й досліджуємо лише саму можливість спонтанного порушення симетрії в моделі $O(4)$ на решітці при нульовій температурі (симетрична решітка) у залежності від величини константи взаємодії λ . Першою основною проблемою є правильне та ефективне врахування голдстоунівських мод. Голдстоунівські моди пов'язані зі спонтанним порушенням безперервної симетрії, тому в однокомпонентній моделі (де симетрія є дискретною) їх взагалі немає. Оскільки голдстоунівські моди відповідають непорушеній підгрупі симетрії та безмасовим частинкам, їх неможливо реалізувати на решітці точно, можна спостерігати лише деякі їх залишки — з обрізаними інфрачервоними та ультрафіолетовими частинами спектра. При цьому виникають складні похибки, які треба узгодити з основним явищем для

спостереження — конденсатом. Для вирішення цієї проблеми, в рамках неперервної теорії ми будуємо ефективну однокомпонентну модель порушеної фази. Для цього розглядаємо поведінку функції розподілу в разі, коли однорідний конденсат скалярного поля утворює фон для квантових флуктуацій. Основна ідея полягає в інтеграції неперервних кутових мод, які стають бозонами Голдстоуна після порушення симетрії, перш ніж переходити до дискретного простору-часу на ґратці. Ми розробляємо загальний підхід до вирішення цієї проблеми, використовуючи сферичні координати у внутрішньому просторі скалярних полів. Інтеграцію можна провести асимптотично — у методі сідлової точки, що, з фізичної точки зору, відповідає квазікласичному наближенню. Таким чином, ми отримуємо ефективну дію для радіального поля (поля Хігґса), за допомогою якої можна дослідити радіаційні поправки до класичного значення конденсату методом Монте Карло на решітці. Якщо при деяких значеннях константи взаємодії радіаційні поправки стають домінантними та знищують радіальну компоненту, то це протирічить гіпотезі про наявність конденсату, отже, спонтанне порушення симетрії зникає. Таким чином ми досліджуємо, яким чином спонтанне порушення симетрії узгоджується (тобто, залежить) від величини константи взаємодії λ .

Іншою проблемою є розробка процедури для моделювання методом Монте Карло на решітці, яка була б ефективною для надзвичайно широкого інтервалу значень константи взаємодії — такий інтервал може охоплювати декілька порядків, а для чисельних алгоритмів це може бути критичною проблемою. Для вирішення цієї проблеми ми знаходимо безрозмірні масштабні незалежні параметри скалярної моделі.

РОЗДІЛ 2

ПОШУК Z' БОЗОНА В АНІГІЛЯЦІЙНИХ ЛЕПТОННИХ ПРОЦЕСАХ

У цьому розділі досліджуються однопараметричні спостережувані для пошуку сигналу абелевого Z' бозона в анігіляційних лептонних процесах. Розглядаються як найбільш прості інтегральні перерізи розсіювання, що узагальнюють перерізи розсіювання вперед-назад, так і загальний випадок інтегральних перерізів із довільною ваговою функцією. Знаходяться вагові функції, що розв'язують задачу про максимальне статистичне посилення однопараметричного сигналу абелевого Z' бозона в анігіляційних лептонних процесах у широкому діапазоні енергій, що покриває як завершені експерименти, так і майбутні. За допомогою уведених спостережуваних аналізуються дані експериментів на лептонному прискорювачі LEP. Встановлюються експериментальні обмеження для констант взаємодії Z' бозона з ферміонами СМ. Оцінюється ефективність запропонованих спостережуваних для майбутнього колайдера ILC.

2.1. Диференціальний переріз розсіювання процесу

$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-$$

Розглянемо анігіляційні лептонні процеси $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ ($l = \mu, \tau$) з неполяризованими ферміонами початкового та кінцевого стану. Для того, щоб ввести спостережувану, яка вибирає сиг-

нал абелевого Z' бозона, ми повинні обчислити диференціальні перерізи розсіювання процесів принаймні з точністю до радіаційних поправок, що відповідають фейнманівським діаграмам з однією петлею. Діаграми Фейнмана можна розділити на два типи. Перший включає до себе діаграми чистої СМ і дає значення перерізу розсіювання згідно з СМ, яке є фоном для спостереження за можливими відхиленнями завдяки існуванню Z' бозона. Очевидно, що СМ має бути оцінена як можна точніше. Таким чином, повинен бути прийнятий до уваги повний набір радіаційних поправок. У термінах діаграм Фейнмана він вміщує масові оператори, вершинні поправки, діаграми-коробки, а також ефекти випромінювання м'яких та жорстких фотонів у початковому та кінцевому стані. При цьому квантова електродинаміка зазвичай враховується з точністю двох та більшої кількості петель. Також, важливе значення для результату має кінематична область дозволена детекторами. Точне скорочення ультрафіолетових та інфрачервоних розбіжностей в інтегралах за імпульсами забезпечується ренормовністю СМ, даючи однозначний скінченний результат. В експериментах над обчисленням перерізів розсіювання працюють великі теоретичні групи дослідників, а відповідні чисельні значення публікуються колабораціями.

У наших дослідженнях для вже реалізованих експериментів (LEP) ми завжди користуємось значеннями СМ, обчисленими колабораціями. Щодо майбутніх експериментів (ILC), ми використовуємо власні оцінки. Виходячи з того, що деякі параметри експериментів, що тільки плануються, є на даний момент невідомими, а наші обчислювальні ресурси є обмеженими, наші систематичні похибки є більшими ніж ті, що можуть виникати у

майбутньому при роботі колаборацій. Ці похибки та їхній вплив на результати нами послідовно враховані. Слід зауважити, що в умовах реального експерименту вони можуть бути зменшені, а якість результатів підвищена.

Стосовно наших оцінок диференціального перерізу розсіювання згідно СМ, враховуються повний набір радіаційних поправок, що відповідає однопетлевим діаграмам Фейнмана, а також випромінювання м'яких та жорстких фотонів. Розрахунки виконані за допомогою добре відомого в літературі програмного забезпечення. Амплітуди розсіювання, ренормування констант СМ та ймовірності кінцевого стану отримані в пакетах *FeynArts* [40, 41], *FormCalc* *LoopTools* [44–46]. Внесок від випромінювання м'яких фотонів виконано аналітично відповідно до роботи [49]. Врахування випромінювання жорстких фотонів відбувається згідно з правилом відбору подій $\sqrt{s'}/s > 0.85$, де s' — кінематична змінна Мандельстама для кінцевого стану пари лептонів. Таке правило відбору застосовувалося в експерименті LEP та є популярним при оцінках диференціального перерізу розсіювання на прискорювачі ILC. Інтегрування за s' у фазовому просторі кінцевих частинок здійснюється чисельно методом Монте Карло. Отримані диференціальні перерізи розсіювання СМ показані на рис. 2.1 та узгоджуються з результатами обчислень, опублікованими, зокрема, в репортах DESY.

Фактичний експеримент може надати додаткові відомості та параметри, такі як більш складна область інтегрування у фазовому просторі кінцевих частинок, фон від інших каналів розсіювання і т. ін. У зв'язку з цим ми вводимо можливі систематичні похибки перерізу розсіювання СМ порядку 2 %, які також показані на рис. 2.1 кольоровими областями. У принципі,

введені систематичні похибки можуть бути зменшені шляхом більш складних обчислювальних засобів. У даній роботі вони дані, щоб оцінити стабільність наших результатів по відношенню до них.

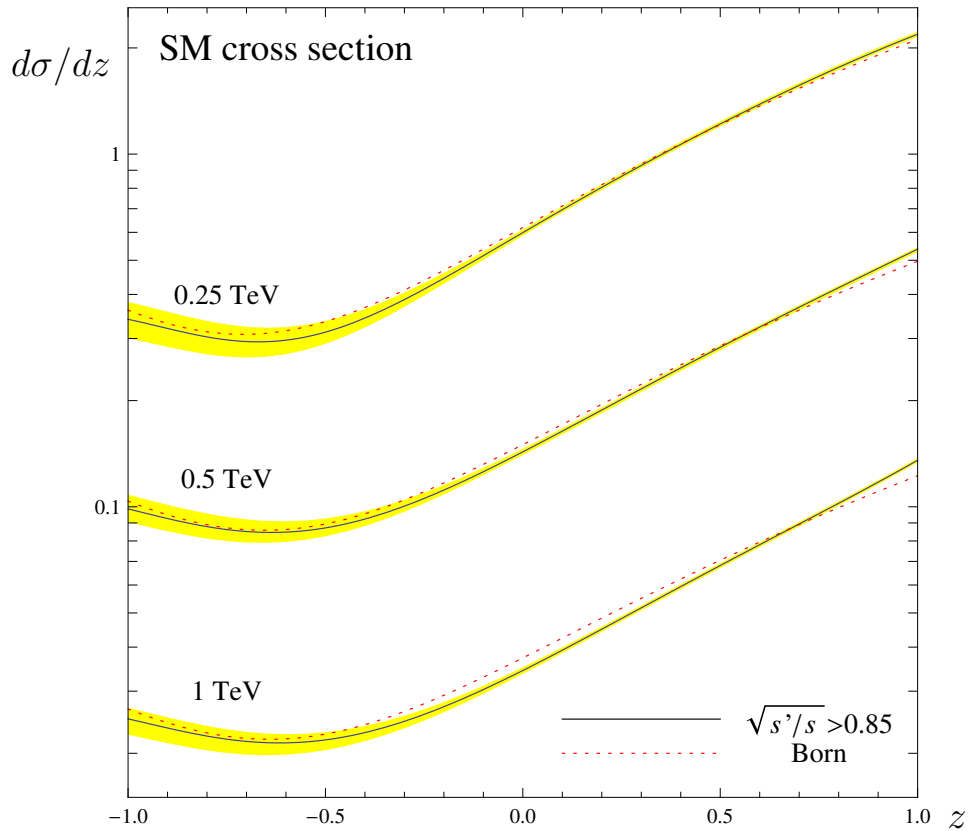


Рис. 2.1. Диференціальний переріз розсіювання згідно СМ при енергії 250, 500 ГеВ та 1 ТеВ (в одиницях pb).

Кольорова область показує можливі систематичні похибки на рівні $\pm 2\%$

Другий клас діаграм Фейнмана включає в себе важкий Z' бозон в якості віртуального стану. Такі графи призводять до малих поправок порядку $s/m_{Z'}^2$ в перерізі розсіювання. Оскільки для опису взаємодій Z' бозона з частинками СМ використовується ефективний низькоенергетичний лагранжіан, а повний склад частинок у теорії при надвисоких енергіях залишається прихованим, потрібно розглядати внески Z' бозона до спостережуваних у границі відщеплення. А саме, ми припускаємо, що

Z' бозон не збуджується всередині петель у діаграмах Фейнмана. Деревний граф $e^+e^- \rightarrow Z' \rightarrow l^+l^-$ визначає основний внесок у переріз розсіювання цього процесу. Щоб оцінити можливий сигнал Z' бозона, достатньо прийняти до уваги лише цю діаграму. Тоді переріз розсіювання включає в себе насамперед інтерференцію амплітуди розсіювання з обміном Z' бозоном та амплітуди розсіювання в межах СМ. Головні радіаційні поправки можна врахувати в поліпшеному борнівському наближенні для амплітуд розсіювання, оскільки така техніка є самоузгодженою та не потребує інформації про взаємодії при надвисоких енергіях для скорочення розбіжностей у повній сукупності інтегралів за імпульсами.

Перейдемо до кількісного опису внесків від віртуальних станів Z' бозона до диференціального перерізу розсіювання процесу $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. У найнижчому порядку за оберненою масою Z' бозона переріз розсіювання відхиляється від його значення в межах СМ на величину

$$\frac{d\sigma}{dz} - \frac{d\sigma^{\text{SM}}}{dz} = \frac{m_Z^2}{4\pi m_{Z'}^2} [F_1 a^2 + F_2 a v_e + F_3 a v_\mu + F_4 v_e v_\mu + \dots], \quad (2.1)$$

де $z = \cos \theta$ — косинус кута розсіяння, а крапками позначені вищі поправки за оберненою масою Z' бозона. Як зазначалося вище, фактори $F_i(\sqrt{s}, z)$ виникають з інтерференції між амплітудою розсіювання згідно з СМ (яка містить обмін віртуальними станами фотона та Z бозона) і амплітудою розсіювання з обміном віртуальним станом Z' бозона. Чисельно амплітуди розсіювання обчислюються з урахуванням радіаційних поправок

від деревних і петльових діаграм Фейнмана в поліпшеному борнівському наближенні. Поліпшене борнівське наближення включає підсумовані згідно з рівнянням Швінгера–Дайсона пропагатори частинок, а також залежність констант взаємодії від енергії. Для врахування додаткових ефектів від радіаційних поправок, що відповідають фейнманівським діаграмам-коробкам, а також випромінювання м'яких і жорстких фотонів у початковому та кінцевому стані, ми додаємо систематичну похибку порядку $\pm 5\%$. Два провідних фактори, що описують сигнал Z' бозона, показані на рис. 2.2, де систематичні похибки зображено затіненими областями навколо ліній.

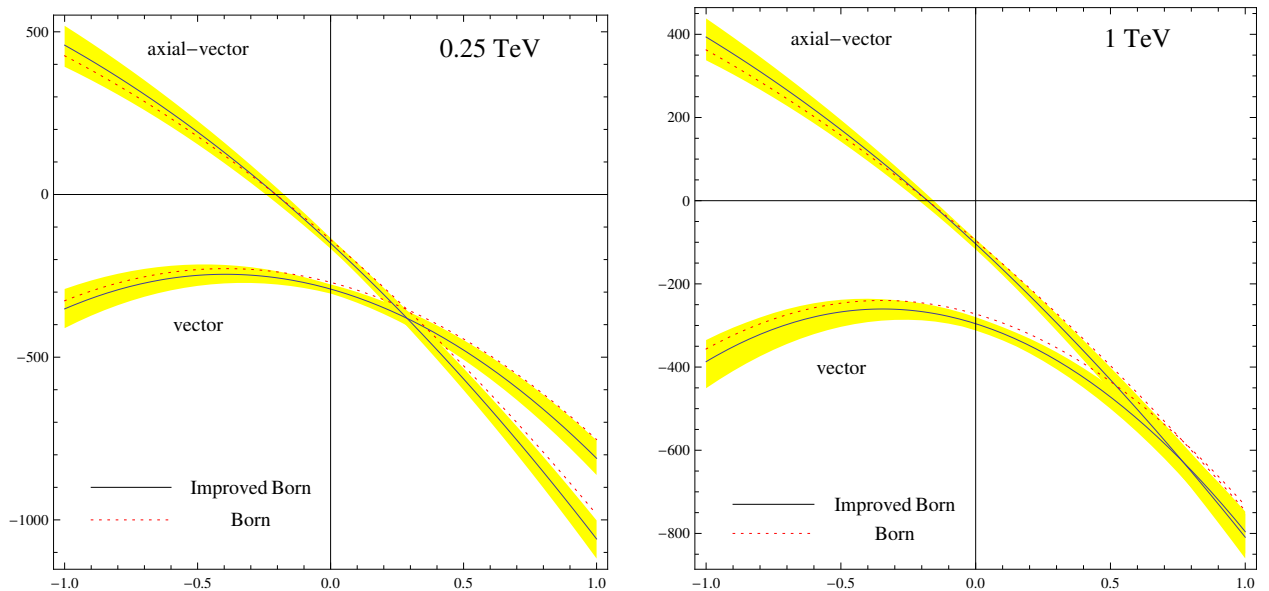


Рис. 2.2. Провідні фактори F_1 (аксіально-векторний) та F_4 (векторний), що описують сигнал Z' бозона, при енергії 250 GeV та 1 TeV (в одиницях pb). Кольорова область показує можливі систематичні похибки на рівні $\pm 5\%$

Рівняння (2.1) описує внесок у диференціальний переріз розсіювання процесу $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ лише від чотирьох ферміонних контактних взаємодій, що відповідають найнижчому порядку за оберненою масою Z' бозона. Якщо взяти до уваги внески вищого порядку за $m_{Z'}^{-2}$, то стає можливим оцінити окремо кон-

тактні взаємодії, індуковані Z' бозоном, та власне масу Z' бозона [132]. У наших дослідженнях ми використовуємо доданки порядку $O(m_{Z'}^{-4})$ лише для аналізу існуючих експериментів LEP, щоб з'ясувати чутливість реальних даних до цієї схеми обробки даних. Записуючи розвинення диференціального перерізу розсіювання за оберненою масою Z' бозона та нехтуючи доданками порядку $O(m_{Z'}^{-6})$, отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_l(s)}{dz} = & \frac{d\sigma_l^{\text{SM}}(s)}{dz} + \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^i [A_{ij}^l(s, z) + B_{ij}^l(s, z)\zeta] x_i x_j \\ & + \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^j \sum_{n=1}^k C_{ijkn}^l(s, z) x_i x_j x_k x_n, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де введено безрозмірні величини

$$\zeta = \frac{m_Z^2}{m_{Z'}^2}, \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (\bar{a}, \bar{v}_e, \bar{v}_\mu, \bar{v}_\tau, \bar{v}_d, \bar{v}_s, \bar{v}_b). \quad (2.3)$$

Оскільки аксіально-векторні взаємодії абелевого Z' бозона є універсальними, ми використовуємо скорочене позначення $\bar{a} = \bar{a}_e$. Коефіцієнти A , B , C визначаються константами взаємодії та масами частинок СМ та можуть біти розраховані чисельно. Кожен з цих коефіцієнтів може включати внески основного порядку теорії збурень — деревних діаграм Фейнмана, радіаційні поправки від діаграм Фейнмана з петлями та ефекти випромінювання жорстких та м'яких фотонів у початковому та кінцевому стані. Фактори A описують нижчий порядок у розвиненні за оберненою масою Z' бозона, тоді як решта відповідає вищим порядкам за $m_{Z'}^{-2}$.

2.2. Однопараметричні узагальнені перерізи розсіювання вперед-назад

2.2.1. Спостережувана та схеми її розрахунку

Для врахування співвідношень між константами взаємодій абелевого Z' бозона (1.6) та побудови спостережуваної з потрібними властивостями ми введемо спостережувану $\mathcal{I}_l(z)$, що визначається як різниця перерізів розсіювання, проінтегрованих у деяких двох діапазонах кута розсіювання θ [3, 107]:

$$\mathcal{I}_l(z) \equiv \int_z^1 \frac{d\sigma_l}{d\cos\theta} d\cos\theta - \int_{-1}^z \frac{d\sigma_l}{d\cos\theta} d\cos\theta, \quad (2.4)$$

де z позначає косинус кута, що розмежовує області простору, у яких переріз інтегрується з протилежними знаками. Така спостережувана узагальнює традиційний переріз розсіювання вперед-назад, що відповідає вибору $z = 0$, і може бути названа узагальненим перерізом розсіювання вперед-назад. Узагальнений переріз вперед-назад є найпростішим інтегральним перерізом розсіювання з одним вільним кінематичним параметром — граничним кутом розсіювання. Ідея введення параметричної z -залежної спостережуваної (2.4) полягає у тому, щоб вибрати значення кінематичного параметра z таким чином, щоб виділити найбільш характерні риси сигналів саме абелевого Z' бозона. Також ця спостережувана є простою в обробці експериментальних даних і суттєво не залежить від групування подій у біни, тобто від дискретизації диференціального перерізу розсіювання в експерименті.

Запишемо спостережувану (2.4) через кіральні взаємодії з урахуванням співвідношень (1.9):

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_l(z) = & \mathcal{I}_l^{\text{SM}}(z) + \frac{\alpha N_f}{8} \frac{g_{Z'}^2}{m_{Z'}^2} \left[F_0^f(z, s) \tilde{Y}_\phi^2 + 2F_1^f(z, s) T_{3f} \tilde{Y}_{L,f} \tilde{Y}_{L,e} \right. \\ & \left. + 2F_2^f(z, s) T_{3f} \tilde{Y}_{L,f} \tilde{Y}_\phi + F_3^f(z, s) \tilde{Y}_{L,e} \tilde{Y}_\phi \right]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Фактори $F_i^f(z, s)$ залежать від типу кінцевого ферміона лише через заряд ферміона $|Q_f|$. В основному наближенні теорії збурень вони обчислюються за допомогою діаграми Фейнмана $e^-e^+ \rightarrow Z' \rightarrow \bar{f}f$, що описує обмін віртуальним Z' бозоном, а також доданками до діаграми $e^-e^+ \rightarrow Z \rightarrow \bar{f}f$ за рахунок змішування між Z та Z' бозонами, яке відхиляє константи взаємодій від їх значень у СМ. При енергіях значно вище маси Z бозона (~ 90 Гев) внески від змішування будуть придушені фактором m_Z^2/s і ними можна знехтувати. Звідси маємо провідне наближення факторів:

$$\begin{aligned} F_0^f(z, s) &= -\frac{4}{3} |Q_f| \left(1 - z - z^2 - \frac{z^3}{3} \right) + O\left(\frac{m_Z^2}{s}\right), \\ F_1^f(z, s) &= \frac{4}{3} [1 - z^2 - |Q_f| (3z + z^3)] + O\left(\frac{m_Z^2}{s}\right), \\ F_2^f(z, s) &= -\frac{2}{3} (1 - z^2) + \frac{2}{9} (3z + z^3) (4|Q_f| - 1) + O\left(\frac{m_Z^2}{s}\right), \\ F_3^f(z, s) &= \frac{2}{3} |Q_f| (1 - 3z - z^2 - z^3) + O\left(\frac{m_Z^2}{s}\right), \end{aligned} \quad (2.6)$$

Звідси можна побачити, що в трьох лептонних факторах ($|Q_f| = 1$) виникає один і тий самий поліном відносно косинусу кута

розсіювання z . Це — фактори F_1^l , F_2^l , F_3^l . Це є характерною рисою лептонних функцій, що виникає завдяки кінематичним властивостям ферміонних струмів і конкретних значень лептонних зарядів у СМ.

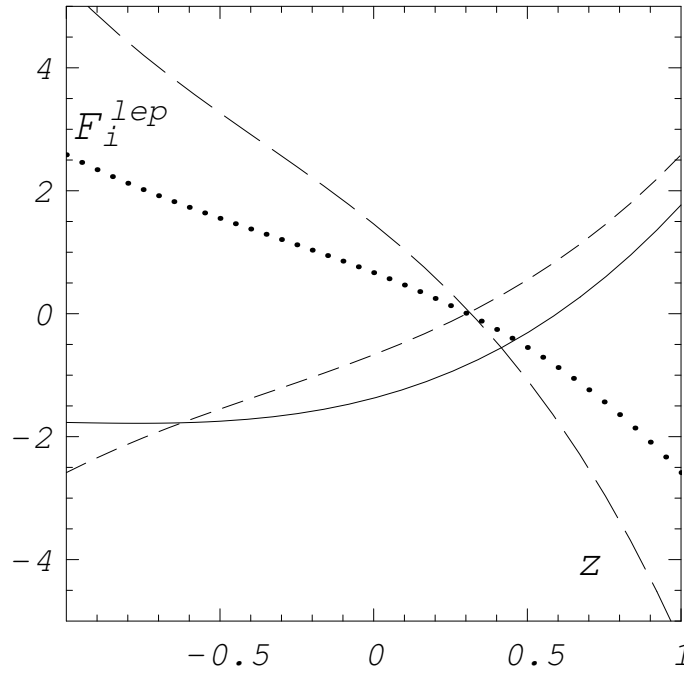


Рис. 2.3. Провідні лептонні фактори F_0 (суцільна лінія), F_1 (довга смужка), F_2 (коротка смужка) та F_3 (крапчаста) при енергії 500 GeV

Таким чином, можна вибрати таке значення $z = z^*$, яке викликає три лептонних множники F_1^l , F_2^l , F_3^l одночасно. Ефект одночасного зникнення трьох факторів при певному значенні z показано на рис. 2.3. Як видно, відповідне значення z^* становить близько 0.3. При виборі цього значення можна спростити рівняння (2.5) і отримати спостережувану з певним знаком, незалежно від значень констант взаємодії Z' бозона, оскільки у спостережуваній лишається комбінація $\tilde{Y}_\phi^2 \sim \bar{a}^2$. Крім того, кваркова функція F_3^q в основному порядку є пропорційною до лептонних факторів і, отже, вимикається теж.

Отже, існує інтервал значень граничного кута розсіювання,

при якому фактори $\tilde{A}_{11}^l$, $\tilde{B}_{11}^l$ і $\tilde{C}_{1111}^l$ при знаковизначених параметрах $\bar{a}^2$, $\bar{a}^2\zeta$ і $\bar{a}^4$ дають більш ніж 95% від спостережуваної величини. Це дає можливість побудови знаковизначеної спостережуваної $\Delta\mathcal{I}_l(z^*) < 0$ за допомогою правильного значення z^* .

Взагалі кажучи, можна вибирати граничний кут z^* у різних схемах. Якщо розглядається лише невелике число чотирьох-ферміонних контактних взаємодій, що виникають за рахунок Z' бозона в деревних фейнманівських діаграмах, можна визначати граничний кут z^* таким чином, щоб скасувати фактор при добутку векторних констант зв'язку. Однак, якщо враховано поправки одної петлі, існує велика кількість додаткових контактних взаємодій. Таким чином, ми повинні визначити деякий кількісний критерій $F(z)$, щоб оцінити внески від факторів з визначеним знаком при тому чи іншому граничному куті z . Максимізуючи цей критерій, можна вивести значення граничного кута z^* , що дає спостережувану певного знаку $\Delta\sigma_l(z^*)$. Оскільки спостережувана лінійна по відношенню до коефіцієнтів A , B і C , ми вводимо такий критерій:

$$F = \frac{|\tilde{A}_{11}| + \omega_B |\tilde{B}_{11}| + \omega_C |\tilde{C}_{1111}|}{\sum_{\text{all } \tilde{A}} |\tilde{A}_{ij}| + \omega_B \sum_{\text{all } \tilde{B}} |\tilde{B}_{ij}| + \omega_C \sum_{\text{all } \tilde{C}} |\tilde{C}_{ijkn}|}, \quad (2.7)$$

де позитивні «ваги» $\omega_B \sim \zeta$ і $\omega_C \sim \epsilon$ враховують порядок кожного члена за оберненою масою Z' бозона. Чисельні значення «ваги» $\omega_B \sim \zeta$ і $\omega_C \sim \epsilon$ можуть бути взяті з сучасних обмежень на ферміонні контактні взаємодії [50]. Як показують обчислення, значення граничного кута z^* з точністю 10^{-3} залежить лише від порядку величини «ваги». Таким чином, надалі ми беремо $\omega_B \sim 4 \times 10^{-3}$ і $\omega_C \sim 4 \times 10^{-5}$.

Таблиця 2.1. Граничний кут z^* та коефіцієнт, що визначає спостережувану $\Delta\mathcal{I}_l(z^*)$ для процесу розсіювання в пари μ

$\sqrt{s}$, GeV	$i \quad \tau$		$\tilde{A}_{11}, \times 10^2$	
	z^*			
	$\mu^+\mu^-$	$\tau^+\tau^-$	$\mu^+\mu^-$	$\tau^+\tau^-$
130	0.450	0.460	-7.29	-6.87
136	0.439	0.442	-7.09	-6.88
161	0.400	0.400	-6.43	-6.25
172	0.390	0.391	-6.19	-6.01
183	0.383	0.385	-5.99	-5.71
189	0.380	0.380	-5.86	-5.68
192	0.380	0.380	-5.79	-5.62
196	0.380	0.379	-5.71	-5.54
200	0.378	0.378	-5.64	-5.47
202	0.376	0.377	-5.60	-5.43
205	0.374	0.374	-5.55	-5.48
207	0.372	0.372	-5.52	-5.44

Функція $z^*(s)$ є спадною функцією енергії у системі центру мас. Вона табульована для енергій LEP II в таблиці 2.1. Відповідні значення максимізованого критерію F знаходяться в межах інтервалу $0.95 < F < 0.96$.

Оскільки $\tilde{A}_{11}^l(s, z^*) < 0$, $\tilde{B}_{11}^l(s, z^*) < 0$ і $\tilde{C}_{1111}^l(s, z^*) < 0$, спостережувана

$$\Delta\mathcal{I}_l(z^*) = [\tilde{A}_{11}^l(s, z^*) + \zeta \tilde{B}_{11}^l(s, z^*)] \bar{a}^2 + \tilde{C}_{1111}^l(s, z^*) \bar{a}^4 \quad (2.8)$$

є негативною з точністю 4–5%. Така властивість впливає зі співвідношень (1.11) для абелевого Z' бозона, тому знак спостережуваної $\Delta\mathcal{I}_l(z^*)$ є необхідною ознакою абелевого Z' бозона

та вибирає модельно-незалежний сигнал цієї частки у процесах $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$. Також ця спостережувана дозволяє використовувати дані з розсіювання електрон-позитронної пари в пари $\mu\mu$ та $\tau\tau$, щоб оцінити константу взаємодії абелевого Z' бозона з аксіально-векторними струмами лептонів.

Хоча спостережувана може бути обчислена з диференціальних перерізів розсіювання безпосередньо, її також можна перерахувати з певною точністю з повних перерізів розсіювання і асиметрії вперед-назад. Таке непряме обчислення додає деяку систематичну похибку, але тим не менш для результатів експериментів на прискорювачі LEP це дозволяє зменшити похибку експерименту для спостережуваної, оскільки опубліковані дані по повних перерізах і асиметріях вперед-назад є більш точними ніж дані по диференціальних перерізах розсіювання.

Непряме обчислення спостережуваної ґрунтується на тому, що диференціальний переріз розсіювання може бути апроксимований з хорошою точністю двома поліномами від косинуса кута розсіяння z :

$$\frac{d\sigma_l(s)}{dz} = \frac{d\sigma_l^{\text{SM}}(s)}{dz} + (1 + z^2)\beta_l + z\eta_l + \delta_l(z), \quad (2.9)$$

де $\delta_l(z)$ вимірює різницю між точним і наближеним перерізом розсіювання. Коефіцієнти β_l та η_l визначаються через повний переріз розсіювання

$$\sigma_l^{\text{T}} = \sigma_l^{\text{T,SM}} + 8\beta_l/3$$

та асиметрію вперед назад

$$A_l^{\text{FB}} \sigma_l^{\text{T}} = A_l^{\text{FB,SM}} \sigma_l^{\text{T,SM}} + \eta_l.$$

Апроксимований переріз відтворює точний результат у границі безмасових лептонів у початковому та кінцевому стані реакції, а також якщо знехтувати внеском фейнманівських діаграм-коробок в амплітуду розсіювання. Детальний аналіз цього питання надано в роботі [3], де було показано, що теоретична (систематична) похибка є на порядок менше ніж відповідна статистична невизначеність для спостережуваної. Таким чином, запропоноване наближення є цілком добрим і може бути з успіхом використано для отримання більш точних експериментальних значень спостережуваної.

2.2.2. Обробка даних експериментів LEP II

Для пошуку модельно незалежних сигналів абелевого Z' бозона проведемо статистичний аналіз узагальненого перерізу вперед-назад $\Delta\sigma_l(z^*)$, що визначається рівнянням (2.8), виходячи з даних, зібраних в експериментах на прискорювачі LEP II. У нижчому порядку за оберненою масою Z' бозона ця спостережувана залежить від одного невідомого параметру $\bar{a}^2$, який до того ж не залежить від покоління ферміонів у кінцевому стані:

$$\Delta\sigma_l^{\text{th}}(z^*) = \tilde{A}_{11}^l(s, z^*) \bar{a}^2 + \tilde{C}_{1111}^l(s, z^*) \bar{a}^4. \quad (2.10)$$

Щодо експериментальних значень, спостережувана може бути обчислена як у процесі з мюонами в кінцевому стані, $\Delta\sigma_\mu(z^*)$,

так і в процесі з тау-лептонами, $\Delta\sigma_\tau(z^*)$. Як було зазначено вище, певний знак отриманої статистичної оцінки для параметру $\bar{a}^2$ ($\bar{a}^2 > 0$) є необхідною умовою для сигналу абелевого Z' бозона. Отже, спостережувана може як підтвердити сигнал, так і спростувати гіпотезу існування частинки.

У подальших статистичних розрахунках ми застосовуємо добре відомий у математичній статистиці метод обробки даних, що ґрунтується на понятті функції правдоподібності. Функція правдоподібності $\mathcal{L}(\bar{a}^2)$ за визначенням є густиною ймовірності отримати ті чи інші значення спостережуваних в експерименті, обчисленою для фактично отриманих експериментальних значень. При цьому невідомі теоретичні параметри залишаються вільними аргументами. Таким чином, ця функція має зміст густини ймовірності фактичного експерименту відносно тих чи інших значень невідомих теоретичних параметрів, у нашому випадку — параметру $\bar{a}^2$. Оскільки експериментальні дані можна вважати нормально розподіленими, функція правдоподібності записується через відому у статистиці функцію χ^2 ,

$$\mathcal{L}(\bar{a}^2) \propto \exp[-\chi^2(\bar{a}^2)/2], \quad (2.11)$$

$$\chi^2(\bar{a}^2) = \sum_n \frac{[\Delta\sigma_{\mu,n}^{\text{ex}}(z^*) - \Delta\sigma_\mu^{\text{th}}(z^*)]^2}{\delta\sigma_{\mu,n}^{\text{ex}}(z^*)^2}, \quad (2.12)$$

де сума пробігає по всіх експериментальних значеннях для спостережуваної, що містяться в обраному для обробки набору даних. Після підстановки експериментальних значень ця функція залежить лише від невідомого параметру Z' бозона $\bar{a}^2$. Оцінка максимальної правдоподібності (центральне значення) для

параметру $\bar{a}^2$ відповідає максимуму функції правдоподібності, тобто мінімуму функції χ^2 . Метод функції правдоподібності дозволяє також сформулювати і інтервальні статистичні оцінки.

Замість безрозмірної константи взаємодії Z' бозона в літературі часто використовуються так звані енергетичні масштаби взаємодії (наприклад, [50]), насамперед одnobічний нижчий масштаб виключення гіпотези про існування Z' бозона. Щоб порівнювати наші результати з літературою, позначимо енергетичний масштаб взаємодії Z' бозона як

$$\Lambda^2 = 4m_Z^2 \bar{a}^{-2}. \quad (2.13)$$

Зокрема, таке нормування прийняте в [50].

Насправді, оцінка значення контактної взаємодії $\bar{a}^2$ за експериментальними даними визначається головним чином доданком провідного порядку в розвиненні за оберненою масою Z' бозона в рівнянні (2.8). Врахування внесків вищих порядків дозволяє оцінити обмеження на масу Z' бозона саму по собі. Підставляючи оцінку максимальної правдоподібності для $\bar{a}^2$ у спостережувану (2.8), отримуємо вираз

$$\Delta\sigma_l(z^*) = [\tilde{A}_{11}^l(s, z^*) + \zeta \tilde{B}_{11}^l(s, z^*)] \bar{a}_{\text{fitted}}^2 + \tilde{C}_{1111}^l(s, z^*) \bar{a}_{\text{fitted}}^4, \quad (2.14)$$

який залежить від параметру $\zeta = m_Z^2/m_{Z'}^2$. Далі для цього параметра можна отримати експериментальні оцінки — значення максимальної правдоподібності та інтервал рівня довіри 1σ —

такими самими статистичними методами, які були описані для обробки даних з метою дослідження константи взаємодії $\bar{a}^2$.

Для отримання експериментальних оцінок параметрів $\bar{a}^2$ та ζ ми виходимо з комбінованих за всіма колабораціями даних експериментів LEP II для повних перерізів розсіювання та асиметрій вперед-назад для кожної з наявних енергій зіткнень [50]. Відповідні значення спостережуваної $\Delta\sigma_l(z^*)$ та статистичні й систематичні невизначеності $\delta\sigma_l(z^*)$ розраховуються з цих даних за допомогою наступних співвідношень:

$$\Delta\sigma_l(z^*) = \left[A_l^{\text{FB}} (1 - z^{*2}) - \frac{z^*}{4} (3 + z^{*2}) \right] \Delta\sigma_l^{\text{T}} + (1 - z^{*2}) \sigma_l^{\text{T,SM}} \Delta A_l^{\text{FB}}, \quad (2.15)$$

$$\delta\sigma_l(z^*)^2 = \left[A_l^{\text{FB}} (1 - z^{*2}) - \frac{z^*}{4} (3 + z^{*2}) \right]^2 (\delta\sigma_l^{\text{T}})^2 + \left[(1 - z^{*2}) \sigma_l^{\text{T,SM}} \right]^2 (\delta A_l^{\text{FB}})^2. \quad (2.16)$$

які є застосуванням формули середнього значення та дисперсії суми незалежних випадкових величин до рівняння (2.9).

За допомогою узагальнених перерізів розсіювання вперед-назад ми провели обробку декількох наборів експериментальних даних:

- дані лише для процесу розсіювання $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$;
- дані лише для процесу розсіювання $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$;
- дані для процесів $\mu\mu$ і $\tau\tau$ разом (комбінований аналіз).

Результати обробки даних представлені в таблиці 2.2. Як видно, дані для процесу $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, які є більш точними,

показують натяк на сигнал Z' бозона на рівні довіри 1σ . Якщо припустити, що константа взаємодії Z' бозона з електронами $\tilde{\alpha} = \tilde{g}^2/4\pi$ приймає значення порядку аналогічних констант для електромагнітної та слабкої взаємодії, тобто лежить в інтервалі 0.01–0.02, то значення максимальної правдоподібності такого сигналу могло б відповідати абелевому Z' бозону з масою порядку 1.2–1.5 TeV. З іншого боку, дані для процесу $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ не показують сигналів Z' бозона. Комбінована обробка обох анігіляційних процесів дає слабкий натяк на сигнал Z' бозона на рівні довіри нижче 1σ .

Таблиця 2.2. Результати обробки експериментальних даних LEP II (повні перерізи розсіювання та асиметрії вперед-назад) для анігіляційних лептонних процесів: контактна взаємодія $\bar{a}^2$ з її невизначеністю на рівні довіри 68%, нижня границя на енергетичний масштаб взаємодії Z' бозона на рівні довіри 95%, ймовірність сигналу Z'

бозона P та відношення мас $\zeta = m_Z^2/m_{Z'}^2$				
Data set	$\bar{a}^2, \times 10^{-5}$	Λ, TeV	P	$\zeta, \times 10^{-2}$
$\mu\mu$	$3.66^{+4.89}_{-4.86}$	16.4	0.77	0.9 ± 27.8
$\tau\tau$	$-2.66^{+6.43}_{-6.39}$	17.4	0.34	-0.1 ± 50.1
$\mu\mu$ and $\tau\tau$	$1.33^{+3.89}_{-3.87}$	19.7	0.63	1.7 ± 60.9

Отримані експериментальні оцінки для відношення мас ζ характеризуються значною похибкою, що пояснюється тим, що ця величина входить до спостережуваних лише в наступному за провідним порядку в розвиненні за $m_{Z'}^{-2}$. Дані для процесу $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ дають значення максимальної правдоподібності, яке відповідає масі $m_{Z'} \simeq 1.1 \text{ TeV}$.

Ми також здійснили окрему обробку експериментальних даних на основі прямого розрахунку спостережуваної безпосеред-

ньо з наявних диференціальних перерізів розсіювання. Диференціальні перерізи розсіювання опубліковано не для всіх енергій та колаборацій (див. табл. 2.3), тому цей набір даних має меншу статистичну значущість порівняно з непрямым розрахунком спостережуваних, обговореним вище.

Таблиця 2.3. Диференціальні перерізи розсіювання, використані для обробки експериментальних даних на основі прямого розрахунку спостережуваної. Фінальні та попередні дані позначені відповідно літерами F та P

$\sqrt{s}$, GeV	ALEPH	DELPHI	L3	OPAL
130				F
136				F
161				F
172				F
183		F	F	F
189	P	F	F	F
192	P	P		P
196	P	P		P
200	P	P		P
202	P	P		P
205	P	P		P
207	P	P		P

У цілому, експериментальні невизначеності для випадку диференціальних перерізів розсіювання є на один порядок більшими, ніж відповідні похибки для результатів на основі повних перерізів розсіювання та асиметрій вперед-назад (див. табл. 2.4). Обробка диференціальних перерізів підвищує значення контактної взаємодії $\bar{a}^2$. Що стосується більш точних даних для процесу розсіювання $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, три з чотирьох колабора-

цій LEP II демонструють позитивні значення $\bar{a}^2$. Комбінована обробка даних усіх колаборацій також дає позитивне значення $\bar{a}^2$, яке залишається практично незмінним при включенні даних для процесу $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$.

Таблиця 2.4. Експериментальні оцінки контактної взаємодії $\bar{a}^2$, $\times 10^{-5}$ з невизначеністю на рівні довіри 68%, отримані в результаті прямої обробки даних LEP II для диференціальних перерізів розсіювання для анігіляційних лептонних процесів

	μ data	τ data	μ and τ data
ALEPH	14^{+68}_{-69}	-7^{+120}_{-120}	9^{+59}_{-60}
DELPHI	-10^{+70}_{-70}	0^{+140}_{-140}	-8^{+62}_{-63}
L3	13^{+43}_{-43}	24^{+53}_{-54}	18^{+33}_{-33}
OPAL	28^{+74}_{-75}	-17^{+120}_{-120}	15^{+63}_{-63}
Combined	12^{+28}_{-30}	12^{+43}_{-43}	12^{+24}_{-24}

2.3. Оптимальні спостережувані для посилення сигналу Z' бозона

2.3.1. Визначення оптимальної спостережуваної

Внесок Z' бозона в диференціальний переріз розсіювання (2.1) містить два головних доданки, пропорційні до a^2 і $v_e v_\mu$. Відповідні фактори $F_i(\sqrt{s}, z)$ є функціями енергії і кута розсіювання. Ми можемо використовувати кутове інтегрування для того, щоб зробити один фактор відносно малим у порівнянні з іншим. Насправді, це означає, що ми будемо будувати деякий інтегральний переріз розсіювання з певними властивостями.

Взагалі кажучи, інтегральні перерізи розсіювання добре відомі в літературі. Найпопулярніші схеми інтегрування ґрунтуються на основі підсумовування бінів з рівною вагою та, можливо, протилежними знаками. Мотивацією цих схем є рівноцінність різних бінів за звичайної відсутності заздалегідь визначених кінематичних та статистичних властивостей інтегрального перерізу. В якості прикладів можна згадати повний переріз розсіювання, переріз розсіювання вперед-назад, переріз розсіювання центр-край і т.ін. Однак, рівна вага бінів - це лише один з можливих варіантів інтегрування. Найбільш загальна схема інтегрування може бути задана ваговою функцією $p(z)$:

$$\mathcal{I} = \int_{-1}^1 dz p(z) \frac{d\sigma}{dz}. \quad (2.17)$$

У цих позначеннях популярні перерізи розсіювання, згадані вище, відповідають деяким ступінчастим ваговим функціям. Для порівняння різних вагових функцій та їх відносної ефективності ми обираємо нормування, яке буде визначене нижче.

Сигнал Z' бозона визначається як відхилення перерізу розсіювання від значення SM , яка грає роль відомого фонового процесу, у наших позначеннях це $\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}}$. Існування Z' бозона призведе до ненульового значення цієї різниці на певному статистичному рівні довіри, а виміряне значення сигналу буде статистичною оцінкою параметрів Z' бозона.

Оцінимо статистичну невизначеність $\delta\mathcal{I}$ для величини (2.17), що спостерігається в експерименті. Експеримент реєструє події, що групуються в біни відносно кута розсіювання. Біни визначаються геометрією та технічною реалізацією детекторів, а та-

кож програмою первинної обробки подій. Нехай N_i буде числом фактичних подій в i -му біні, а сам бін має розмір dz_i . Фактичне число подій N_i є випадковим, що належить до розподілу Пуассона. Згідно з властивостями розподілу Пуассона, це означає, що середнє значення подій $\mathbf{M}[N_i]$ збігається з дисперсією числа подій $\mathbf{D}[N_i]$,

$$\mathbf{D}[N_i] = \mathbf{M}[N_i]. \quad (2.18)$$

Кількість подій у біні може бути оцінена за допомогою диференціального перерізу розсіювання та інтегральної світності $\mathcal{L}$ експерименту,

$$N_i = \mathcal{L} \frac{d\sigma_i}{dz_i} dz_i. \quad (2.19)$$

Рівняння (2.18) та (2.19) дають зв'язок між середнім значенням і дисперсією виміряного диференціального перерізу розсіювання:

$$\mathbf{D} \left[\frac{d\sigma_i}{dz_i} \right] = \frac{\mathbf{D}[N_i]}{\mathcal{L}^2 dz_i^2} = \frac{1}{\mathcal{L} dz_i} \mathbf{M} \left[\frac{d\sigma_i}{dz_i} \right]. \quad (2.20)$$

Отримане співвідношення є добрим практичним наближенням для розрахунку статистичної похибки перерізу розсіювання в реальних дослідах, яка визначається як

$$\frac{\delta\sigma}{dz} = \sqrt{\mathbf{D} \left[\frac{d\sigma}{dz} \right]}.$$

Для цього слід замінити невідоме середнє значення в правій стороні на фактичне виміряне значення або його оцінку. Наприклад, ми можемо легко перевірити, що рівняння (2.20) дає якісну оцінку для існуючих даних з експериментів LEP .

Якщо диференціальні перерізи розсіювання в бінах підсумовуються з вагою p_i , то за формулою для дисперсії суми незалежних величин

$$\mathbf{D} \left[\sum_i p_i \frac{d\sigma_i}{dz_i} dz_i \right] = \sum_i p_i^2 dz_i^2 \mathbf{D} \left[\frac{d\sigma_i}{dz_i} \right] = \sum_i \frac{p_i^2}{\mathcal{L}} \mathbf{M} \left[\frac{d\sigma_i}{dz_i} \right] dz_i. \quad (2.21)$$

Нарешті, для зручності подальшого аналізу, останнє рівняння можна записати в інтегральній формі

$$\mathbf{D} [\mathcal{I}] \simeq \int_{-1}^1 dz \frac{p^2(z)}{\mathcal{L}} \frac{d\sigma}{dz}, \quad (2.22)$$

де середнє значення в правій частині замінено фактичним виміряним значенням.

У загальному випадку, диференціальний переріз розсіювання під інтегралом містить як вклади від СМ, так і від Z' бозона. Однак, відхилення від СМ вважаються малими на рівні декількох відсотків від СМ. Тому з метою значного спрощення обчислень можна підставити замість перерізу розсіювання лише його частину від СМ. У результаті, статистична невизначеність спостережуваної є наступною:

$$\delta\mathcal{I} \simeq \sqrt{\frac{1}{\mathcal{L}} \int_{-1}^1 dz p^2(z) \frac{d\sigma^{\text{SM}}}{dz}}. \quad (2.23)$$

При енергіях сучасних експериментів з надвисокими енергіями масами лептонів можна нехтувати. У випадку безмасових ферміонів, диференціальний переріз процесу розсіювання $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ з проміжними векторними бозонами може бути описаний лише трьома першими поліномами Лежандра (P_0 , P_1 , and P_2). Насправді, поліноми P_0 і P_2 входять до перерізу розсіювання в комбінації $1 + z^2$, так що повна ортогональна система функцій (гільбертовий простір) для диференціального перерізу розсіювання може бути утворена двома многочленами. Сигнал Z' бозона $\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}}$ також належить до цього гільбертового простору. Таким чином, тільки два поліноми виживають у ваговій функції p у спостережуваній (2.17), якщо мова йде про лінійні операції з диференціальним перерізом. Це є передумовою того, що при роботі з середніми значеннями лінійних спостережуваних зазвичай використовують повний переріз розсіювання та асиметрію вперед-назад, не втрачаючи загальності. Однак, два поліноми не є повною системою функцій для вагової функції p , якщо для визначення p враховуються як середнє значення спостережуваної, так і її статистична невизначеність. Математична причина в тому, що статистична похибка (2.23) містить квадрат вагової функції і є нелінійною на відміну від середнього значення, що обчислюється за лінійною формулою (2.17). У результаті, яким би не було число поліномів, що ми намагаємося використовувати для визначення вагової функції p в (2.17), у статистичній похибці (2.23) виникають додаткові поліноми за

рахунок квадрату вагової функції, і немає жодних причин для виключення цих додаткових поліномів у самій ваговій функції (2.17). У загальному випадку, питання про оптимальне співвідношення між сигналом Z' бозона $\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}}$ та його статистичною невизначеністю $\delta\mathcal{I}$ не може бути вирішено в межах скінченної системи поліномів. Поліноми більш високого порядку можуть бути додані до вагової функції, і, скорочуючи якусь частину диференціального перерізу розсіювання в середньому значенні спостережуваної за рахунок ортогональності, вони тим не менш можуть підсилити виміряне значення по відношенню до статистичної невизначеності, зменшуючи вагу бінів з великими статистичними похибками.

У подальшому ми зацікавлені побудувати спостережувану, яка якомога більше підсилює сигнал Z' бозона на фоні СМ. Ця мета може бути досягнута за рахунок максимізації відношення середнього значення сигналу до статистичної невизначеності відповідної спостережуваної (співвідношення сигнал-невизначеність):

$$\begin{aligned} \text{abs} \left(\frac{\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}}}{\delta\mathcal{I}} \right) &\rightarrow \max, \\ \mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}} &= \int_{-1}^1 dz p(z) \left(\frac{d\sigma}{dz} - \frac{d\sigma^{\text{SM}}}{dz} \right), \\ \delta\mathcal{I} &= \sqrt{\frac{1}{\mathcal{L}} \int_{-1}^1 dz p^2(z) \frac{d\sigma^{\text{SM}}}{dz}}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

де в процедурі оптимізації передбачається варіювання вагової функції. Тобто, мова йде про максимум функціонала.

Як було зазначено вище, внесок Z' бозона до диференціаль-

ного перерізу розсіювання (2.1) в основному наближенні є двох-параметричним,

$$\frac{d\sigma}{dz} - \frac{d\sigma^{\text{SM}}}{dz} \simeq \frac{m_Z^2}{4\pi m_{Z'}^2} [F_1(z)a^2 + F_4(z)v_e v_\mu]. \quad (2.25)$$

Застосовуючи відповідні вагові функції $p_a(z)$ або $p_v(z)$, ми можемо придушити один з факторів $F_i(z)$ і отримати однопараметричні сигнали Z' бозона

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_a - \mathcal{I}_a^{\text{SM}} &= \frac{a^2 m_Z^2}{4\pi m_{Z'}^2} \int_{-1}^1 dz p_a(z) F_1(z), \\ \mathcal{I}_v - \mathcal{I}_v^{\text{SM}} &= \frac{v_e v_\mu m_Z^2}{4\pi m_{Z'}^2} \int_{-1}^1 dz p_v(z) F_4(z). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Як видно, у разі однопараметричних спостережуваних константи взаємодії Z' бозона a та $v_{e,\mu}$ у виразі $\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}}$ факторизуються, а результат оптимізації стає незалежним від конкретних значень цих невідомих констант.

Фактично, ми маємо справу з умовною оптимізацією. Перш за все, треба прийняти до уваги нормування вагової функції, оскільки цільовий функціонал (2.24) очевидно інваріантний щодо зміни масштабу вагової функції. Ми вибираємо стандартне для простору Гільберта нормування для функцій, що квадратично інтегруються,

$$\int_{-1}^1 dz p^2(z) = 1. \quad (2.27)$$

По-друге, вагова функція обирається таким чином, щоб при-
 брати усі фактори в диференціальному перерізі розсіювання
 (2.1) окрім одного. Розглянемо фактор F_1 як приклад. Най-
 більш загальна схема враховує як внески провідних факторів
 $F_{1,4}$, так і малі фактори $F_{2,3}$ у виразі (2.1). Звичайно, два й
 більше факторів не можуть бути інтегровані в точний нуль за
 допомогою однієї вагової функції. Але ми можемо мінімізува-
 ти сукупний відносний внесок факторів $F_{2,3,4}$ по відношенню до
 фактора F_1 , який виділяється:

$$\delta_{\text{syst}} = \frac{\sum_{i=2}^4 \text{abs} \left(\int_{-1}^1 dz p(z) F_i(\sqrt{s}, z) \right)}{\sum_{i=1}^4 \text{abs} \left(\int_{-1}^1 dz p(z) F_i(\sqrt{s}, z) \right)} \rightarrow \min. \quad (2.28)$$

Значення цього відношення в його мінімумі відіграє роль си-
 стематичної відносної похибки δ_{syst} , що виникає при виділенні
 однопараметричного сигналу при побудові спостережуваної.

Рівняння (2.28) не визначає унікальну вагову функцію, во-
 но визначає деякий підпростір у гільбертовому просторі мож-
 ливих вагових функцій $p(z)$. Це ясно видно з того, що умова
 (2.28) не змінюється, якщо до вагової функції $p(z)$ додається
 довільна функція, яка ортогональна до усіх факторів $F_{1,2,3,4}$.
 Як вже було сказано, всі фактори $F_{1,2,3,4}$ належать до одного
 й того ж підпростору гільбертова простору, що утворюється
 двома ортогональними поліномами. Таким чином, умова (2.28)
 визначає деякий напрям у цьому двовимірному гільбертовому
 підпросторі.

Варто зауважити, що умову (2.28) можна істотно спростити,

якщо знехтувати малими факторами $F_{2,3}$. У цьому випадку, ми отримаємо наступне рівняння для визначення напрямку в двовимірному гільбертовому підпросторі, що відповідає факторам $F_{1,2,3,4}$:

$$\int_{-1}^1 dz p(z) F_4(\sqrt{s}, z) = 0. \quad (2.29)$$

Це рівняння може бути використане в якості спрощеної альтернативи для умови (2.28). Воно також дозволяє знайти гарну стартову точку для чисельної оптимізації загального функціоналу (2.28). На практиці обидві умови (2.29) і (2.28) призводять до дуже близьких чисельних результатів, які неможливо розрізнити на графіках.

У разі вибору доданку векторними константами зв'язку $v_e v_\mu$, фактори F_1 і F_4 у формулах (2.28), (2.29) міняються ролями. У результаті, слід звести до мінімуму відношення

$$\delta_{\text{syst}} = \frac{\sum_{i=1}^3 \text{abs} \left(\int_{-1}^1 dz p(z) F_i(\sqrt{s}, z) \right)}{\sum_{i=1}^4 \text{abs} \left(\int_{-1}^1 dz p(z) F_i(\sqrt{s}, z) \right)} \rightarrow \min. \quad (2.30)$$

Оптимізація цільового функціонала (2.24) з обмеженнями (2.27) і (2.28) повинна однозначно встановити вагову функцію $p(z)$ для найбільшого посилення сигналу Z' бозона в процесі розсіювання $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$, що розглядається.

2.3.2. Кінематика й поліноміальний базис у гільбертовому просторі

Кінематика анігіляційного процесу $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ є відносно простою. Через відсутність нейтральних струмів зі зміною покоління ферміонів, у цьому процесі немає віртуальних бозонів у t -каналі реакції. Крім того, всі лептони можна розглядати як безмасові частинки при енергіях таких експериментів як ILC. Це призводить до відомої двох-поліноміальної структури всіх факторів у диференціальному перерізі розсіювання:

$$F_i(\sqrt{s}, z) = A_i(\sqrt{s})p_1(z) + B_i(\sqrt{s})p_2(z), \quad (2.31)$$

де $p_1 \sim z$, $p_2 \sim (1+z^2)$ — непарний та парний поліноми від косинуса кута розсіювання. У зв'язку з цим, зручно використати ортогональні поліноми в якості базису в гільбертовому просторі, що містить всі можливі вагові функції для інтегрування перерізу розсіювання. Взагалі кажучи, оптимальні вагові функції не є поліномами, і ми могли б використати будь-який функціональний базис для чисельних розрахунків. Однак, саме поліноміальний базис, що враховує кінематику процесу, є для нас найбільш ефективним засобом обчислень, що забезпечує швидку збіжність до результату. Тому ми обираємо поліноми p_1 і p_2 в якості перших двох елементів ортогональної системи функцій, а наступні елементи-поліноми впорядковуємо за найвищим степенем, застосовуючи стандартний алгоритм побудови ортонормованого базису.

Ми визначаємо ортогональні нормовані поліноми стандартним чином:

$$\int_{-1}^1 dz p_i(z) p_j(z) = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (2.32)$$

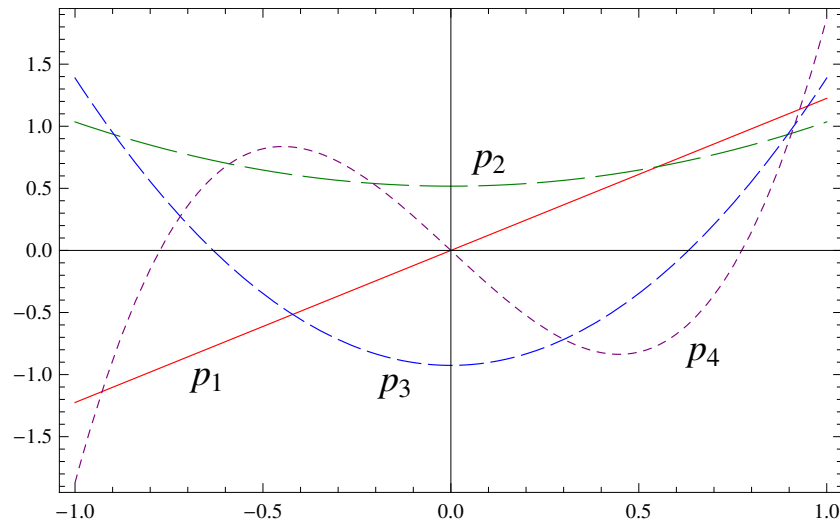


Рис. 2.4. Ортогональні поліноми, що використовуються як базис у гільбертовому просторі вагових функцій

Далі, виходячи з визначення (2.32), ми можемо легко побудувати повний набір поліномів, починаючи від p_1 і p_2 і підвищуючи найбільший степінь полінома:

$$\begin{aligned} p_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}}z, \\ p_2 &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{14}}(z^2 + 1), \\ p_3 &= \sqrt{\frac{3}{14}}(5z^2 - 2), \\ p_4 &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{7}{2}}(5z^3 - 3z), \\ p_5 &= \frac{3}{8\sqrt{2}}(35z^4 - 30z^2 + 3), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_6 &= \frac{1}{8} \sqrt{\frac{11}{2}} (63z^5 - 70z^3 + 15z), \\
p_7 &= \frac{5}{16} \sqrt{\frac{13}{2}} \left(-\frac{231}{5} z^6 + 63z^4 - 21z^2 + 1 \right), \\
p_8 &= -\frac{1}{16} \sqrt{\frac{15}{2}} (429z^7 - 693z^5 + 315z^3 - 35z), \quad \dots (2.33)
\end{aligned}$$

Перші чотири поліноми зображено на рис. 2.4. Перший поліном відповідає перерізу розсіювання вперед-назад, другий поліном пов'язаний з повним перерізом розсіювання, третій можна інтерпретувати як переріз «центр-границя» і т.д.

Вагова функція $p(z)$ може бути розвинута за базисом p_i :

$$p(z) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i p_i(z). \quad (2.34)$$

Тоді умова нормування (2.27) приймає вигляд

$$\sum_{i=1}^{\infty} c_i^2 = 1. \quad (2.35)$$

Насправді, ортогональні поліноми використовуються лише як інструмент розрахунку для виконання оптимізації функціоналу (2.24), щоб знайти найбільш ефективну вагову функцію. Зручний «природний» базис допомагає нам отримати результати в найбільш швидкий і простий спосіб. Відзначимо також, що ми можемо легко оновити наш базис для будь-якого симетричного відрізка кутів розсіювання $[-z_{\max}, z_{\max}]$, щоб прийняти до уваги фактичні кутові границі в експериментах.

2.3.3. Оптимальна спостережувана для аксіально-векторної взаємодії

Знайдемо оптимальну спостережувану для аксіально-векторної взаємодії, тобто виділимо фактор у перерізі розсіювання, пов'язаний з a^2 . Для цього максимізуємо співвідношення сигналу до статистичної невизначеності та знайдемо вагову функцію p . Чисельно, для цього треба знайти коефіцієнти у поліноміальному розвиненні (2.34). Таким чином, ми побудуємо найефективнішу однопараметричну знаковизначену спостережувану.

Оскільки внески Z' бозона в диференціальному перерізі описуються двома поліномами $p_{1,2}$, ми використовуємо певний фіксований напрямок у функціональному підпросторі на основі $p_{1,2}$ для того, щоб придушити непотрібний фактор F_4 . Цей напрямок можна задати відношенням

$$k = c_2/c_1. \quad (2.36)$$

Виділення внеску фактора F_1 здійснюється за допомогою мінімізації (2.28). Чисельний аналіз показує, що відповідна відносна вага фактору F_1 досягає приблизно 0,98. Отже, систематична похибка сигналу складає до 2% його значення і є цілком прийнятною для задачі про існування сигналу в експерименті. Отриманий напрямок у гільбертовому просторі наведено в таблиці 2.5.

Окрім умови виділення потрібного фактора, існує додаткова умова нормування (2.35), що дозволяє визначити один з коефіцієнтів розвинення вагової функції за поліномами через інші коефіцієнти. Наприклад,

$$c_1 = \sqrt{\frac{1 - c_3^2 - c_4^2 - \dots}{1 + k^2}}. \quad (2.37)$$

Таким чином, два коефіцієнта c_1, c_2 явно виражаються через решту коефіцієнтів. У результаті, для того, щоб знайти максимум цільового функціонала (2.24), необхідно варіювати $c_3, c_4, \dots$

Таблиця 2.5. Напрямок $k = c_2/c_1$ у гільбертовому просторі, що відповідає виділенню аксіально-векторної взаємодії a^2 або векторної взаємодії $v_e v_\mu$ для енергій різних експериментів

$\sqrt{s}$, TeV	експериментів	
	k	
	аксіальна	векторна
LEP		
0.130	-0.567	-1.258
0.136	-0.524	-1.362
0.161	-0.425	-1.678
0.172	-0.402	-1.775
0.183	-0.385	-1.856
0.189	-0.377	-1.894
0.192	-0.374	-1.912
0.196	-0.369	-1.934
0.200	-0.365	-1.955
0.202	-0.363	-1.965
0.205	-0.361	-1.980
0.207	-0.359	-1.989
ILC		
0.250	-0.334	-2.139
0.500	-0.300	-2.384
1.000	-0.292	-2.445

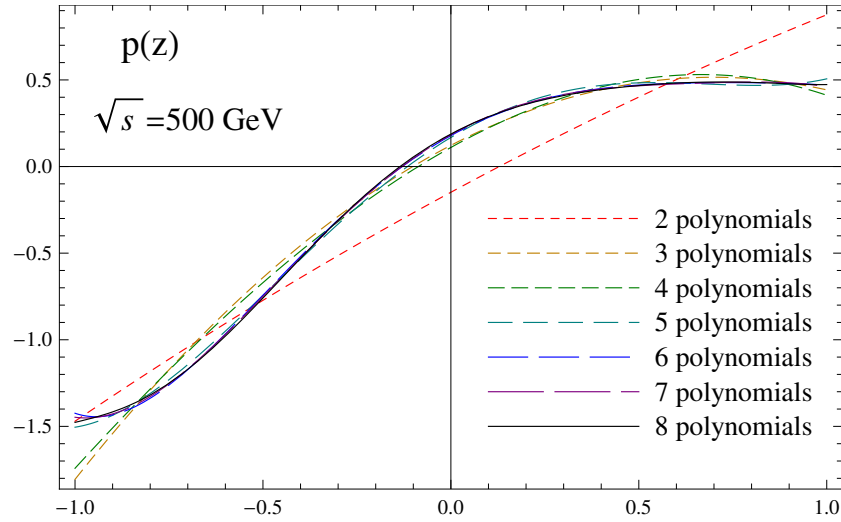


Рис. 2.5. Обчислення оптимальної вагової функції для аксіально-векторної взаємодії при $\sqrt{s} = 500$ GeV крок за кроком

На рис. 2.5 реалізовано оптимізацію співвідношення сигналу до статистичної невизначеності для енергії $\sqrt{s} = 500$ GeV крок за кроком. Збільшуючи кількість поліномів у розвиненні вагової функції, ми можемо спостерігати наближення до певної асимптотики $p(z)$. Ми можемо оцінити відносну точність досягнутого результату, порівнюючи вагові функції на поточному попередньому кроках:

$$\eta = \sqrt{\int_{-1}^1 dz (p_{\text{current}} - p_{\text{previous}})^2}. \quad (2.38)$$

Використовуючи вісім поліномів у якості базису, ми знайшли, що відносна точність $\eta < 0.01$ для всіх розглянутих енергій, тобто є нижчою за систематичну похибку за рахунок виділення одного з факторів (2%). Результати оптимізації наведені в таблиці 2.6. Чисельне значення відношення сигналу до статистичної невизначеності (R_a) визначається наступним чином:

$$\text{abs} \left(\frac{\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}}}{\delta \mathcal{I}} \right) = \frac{a^2 m_Z^2 \sqrt{\mathcal{L}} R_a}{4\pi m_{Z'}^2}. \quad (2.39)$$

Таблиця 2.6. Результати оптимізації вагової функції для виділення аксіально-векторної (a^2) чи векторних ($v_e v_\mu$) констант взаємодій Z' бозона для енергій експериментів

ILC.						
	axial-vector			vector		
$\sqrt{s}$, TeV	0.25	0.5	1	0.25	0.5	1
c_1	0.901	0.916	0.918	-0.422	-0.385	-0.376
c_2	-0.301	-0.274	-0.268	0.903	0.918	0.920
c_3	-0.292	-0.272	-0.269	-0.053	-0.090	-0.105
c_4	-0.035	-0.064	-0.075	0.022	0.019	0.018
c_5	0.096	0.088	0.085	-0.042	-0.030	-0.026
c_6	-0.036	-0.021	-0.016	0.013	0.006	0.003
c_7	0.007	0.011	0.013	-0.007	-0.005	-0.004
c_8	-0.011	-0.008	-0.008	0.006	0.003	0.003
$R_{a,v}, \times 10^4 \text{fb}^{1/2}$	2.13	3.48	6.72	2.00	4.02	8.19

Фізичний зміст отриманої спостережуваної може бути описаний як переріз вперед-назад з гладкою ступінчастою функцією, яка близька до зміщеного гіперболічного тангенса. Біни розсіювання вперед беремо з приблизно однаковою вагою, тоді як вага бінів розсіювання назад збільшується при наближенні до границі $z \rightarrow -1$.

На рис. 2.6 та 2.7 зображено, як оптимальна вагова функція залежить від енергії зіткнення частинок відповідно для експерименту ILC та для енергій експериментів LEP. Як видно, результат є стабільним для різних енергій ILC. Насправді, ми

можемо використовувати майже ту ж саму функцію для енергій між 0.2 і 1 TeV. Лише при енергії зіткнень менше 180 GeV починає посилюватися вага області розсіювання назад ($z \simeq 1$).

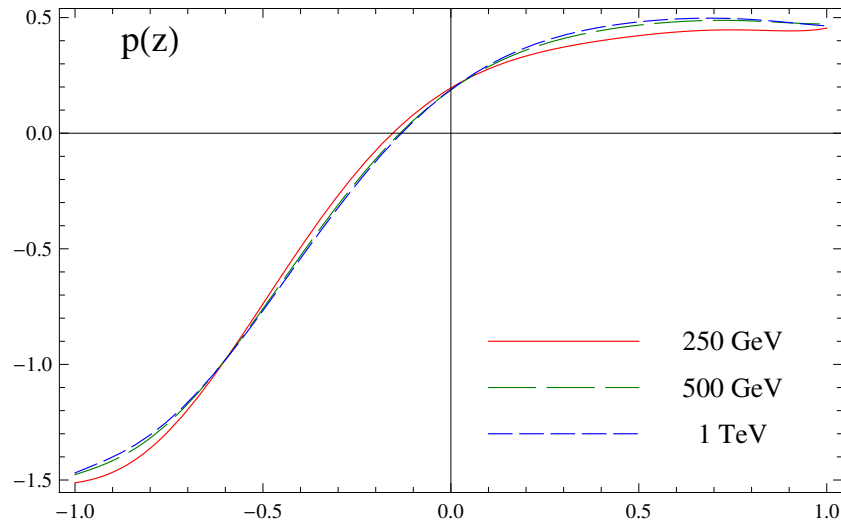


Рис. 2.6. Оптимальні вагові функції для виділення аксіально-векторної взаємодії a^2 для різних енергій експериментів ILC

2.3.4. Оптимальна спостережувана для векторної взаємодії

Спостережувана для виділення векторної взаємодії $v_e v_\mu$ може бути побудована подібно до спостережуваної, описаної в попередньому пункті для аксіально-векторної взаємодії. Єдина відмінність полягає у використанні умови (2.30) для виділення фактору в диференціальному перерізі розсіювання замість (2.28). Ця умова дає інший напрямок k у двовимірному підпросторі гільбертова простору вагових функцій. Отриманий напрямок у гільбертовому просторі наведено в таблиці 2.5.

Результати оптимізації цільового функціоналу наведені в таблиці 2.6. Числове значення відношення сигналу до статистичної

невизначеності (R_v) визначається наступним чином:

$$\text{abs} \left(\frac{\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}}}{\delta \mathcal{I}} \right) = \frac{v_e v_\mu m_Z^2 \sqrt{\mathcal{L}} R_v}{4\pi m_{Z'}^2}. \quad (2.40)$$

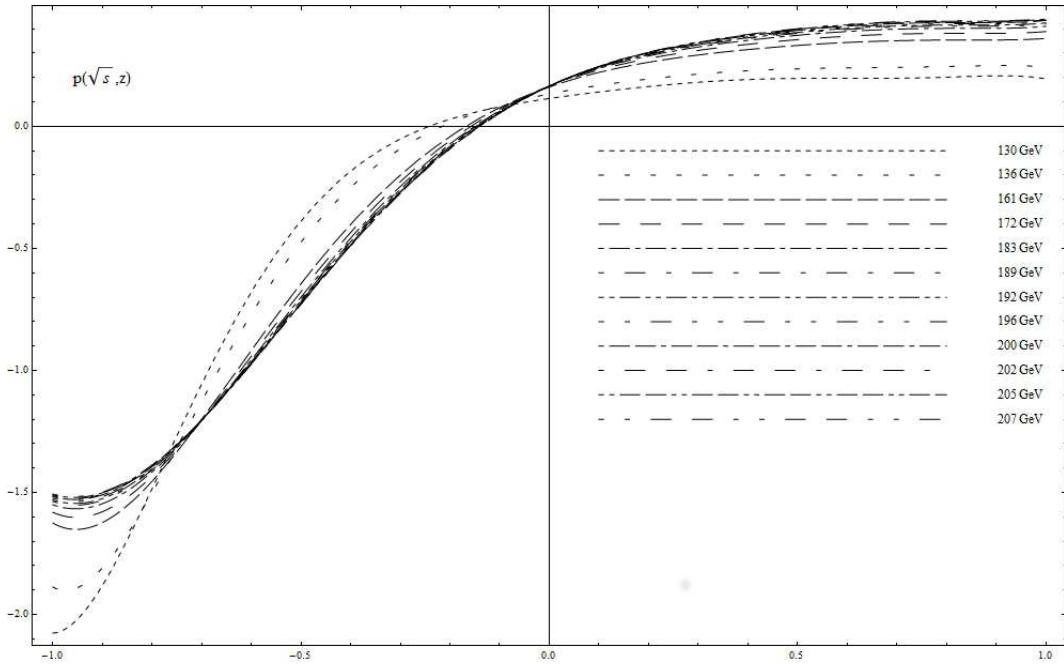


Рис. 2.7. Оптимальні вагові функції для виділення аксіально-векторної взаємодії a^2 для різних енергій експериментів LEP

Вагові функції для інтегрування перерізу розсіювання зображено на рис. 2.8 для експерименту ILC та на рис. 2.9 для енергій експериментів LEP. Як можна побачити, вони також є гладкими ступінчастими функціями подібно до випадку аксіально-векторної взаємодії. Однак, тепер усі кути розсіювання інтегруються з одним і тим же знаком. Біни розсіювання вперед беремо з приблизно однаковою вагою, у той час як вага бінів розсіювання назад збільшується при наближенні до границі $z \rightarrow -1$. Таким чином, спостережувана для векторної взаємодії може

бути охарактеризована як переріз зі збільшеною вагою розсіювання назад. Вагова функція є стабільною для різних енергій експериментів ILC та LEP. Вага області розсіювання назад ($z \simeq 1$) монотонно посилюється зі зменшенням енергії зіткнень. В умовах експерименту ILC при енергіях більше 500 GeV можна користуватися практично одною ваговою функцією.

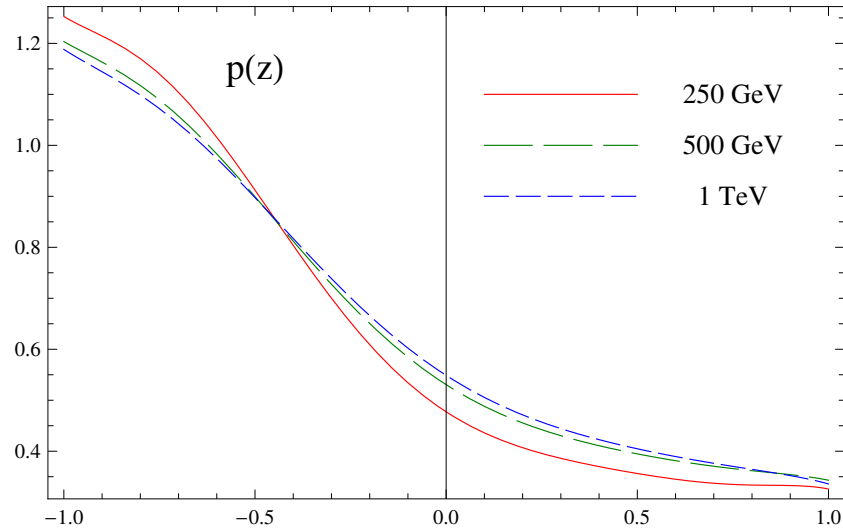


Рис. 2.8. Оптимальні вагові функції для виділення векторної взаємодії $\nu_e \nu_\mu$ для різних енергій експериментів ILC

На рис. 2.10 ми показуємо роль можливих систематичних похибок у перерізах розсіювання, використаних у нашому аналізі. Затемнені області виникають із систематичних похибок на фактори F_i , які в нашому аналізі беруться порядку 5%, а також від систематичних похибок порядку 2% при наших обчисленнях перерізу розсіювання СМ. Необхідність враховувати похибку СМ додатково до похибки факторів виникає тому, що вона входить до розрахунку статистичної невизначеності спостережуваних. Як видно, вагові функції є стійкими по відношенню до систематичних похибок. У принципі, систематичні похибки можуть бути істотно зменшені в майбутніх обробках даних завдяки більш точному врахуванню параметрів і налаштувань фактич-

них детекторів, а також більш точним теоретичним обчисленням. Враховані величини систематичних похибок є достатньо великими і використовуються саме для попередніх оцінок при плануванні експериментів. Обчислювальні ресурси реального експерименту дозволяють врахувати багато з поправок, якими ми нехтуємо, відносячи їх до систематичної похибки.

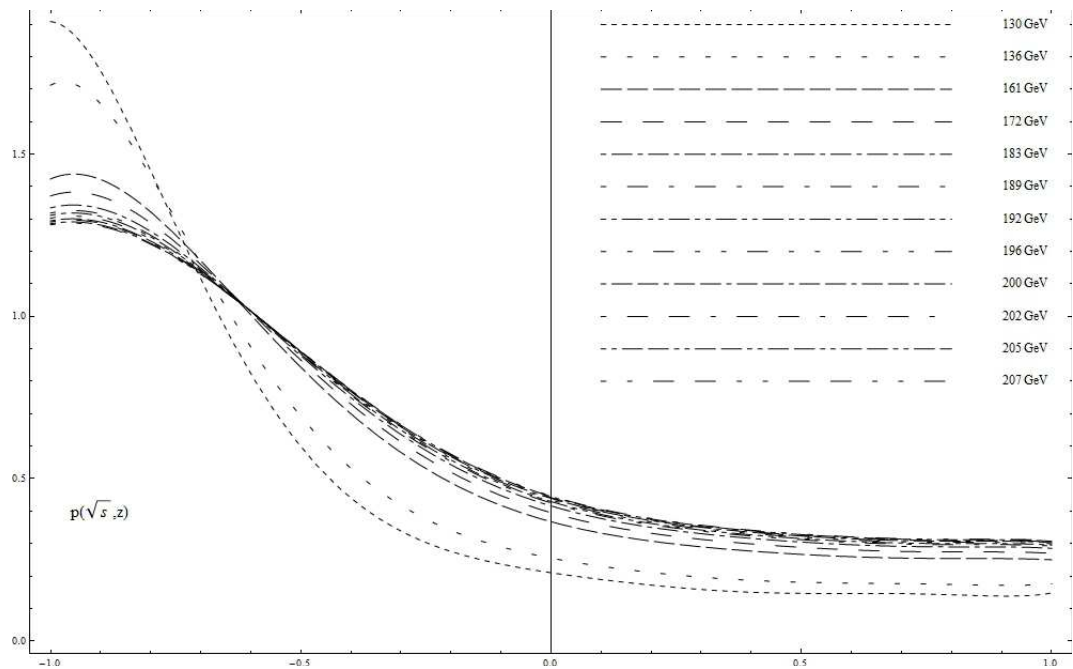


Рис. 2.9. Оптимальні вагові функції для виділення векторної взаємодії $v_e v_\mu$ для різних енергій експериментів LEP

2.3.5. Оптимальні спостережувані в умовах експериментів LEP II

Історія експериментів LEP показує, що анігіляційні лептонні процеси є особливо чутливими до сигналів нових нейтральних частинок поза межами СМ. У попередніх пунктах нами були розроблені найпростіші спеціальні спостережувані, щоб виділити ймовірні сигнали абелевого Z' бозона в процесах $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$

або $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$. Ці спостережувані побудовані як узагальнені перерізи розсіювання вперед-назад. На жаль, статистика, зібрана прискорювачем LEP, не настільки багата, щоб виявити чіткі сигнали нових важких частинок. Так, ми знайшли лише натяк на сигнал Z' бозона, що відповідає рівню довіри в одне стандартне відхилення (68%). Цікаво переглянути результати обробки даних експериментів LEP за допомогою щойно введених оптимальних спостережуваних з найбільшою чутливістю до сигналу Z' бозона. Це дозволить також оцінити переваги оптимальних спостережуваних відносно попередніх схем обробки даних.

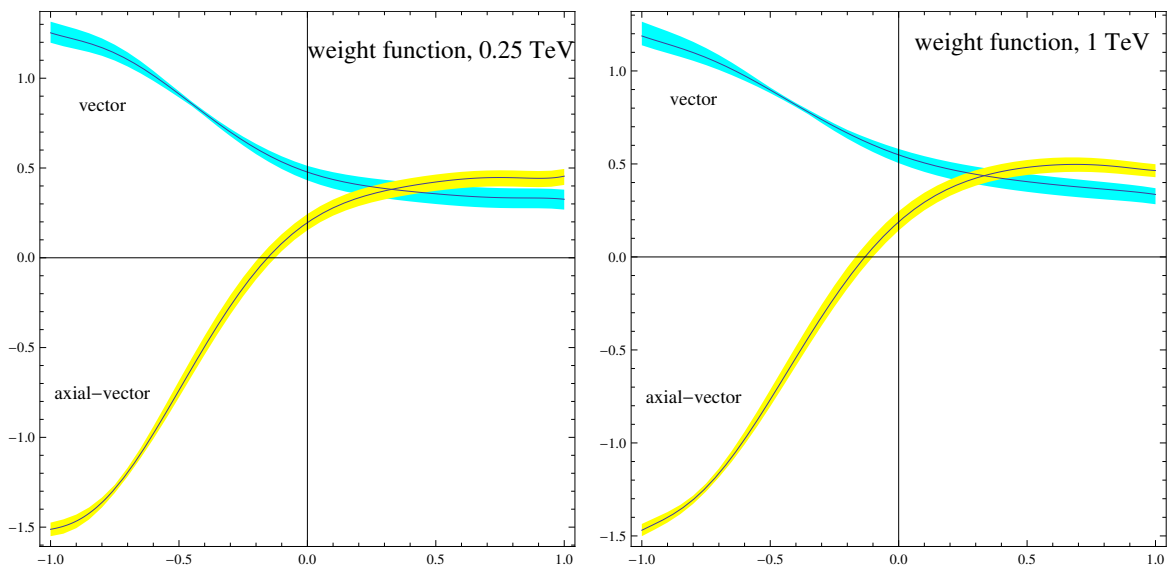


Рис. 2.10. Вплив можливих систематичних похибок на вагові функції при $\sqrt{s} = 250, 1000$ GeV

Обробка даних здійснюється стандартним чином подібно до випадку узагальненого перерізу вперед-назад, використовуючи функцію χ^2 для об'єднання різних енергій разом. По-перше, ми обчислюємо середні значення та статистичні невизначеності оптимальних спостережуваних при різних енергіях, виходячи з даних для з диференціальних перерізів розсіювання, опублікованих колабораціями LEP [51, 54]. Розділивши значення спосте-

режуваної на розрахований чисельний коефіцієнт, обчислюємо експериментальну оцінку для аксіально-векторної або векторної взаємодії Z' бозона, a^2 або $v_e v_\mu$. Таким чином, ми отримуємо по 21 значення для кожного типу спостережуваних. Після цього, ми обробляємо всі ці дані за допомогою стандартної методики на основі функції χ^2 , отримуючи середні значення та невизначеності констант взаємодії Z' бозона:

$$\begin{aligned}\bar{a}^2 &= (1.4369 \pm 4.8614) \times 10^{-5}, \\ v_e v_\mu &= (-7.5890 \pm 6.0377) \times 10^{-5}.\end{aligned}\tag{2.41}$$

Проаналізуємо отримані результати в порівнянні з результатами обробки даних за допомогою узагальнених перерізів вперед-назад. Перш за все, статистична невизначеність аксіально-векторної взаємодії a^2 виявляється близькою до невизначеності, отриманої в табл. 2.2. Однак, у випадку узагальненого перерізу вперед-назад ми використовували непряме вимірювання спостережуваних за повним перерізом і асиметрією вперед-назад [137], оскільки воно було значно точніше ніж прямі дані для диференціального перерізу розсіювання. Для оптимальних спостережуваних ми використовуємо менший об'єм даних, оскільки диференціальні перерізи розсіювання не були опубліковані для деяких енергій залежно від колаборації. Те, що з меншого об'єму даних вдається отримати кращу точність, доводить той факт, що нові спостережувані статистично більш потужні по відношенню до узагальнених перерізів вперед-назад, використаних у попередніх пунктах.

По-друге, середнє значення аксіально-векторної взаємодії a^2 зменшується в порівнянні з непрямими оцінками в табл. 2.2. Це

знаходиться у відповідності з останніми обмеженнями, що випливають з даних прискорювача LHC й будуть обговорюватися в наступних розділах.

Нарешті, середнє значення і статистична невизначеність векторної взаємодії Z' бозона досить великі, тому ми не можемо їх інтерпретувати як деякий сигнал частинки.

Отже, оптимальні спостережувані для пошуку сигналів Z' бозона в процесі $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ або $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ доводять свою ефективність при застосуванні до реалістичних даних і мають хороші перспективи в майбутніх експериментах на лептонних колайдерах, таких як ILC.

2.3.6. Оптимальні спостережувані в умовах експериментів ILC

Проаналізуємо ефект застосування запропонованих спостережуваних у майбутніх експериментах на колайдерах лептонів, таких як ILC. Критерій оптимізації (2.24), обчислений у його максимумі, за визначенням дає оцінку для виміряного сигналу Z' бозона в стандартних відхиленнях (так званих «сигмах»). Звичайно, щоб отримати чисельне значення, ми повинні задати певні значення інтегральної світності прискорювача, а також невідомий загальний фактор у чисельнику, що містить константи взаємодій Z' бозона (a^2 або $v_e v_\mu$ залежно від типу спостережуваної) та масу Z' бозона. Тим не менш, цікаво отримати деякі оцінки з урахуванням поточних обмежень щодо можливих значень взаємодій Z' бозона або модельних значень параметрів.

Перед розрахунком можливих сигналів Z' бозона в експериментах, ми повинні сказати кілька слів про систематичні по-

хибки експериментальних даних. Хоча в нашому аналізі теоретичне передбачення для сигналу Z' бозона $\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}}$ може бути обчислено безпосередньо за допомогою правої сторони рівняння (2.1), фактичне експериментальне значення обчислюється згідно до лівої сторони рівняння (2.1), яка містить результати вимірювань. Таким чином, існують систематичні похибки при вимірюванні сигналу, оскільки значення спостережуваних згідно з СМ завжди містять деякі теоретичні невизначеності й мають певні внески від фонових процесів, що не можуть бути повною мірою враховані. Тому до значення СМ звичайно додаються оцінки впливу найважливіших фонових процесів, які можуть бути небезпечні для виділення незначного сигналу від віртуального стану Z' бозона. Наприклад, можна згадати чотирьохферміонний процес $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ з електроном, що губиться в каналі прискорювача. Однак, всі фонові процеси не будуть враховані, деякі з них завжди залишаються поза обчисленнями. Вони включаються до розгляду як додаткова систематична похибка експерименту й оцінюються в умовах експериментів LEP II та ILC як 0.2 % від значення перерізу розсіювання, обчисленого згідно до СМ [65]. Тому ми також будемо використовувати систематичну похибку експерименту

$$\mathcal{I}^{\text{syst}} = 0.002\mathcal{I}^{\text{SM}}.$$

Нижче систематичні похибки будуть приводитися в одиницях статистичної похибки, $\mathcal{I}^{\text{syst}}/\delta\mathcal{I}$, для того, щоб полегшити порівняння з відношенням сигналу до статистичної невизначеності $(\mathcal{I} - \mathcal{I}^{\text{SM}})/\delta\mathcal{I}$.

Так звана канонічна програма експериментів на прискорювачі ILC складається з запусків пристрою на енергіях у системі

центру мас $\sqrt{s} = 0.25, 0.5$ та 1 TeV із відповідними інтегральними світностями $\mathcal{L} = 250, 500$ та 1000 fb^{-1} [65]. Щодо інших невідомих величин, давайте порівняємо оцінки констант взаємодій Z' бозона в нашому підході з аналізом конкретних моделей Z' бозона в літературі. У роботі [65] (рис. 3.2) можна знайти довірчі області на площині параметрів a_l - v_l для моделі χ з масою $m_{Z'} = 3$ TeV та константами взаємодій

$$v_l = 2a_l \simeq 0.4.$$

Використовуючи ці значення, а також приймаючи $\mathcal{L} = 500 \text{ fb}^{-1}$ при $\sqrt{s} = 0.5$ TeV та $\mathcal{L} = 1000 \text{ fb}^{-1}$ при $\sqrt{s} = 1$ TeV, можна отримати з рівнянь (2.39), (2.40) відношення сигналу до статистичної невизначеності. Ці значення можуть бути інтерпретовані як сила сигналу в одиницях стандартного відхилення (у «сигмах»). Для «аксіально-векторної» спостережуваної ми б отримали сигнал на рівні 3.5σ (0.5 TeV) та 6.7σ (1 TeV), у той час як для «векторної» спостережуваної ми мали б сигнал 10.5σ (0.5 TeV) та 30.3σ (1 TeV). При цьому зазначені вище систематичні похибки експерименту порядку 0.2% від СМ становлять 0.27σ (0.5 TeV, аксіально-векторні взаємодії) 0.19σ (1 TeV, аксіально-векторні взаємодії), 0.81σ (0.5 TeV, векторні взаємодії) та 0.57σ (1 TeV, векторні взаємодії), тобто виявляються на порядок меншими ніж сигнал. Таким чином, для того, щоб побачити сигнал такого Z' бозона на прискорювачі ІЛС, важливо, щоб передбачення СМ для перерізу розсіювання в умовах експерименту були розраховані з точністю краще ніж 1%.

Розглянуті перерізи розсіювання містять в основному амплітуду обміну віртуальною частинкою зі спіном одиниця. У

разі поляризованих лептонів зайвий для сигналу Z' бозона скалярний проміжний стан додатково пригнічується, а відхилення перерізу від СМ за рахунок Z' бозона посилюється до двох разів залежно від ступеня поляризації. Відповідно до (2.24), можна говорити про додаткове посилення сигналу відносно статистичної невизначеності до $\sqrt{2}$ разів залежно від фактичної поляризації частинок початкового стану. Рис. 3.2 в роботі [65] також показує можливість вимірювання констант взаємодій Z' бозона в моделі χ з $m_{Z'} = 3$ TeV за допомогою двохпараметричної обробки даних у випадку сильно поляризованих початкових частинок (ступінь поляризації $P_{e-} = 0.8$ та $P_{e+} = 0.6$). З рисунку можна побачити сигнал Z' бозона на довірчому рівні приблизно 4.5σ (0.5 TeV) і 12σ (1 TeV) для аксіально-векторної взаємодії, 6σ (0.5 TeV) і 23σ (1 TeV) для векторної взаємодії. Беручи до уваги, що у поляризованому процесі з обміном векторною частинкою відбувається посилення сигналу на коефіцієнт

$$\frac{1}{2}(1 + P_{e-})(1 + P_{e+}) = 1.44,$$

ми можемо помножити наші результати вище на $\sqrt{1.44} \simeq 1.2$ і зробити висновок, що запропонований підхід має гарні експериментальні перспективи в порівнянні зі стандартним модельно-залежним аналізом. Для випадку менших значень констант взаємодій Z' бозона, ми можемо використати рис. 3.3 в роботі [65], який відповідає масі Z' бозона $m_{Z'} = 4$ TeV, енергії $\sqrt{s} = 0.5$ TeV, світності $\mathcal{L} = 1000 \text{ fb}^{-1}$ і поляризованим початковим частинкам. У цьому випадку ми все це отримуємо для моделі χ сигнал на рівні довіри 1.9σ (аксіально-векторна взаємодія) і 8.7σ (векторна взаємодія) навіть без урахування поляриза-

ції, у той час як при двохпараметричній обробці немає ніяких істотних сигналів. Систематична похибка експерименту на рівні 0.2% для цих налаштувань становить 0.39σ (аксіально-векторна спостережувана) і 1.15σ (векторна спостережувана) і виявляються нижче рівня сигналу.

Варто відзначити, що вищевказані налаштування параметрів досить оптимістичні для відкриття сигналу Z' бозона в експериментах на прискорювачі ILC. Згідно до цих значень констант взаємодії та маси Z' бозона, чотирьохферміонні контактні взаємодії мають порядок

$$a^2 m_Z^2 / (4\pi m_{Z'}^2) \simeq 3 \times 10^{-6}, \quad v^2 m_Z^2 / (4\pi m_{Z'}^2) \simeq 1.2 \times 10^{-5}.$$

Незважаючи на те, що дані експериментів LEP обмежують чотирьохферміонні взаємодії верхнім значенням 10^{-5} (див. [17]), останні пошуки резонансу Z' бозона на прискорювачі LHC звужують верхню границю для цих констант до 10^{-6} (див. [17]). Ці значення можуть відповідати нелептофобному Z' бозону з масою більше 3 TeV. Таким чином, ми можемо виконати песимістичну оцінку, припускаючи слабкіші взаємодії Z' бозона або важчу масу та замінюючи $a^2 m_Z^2 / (4\pi m_{Z'}^2)$ або $v_e v_\mu m_Z^2 / (4\pi m_{Z'}^2)$ у чисельнику (2.39), (2.40) значенням 10^{-6} без подальшої деталізації окремих множників — констант взаємодії a , $v_{e,\mu}$ та маси Z' бозона.

Беручи згадані вище інтегральні світності експерименту ILC, ми могли б отримати сигнали Z' бозона на рівні довіри 0.3σ , 0.8σ і 2.1 – 2.6σ для енергій у системі центру мас $\sqrt{s} = 0.25, 0.5$ і 1 TeV, відповідно. Таким чином, навіть у цьому песимістичному випадку, коли інші методи обробки даних не здатні зафіксувати

відхилення від СМ, ми зможемо спостерігати сигнал Z' бозона на рівні довіри $3-4\sigma$ при об'єднаному аналізі даних усіх трьох запусків прискорювача ILC.

2.4. Висновки

Знайдено модельно-незалежні однопараметричні спостережувані для пошуку сигналу абелевого Z' бозона в процесі анігіляції електрона і позитрона в пару мюонів чи тау-лептонів. Спостережувані є інтегральними перерізами розсіювання і в найпростішому випадку узагальнюють перерізи розсіювання вперед-назад. За допомогою уведених спостережуваних проаналізовано дані експериментів на прискорювачі LEP II. У більш точному мюонному каналі реакції знайдено сигнал Z' бозона на рівні близько одного стандартного відхилення.

Розв'язано задачу про максимальне посилення сигналу абелевого Z' бозона в однопараметричному інтегральному перерізі розсіювання для анігіляційних лептонних процесів у широкому діапазоні енергій, що покриває як завершені експерименти, так і майбутні. Оцінено ефективність спостережуваних для майбутнього колайдера ILC.

Запропоновані однопараметричні інтегральні перерізи розсіювання з найкращим співвідношенням сигналу до статистичної невизначеності дозволяють вимірювати векторні або аксіально-векторні взаємодії Z' бозона з лептонами на відміну від традиційних нижніх границь на масу Z' бозона. Спостережувана для вимірювання аксіально-векторної взаємодії є знаковизначеною за рахунок модельно-незалежних співвідношень між константами взаємодії абелевого Z' бозона. У разі лептонної універ-

сальності спостережувана для векторних взаємодій також стає знаковизначеною. Ці спостережувані максимально посилюють можливі сигнали Z' бозона в експерименті в порівнянні з іншими існуючими спостережуваними. У зв'язку з цим, вони можуть бути корисними в майбутніх експериментах на колайдерах лептонів, таких як ILC.

Ідея спостережуваних у вигляді зважених інтегральних перерізів розсіювання з найкращим співвідношенням сигналу до статистичної невизначеності виявляється ефективним доповненням до стандартних підходів щодо пошуку сигналів Z' бозона й може бути в подальшому узагальнена на випадок процесів з більш складною кінематикою.

РОЗДІЛ 3

ПОШУК Z' БОЗОНА В ПРОЦЕСІ РОЗСІЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНА ТА ПОЗИТРОНА (ПРОЦЕС БАБА)

У цьому розділі розглядаються однопараметричні спостережувані для пошуку сигналів абелевого та кірального Z' бозона в процесі розсіювання електрона та позитрона. Для вирівнювання значень диференціального перерізу розсіювання та статистичної похибки при різних кутах розсіювання вводиться нормування диференціального перерізу. Спостережувані будуються як інтегральні нормовані перерізи розсіювання. За допомогою спостережуваних обробляються дані експериментів LEP з метою отримати оцінки констант взаємодії Z' бозона з електронами. Проводиться альтернативне багатопараметричне фітування диференціального перерізу розсіювання та його порівняння з аналізом на основі однопараметричних спостережуваних. Здійснюється комбінована обробка даних анігіляційних лептонних процесів та процесу розсіювання електрона та позитрона. Підводяться підсумки щодо експериментальних обмежень для параметрів Z' бозона за даними експериментів LEP.

3.1. Диференціальний переріз розсіювання процесу $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ та його нормування

При обробці даних експериментів на прискорювачі LEP II для процесу Баба, ми використовуємо значення SM для ди-

ференціальних перерізів розсіювання, обчислені колабораціями [51–54, 133, 134]. Вони враховують радіаційні поправки одної петлі, випромінювання м'яких та жорстких фотонів у початковому та кінцевому станах реакції, а також інші деталі стосовно правил відбору подій, які специфічні для кожного експерименту. Колаборація DELPHI повідомляє про теоретичну систематичну похибку цих значень СМ близько 2%. У нашому аналізі ця помилка додається до статистичних похибок для всіх колаборацій. Також проводився окремий тест результатів на стабільність відносно систематичної похибки, у якому систематична похибка додавалась до середнього значення. Отримані результати виявляються практично нечутливими до цієї помилки.

Відхилення диференціального перерізу розсіювання від значення СМ за рахунок Z' бозона обчислюємо в поліпшеному борнівському наближенні. Це наближення достатньо для нашого аналізу й характеризується систематичною похибкою результатів обробки даних менше 5-10 відсотків. Провідні внески Z' бозона у диференціальний переріз розсіювання процесу $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ можуть бути виражені через різні квадратичні комбінації взаємодій $a = a_e, v_e$:

$$\frac{d\sigma}{dz} - \frac{d\sigma^{\text{SM}}}{dz} = f_1^{ee}(z) \frac{a^2}{m_{Z'}^2} + f_2^{ee}(z) \frac{v_e^2}{m_{Z'}^2} + f_3^{ee}(z) \frac{av_e}{m_{Z'}^2}, \quad (3.1)$$

де фактори є відомими функціями енергії в системі центру мас і косинуса кута розсіювання електронів z , які зображені на рис. 3.1. Рівняння (3.1) визначають сигнал Z' бозона.

Зауважимо ще раз, що фактори $f_1(z)$, $f_3(z)$, $f_4(z)$ у пере-

різі розсіювання в рівняннях (3.1) враховують співвідношення (1.9), оскільки взаємодія зі скалярним полем $\tilde{Y}_\phi$ (та, відповідно, кут змішування θ_0) замінюється аксіально-векторною константою a . Зазвичай, коли для опису фізики за межами СМ застосовується чотирьохферміонний ефективний лагранжіан [135], залежністю від скалярної константи зв'язку нехтують зовсім. Однак, у нашому аналізі, коли ми зацікавлені в пошуку сигналів від Z' бозона на базі ефективного низькоенергетичного лагранжіана (1.5)–(1.4), ці внески в перерізі розсіювання мають важливе значення.

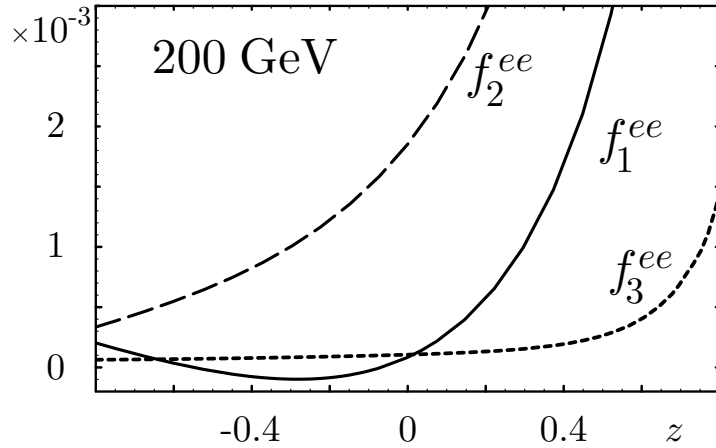


Рис. 3.1. Фактори при константах взаємодії Z' бозона в диференціальному перерізі розсіювання процесу Баба

Коефіцієнт $f_2^{ee}(z)$ є позитивною монотонною функцією кута розсіювання z (див. рис. 3.1 для енергії в системі центру мас $\sqrt{s} = 200$ Гев. Така ж сама поведінка спостерігається і при більш високих енергіях). Така властивість дозволяє вибрати $f_2^{ee}(z)$ як фактор нормування для диференціального перерізу розсіювання. Отже, нормоване відхилення диференціального перерізу розсіювання визначимо наступним чином [4]

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{\sigma}}{dz} &= \frac{m_Z^2}{4\pi f_2^{ee}(z)} \Delta \frac{d\sigma}{dz} \\ &= \bar{v}^2 + F_a(\sqrt{s}, z) \bar{a}^2 + F_{av}(\sqrt{s}, z) \bar{a} \bar{v} + \dots,\end{aligned}\quad (3.2)$$

де нормовані фактори показані на рис. 3.2 для енергій експериментів на прискорювачах LEP і ILC.

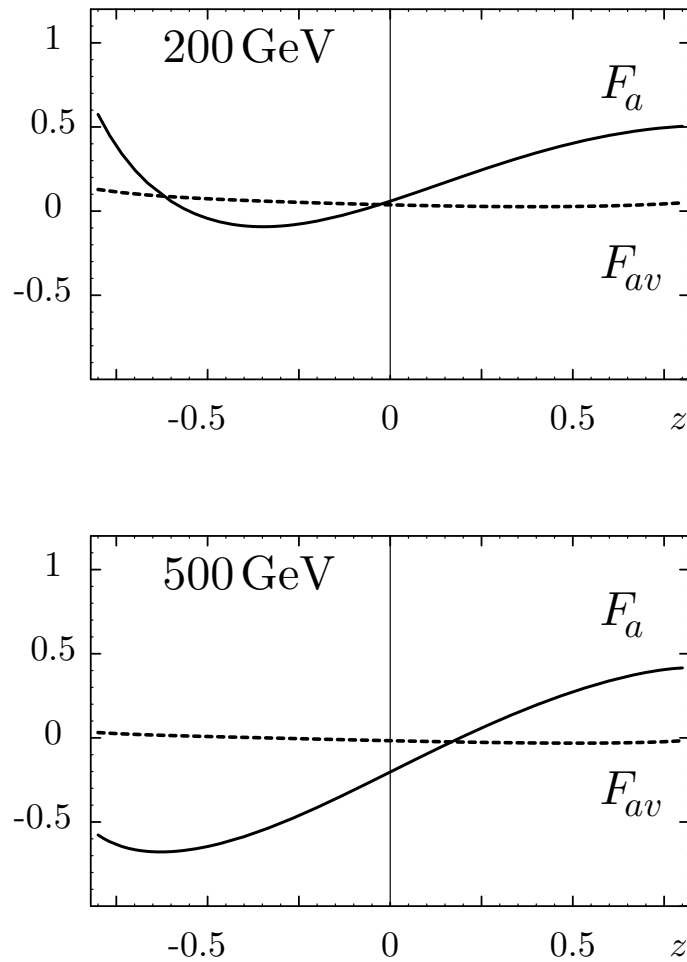


Рис. 3.2. Фактори $F_a(\sqrt{s}, z)$ (суцільна лінія) і $F_{av}(\sqrt{s}, z)$ (пунктирна) в нормованому відхиленні диференціального перерізу розсіювання $d\tilde{\sigma}/dz$ від СМ для енергій $\sqrt{s} = 200$ і 500 GeV

Нормовані фактори є скінченними при малих кутах розсіювання $z \rightarrow 1$. Кожен з них особливим чином впливає на дифе-

ренціальний переріз розсіювання.

1. Коефіцієнт при $\bar{v}^2$ є тотожною одиницею. Отже, контактна чотирьохферміонна взаємодія між векторними струмами, $\bar{v}^2$, визначає загальний рівень відхилення нормованого перерізу розсіювання від значення в межах СМ.
2. Коефіцієнт при $\bar{a}^2$ залежить від кута розсіювання нетривіальним чином. Це дозволяє відрізнити абелевий Z' бозон, якщо точність експерименту є достатньою для спостереження структури цієї функції.
3. Коефіцієнт при $\bar{a}\bar{v}$ впливає на результати як невелика поправка.

Таким чином, отриманий нормалізований диференціальний переріз розсіювання є двохпараметричною функцією. У наступних розділах ми введемо спостережувані для відокремлення та вимірювання кожного з цих параметрів окремо.

3.2. Спостережувані для виділення $\bar{v}^2$

Нормоване відхилення диференціального перерізу розсіювання (3.2) є функцією двох невідомих параметрів $\bar{a}^2$ і $\bar{v}^2$, що описують властивості взаємодій Z' бозона. Ми збираємося ввести спостережувані у вигляді інтегральних нормованих перерізів, які виділяють окремо чотирьохферміонні взаємодії $\bar{a}^2$ і $\bar{v}^2$ [4].

У цьому пункті обговорюється спостережувана для векторної взаємодії $\bar{v}^2$. Після нормування фактор при константі контактної вектор-векторної чотирьохферміонної взаємодії стає оди-

ничним, тоді як фактор при константі аксіально-векторної взаємодії $\bar{a}^2$ є функцією, що змінює знак у різних інтервалах косинуса кута розсіювання. Як впливає з рис. 3.2, для енергії в системі центру мас 200 ГеВ ця функція є малою при кутах розсіювання у напрямку, зворотньому до напрямку частинок, що зіткаються. Таким чином, щоб виміряти значення $\bar{v}^2$ нормоване відхилення диференціального перерізу розсіювання треба інтегрувати по області кутів розсіювання назад. Для енергії в системі центру мас 500 ГеВ фактор при $\bar{a}^2$ вже не звертається в нуль при кутах розсіювання назад. Криві, що відповідають проміжним енергіям розташовані між двома цими кривими. Оскільки вони є знакозмінними в кожній точці за енергією, можна знайти деякий інтервал кутів розсіювання z , щоб інтеграл дорівнював нулю. Таким чином, для вимірювання константи векторної взаємодії Z' бозона з електронним струмом $\bar{v}^2$ введемо інтегральний нормований переріз (3.2)

$$\sigma_V = \int_{z_0}^{z_0 + \Delta z} (d\tilde{\sigma}/dz) dz, \quad (3.3)$$

де при кожній енергії найбільш ефективні інтервал інтегрування $[z_0, z_0 + \Delta z]$ визначається з наступних вимог:

1. Відносний внесок взаємодії $\bar{v}^2$ є максимальним. Може бути сформульована еквівалентна вимога: внесок фактора при $\bar{a}^2$ мінімізується.
2. Довжина інтервалу інтегрування Δz є максимальною. Ця умова гарантує, що буде врахована найбільша кількість бінів (даних).

Відносний внесок фактора при константі вектор-векторної чотирьохферміонної взаємодії $\bar{v}^2$ визначається як

$$\kappa_V = \frac{\Delta z}{\Delta z + \left| \int_{z_0}^{z_0+\Delta z} F_a dz \right| + \left| \int_{z_0}^{z_0+\Delta z} F_{av} dz \right|}. \quad (3.4)$$

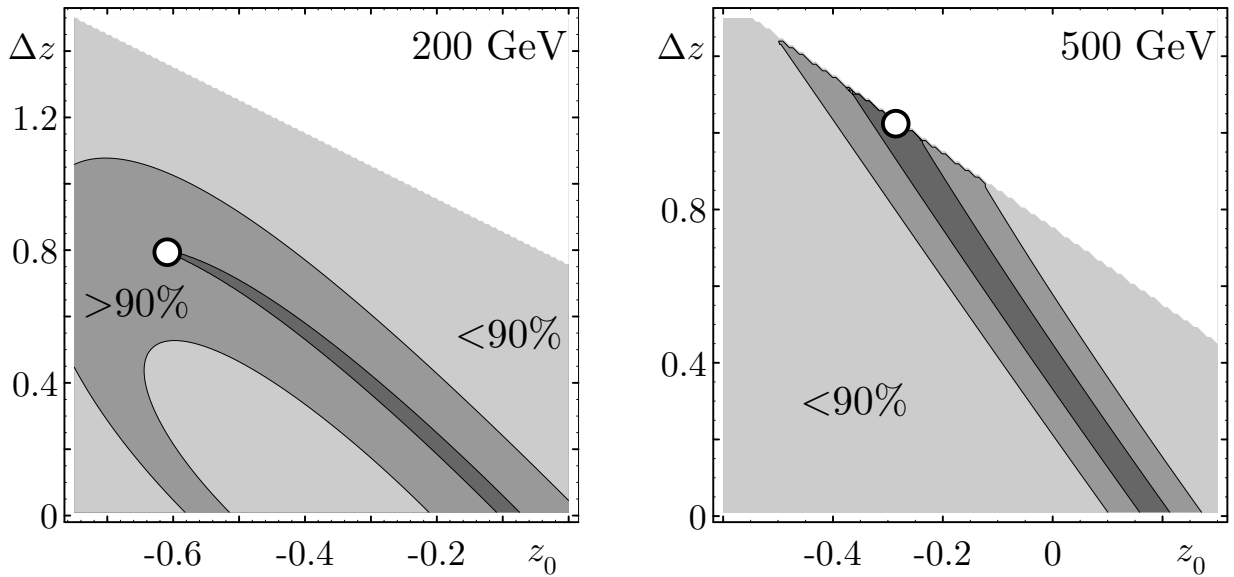


Рис. 3.3. Відносний внесок фактора при $\bar{v}^2$ до спостережуваної σ_V як функція лівої межі інтервалу кутів розсіювання z_0 та довжини інтервалу інтегрування Δz при енергіях у системі центру мас 200 і 500 ГеВ.

Заштриховані області відповідають внескам $> 95\%$ (темний), від 90% до 95% (середня інтенсивність) і $< 90\%$ (світлий)

Він показаний на рис. 3.3 як функція лівої межі інтервалу кутів розсіювання z_0 та довжини інтервалу інтегрування Δz . На кожній панелі темна область відповідає спостережуваним, значення яких визначаються константою вектор-векторної взаємодії $\bar{v}^2$ з відносною точністю $> 95\%$. Вказана область відображає співвідношення ширини інтервалу інтегрування Δz з вибором

початку для інтервалу інтегрування z_0 . Згідно до вимог, зазначених вище, ми вибираємо у цій області спостережувану, яка включає в себе найбільшу кількість бінів (тобто, максимальну, за величиною Δz). Зрозуміло, що це найвища за вертикаллю точка на графіку. Відповідні значення z_0 і Δz позначені білою крапкою на кожній панелі рис. 3.3. Як впливає з проведеного аналізу, точка z_0 зміщується вправо при збільшенні енергії, у той час як довжина інтервалу Δz залишається приблизно тією ж самою.

З графіків випливає, що найбільш ефективні інтервали можна записати наступним чином:

$$\begin{aligned} -0.6 < z < 0.2, \quad \sqrt{s} &= 200 \text{ GeV}, \\ -0.3 < z < 0.7, \quad \sqrt{s} &= 500 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

З такими інтервалами інтегрування спостережувана (3.3) дозволяє вимірювати константу взаємодії Z' бозона з електронним векторним струмом $\bar{\nu}^2$ з ефективністю $> 95\%$.

Фітуючи остаточні дані експериментів LEP II за допомогою знайденої однопараметричної спостережуваної, ми знаходимо експериментальні оцінки значення константу взаємодії Z' бозона з електронним векторним струмом разом з їх невизначеностями на рівні довіри 1σ як для окремих колаборацій, так і за всіма колабораціями одночасно:

$$\begin{aligned} \text{ALEPH} : \bar{\nu}_e^2 &= -0.11 \pm 6.53 \times 10^{-4} \\ \text{DELPHI} : \bar{\nu}_e^2 &= 1.60 \pm 1.46 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{L3 : } \bar{v}_e^2 &= 5.42 \pm 3.72 \times 10^{-4} \\
\text{OPAL : } \bar{v}_e^2 &= 2.42 \pm 1.27 \times 10^{-4} \\
\text{Combined : } \bar{v}_e^2 &= 2.24 \pm 0.92 \times 10^{-4}.
\end{aligned}$$

Як видно, найбільш точні дані від колаборацій DELPHI і OPAL говорять про наявність ознаки сигналу абелевого Z' бозона на рівні довіри відповідно в одне та два стандартних відхилення. Комбіноване значення показує сигнал на рівні довіри 2σ , що відповідає

$$0.006 \leq |\bar{v}_e| \leq 0.020.$$

3.3. Спостережувані для виділення $\bar{a}^2$

Для того, щоб виділити константу аксіально-векторної взаємодії $\bar{a}^2$ потрібно усунути основний внесок від векторної взаємодії $\bar{v}^2$. Оскільки коефіцієнт при $\bar{v}^2$ у нормованому перерізі розсіювання $d\tilde{\sigma}/dz$ дорівнює одиниці, це може бути зроблено шляхом підсумовування рівної кількості бінів з позитивною і негативною вагою. Зокрема, нормоване відхилення диференціального перерізу вперед-назад буде, в основному, чутливо до аксіально-векторної взаємодії $\bar{a}^2$,

$$\tilde{\sigma}_{\text{FB}} = \int_0^{z_{\text{max}}} dz \frac{d\tilde{\sigma}}{dz} - \int_{-z_{\text{max}}}^0 dz \frac{d\tilde{\sigma}}{dz} \tilde{F}_{a,\text{FB}} \bar{a}^2 + \tilde{F}_{av,\text{FB}} \bar{a} \bar{v}. \quad (3.6)$$

Граничне значення кута розсіювання z_{max} визначається числом бінів, включених до розгляду, по суті, залежить від набору

даних, що розглядаються. Експеримент LEP II враховував як події електрон-позитронні пари з $|z| < 0.72$. Тому надалі ми беремо граничний кут $z_{\max} = 0.7$ для визначеності.

Ефективність спостережуваної визначається як:

$$\kappa = \frac{|\tilde{F}_{a,\text{FB}}|}{|\tilde{F}_{a,\text{FB}}| + |\tilde{F}_{av,\text{FB}}|}. \quad (3.7)$$

Вона може бути оцінена як $\kappa = 0.9028$ для енергії в системі центру мас 200 GeV і $\kappa = 0.9587$ для енергії 500 GeV. Таким чином, спостережувана

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{\text{FB}} &= 0.224\bar{a}^2 - 0.024\bar{a}\bar{v}, & \sqrt{s} &= 200 \text{ GeV}, \\ \tilde{\sigma}_{\text{FB}} &= 0.472\bar{a}^2 - 0.020\bar{a}\bar{v}, & \sqrt{s} &= 500 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (3.8)$$

в основному чутлива до взаємодії Z' бозона з аксіально-векторним струмом $\bar{a}^2$.

Розглянемо звичайну ситуацію, коли експеримент не в змозі зафіксувати певну кутову залежність для відхилення диференціального перерізу розсіювання від передбачень СМ з належною точністю через недостатню для цього статистику, але на рівні інтегрального перерізу деяке відхилення спостерігається. У цій ситуації можна визначити унікальний сигнал абелевого Z' бозона. Для цього треба виміряти спостережувані $\int_{z_0}^{z_0+\Delta z} (d\tilde{\sigma}/dz) dz$ і $\tilde{\sigma}_{\text{FB}}$. Насправді, вони є похідними від нормованого відхилення диференціального перерізу від СМ. Якщо відхилення зумовлене абелевим Z' бозоном, обидві спостережувані будуть позитивними величинами одночасно. Ця вла-

стивість спостережуваних є виразною рисою сигналу від віртуального стану абелевого Z' бозона в процесі Баба як для енергій експериментів LEP II, так і для енергій майбутнього електронно-позитронного колайдера ILC (≥ 500 GeV). Згадані спостережувані фіксують невідомі константи взаємодії Z' бозона з векторним та аксіально-векторним електронним струмом при енергіях експерименту. Їх значення повинні також узгоджуватися з обмеженнями на $\bar{a}^2$ і $\bar{v}^2$, отриманими за допомогою незалежних обробок даних для інших процесів розсіяння.

Ми дослідили спостережувану (3.8), пов'язану зі значенням аксіально-векторної константи взаємодії $\bar{a}^2$. Оскільки в процесі Баба ефекти аксіально-векторної взаємодії придушуються по відношенню до ефектів від векторної взаємодії, ми очікуємо набагато суттєвішу експериментальну невизначеність для значення $\bar{a}^2$. Дійсно, дані експериментів LEP II дають величезні статистичні похибки для $\bar{a}^2$ порядку $10^{-3} - 10^{-4}$. При цьому формальні середні значення припадають на негативні числа, які занадто великі, щоб бути витлумачені як прояв якогось віртуального стану важкої частинки за межами енергетичного масштабу CM.

Таким чином, дані експериментів LEP II обмежують величину константи векторної взаємодії $\bar{v}^2$ на рівні довіри в два стандартних відхилення, а відповідна оцінка максимальної правдоподібності може відповідати абелевому Z' бозону з масою порядку 1 TeV. На відміну від цього, значення константи аксіально-векторної взаємодії $\bar{a}^2$ є статистичною флуктуацією зі значною експериментальною невизначеністю, яка не може бути витлумачена як прояв Z' бозона.

3.4. Багатопараметрична обробка даних

Для сумісної обробки всіх доступних даних експериментів LEP, можна використати багатопараметричне фітування [7]. В якості основних спостережуваних для обробки даних експерименту LEP II в процесі Баба пропонується диференціальний переріз розсіювання

$$\left. \frac{d\sigma^{\text{Bhabha}}}{dz} - \frac{d\sigma^{\text{Bhabha},SM}}{dz} \right|_{z=z_i, \sqrt{s}=\sqrt{s_i}}, \quad (3.9)$$

де i пробігає біни на різних енергіях у системі центру мас енергій $\sqrt{s}$. Ми враховуємо фінальні диференціальні перерізи розсіювання, виміряні колабораціями ALEPH [133] (130-183 GeV), DELPHI [54] (189-207 GeV), L3 [134] (183-189 GeV) і OPAL [51–53] (130-207 GeV). Разом об'єм даних складає 299 бінів.

У якості спостережуваних для анігіляційних процесів $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-$ ми розглядаємо повний переріз розсіювання і асиметрію вперед-назад

$$\left. \sigma_T^{\ell^+\ell^-} - \sigma_T^{\ell^+\ell^-,SM}, \quad A_{FB}^{\ell^+\ell^-} - A_{FB}^{\ell^+\ell^-,SM} \right|_{\sqrt{s}=\sqrt{s_i}}, \quad (3.10)$$

де i пробігає 12 енергій у системі центру мас $\sqrt{s}$ від 130 до 207 GeV. Ми розглядаємо об'єднані дані всіх колаборацій LEP II [50] для цих спостережуваних (24 виміряних значення для кожного процесу). Ці дані є більш точними порівняно з відповідними диференціальними перерізами розсіювання. Наш аналіз цих процесів заснований на тому факті, що кінематика s -канальних процесів досить проста й диференціальний переріз розсіювання є ефективно двохпараметричною функцією кута розсіяння.

Таким чином, повний переріз і асиметрія вперед-назад включають майже повну статистичну інформацію про кінематику процесу і, отже, є гідною альтернативою для диференціальних перерізів при обробці даних.

Дані аналізуються за допомогою статистики χ^2 [7]. Позначаючи різні спостережувані (3.9)–(3.10) однотипно як σ_i , побудуємо функцію χ^2 :

$$\chi^2(\bar{a}, \bar{v}_e, \bar{v}_\mu, \bar{v}_\tau) = \sum_i \left[\frac{\sigma_i^{\text{ex}} - \sigma_i^{\text{th}}(\bar{a}, \bar{v}_e, \bar{v}_\mu, \bar{v}_\tau)}{\delta\sigma_i} \right]^2, \quad (3.11)$$

де σ^{ex} і $\delta\sigma$ є відповідно експериментальними значеннями і статистичними невизначеностями спостережуваних, а σ^{th} позначає теоретичні вирази для спостережуваних, представлені в рівняннях (2.8)–(3.1). Сума в рівнянні (3.11) відноситься як до даних одного конкретного процесу, так і до самих різних процесів, що приймають участь в обробці даних. Мінімізація функції χ^2 дає оцінку максимальної правдоподібності для невідомих параметрів — констант взаємодії Z' бозона з ферміонами. Також функція χ^2 використовується для знаходження областей довіри заданого рівня в просторі параметрів $\bar{a}$, $\bar{v}_e$, $\bar{v}_\mu$ і $\bar{v}_\tau$. Відзначимо, що в цьому способі обробки експериментальних даних нехтуються всі можливі кореляції між даними. Ми вважаємо, що таке спрощення є розумним, оскільки колаборації LEP II не повідомляли про такі кореляції.

Для всіх розглянутих процесів теоретичні вирази σ_i^{th} є лінійними комбінаціями різних добутків двох констант взаємодії Z' бозона з векторними чи аксіально-векторними струмами

$$\sigma_i^{\text{th}} = \sum_{j=1}^7 C_{ij} A_j, \quad A_j = \{\bar{a}^2, \bar{v}_e^2, \bar{a}\bar{v}_e, \bar{v}_e\bar{v}_\mu, \bar{v}_e\bar{v}_\tau, \bar{a}\bar{v}_\mu, \bar{a}\bar{v}_\tau\}, \quad (3.12)$$

де C_{ij} обчислюються теоретично й можуть вважатися відомими.

У процесі Баба, ефекти Z' бозона визначаються трьома лінійно-незалежними внесками від $\bar{a}^2$, $\bar{v}_e^2$ і $\bar{a}\bar{v}_e$, а кількість ступенів свободи $M = 3$. Що стосується процесів $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-$, спостережувані залежать від чотирьох лінійно-незалежних доданків для кожного процесу: $\bar{a}^2$, $\bar{v}_e\bar{v}_\mu$, $\bar{v}_e\bar{a}$, $\bar{a}\bar{v}_\mu$ для реакції $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$; і $\bar{a}^2$, $\bar{v}_e\bar{v}_\tau$, $\bar{v}_e\bar{a}$, $\bar{a}\bar{v}_\tau$ для реакції $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$. Відповідно, для кожного з анігіляційних процесів кількість ступенів свободи $M = 4$. Слід зазначити, що деякі добутки в спостережуваних для різних процесів однакові. Таким чином, число ступенів свободи для χ^2 при комбінованій обробці даних виявляється меншою ніж сума ступенів свободи для окремих процесів. Отже, статистична ефективність великого набору даних не суттєво послаблюється за рахунок збільшення числа ступенів свободи. Насправді, комбінуючи разом дані для процесу Баба й анігіляційних процесів $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^- (\tau^+\tau^-)$, ми маємо справу з п'ятьма лінійно-незалежними добутками параметрів. Повний набір даних для всіх лептонних процесів визначається сьома ступенями свободи. Як наслідок, поєднання даних для всіх лептонних процесів можливо на практиці.

Параметричний простір взаємодій Z' бозона з лептонами ($\bar{a}$, $\bar{v}_e$, $\bar{v}_\mu$, $\bar{v}_\tau$) є чотиривимірним. Однак, для процесу Баба він зводиться до площини $(\bar{a}, \bar{v}_e)$, а для анігіляційних процесів — до

тривимірного об'єму: $(\bar{a}, \bar{v}_e, \bar{v}_\mu)$ і $(\bar{a}, \bar{v}_e, \bar{v}_\tau)$ відповідно для реакцій $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ і $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$. Передбачувана статистична ефективність даних не розподіляється рівномірно по всіх цих параметрах. Параметри $\bar{a}$ і $\bar{v}_e$ присутні у всіх розглянутих процесах і повинні виявитися значно обмеженими. Константи взаємодій $\bar{v}_\mu$ або $\bar{v}_\tau$ входять лише до окремих процесів $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ або $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ і будуть характеризуватися значними статистичними похибками, оскільки на них припадає суттєво менше інформації. Тому в анігіляційних процесах ми також будемо обговорювати лише проекцію довірчої області на площину $(\bar{a}, \bar{v}_e)$.

Початок координат у параметричному просторі, $\bar{a} = \bar{v}_e = 0$, відповідає відсутності сигналу Z' бозона. Ця точка — це спостереження в експерименті значень СМ для спостережуваних. При обробці даних вона може опинитися або всередині, або за межами області з певним фіксованим рівнем довіри. Коли початок координат лежить поза областю довіри, це означає явний сигнал абелевого Z' бозона. Тоді ймовірність сигналу може бути визначена як ймовірність того, що дані узгоджуються з існуванням абелевого Z' бозона, але виключають значення СМ. Ця ймовірність відповідає найменшому рівню довіри (найбільше значення χ^2_{CL}), при якому точка $\bar{a} = \bar{v}_e = 0$ виключається. Якщо ж значення СМ знаходиться всередині області довіри, Z' бозон неможливо відрізнити від СМ. У цьому випадку можна визначити лише обмеження згори на константи взаємодії Z' бозона з ферміонами.

Області довіри для окремих процесів на площині $(\bar{a}, \bar{v}_e)$, що відповідають рівню довіри 95%, наведено на рис. 3.4. Як видно, процес Баба обмежує значення як аксіально-векторної, так

і векторної констант взаємодії Z' бозона зі струмом електронів. Що стосується анігіляційних процесів $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ і $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$, значно обмеженою виявляється тільки аксіально-векторна константа взаємодії Z' бозона. При цьому області довіри для значущих ймовірностей включають точку $(0,0)$, яка відповідає СМ, тому експеримент не може чітко відділити сигнал абелевого Z' бозона від випадку СМ. Важливий висновок з цих графіків полягає в тому, що експеримент набагато краще обмежує внески до перерізу розсіювання від добутків констант взаємодій, що мають певний знак.

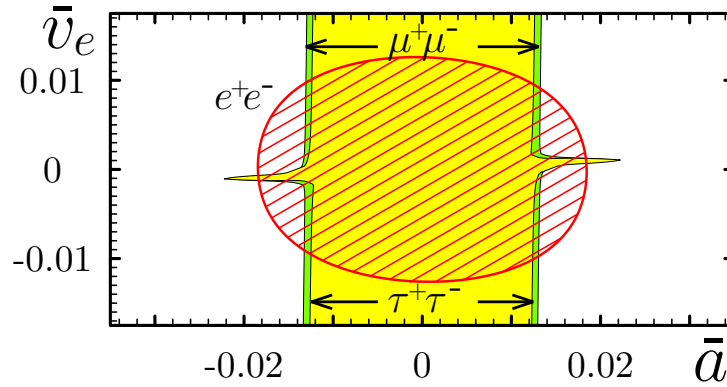


Рис. 3.4. Области рівня довіри 95% на площині параметрів $(\bar{a}, \bar{v}_e)$ для процесів Баба, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ та $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$

Комбінована обробка даних всіх лептонних процесів з експериментів LEP II представлена на рис. 3.5. По перше, можна відмітити те, що не можна побачити явного сигналу поза СМ. Константи взаємодії Z' бозона з векторним і аксіально-векторним електронним струмом обмежуються багатопараметричним фітуванням даних на рівні довіри 95% наступним чином:

$$|\bar{v}_e| < 0.013, \quad |\bar{a}| < 0.019.$$

Якщо припустити, що заряд, який відповідає взаємодіям Z' бозона з ферміонами, є порядку величини електромагнітного заряду, то маса Z' бозона повинна бути більше ніж 0.67 TeV. Для заряду порядку константи слабкої взаємодії СМ обмеження на масу буде суворішим, $m_{Z'} \geq 1.4$ TeV. Видно, що отримані обмеження не надто суворі, щоб виключити існування сигналів Z' бозона в експериментах на прискорювачі LHC та в майбутніх експериментах ILC.

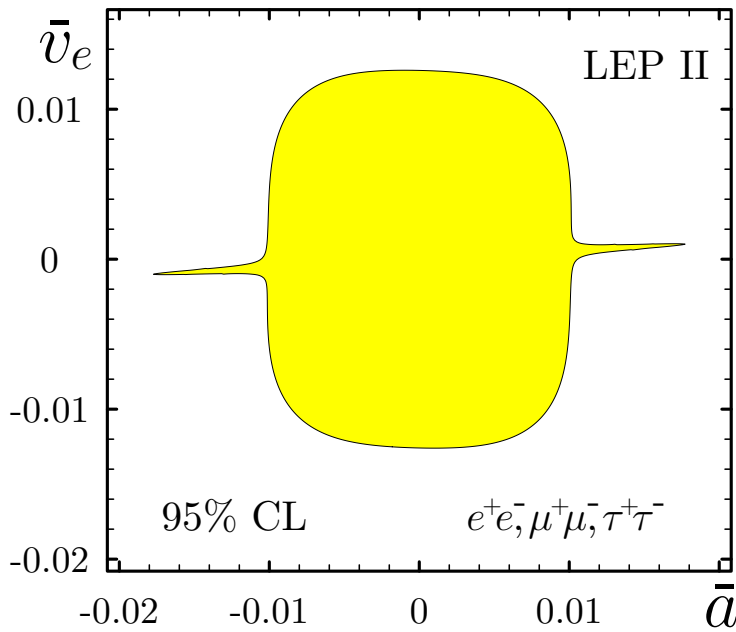


Рис. 3.5. Проекція області рівня довіри 95% на площину параметрів $(\bar{a}, \bar{v}_e)$, що є результатом комбінованої обробки даних для процесів Баба, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ та $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$

Порівняємо тепер отримані результати з однопараметричними фітами даних, що обговорювались у цьому розділі вище. Як видно, найбільш точні дані колаборацій DELPHI і OPAL призводять до висновку по суттєві натяки щодо існування абелевого Z' бозона на рівні довіри в одне та два стандартних відхилення, відповідно. Комбінована оцінка векторної константи взаємодій відповідає на рівні довіри 2σ інтервалу $0.006 \leq |\bar{v}_e| \leq$

0.020. З іншого боку, багатопараметрична статистична обробка даних обмежує константу взаємодії Z' бозона з векторним струмом електронів як $|\bar{v}_e| \leq 0.013$ без видимого сигналу. Чому ж однопараметрична обробка даних процесу Баба показує сигнал на рівні довіри 2σ , тоді як двохпараметрична обробка не показує ніякого сигналу? Справа в тому, що однопараметрична спостережувана побудована в основному з бінів, що відповідають розсіюванню назад. Такий вибір даних відповідає до кінематичним особливостям процесу: біни для розсіювання назад залежать головним чином від векторної константи зв'язку $\bar{v}_e^2$, в той час як вклади інших констант взаємодій Z' бозона кінематично пригнічуються (див. рис. 3.1). Таким чином, різниця в результатах обробки даних може бути зумовлена неоднаковими наборами використаних даних.

Щоб прояснити залежність від набору бінів для фітування, ми провели багатопараметричну обробку даних з 113 бінами виключно в області розсіювання назад ($z \leq 0$). У цьому випадку мінімум цільової функції $\chi_{\min}^2 = 93.0$ опинився в ненульовій точці параметричного простору

$$|\bar{a}| = 0.0005, \quad \bar{v}_e = 0.015.$$

Отримане значення максимальної правдоподібності для константи взаємодій Z' бозона з векторним струмом електронів перебуває у відмінній згоді зі значенням максимальної правдоподібності, отриманим у випадку однопараметричної обробки даних. Також можна встановити область з рівнем довіри 68% на площині параметрів $(\bar{a}, \bar{v}_e)$, яка показана на рис. 3.6.

Як можна побачити з рис. 3.6, існує видимий натяк на абелевий Z' бозон. Нульова точка $\bar{a} = \bar{v}_e = 0$ (відсутність Z' бозона)

відповідає значенню $\chi^2 = 97.7$. Вона покривається довірчої областю на рівні в 1.3 стандартних відхилення. Таким чином, біни розсіювання назад показують натяк на сигнал абелевого Z' бозона на рівні довіри 1.3 стандартних відхилення при багатопараметричній обробці даних. При цьому багатопараметрична обробка виявляється статистично менш точною, ніж при аналізі однопараметричних спостережуваних.

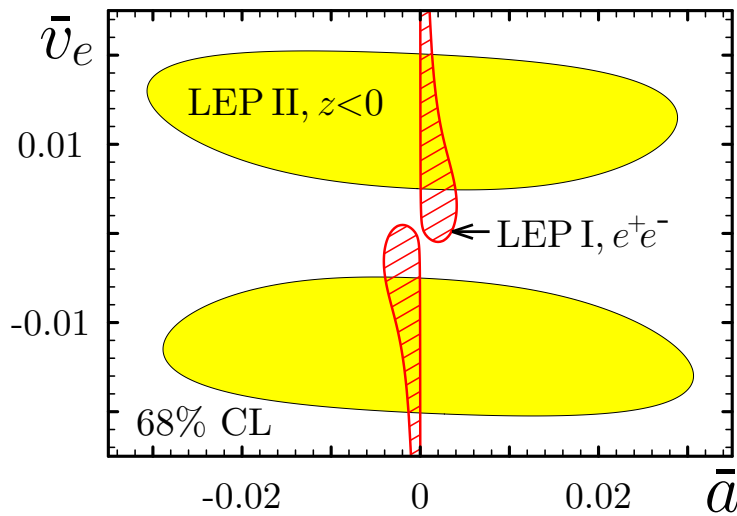


Рис. 3.6. Область рівня довіри 68% на площині параметрів $(\bar{a}, \bar{v}_e)$, отримана в результаті обробки даних експериментів LEP II з бінів розсіювання назад для процесу Баба (суцільна область). Заштрихована область відповідає області довіри 68% за даними експериментів LEP 1 для процесу Баба

В експериментах LEP I [137] були точно виміряні константи взаємодій Z бозона до векторних і аксіально-векторних струмів лептонів (g_V, g_A) . Процес Баба показує відхилення від значень СМ на рівні довіри 1σ для мас бозона Хіггса $m_H \geq 114$ GeV (див. рис. 7.3 к посиланні [137]). Ці значення маси відповідають сучасному експериментальному значенню для маси бозона Хіггса близько 125 GeV. Зазначене відхилення від передбачень

СМ може розглядатися як ефект від змішування між Z і Z' бозонами. Тому цікаво оцінити обмеження на константи взаємодій Z' бозона, що випливають з результатів цих експериментів.

За наявності ненульового кута змішування між Z і Z' бозонами (θ_0), відхилення векторної та аксіально-векторної констант взаємодії g_V , g_A звичайного Z бозона з електронами від передбачень СМ зумовлюються добутками $\sin \theta_0$ та констант взаємодій Z' бозона $\bar{a}$ та $\bar{v}_e$. Завдяки співвідношенням (1.11) між параметрами Z' бозона кут змішування Z і Z' бозонів повністю визначається аксіально-векторною константою $\bar{a}$. Таким чином, виміряні відхилення констант взаємодії Z бозона з електронами мають вигляд:

$$g_V - g_V^{\text{SM}} = -49.06 \bar{a} \bar{v}_e, \quad g_A - g_A^{\text{SM}} = 49.06 \bar{a}^2. \quad (3.13)$$

Припустимо, що відхилення СМ від експериментів виникає повністю за рахунок перемішування Z та Z' бозонів. Це дає верхню границю на значення взаємодій Z' бозона. Таким чином, можна оцінити чи виключається Z' бозон експериментами, чи ні.

Область довіри в одне стандартне відхилення від СМ для процесу Баба, що її можна знайти в роботі [137], перетвориться в область довіри на площині параметрів $(\bar{a}, \bar{v}_e)$ як це показано на рис. 3.6. Значення спостережуваних згідно зі СМ відповідають масі топ-кварка $m_t = 178$ ГеВ і масі скалярного бозона Хіггса $m_H = 114$ ГеВ. Як видно, дані експериментів LEP I для процесу Баба не виключають існування абелевого Z' бозона на рівні довіри в одне стандартне відхилення. При цьому констан-

та аксіально-векторної взаємодії обмежена наступним чином:
 $|\bar{a}| \leq 0.005$. Ця оцінка відповідає

$$\bar{a}^2 \leq 2.5 \times 10^{-5},$$

що узгоджується з однопараметричною обробкою даних експериментів LEP II для анігіляційних процесів $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-$ ($\bar{a}^2 = 1.3 \pm 3.89 \times 10^{-5}$ на рівні довіри 68%). З іншого боку, константа векторної взаємодії $\bar{v}_e$ практично необмежена за результатами експериментів LEP I.

Таблиця 3.1. Підсумки фітування даних експериментів LEP для безрозмірних контактних взаємодій (1.8)

Data	$\bar{v}_e^2, \times 10^{-4}$	$\bar{a}^2, \times 10^{-5}$
LEP I		
$e^-e^+, 68\% \text{ CL}$	-	1.25 ± 1.25
LEP II, однопараметричне фітування		
$e^-e^+, 68\% \text{ CL}$	2.24 ± 0.92	-
$\mu\mu, 68\% \text{ CL}$	-	$3.66^{+4.89}_{-4.86}$
$\mu\mu, \tau\tau, 68\% \text{ CL}$	-	$1.33^{+3.89}_{-3.87}$
LEP II, багатопараметричне фітування		
$e^-e^+, \mu\mu, \tau\tau, 95\% \text{ CL}$	≤ 1.69	≤ 36.1
$e^-e^+ \text{ backward}, 68\% \text{ CL}$	$2.25^{+1.79}_{-2.07}$	≤ 94.9

Для зручності, в таблиці 3.1 зібрано результати обробки різних даних експериментів LEP для безрозмірних контактних взаємодій (1.8). З проведеного аналізу ми можемо зробити висновки, що експерименти LEP не виключають існування Z' бозона з помірною для сучасних експериментів масою.

3.5. Пошук кірального Z' бозона

Важливим висновком у роботі [106] був результат, що при низьких енергіях є два типи Z' взаємодії з ферміонами СМ, сумісних зі співвідношеннями ренормгрупи. Першим з них є абелевий Z' бозон, пошуки якого обговорювалися вище. Другий тип — це «кіральний» Z' бозон, що взаємодіє лише зі станами лівої кіральності. Співвідношення ренормгрупи є різними для цих випадків. Відповідно, різні спостережувані повинні бути сконструйовані для того, щоб вибрати сигнали цих станів. Так, пошуки кірального Z' є цікавою альтернативою абелевому Z' .

Дослідимо ефекти кірального Z' бозона в процесі розсіювання Баба $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$. Покажемо, що можна ввести однопараметричну спостережувану для виділення взаємодії з лівокіральним струмом електронів. Також, завдяки невеликій кількості невідомих констант взаємодії, що потрапляють до перерізу розсіювання, існує інша цікава можливість — двохпараметричне фітування. Отже, можна відповісти на питання, чи показують дані LEP II натяки на сигнал кірального Z' бозона.

Надалі ми будемо використовувати безрозмірні константи зв'язку

$$\bar{l}_f = \frac{m_Z}{\sqrt{4\pi m_{Z'}}} \tilde{g} \tilde{Y}_{fL}, \quad \bar{r}_f = \frac{m_Z}{\sqrt{4\pi m_{Z'}}} \tilde{g} \tilde{Y}(f_R), \quad \bar{\phi} = \frac{m_Z}{\sqrt{4\pi m_{Z'}}} \tilde{g} \tilde{Y}_\phi,$$

Тоді контактні взаємодії, зумовлені обміном Z' бозоном, будуть білінійними комбінаціями констант $\bar{l}_f$, $\bar{r}_f$, а ефекти змішування між Z та Z' бозонами описуватимуться добутками $\bar{l}_f \bar{\phi}$, $\bar{r}_f \bar{\phi}$.

Вище введені константи зв'язку пов'язані з традиційними чотирьохферміонними контактними взаємодіями:

$$\epsilon_{LL} = -\bar{l}_e \bar{l}_f m_Z^{-2}/4, \quad \epsilon_{RR} = -\bar{r}_e \bar{r}_f m_Z^{-2}/4, \quad \epsilon_{LR} = -\bar{l}_e \bar{r}_f m_Z^{-2}/4.$$

Остаточно, кут змішування між Z та Z' бозонами визначається через константу $\bar{\phi}$ наступним чином

$$\theta_0 \simeq \frac{m_W \sin \theta_W}{\sqrt{\alpha} m_{Z'}} \bar{\phi},$$

де α є сталою тонкої структури.

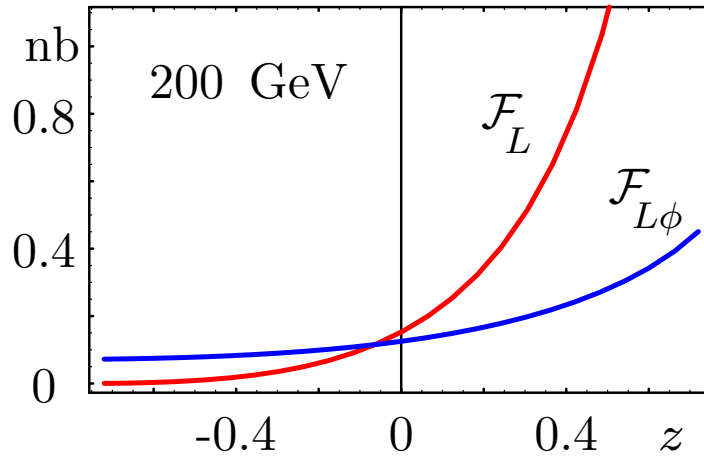


Рис. 3.7. Фактори $\mathcal{F}_L$ та $\mathcal{F}_{L\phi}$, що описують ефекти кірального Z' бозона в диференціальному перерізі розсіювання при енергії $\sqrt{s} = 200$ GeV

Провідні ефекти від частинок поза СМ в перерізі розсіювання зумовлені інтерференцією амплітуди розсіювання в межах СМ з амплітудою процесу, пов'язаного з новою фізикою. Для процесу Баба відхилення перерізу розсіювання від його передбачення згідно до СМ за рахунок кірального Z' бозона записується наступним чином:

$$\Delta d\sigma^{\text{Bhabha}}/dz = \mathcal{F}_L \bar{l}_e^2 + \mathcal{F}_R \bar{r}_e^2 + \mathcal{F}_{LR} \bar{l}_e \bar{r}_e + \mathcal{F}_{L\phi} \bar{l}_e \bar{\phi} + \mathcal{F}_{R\phi} \bar{r}_e \bar{\phi}. \quad (3.14)$$

де z — косинус кута розсіювання, а $\mathcal{F} = \mathcal{F}(\sqrt{s}, z)$ — відомі функції енергії в системі центру мас та кута розсіювання.

При фіксованому куті розсіювання z коефіцієнти $\mathcal{F}(\sqrt{s}, z)$ є гладкими функціями енергії $\sqrt{s}$. Однак, кожен фактор $\mathcal{F}(\sqrt{s}, z)$ необмежено зростає при $z \rightarrow 1$. Це викликано обміном м'якими фотонами в t -каналі реакції. Через таку особливу поведінку експериментальні значення і невизначеності істотно змінюються за величиною зі збільшенням z . Як було показано в попередніх пунктах для випадку абелевого Z' бозона, можна зробити коефіцієнти скінченними для будь-яких значень кута розсіювання шляхом ділення (нормування) диференціального перерізу розсіювання на деяку відому монотонну функцію, що містить вказану особливу поведінку при малих кутах розсіювання. Наприклад, можна застосувати той самий векторний фактор $\mathcal{F}_v$, який є позитивною монотонною функцією z . Оберемо цей фактор для нормування диференціального перерізу розсіювання:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_v^{-1} \Delta d\sigma^{\text{Bhabha}}/dz &= F_L \bar{l}_e^2 + F_R \bar{r}_e^2 + F_{LR} \bar{l}_e \bar{r}_e + F_{L\phi} \bar{l}_e \bar{\phi} + F_{R\phi} \bar{r}_e \bar{\phi}, \\ \mathcal{F}_v^{-1} \Delta d\sigma^{\text{Bhabha}}/dz &= \bar{v}_e^2 + F_a \bar{a}_e^2 + F_{av} \bar{a}_e \bar{v}_e + F_{v\phi} \bar{v}_e \bar{\phi} + F_{a\phi} \bar{a}_e \bar{\phi}.\end{aligned}$$

Така нормалізація дає нам дві переваги. По-перше, отримані коефіцієнти $F(\sqrt{s}, z)$ є скінченними для всіх значень кута розсіювання z . По-друге, експериментальні помилки для різних бінів також вирівнюються, що забезпечує статистичну еквівалентність різних бінів при інтегруванні за кутом розсіювання. Останнє важливо для побудови спостережуваних у вигляді інтегральних перерізів.

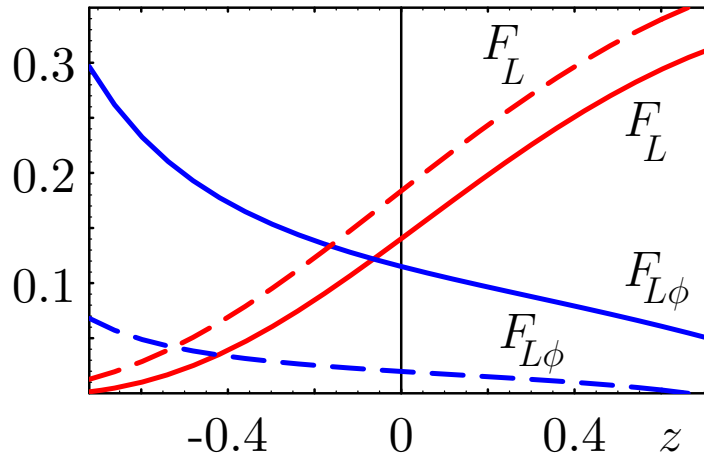


Рис. 3.8. Нормовані фактори F_L та $F_{L\phi}$, що визначають ефекти кірального Z' бозона в процесі Баба при $\sqrt{s} = 200$ ГеВ (суцільні лінії) та $\sqrt{s} = 500$ ГеВ (пунктирні лінії)

Кіральний Z' бозон не взаємодіє з правокіральними ферміонними станами. Таким чином, тільки фактори $\mathcal{F}_L$ та $\mathcal{F}_{L\phi}$ виживають у рівнянні (3.14). Вони зображені на рис. 3.7 для енергії в системі центру мас 200 ГеВ. Як було згадано вище, фактори мають особливість при $z \rightarrow 1$. З іншого боку, нормоване відхилення диференціального перерізу розсіювання від його передбачення згідно зі СМ,

$$\mathcal{F}_v^{-1} \Delta d\sigma^{\text{Bhabha}}/dz = F_L \bar{l}_e^2 + F_{L\phi} \bar{l}_e \bar{\phi},$$

визначається двома скінченними факторами, F_L та $F_{L\phi}$, які показано на рис. 3.8. Як видно, електронна константа зв'язку $\bar{l}_e^2$ вносить свій вклад в основному в області кутів розсіювання вперед, у той час як змішування між Z та Z' бозонами впливає на кути розсіювання назад. При енергіях LEP вони можуть бути одного порядку. Внесок змішування повільно зникає з ростом енергії.

Основною проблемою обробки даних є кількість незалежних

невідомих параметрів, які повинні бути визначені в експерименті. Велика кількість з них розсіює експериментальні статистичні дані, що призводить до значної невизначеності. Ця трудність зазвичай спонукає розглядати різні обмежені моделі, припускаючи, що деякі константи є нульовими. У цих випадках втрата загальності є ціною отримання статистичної значущості результатів. Однак, ефекти кірального Z' бозона в процесі Баба описуються лише двома невідомими параметрами. Отже, у нас є можливість вивести ефективні експериментальні обмеження на них без будь-яких додаткових обмежень.

По-перше, побудуємо однопараметричну спостережувану для найкращої статистичної обробки даних. Як видно, неможливо відокремити взаємодії $\bar{l}_e^2$ та $\bar{l}_e\bar{\phi}$ у будь-який спостережуваній, яка представляє собою переріз розсіювання, проінтегрований по деякому інтервалу кутів z . Однак, внесок змішування може бути усунуто з перерізу розсіювання у спостережуваній, яка дещо нагадує асиметрію вперед-назад:

$$\Delta\sigma(z^*) = \int_{z^*}^{z_{\max}} \mathcal{F}_v^{-1}(z) \Delta \frac{d\sigma}{dz} dz - \int_{-z_{\max}}^{z^*} \mathcal{F}_v^{-1}(z) \Delta \frac{d\sigma}{dz} dz,$$

де певне граничне значення z^* обирається таким чином, щоб придушити коефіцієнт при $\bar{l}_e\bar{\phi}$. Максимальне значення кута розсіювання $z_{\max}$ визначається окремо для кожного конкретного експерименту з урахуванням геометрії детектора. Таким чином, ми вводимо однопараметричну знаковизначену спостережувану, яка є чутливою лише до електронної взаємодії $\bar{l}_e^2$.

Колаборації DELPHI і L3 з експерименту LEP вимірювали диференціальні перерізи розсіювання з $z_{\max} = 0.72$ [54, 134]. Відповідні граничні кути z^* , а також теоретичні та експеримен-

тальні значення спостережуваної зібрані в таблиці 3.2. Інші дві колаборації LEP — ALEPH і OPAL — використовували ширший інтервал з $z_{\max} = 0.9$ [51–53, 133]. Відповідні дані представлені в таблиці 3.3.

Таблиця 3.2. Граничні кути z^* та теоретичні значення спостережуваної $\Delta\sigma(z^*)$ при $z_{\max} = 0.72$. Експериментальні значення спостережуваної позначені (D) для колаборації DELPHI та (L) для колаборації L3

$\sqrt{s}$, GeV	z^*	$\Delta\sigma(z^*)$	$\Delta\sigma^{\text{ex}}(z^*)$
183	-0.245	$1742 \bar{l}_e^2$	-2.38 ± 7.03 (L)
189	-0.252	$1775 \bar{l}_e^2$	-4.28 ± 3.36 (D)
	-0.251	$1771 \bar{l}_e^2$	3.05 ± 3.65 (L)
192	-0.255	$1788 \bar{l}_e^2$	4.57 ± 7.32 (D)
196	-0.259	$1806 \bar{l}_e^2$	3.77 ± 4.33 (D)
200	-0.263	$1823 \bar{l}_e^2$	-1.95 ± 4.05 (D)
202	-0.265	$1831 \bar{l}_e^2$	1.31 ± 5.54 (D)
205	-0.267	$1843 \bar{l}_e^2$	-4.09 ± 3.89 (D)
207	-0.269	$1851 \bar{l}_e^2$	0.40 ± 3.33 (D)

Для отримання експериментальних значень спостережуваної потрібно знати передбачення СМ для диференціального перерізу розсіювання з максимальною можливою точністю, враховуючи правила відбору подій, геометрію детектора, фонові процеси і т.ін. Це потрібно, щоб мінімізувати систематичну похибку вимірювання. Для всіх колаборацій окрім OPAL відповідні значення присутні в цифровій формі в публікаціях, тоді як колаборація OPAL опублікувала передбачення СМ лише у вигляді графіків. Чисельні значення, що були надані нам колаборацією OPAL у відповідь на наш запит, наведено в таблиці

3.4.

Таблиця 3.3. Граничні кути z^* та теоретичні значення спостережуваної $\Delta\sigma(z^*)$ при $z_{\max} = 0.9$. Експериментальні значення спостережуваної позначені (A) для колаборації ALEPH та (O) для колаборації OPAL

$\sqrt{s}$, GeV	z^*	$\Delta\sigma(z^*)$	$\Delta\sigma^{\text{ex}}(z^*)$
130	-0.217	2017 $\bar{l}_e^2$	-12.40 ± 19.24 (A) -4.13 ± 29.29 (O)
136	-0.266	2092 $\bar{l}_e^2$	-50.21 ± 16.64 (A) -34.18 ± 31.58 (O)
161	-0.370	2311 $\bar{l}_e^2$	-15.90 ± 13.24 (A) -14.02 ± 22.32 (O)
172	-0.400	2398 $\bar{l}_e^2$	-12.11 ± 12.50 (A) 13.71 ± 17.84 (O)
183	-0.424	2474 $\bar{l}_e^2$	-1.51 ± 5.18 (A) 11.04 ± 5.57 (O)
189	-0.435	2512 $\bar{l}_e^2$	-0.63 ± 3.28 (O)
192	-0.441	2531 $\bar{l}_e^2$	-3.48 ± 9.85 (O)
196	-0.447	2554 $\bar{l}_e^2$	2.96 ± 5.09 (O)
200	-0.454	2577 $\bar{l}_e^2$	0.35 ± 4.68 (O)
202	-0.457	2587 $\bar{l}_e^2$	-2.87 ± 9.00 (O)
205	-0.461	2604 $\bar{l}_e^2$	5.88 ± 4.67 (O)
207	-0.464	2614 $\bar{l}_e^2$	-1.42 ± 3.46 (O)

Стандартний фіт методом χ^2 , що був описаний вище для абелевого Z' бозона, дає наступні результати для константи взаємодії кірального Z' бозона з електронами $\bar{l}_e^2$ на рівні довіри 68% (одне стандартне відхилення) як для окремих колаборацій, так і в цілому для експерименту LEP II:

$$\begin{aligned}
\text{ALEPH : } \quad \bar{l}_e^2 &= -0.00304 \pm 0.00176 \\
\text{DELPHI : } \quad \bar{l}_e^2 &= -0.00054 \pm 0.00086 \\
\text{L3 : } \quad \bar{l}_e^2 &= 0.00109 \pm 0.00184 \\
\text{OPAL : } \quad \bar{l}_e^2 &= 0.00051 \pm 0.00064 \\
\text{Combined : } \quad \bar{l}_e^2 &= -0.00004 \pm 0.00048
\end{aligned}$$

Таблиця 3.4. Значення СМ для бінів експерименту OPAL

bins	189	192	196	200	202	205	207
$[-0.9, -0.72]$	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.3
$[-0.72, -0.54]$	1.8	1.8	1.7	1.6	1.6	1.5	1.5
$[-0.54, -0.36]$	2.3	2.3	2.1	2.0	1.9	1.8	1.8
$[-0.36, -0.18]$	3.0	2.9	2.7	2.5	2.4	2.2	2.2
$[-0.18, 0]$	4.0	3.8	3.6	3.3	3.2	3.1	3.1
$[0, 0.09]$	5.3	4.9	4.6	4.5	4.4	4.4	4.3
$[0.09, 0.18]$	6.6	6.1	5.8	5.8	5.8	5.7	5.6
$[0.18, 0.27]$	8.8	8.5	8.3	8.1	8.0	7.8	7.6
$[0.27, 0.36]$	12.5	12.7	12.4	11.7	11.4	10.9	10.7
$[0.36, 0.45]$	19.0	18.5	18.0	17.3	16.9	16.3	15.9
$[0.45, 0.54]$	30.4	28.2	26.9	26.5	26.2	25.5	24.6
$[0.54, 0.63]$	49.7	45.4	43.5	43.7	43.7	42.4	40.3
$[0.63, 0.72]$	86.9	82.8	79.8	78.0	77.0	74.7	72.4
$[0.72, 0.81]$	212.0	206.7	198.4	190.0	186.1	181.3	179.0
$[0.81, 0.9]$	608.4	571.7	552.0	547.4	544.5	532.3	515.4

Звідси видно, що найбільш точні дані колаборацій DELPHI та OPAL не дають сигналу кірального Z' бозона навіть на рівні одного стандартного відхилення. Об'єднане значення також не вказує на сигнал на рівні довіри 1σ . З комбінованого фіта

можна отримати верхню границю для електронної константи зв'язку на рівні довіри 95%:

$$\bar{l}_e^2 < 9 \times 10^{-4}. \quad (3.15)$$

Припустивши, що константа зв'язку Z' бозона $\tilde{g}$ є близькою до електрослабкої константи зв'язку, $\tilde{g} \simeq 0.6$, приходимо до висновку, що відповідна маса кірального Z' бозона повинна бути більше, ніж 0.5 TeV.

Тепер проведемо повний двохпараметричний фіт експериментальних даних, заснований безпосередньо на диференціальному перерізі розсіювання. Оскільки у випадку кірального Z' є тільки дві незалежні невідомі константи, слід очікувати, що такий фіт може бути надійним. При фітуванні ми використовували наявні остаточні дані для диференціальних перерізів розсіювання для процесу Баба. Набір даних складається з 299 бінів, включаючи дані колаборацій ALEPH при 130-183 GeV [133], DELPHI при 189-207 GeV [54], L3 при 183-189 GeV [134] і OPAL при 130-207 GeV [51–53].

Функція χ^2 є наступною

$$\chi^2(\bar{l}_e, \bar{\phi}) = \sum_i \left(\frac{\sigma_i^{\text{ex}} - \sigma_i^{\text{th}}(\bar{l}_e, \bar{\phi})}{\delta\sigma_i^{\text{ex}}} \right)^2,$$

де σ_i^{ex} та $\delta\sigma_i^{\text{ex}}$ — виміряні відхилення від СМ для диференціального перерізу розсіювання, що відповідає i -му біну (при цьому, ми використовуємо передбачення СМ, обраховані колабораціями) з відповідними статистичними похибками, а σ_i^{th} — теоретичний вираз для відхилення від СМ за рахунок кірального Z'

бозона, який залежить від невідомих констант взаємодії. Сумування здійснюється за всіма наявними бінами.

Відповідно до рівняння (3.14), теоретичне передбачення для сигналу σ_i^{th} є лінійною комбінацією двох добутків констант зв'язку Z' бозона з частинками СМ:

$$\sigma_i^{\text{th}} = \sum_{j=1}^2 C_{ij} A_j, \quad A_j = \{\bar{l}^2, \bar{l}_e \bar{\phi}\}, \quad (3.16)$$

де C_{ij} є відомими чисельними коефіцієнтами. Уводячи матричні позначення $\sigma^{\text{th}} = \sigma_i^{\text{th}}$, $\sigma^{\text{ex}} = \sigma_i^{\text{ex}}$, $C = C_{ij}$, $A = A_j$, функцію χ^2 можна записати у вигляді

$$\chi^2(A) = (\sigma^{\text{ex}} - CA)^T D^{-1} (\sigma^{\text{ex}} - CA), \quad (3.17)$$

де верхній індекс Т означає транспонування, а D є коваріаційною матрицею. Діагональні елементи D є квадратами експериментальних похибок, $D_{ii} = (\delta\sigma_i^{\text{ex}})^2$, а недіагональні елементи D відповідають за можливі кореляції між результатами вимірювань.

Функція χ^2 має мінімум, $\chi_{\min}^2$, який відповідає оцінці максимальної правдоподібності для констант взаємодії Z' бозона,

$$\hat{A} = (C^T D^{-1} C)^{-1} C^T D^{-1} \sigma^{\text{ex}}. \quad (3.18)$$

Тоді з рівнянь (3.17), (3.18) отримаємо

$$\begin{aligned}\chi^2(A) - \chi_{\min}^2 &= (\hat{A} - A)^T \hat{D}^{-1} (\hat{A} - A), \\ \hat{D} &= (C^T D^{-1} C)^{-1}.\end{aligned}\tag{3.19}$$

Як правило, експериментальні значення перерізу розсіювання σ^{ex} є нормальними розподіленими величинами з середніми значеннями σ^{th} і коваріаційною матрицею D . Величини $\hat{A}$, будучи суперпозицією σ^{ex} , мають також нормальний розподіл ймовірностей. Легко показати, що $\hat{A}$ має середні значення A і коваріаційну матрицю $\hat{D}$.

Зворотня матриця коваріації $\hat{D}^{-1}$ є симетричною матрицею 2×2 , яка може бути діагоналізована. Число ненульових власних значень визначається рангом $\hat{D}^{-1}$, що відповідає числу лінійно-незалежних доданків у диференціальному перерізі розсіювання σ^{th} . У разі кірального Z' бозона, ранг $\hat{D}^{-1}$ дорівнює 2. Таким чином, права сторона рівняння (3.19) є величиною, розподіленою як χ^2 з 2 ступенями свободи. Оскільки ця випадкова величина не залежить від A , область довіри в просторі параметрів $A = \{\bar{l}_e, \bar{\phi}\}$, що відповідає ймовірності β , може бути визначена як [136]:

$$\chi^2 \leq \chi_{\min}^2 + \chi_{\text{CL},\beta}^2,\tag{3.20}$$

де $\chi_{\text{CL},\beta}^2$ є β -квантилем розподілу χ^2 з 2 ступенями свободи.

Параметричний простір констант взаємодії кірального Z' бозона є площиною $(\bar{l}_e, \bar{\phi})$. Мінімальне значення функції χ^2 , $\chi_{\min}^2 = 237.29$, досягається при практично нульовому значенні константи $\bar{l}_e$ ($\simeq 10^{-4}$) та є майже незалежним від значення $\bar{\phi}$. Це по-

ложення мінімуму відповідає значенням максимальної правдоподібності зазначених параметрів. Область з рівнем довіри 95% ($\chi^2_{\text{CL}} < 5.99$) показано на рис. 3.9.

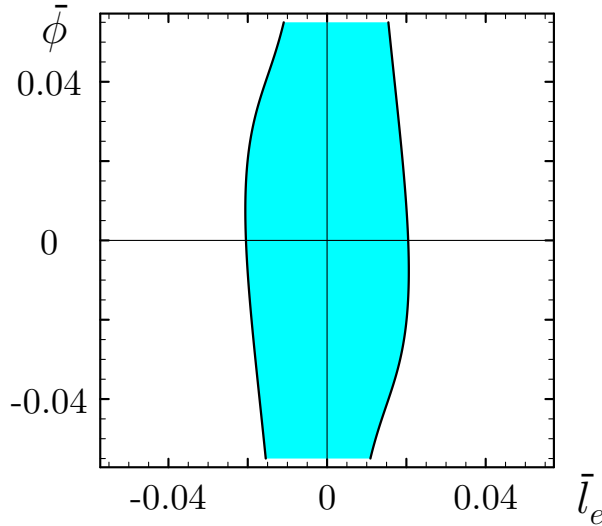


Рис. 3.9. Область з рівнем довіри 95% на площині параметрів $\bar{l}_e - \bar{\phi}$, що отримана за комбінованим фітуванням остаточних даних колаборацій ALEPH (130-183 GeV), DELPHI (189-207 GeV), L3 (183-189 GeV) та OPAL (130-207 GeV)

Як можна бачити, нульова точка $\bar{l}_e = \bar{\phi} = 0$, що позначає відсутність кірального Z' бозона, знаходиться всередині області довіри. Значення χ^2 у цій точці (238.62) практично не відрізняється від χ^2_{min} . Іншими словами, експериментальні дані не дають натяків на сигнал кірального Z' бозона.

Як видно з рис. 3.9, значення електронної константи $\bar{l}_e$ обмежується інтервалом $\bar{l}_e < 0.02$ на рівні довіри 95%. Ця верхня межа знаходиться в згоді з відповідним результатом однопараметричного фітування ($\bar{l}_e < 0.03$). Таким чином, маса Z' бозона повинна бути більше ніж 0.75 TeV, якщо константа зв'язку Z' бозона $\tilde{g}$ береться порядку електрослабкої константи зв'язку, $\tilde{g} \simeq 0.6$.

Фітування диференціальних перерізів розсіювання призводить до дещо кращої точності для параметру $\bar{l}_e$, ніж фітування інтегральних перерізів на основі ті ж самих даних. Через невелику початкову кількість незалежних параметрів збільшення дисперсії, яке є неминучим в разі, якщо з'являється додатковий параметр, компенсується збільшенням обсягу наявних даних. Слід зазначити, що без урахування співвідношень ренорм-групи між взаємодіями Z' бозона такі результати неможливо було б отримати, оскільки кількість невідомих параметрів та їхніх добутків у перерізі розсіювання була б більшою.

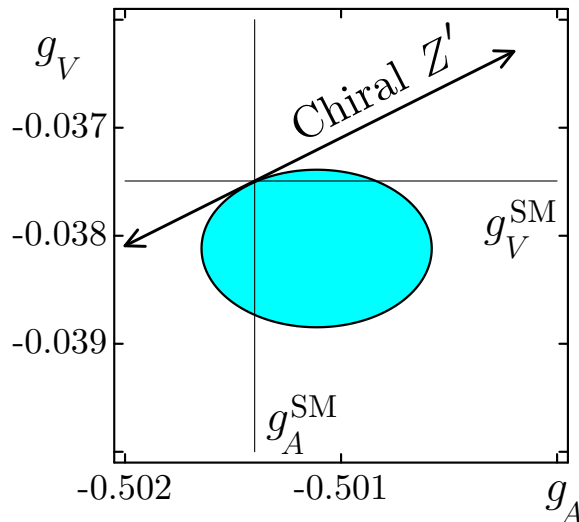


Рис. 3.10. Область рівня довіри 68% у площині $g_A - g_V$ за даними експериментів LEP I [137]. Показано значення констант взаємодії Z бозона згідно з СМ, а також можливі відхилення завдяки існуванню кірального Z' бозона

В експериментах LEP I [137], що проводилися в околі резонансу Z бозона, були точно виміряні векторна (g_V) та аксіально-векторна (g_A) константи зв'язку Z бозона з лептонами. Процес Баба показав відхилення від значень СМ на рівні одного стандартного відхилення для мас бозона Хіггса $m_H \geq 114$ GeV. Ці-

каво оцінити границі для змішування між Z та Z' бозонами, що впливають з цих експериментів. Для того, щоб зробити це, виразимо виміряні параметри g_V , g_A через $\bar{l}_e$, $\bar{\phi}$,

$$g_V - g_V^{\text{SM}} = g_A - g_A^{\text{SM}} = 12.2647 \bar{l}_e \bar{\phi}, \quad (3.21)$$

і припустимо, що повне відхилення теорії від експериментів впливає завдяки змішуванню між Z та Z' бозонами. Це дає нижню межу для змішування. Якщо припустити інші можливості для відхилення від СМ, то змішування може бути й більшим. Таким чином можна перевірити, чи виключено змішування між Z та Z' бозонами експериментами LEP I чи ні.

На рис. 3.10 відтворена область рівня довіри в одне стандартне відхилення для процесу Баба з роботи [137]. Візьмемо значення констант взаємодії для СМ, що відповідають масі топ-кварка $m_t = 178$ ГеВ і масі бозона Хіггса $m_H = 114$ ГеВ. Відповідно до формули (3.21) відхилення g_V , g_A за рахунок кірального Z' бозона відповідає прямій лінії, показаній на рис. 3.10. Ця лінія лежить повністю поза областю довіри в одне стандартне відхилення. Отже, можна сказати, що кіральний Z' виключається в процесі Баба експериментами LEP I на рівні довіри 68%. З іншого боку, на рис. 3.10 демонструє одне стандартне відхилення від СМ. Цей сигнал сумісний з абелевим Z' бозоном, як це було показано в попередніх пунктах.

Як впливає з результатів нашого дослідження, ймовірна відсутність легкого кірального Z' бозона з масою порядку декілька ТеВ. Абелевий Z' бозон є більш ймовірним сценарієм фізики поза СМ.

3.6. Результати фітування в традиційній параметризації

У цьому розділі ми збираємо в зручній формі отримані результати і проводимо порівняння з іншими дослідженнями з пошуку абелевого Z' бозона при низьких енергіях. Результати фітування констант взаємодії Z' бозона з лептонами СМ, отримані з аналізу даних експериментів LEP, наведені в таблицях 3.5-3.6. Нагадаємо, що через універсальність аксіально-векторної взаємодії a_f , ті ж самі оцінки справедливі й для кварків.

Таблиця 3.5. Оцінки максимальної правдоподібності констант взаємодії Z' бозона з ферміонами та кута змішування Z та Z' бозонів (θ_0), отримані в результаті фітування даних LEP, у традиційній параметризації (1.3).

$M = \frac{m_{Z'}}{1 \text{ TeV}}$ позначає невідоме значення маси Z' бозона в

одиницях TeV				
Data	$ \theta_0 , \times 10^{-3}$	$ v'_e , \times 10^{-1}$	$ a'_f , \times 10^{-1}$	$\Delta_e^A, \times 10^{-3}$
LEP I				
e^-e^+	$3.17M^{-1}$	-	$1.38M$	0.437
LEP II, однопараметричне фітування				
e^-e^+	-	$5.83M$	-	-
$\mu^-\mu^+$	$5.42M^{-1}$	-	$2.36M$	1.278
$\mu^-\mu^+, \tau^-\tau^+$	$3.27M^{-1}$	-	$1.42M$	0.464
LEP II, багатопараметричне фітування				
$e^-e^+, z < 0$	-	$5.84M$	-	-

Перш за все, як однопараметричні фітування даних експериментів LEP, так і багатопараметричне фітування для бінів, що відповідають розсіюванню назад у процесі e^+e^- показують на-

тяки на Z' бозон на рівні 1-2 стандартних відхилень. У зв'язку з цим, існують оцінки максимальної правдоподібності для параметрів Z' бозона. Незважаючи на статистичну невизначеність, ці значення можуть бути використані в якості орієнтира для оцінки можливих ефектів Z' бозона в інших експериментах. Оцінки максимальної правдоподібності наведені в таблиці 3.5. Як видно, різні фітування, отримані для різних процесів, призводять до подібних значень параметрів Z' бозона.

Таблиця 3.6. Інтервали довіри для констант взаємодії Z' бозона з ферміонами та кута змішування Z та Z' бозонів (θ_0), отримані в результаті фітування даних LEP, у традиційній параметризації (1.3). $M = \frac{m_{Z'}}{1 \text{ TeV}}$ позначає невідоме значення маси Z' бозона в одиницях TeV

Data	CL	$ \theta_0 , \times 10^{-3}$	$ v'_e , \times 10^{-1}$	$ a'_f , \times 10^{-1}$	$\Delta_e^A, \times 10^{-3}$
LEP I					
e^-e^+	68%	$(0; 4.48)M^{-1}$	-	$(0; 1.95)M$	$(0; 0.87)$
LEP II, однопараметричне фітування					
e^-e^+	95%	-	$(2.46; 7.87)M$	-	-
$\mu^-\mu^+$	95%	$(0; 10.39)M^{-1}$	-	$(0; 4.52)M$	$(0; 4.69)$
μ, τ	95%	$(0; 8.64)M^{-1}$	-	$(0; 3.75)M$	$(0; 3.24)$
LEP II, багатопараметричне фітування					
e, μ, τ	95%	$(0; 17.03)M^{-1}$	$(0; 5.06)M$	$(0; 7.40)M$	$(0; 12.61)$
$e, z < 0$	68%	$(0; 27.61)M^{-1}$	$(1.68; 7.83)M$	$(0; 12.00)M$	$(0; 33.13)$

У таблиці 3.6 наведено інтервали довіри для параметрів абелевого Z' бозона. Вони надають можливість оцінити невизначеність констант взаємодії Z' бозона, а також нижні границі параметрів. Результати фітування також показані на рис. 3.11-3.12. Підводячи підсумок, відзначимо, що дані експериментів LEP II сумісні на рівні довіри в 1-2 стандартних відхилення з

існуванням не досить важкого Z' бозона.

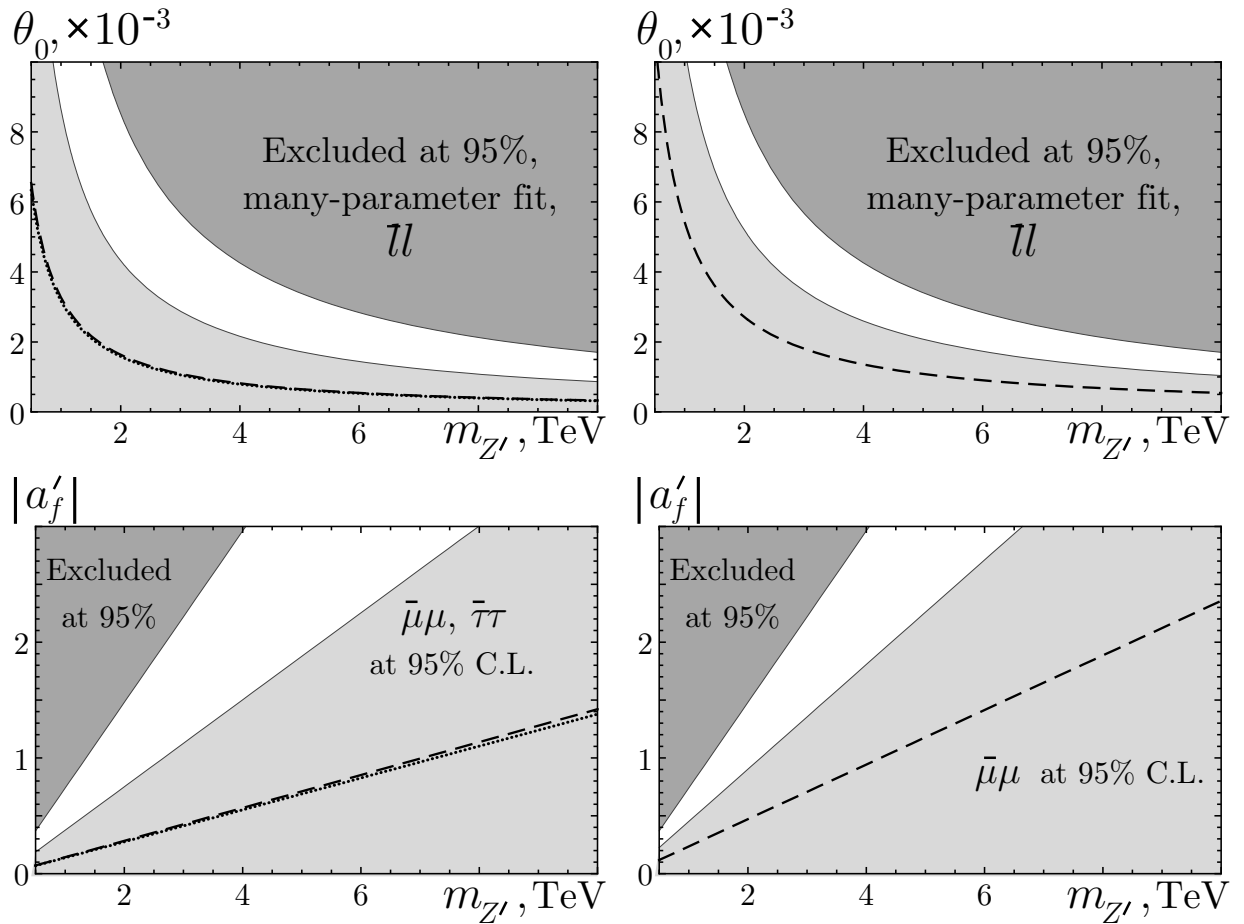


Рис. 3.11. Вимірювання константи аксіальної взаємодії Z' бозона з ферміонами (a'_f) та кута змішування Z та Z' бозонів (θ_0) за даними LEP для процесу $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$ (зліва) та $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (праворуч). Світла область — фітування на базі однопараметричних спостережувань, Темна область — виключено на рівні довіри 95% у багатопараметричному фітуванні даних $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$. Пунктир — оцінка максимальної правдоподібності LEP II. Крпки — оцінка максимальної правдоподібності LEP I

Тепер ми порівнюємо отримані результати з іншими, наявними в літературі. Як було відзначено у розділі 1, колаборації LEP не знайшли сигналів нових частинок та визначили оцінки знизу на масу Z' бозона в серії популярних моделей. У залежності від обраної моделі ці оцінки змінюються в досить широкому

інтервалі енергій. У принципі, те ж саме було зроблено й для експериментів Теватрон. Нижня межа для маси згідно з цими експериментами становить $m_{Z'} \geq 850$ Гев. Крім того, добре відомо, що, хоча майже всі на сьогоднішній день дані описуються СМ [50–54, 137], загальний глобальний фіт СМ не завжди є добрим. У роботі [123] було показано, що велика різниця в $\sin^2 \theta_{\text{eff}}^{\text{lept}}$ від асиметрії вперед-назад A_{fb}^b з b -кварками та від вимірювання в межах експерименту SLAC SLD може бути пояснена для фізично розумних значень маси бозона Хіггса, якщо припустити один чи декілька додаткових $U(1)$ бозонів, тобто Z' бозонів. Була запропонована конкретна модель для опису таких Z' бозонів, яка вводить два типи взаємодій з гіперзарядом Y та з зарядом «баріон-мінус-лептон» $B - L$. У рамках цієї моделі, використовуючи ряд прецизійних вимірювань від експериментів LEP I, LEP II, SLD і Tevatron, були зафітовані параметри моделі a_Y , a_{B-L} . Було показано, що наявність Z' бозона не виключена на рівні довіри 68%. Значення константи a_Y оцінене в той же порядок величини, що і в нашому аналізі, а також узгоджується зі значеннями інших параметрів, виміряних в експериментах на прискорювачі LEP. Верхня межа маси отримана на рівні $m_{Z'} \leq 2.6$ ТеВ. Всі ці підходи різняться, але доповнюють один одного. Спільною рисою їх є врахування Z' бозона як необхідного елемента для пояснення даних. Результати узгоджуються на рівні довіри 68-95% з існуванням відносно легкого Z' бозону, який все ще має шанси бути виявленим в експериментах ЛНС.

Як ми показали, аксіально-векторна взаємодія абелевого Z' бозона з ферміонами СМ є універсальною і пропорційною до константи взаємодії з бозоном Хіггса. Таким чином, ми отримали оцінку аксіально-векторної константи $a = a_f$ одночасно для

лептонів і кварків. Це істотний внесок, оскільки традиційний аналіз даних в експерименті LHC в основному зосереджений на можливості розрізнити моделі, а не на реальних значеннях констант взаємодії. Обговорення вимірювання констант взаємодії можна знайти в роботі [140]. Нами оцінено також векторну константу v_e , що, зокрема, може допомогти відрізнити розпад резонансного стану Z' бозона в пару e^+e^- . Враховуючи оцінки констант a_e та v_e , є можливість відрізнити цей процес від розпаду системи KK . У літературі з пошуку Z' бозона також згадується, що визначення різних констант взаємодії Z' бозона з ферміонами v_e , $v_{e,b}$, $a_{e,b}$ та ін. може бути виконано з аналізу різних каналів реакції розсіювання [69, 138]. У подібних міркуваннях зазвичай не приймаються до уваги співвідношення між різними константами. Але, як ми побачили, це дуже важливо для обробки експериментальних даних і конструювання відповідних спостережуваних для вимірювання. Результати наших досліджень можуть бути корисними при розв'язуванні цієї проблеми.

Іншим важливим параметром при аналізі даних є кут змішування між Z та Z' бозонами, який відповідає за різні процеси розпаду й ефективні взаємодії, що вивчаються в умовах експерименту LHC [68, 69]. Кут змішування визначається аксіально-векторною константою зв'язку (див. рівняння (1.11)) і оцінюється модельно-незалежним способом. Нагадаємо, що в нашому аналізі змішування між Z та Z' бозонами систематично враховується. Його значення має той же порядок, що й інші параметри Z' бозона, які були обмежені в експериментах. Тому нехтування кутом змішування, яке зустрічається в літературі, не виглядає обґрунтованим.

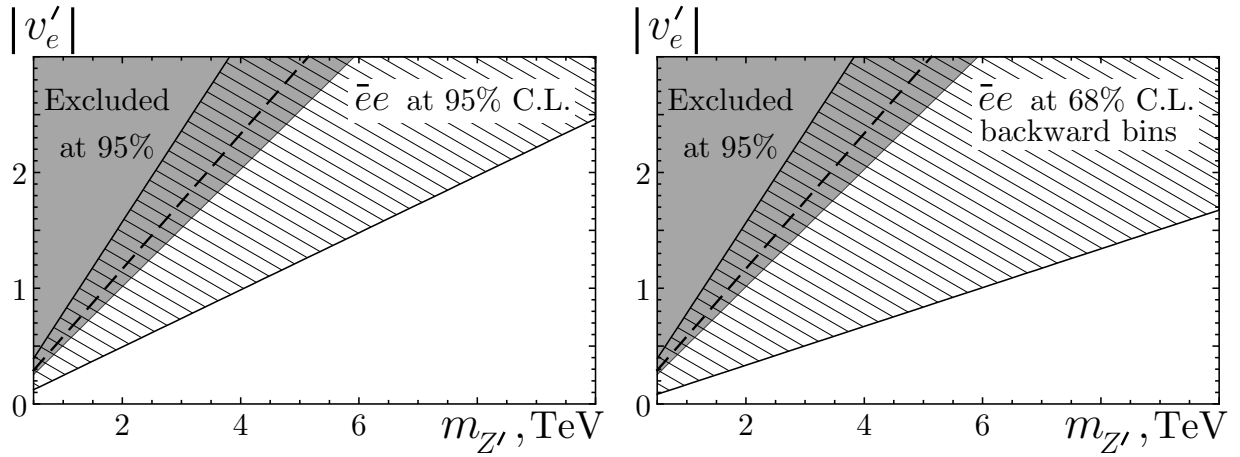


Рис. 3.12. Вимірювання константи векторної взаємодії Z' бозона з електронами (v'_e) за даними LEP II. Результати фітування на базі однопараметричних спостережуваних для процесу $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ показано зліва, праворуч показано область довіри в одне стандартне відхилення для розсіювання назад у процесі $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$. Темна область — виключено на рівні довіри 95% у багатопараметричному фітуванні даних $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$. Пунктир — оцінка максимальної правдоподібності

Важлива роль модельно незалежних результатів для пошуку Z' бозона в експериментах на прискорювачах Tevatron, LHC та ILC полягає, зокрема, в можливості визначити саме цю частинку в якості віртуального стану в статистиці, що включає велику кількість відповідних подій. Ми вже згадували, що, у принципі, експерименти LEP II були б у змозі знайти сигнал Z' бозона, якщо б продовжили нарощувати статистику до досить великих обсягів. Експерименти на майбутньому лептонно-му прискорювачі ILC можуть досягти цієї мети та зібрати статистику набагато більш об'ємну, ніж це вдалося експериментам LEP. Спостережувані, введені в останніх двох розділах, допоможуть однозначно виділити та виміряти константи a_f^2 та v_e^2 у цих лептонних процесах, вони також ефективні при енергіях

$\sqrt{s} \geq 500$ GeV і можуть бути застосовані в майбутніх експериментах на прискорювачі ILC.

У літературі існують інші модельно незалежні методи пошуку сигналів Z' бозона в якості резонансного стану (див. роботи [138–140]). Ми утримаємося від їх обговорення, бо вони не беруть до уваги жодних співвідношень між параметрами Z' бозона й вимагають високих енергій, порівняних з масою нової частинки, тоді як основною метою даної роботи є модельно незалежні сигнали Z' бозона в експериментах при достатньо низьких енергіях.

3.7. Висновки

Знайдено однопараметричні спостережувані для пошуку сигналу абелевого та кірального Z' бозона в процесі розсіювання електрона на позитроні (процес Баба). Спостережувані є інтегральними нормованими перерізами розсіювання. За допомогою уведених спостережуваних проаналізовано дані експериментів на прискорювачі LEP II. Знайдено натяк на сигнал абелевого Z' бозона на рівні близько двох стандартних відхилень. Натяків на сигнал кірального Z' бозона не виявлено.

Проведено багатопараметричну обробку даних експериментів на прискорювачі LEP II. Знайдено натяк на сигнал абелевого Z' бозона у розсіюванні у зворотньому напрямку. Проведено комбінований фіт даних експериментів LEP I та LEP II для всіх лептонних процесів, отримано оцінки максимальної правдоподібності та інтервали довіри для констант взаємодії абелевого Z' бозона з ферміонами. Результати представлено в різних параметризаціях для зручності подальшого користування.

РОЗДІЛ 4

ПОШУК НЕРЕЗОНАНСНИХ СИГНАЛІВ Z' БОЗОНА В ПРОЦЕСІ ДРЕЛЛА-ЯНА

У цьому розділі розглядаються спостережувані з мінімальною кількістю незалежних параметрів для пошуку сигналів віртуального проміжного стану абелевого Z' бозона в процесі Дрелла-Яна. Застосовується інтегрування диференціального перерізу розсіювання за інваріантною масою лептонної пари та за відносною псевдострімкістю в лептонній парі. Аналізується випадок анігіляції протона й антипротона в околі піку Z бозона, мінімізація внесків другого покоління кварків до спостережуваної та пригнічення одного з внесків від кварків першого покоління. Окремо розглядається випадок універсальних взаємодій для всіх поколінь та випадок лептофобного Z' бозона.

4.1. Абелевий Z' бозон у процесі Дрелла-Яна

Найбільш перспективним з точки зору пошуків сигналів абелевого Z' бозона в процесах зіткнень гадронів при високих енергіях є процес Дрелла-Яна, тобто утворення в кінцевому стані пари лептон-антилептон. У такому процесі проміжний стан Z' бозона опиняється в анігіляційному каналі реакції і може вбрати значущу частину енергії зіткнення. Завдяки структурі гадронів, найбільша статистична ефективність сигналу буде спостерігатися в процесі анігіляції протона й антипротона $p\bar{p} \rightarrow l^+l^-$, оскільки ймовірності знайти кварк та антикварк у почат-

ковому стані будуть рівними й доволі високими. Прикладом експерименту, що реалізує таку реакцію, є прискорювач Теватрон. Загальна ідея нашого підходу до виділення сигналів абелевого Z' бозона може бути в рівній мірі застосовна для будь якого покоління заряджених лептонів. Тому ми будемо обговорювати загальний випадок лептонної пари в кінцевому стані, конкретизуючи електрон-позитронну чи мюон-антимюонну пару за необхідності.

Як і для всіх реакції з гадронами при надвисоких енергіях, переріз процесу Дрелла-Яна зазвичай обчислюється в межах партонної моделі. Партонна модель є наслідком асимптотичної свободи сильних взаємодій при високих енергіях. Згідно з партонною моделлю, переріз розсіювання утворюється за допомогою згортки перерізів розсіювання для партонів — кварків чи глюонів — з ймовірностями знайти відповідний партон у гадроні — функціями розподілу партонів:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \sigma_{AB}}{\partial x_q \partial x_{\bar{q}} \partial \hat{t}} &= \sum_{q, \bar{q}} f_{q,A}(x_q, \mu_F, \mu_R) f_{\bar{q},B}(x_{\bar{q}}, \mu_F, \mu_R) \frac{\partial \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l^+ l^-}}{\partial \hat{t}}, \\ \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l^+ l^-} &= \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l^+ l^-}(\hat{t}), \end{aligned} \quad (4.1)$$

де літери A та B позначають гадрони, що зіткаються (p чи $\bar{p}$), k_A, k_B — відповідно їхні чотиривимірні імпульси, а множники $f_{q,A}(x_q, \mu_F, \mu_R)$ — функції розподілу партонів для партона q в гадроні A з частиною чотириімпульса гадрона x_q ($0 \leq x_q \leq 1$). Функції розподілу партонів визначені на певному масштабі факторизації μ_F та масштабі ренормування μ_R .

Партонний диференціальний переріз розсіювання $\hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l^+ l^-}$ залежить від кінематичної змінної Мандельстама $\hat{t} = (p_{l^+} - p_q)^2$.

Ця змінна може бути виражена через звичайний кут розсіювання і часто використовується замість нього при описі гадронних реакцій. Всі обчислення перерізів розсіювання на рівні партонів ми проводимо за допомогою відомого програмного забезпечення для обчислення амплітуд розсіювання та спостережуваних *FeynArts* [40, 41] та *FormCalc* [44, 45]. Надалі капелюх над літерою буде позначати приналежність цієї величини до партонного перерізу розсіювання.

З практичної точки зору, функції розподілу партонів визначаються за результатами теоретичних розрахунків та обробки експериментальних даних, будучи певною мірою феноменологічними. Для обчислень вони використовуються в чисельному вигляді. Існують декілька загальнодоступних бібліотек, що підтримуються різними групами авторів. У наших дослідженнях для роботи з функціями розподілу партонів ми використовуємо пакет *MSTW* [163, 164].

Добуток функцій розподілу партонів для кожного типу кварків, що міститься в перерізі розсіювання, доцільно позначити як єдиний фактор:

$$f_{q,A}(x_q, \mu_{F,R}) f_{\bar{q},B}(x_{\bar{q}}, \mu_{F,R}) = F_{q\bar{q}}(x_q, x_{\bar{q}}, \mu_{F,R}). \quad (4.2)$$

Він, умовно кажучи, описує хід реакції до розпаду проміжного стану векторного бозону на пару лептонів і є незалежним від деталей цього розпаду.

Отриманий потрібний диференціальний переріз розсіювання забезпечує повний опис процесу Дрелла-Яна. Він виражається через три вільних кінематичних змінні: x_q , $x_{\bar{q}}$ і $\hat{t}$ — частини імпульсів, що припадають на партони, та змінну, що пов'язана

з кутом розсіювання кінцевого лептона. Недоліком цих змінних є те, що дві з них входять одразу як до множника, що містить функції розподілу партонів, так і до партонного перерізу розсіювання, оскільки кінематична змінна Мандельстама $\hat{s} = (p_{l^+} + p_{l^-})^2$, що відповідає проміжному стану Z' бозона, містить у собі одразу дві з вищезазначених кінематичних змінних ($\hat{s} = x_q x_{\bar{q}} S$).

Кінематичними величинами, які безпосередньо вимірюються в експериментах і використовуються для вибору подій до перерізу розсіювання, є псевдострімкості $\eta_{\pm}$ та поперечні імпульси $p_T^{\pm}$ кінцевих лептонів. Псевдострімкість — це узагальнення поняття звичайної лоренцевої стрімкості (гіперболічного кута в просторі-часі). Якщо звичайна стрімкість частинки з імпульсом $\vec{p}$ та енергією E визначається як

$$\varphi = \operatorname{atanh} \frac{|\vec{p}|c}{E} = \operatorname{atanh} \frac{|\vec{v}|}{c},$$

то псевдострімкість обчислюється по відношенню до компоненти імпульсу вздовж напрямку руху променя частинок у прискорювачі

$$y = \operatorname{atanh} \frac{p_{\text{beam}} c}{E} = \operatorname{atanh} \frac{v_{\text{beam}}}{c},$$

тобто пов'язана з поздовжньою до променя прискорювача частиною імпульсу частинки. У головному порядку розвинення за константою сильних взаємодій α_S для поперечних імпульсів виконується співвідношення $p_T^+ = -p_T^- = p_T$, оскільки початковий імпульс гадронів є поздовжнім.

Кінематичні змінні Мандельстама $\hat{s}$, $\hat{t}$ і частини імпульсів, що несуть партони, x_q , $x_{\bar{q}}$, виражаються через псевдострімкості та поперечні імпульси лептонів наступним чином:

$$\begin{aligned}\hat{s} = M^2 &= 4p_T^2 \cosh^2 \frac{\eta_+ - \eta_-}{2}, \quad \hat{t} = -\frac{M^2}{1 + e^{(\eta_+ - \eta_-)}}, \\ x_q &= \frac{M}{\sqrt{S}} e^{(\eta_+ + \eta_-)/2}, \quad x_{\bar{q}} = \frac{M}{\sqrt{S}} e^{-(\eta_+ + \eta_-)/2},\end{aligned}\quad (4.3)$$

де величина M зазвичай зветься інваріантною масою лептонної пари. Оскільки x_q та $x_{\bar{q}}$ залежать лише від суми псевдострімокостей лептонів, тоді як кінематична змінна Мандельстама $\hat{t}$ виражається через різницю псевдострімокостей, зробимо відому заміну параметрів

$$Y = (\eta_+ + \eta_-)/2, \quad y = (\eta_+ - \eta_-)/2.$$

Кінематична змінна Y звичайно називається стрімкістю проміжного стана або стрімкістю лептонної пари, тоді як величина y пов'язана з кутом розсіювання в партонному процесі $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$, а саме

$$\cos \hat{\theta} = \tanh y.$$

Ця напіврізниця лептонних псевдострімокостей описує кінематику розсіювання на партонному рівні й зустрічається в деяких відомих підручниках із квантової теорії поля, наприклад [166].

У результаті, враховуючи якобіан перетворення змінних, диференціальний переріз розсіювання можна переписати як функцію нової трійки кінетичних параметрів — M , Y , y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \sigma_{AB}}{\partial M \partial Y \partial y} &= \sum_{q, \bar{q}} F_{q\bar{q}}(M, Y, \mu_{F,R}) \frac{\partial \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l+l-}}{\partial y}, \\ \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l+l-} &= \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l+l-}(M, y). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Явні вирази для партонного перерізу розсіювання $\hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l+l-}$ дещо громіздкі. Однак, щоб зробити вплив співвідношень ре-нормгрупи (1.11) на переріз розсіювання зрозумілим, ми наводимо цей переріз нижче. Для цього спочатку кожен з факторів $\hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l+l-}$ для окремих типів кварків можна записати з точністю до доданків $O(\tilde{g}^2)$ у наступному вигляді:

$$\hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l+l-} = \hat{\sigma}_{\text{SM}} + a^2 \hat{\sigma}_{a^2} + av_l \hat{\sigma}_{av_l} + av_u \hat{\sigma}_{av_u} + v_u v_l \hat{\sigma}_{v_u v_l}. \quad (4.5)$$

Як величина перерізу розсіювання згідно зі СМ $\hat{\sigma}_{\text{SM}}$, так і фактори за рахунок Z' бозона $\hat{\sigma}_{a^2, av_l, av_u, v_u v_l}$ мають наступну загальну структуру:

$$\hat{\sigma} = \frac{\cosh 2y}{\cosh^4 y} [A(M) \tanh 2y + S(M)]. \quad (4.6)$$

Залежність від інваріантної маси пари M для парної $S(M)$ та непарної $A(M)$ частини перерізу розсіювання записуються через чотири «резонансні функції»:

$$\begin{aligned}
f_1(M) &= \frac{1}{(M^2/m_Z^2 - 1)^2 + \Gamma_Z^2/m_Z^2}, \\
f_2(M) &= \frac{(M^2/m_Z^2 - 1)}{(M^2/m_Z^2 - 1)^2 + \Gamma_Z^2/m_Z^2}, \\
f_2'(M) &= \frac{(M^2/m_{Z'}^2 - 1)}{(M^2/m_{Z'}^2 - 1)^2 + \Gamma_{Z'}^2/m_{Z'}^2}, \\
f_3(M) &= \frac{M^2}{m_Z^2} f_2 f_2' \left(\frac{\Gamma_Z \Gamma_{Z'}/(m_Z m_{Z'})}{(M^2/m_{Z'}^2 - 1)(M^2/m_Z^2 - 1)} + 1 \right), \quad (4.7)
\end{aligned}$$

де $m_{Z,Z'}$ та $\Gamma_{Z,Z'}$ позначають маси та ширини розпаду Z та Z' бозонів. Кожна з цих функцій має виразний пік (резонанс) при масі Z та/або Z' бозона та певну асимптотичну поведінку по-одаль від піків.

Також, у подальших виразах ми застосовуємо наступні скорочені позначення:

$$\begin{aligned}
\zeta &= M/m_z, \quad \xi = m_Z/m_{Z'}, \\
s_W &= \sin \theta_W, \quad c_W = \cos \theta_W, \\
p_1 &= 16s_W^2 c_W^2, \quad p_2 = 3 - 10s_W^2, \\
p_3 &= 5 - 8s_W^2, \quad p_4 = 3 - 8s_W^2, \\
p_6 &= 4s_W^2 - 1, \quad p_7^\pm = 3 \pm 4s_W^2, \\
p_8 &= 8s_W^2 + 1. \quad (4.8)
\end{aligned}$$

Спочатку запишемо внески до партонного перерізу розсіювання, що відповідає кваркам верхнього типу ($u\bar{u}$). Для перерізу розсіювання $\hat{\sigma}_{\text{SM}}$, обчисленого згідно зі СМ, маємо:

$$\begin{aligned}
A_{\text{SM}}^{u\bar{u}} &= \frac{2\alpha^2\pi f_1\zeta^2}{9p_1^2m_Z^2} \left(p_1 \frac{\zeta^2 - 1}{\zeta^2} - p_4p_6 \right), \\
S_{\text{SM}}^{u\bar{u}} &= \frac{2\alpha^2\pi}{27m_Z^2} \left[\frac{1}{\zeta^2} \right. \\
&\quad \left. + \zeta^2 f_1 \left(\frac{p_2^2 + 4s_W^2 p_3^2}{p_1^2} - \frac{p_4p_6}{p_1} \frac{\zeta^2 - 1}{\zeta^2} \right) \right].
\end{aligned}$$

Для внеску від квадрату аксіально векторної константи $\hat{\sigma}_{a^2}$, отримуємо:

$$\begin{aligned}
A_{a^2}^{u\bar{u}} &= \frac{\alpha\xi^2}{432p_1^2m_Z^2} \left[6p_1 \{ f_2'(1 + \xi^2)^2 - 2f_2 \} \right. \\
&\quad \left. + 3p_4p_6 \{ 4\zeta^2 f_1 - f_3 (1 + 4\xi^2(1 + \xi^2)) \} \right], \\
S_{a^2}^{u\bar{u}} &= \frac{\alpha\xi^2}{432p_1^2m_Z^2} \\
&\quad \times \left[-4\zeta^2 f_1(p_2^2 + 6p_3s_W^2) - 2p_1p_4p_6\xi^4 f_2' + f_3 \right. \\
&\quad \left. \times \{ 9 + 4\xi^2 (p_2^2 + 6p_3s_W^2 + \xi^2(p_2^2 + 4s_W^4 p_3^2)) \} \right].
\end{aligned}$$

Такий внесок виникає як від аксіально-векторної взаємодії абелевого Z' бозона з ферміонами, так і за рахунок змішування між Z та Z' бозонами, яке також визначається константою a . Далі існують два перехрестних добутки з аксіально-векторною та векторною константою. Відповідні фактори $\hat{\sigma}_{av_u}$ та $\hat{\sigma}_{av_e}$ мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
A_{av_u}^{u\bar{u}} &= \frac{\alpha\xi^2}{48p_1^2m_Z^2} p_6 (2\zeta^2 f_1 - f_3(1 + 2\xi^2)), \\
S_{av_u}^{u\bar{u}} &= \frac{\alpha\xi^2}{144p_1^2m_Z^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[2\zeta^2 f_1 p_4 (p_6 - 8s_W^4) + 2p_1 p_6 (f_2 - \xi^2 f_2') \right. \\
& \left. + f_3 (p_2 + 2\xi^2 (32s_W^4 p_3 - p_4 p_6)) \right] . \\
A_{av_e}^{u\bar{u}} &= \frac{\alpha \xi^2}{144 p_1^2 m_Z^2} p_4 (2\zeta^2 f_1 - f_3 (1 + 2\xi^2)) , \\
S_{av_e}^{u\bar{u}} &= \frac{\alpha \xi^2}{432 p_1^2 m_Z^2} \\
& \times \left[2p_1 p_4 (f_2 - \xi^2 f_2') - 3\zeta^2 f_1 p_6 (3p_4 + 32s_W^4) \right. \\
& \left. + f_3 p_6 (9 + 2\xi^2 (3p_4 + 32s_W^4)) \right] .
\end{aligned}$$

Залишається ще внесок від векторних констант, $\hat{\sigma}_{v_u v_e}$:

$$\begin{aligned}
A_{v_u v_e}^{u\bar{u}} &= -\frac{\alpha \xi^2}{48 p_1^2 m_Z^2} f_3 , \\
S_{v_u v_e}^{u\bar{u}} &= \frac{\alpha \xi^2}{144 p_1^2 m_Z^2} (2p_1 f_2' - p_4 p_6 f_3) .
\end{aligned}$$

Аналогічно запишемо фактори в партонному перерізі розсіювання, що відповідають кваркам нижнього типу ($d\bar{d}$). Вираз для перерізу розсіювання згідно зі СМ $\hat{\sigma}_{\text{SM}}$ є наступним:

$$\begin{aligned}
A_{\text{SM}}^{d\bar{d}} &= \frac{2\alpha^2 \pi f_1 \mu^2}{9 p_1^2 m_Z^2} \left(p_2 \frac{\zeta^2 - 1}{2\zeta^2} - p_7^- p_6 \right) , \\
S_{\text{SM}}^{d\bar{d}} &= \frac{\alpha^2 \pi}{27 m_Z^2} \left[\frac{1}{2\zeta^2} \right. \\
& \left. + \zeta^2 f_1 \left(\frac{4p_4^2 + p_1^2}{2p_1^2} - \frac{p_7^- p_6 \zeta^2 - 1}{p_1 \zeta^2} \right) \right] .
\end{aligned}$$

Внесок від аксіально-векторної константи $\hat{\sigma}_{a^2}$ дорівнює

$$\begin{aligned}
A_{a^2}^{d\bar{d}} &= \frac{\alpha\xi^2}{144p_1^2m_Z^2} [p_1 \{f_2'(1+\xi^2)^2 - 12f_2\} \\
&+ p_6 \{f_3(1+2\xi^2)(8s_W^2 - p_7^-(2\xi^2 - 1)) - 16\zeta^2 f_1 s_W^2\}] , \\
S_{a^2}^{d\bar{d}} &= \frac{\alpha\xi^2}{432p_1^2m_Z^2} [2\xi^2 f_2' p_1 (3p_6 + \xi^2 p_8) \\
&+ f_1 (p_1 p_6 (1 - \zeta^2) - 32\zeta^2 s_W^2 (p_2 + 12s_W^4)) \\
&+ f_3 \{p_4(4p_4\xi^4 - 3) + 32s_W^2 \xi^2 (p_2 + 12s_W^4) + \xi^4 p_1^2\}] .
\end{aligned}$$

Для перехрестних добутків між аксіально-векторною та векторними константами $\hat{\sigma}_{av_u}$ і $\hat{\sigma}_{av_e}$ отримуємо

$$\begin{aligned}
A_{av_u}^{d\bar{d}} &= \frac{\alpha\xi^2}{48p_1^2m_Z^2} p_6 (f_3(1+2\xi^2) - 2\zeta^2 f_1) , \\
S_{av_u}^{d\bar{d}} &= \frac{\alpha\xi^2}{144p_1^2m_Z^2} [2\zeta^2 f_1 p_7^-(6s_W^4 - p_6) \\
&+ p_1 p_6 (\xi^2 f_2' - f_2) - f_3 p_7^- (1 + 2\xi^2 (6s_W^4 - p_6))] . \\
A_{av_e}^{d\bar{d}} &= \frac{\alpha\xi^2}{144p_1^2m_Z^2} (2\zeta^2 f_1 p_7^- + f_3 (p_7^+ - \xi^2 p_7^-)) , \\
S_{av_e}^{d\bar{d}} &= \frac{\alpha\xi^2}{432p_1^2m_Z^2} [p_1 p_7^- (f_2 - \xi^2 f_2') + 6p_1 f_2' \\
&- 2\zeta^2 p_6 f_1 (3p_7^- + 8s_W^4) \\
&+ f_3 p_6 (2\xi^2 (3p_7^- + 8s_W^4) - 3p_4)] .
\end{aligned}$$

За рахунок співвідношень ренормгрупи, векторна константа нижнього типу кварків є суперпозицією універсальної аксіально-векторної константи та векторної константи верхнього типу кварків. Тому виникає перерозподіл внеску від векторного струму між різними факторами, наведеними вище. Остаточно, запишемо внесок, що відповідає векторним константам $\hat{\sigma}_{v_u v_e}$:

$$A_{v_u v_e}^{d\bar{d}} = \frac{\alpha \xi^2}{48 p_1^2 m_Z^2} f_3,$$

$$S_{v_u v_e}^{d\bar{d}} = \frac{\alpha \xi^2}{144 p_1^2 m_Z^2} (p_1 f_2' - p_7^- p_6 f_3).$$

Записані вище партонні перерізи розсіювання можна знайти в цифровому форматі за посиланням [30] разом із модельним файлом для пакета *FeynArts*. Фактори, які представлені в файлах, придатні для використання в обчислювальних пакетах.

Тепер перейдемо до розгляду перерізу розсіювання процесу Дрелла-Яна. При енергіях, близьких до піку Z бозона, провідний внесок від наявності Z' бозона в переріз розсіювання процесу Дрелла-Яна виникає за рахунок змішування проміжних станів Z і Z' бозонів. Це дає поправки до значення перерізу згідно зі СМ порядку $O(\tilde{g}^2)$. Внесок четвертого порядку за константами взаємодій Z' бозона відповідає в основному народженню Z' бозона на масовій поверхні. При енергіях значно нижче ніж $m_{Z'}$ вищими порядками можна знехтувати. В описаному наближенні переріз розсіювання процесу Дрелла-Яна можна записати наступним чином:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{DY}} &= \sigma_{\text{SM}} + \sigma_{Z'}, \\ \sigma_{Z'} &= a^2 \sigma_{a^2} + a v_l \sigma_{a v_l} + a v_u \sigma_{a v_u} + v_u v_l \sigma_{v_u v_l} \\ &\quad + a v_c \sigma_{a v_c} + v_c v_l \sigma_{v_c v_l}, \end{aligned} \tag{4.9}$$

де a, v_f є константами взаємодій Z' бозона, визначеними в (1.11), σ_{SM} — внесок СМ до перерізу розсіювання процесу Дрелла-Яна,

σ_{a^2} , σ_{av_f} , $\sigma_{v_f v_{f'}}$ — чисельні фактори, які залежать від кінематичних змінних M , Y та y . Як можна побачити, у цьому наближенні існує шість незалежних невідомих величин, що входять до перерізу розсіювання процесу Дрелла-Яна. У формулі (4.9) фактори, які включають у себе параметри v_u і v_c , виникають за рахунок внесків першого та другого покоління ферміонів, відповідно. Внеском від третього покоління ферміонів нехтують через особливості природи (анти)протонів.

Обидва множники в перерізі розсіювання — як добуток функцій розподілу партонів, так і переріз розсіювання партонного процесу — спочатку обчислюються в провідному порядку теорії збурень за константою сильних взаємодій α_s (так зване «наближення LO»), звідси отримуємо й переріз провідного наближення σ_{AB} . Поправки наступного до наступного за провідним порядком квантової хромодинаміки (так зване «наближення NNLO») враховуються після цього шляхом множення перерізу провідного наближення σ_{AB} на K -фактор наступного-за-наступним наближення, який обчислюється статистично (методом Монте Карло) за допомогою програмного забезпечення *FEWZ 2.1.1* [169] (також див. [167, 168]). Оскільки розрахунок K -фактора з великою точністю вимагає значного часу та ресурсів для проведення комп'ютерних обчислень, ми обмежуємось результатом з певною чисельною похибкою і фітуємо отримані статистичні дані поліномом від кінематичних параметрів. Деталю отримання K -фактора присвячений пункт 4.2..

Очевидно, що K -фактор трохи змінює залежність перерізу розсіювання від кінематичних параметрів M і Y порівняно з провідним наближенням. У той же час, оскільки ми маємо справу з лептонами в кінцевому стані, внутрішня кінематика

партонного процесу залишається незмінною, тобто залежність перерізу розсіювання від кінематичної змінної y та ж сама як у провідному так і в наступному-до-наступного наближеннях. Остання особливість зумовлена тим, що в цьому випадку вищі поправки виникають тільки з амплітуди обміну віртуальним глюоном між двома кварками в початковому стані (а це впливає на вершину $q\bar{q}\gamma^*/Z/Z'$) та випромінювання реального глюона кварками початкового стану (а це позначається на залежності від кінематичних змінних M і Y). Для врахування радіаційних поправок від електромагнітних та слабких взаємодій ми вводимо до розгляду ширини розпаду частинок та використовуємо значення ренормованої константи електромагнітної взаємодії $\alpha_{\text{QED}} = 1/127.9$ при енергії, що відповідає піку Z бозона [122].

У нашому дослідженні ми розглядаємо два типи невизначеностей стосовно величин у межах партонної моделі:

- Невизначеності функцій розподілу партонів $\Delta\sigma_{\text{PDF}}$. Бібліотека *MSTW* містить інтервали довіри рівня 68% та 90% для функцій розподілу партонів. У якості можливої похибки ми обираємо інтервал довіри рівня 90%.
- Невизначеність у зв'язку з можливістю зміни масштабу факторизації та ренормування, $\Delta\sigma_{\mu}$. Для включення цих невизначеностей, ми слідуємо загальноприйнятій процедурі: фіксуємо зв'язок $\mu_{\text{R}} = \mu_{\text{F}} = \mu$ та змінюємо масштаб μ від $\sqrt{\hat{s}}/2$ до $2\sqrt{\hat{s}}$.

З урахуванням невизначеностей переріз розсіювання може бути записаний у вигляді

$$\sigma_{\text{DY}} = \sigma_{\text{DY}}^{\text{mean}} \pm \Delta\sigma_{\text{PDF}} \pm \Delta\sigma_{\mu}. \quad (4.10)$$

Ще раз нагадаємо, що стрімкість проміжного стану Y входить лише до фактору, пов'язаного з функціями розподілу партонів, у той час як відносна стрімкість у лептонній парі y присутня лише в перерізі розсіювання партонного процесу. Це дозволяє розглядати фактор з функціями розподілу партонів $F_{q\bar{q}}$ і переріз розсіювання партонного процесу $\hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l+l-}$ окремо при інтегруванні у фазовому просторі кінцевих частинок. Таким чином, ми можемо спробувати використати особливості залежності функцій розподілу партонів від кінематичних змінних M і Y і залежності перерізу розсіювання партонного процесу від M і y для придушення деяких із факторів у перерізі розсіювання (4.9). Наприклад, якщо після інтегрування за одною з кінематичних змінних у деякому інтервалі коефіцієнт при $\sigma_{v_c v_l}$ виявляється значно менше, ніж інші коефіцієнти, можна знехтувати його внеском до перерізу розсіювання і мати справу з п'ятьма невідомими параметрами замість шести параметрів, що були присутні спочатку. Звичайно, ми припускаємо, що всі білінійні комбінації з констант взаємодій Z' бозона в перерізі розсіювання мають однаковий порядок величини. Випадок моделей лептофобного Z' бозона, який є достатньо популярним у наші дні, розглядається окремо в розділі 4.5..

На додаток до констант взаємодій Z' бозона з кварками та лептонами на переріз розсіювання процесу Дрелла-Яна σ_{DY} впливають ще два невідомі параметри Z' бозона — його маса $m_{Z'}$ та ширина розпаду $\Gamma_{Z'}$. Роль цих параметрів суттєво зростає при наближенні до резонансу Z' бозона. Останні дані експери-

ментів CMS і ATLAS вказують, що Z' бозон принаймні важче ніж 2.6 TeV. Це означає, що для енергій, близьких до піку Z бозона, залежністю перерізу розсіювання σ_{DY} від $m_{Z'}$ і $\Gamma_{Z'}$ можна знехтувати, вважаючи, що пік Z' бозона знаходиться далеко від області енергій, що розглядаються.

Значення кінематичних змінних Y та y , які реалізуються в певному експерименті, зазвичай обмежені такими чинниками як особливості конструкції детектора та закони збереження енергії-імпульсу. З умови $0 \leq x_{q,\bar{q}} \leq 1$ легко отримати загальні границі для інваріантної маси лептонної пари M :

$$-\ln \frac{\sqrt{S}}{M} \leq Y \leq \ln \frac{\sqrt{S}}{M}. \quad (4.11)$$

Критерій відбору мюонів до перерізу розсіювання в колаборації D0 є таким, що псевдострімкість мюона повинна бути в діапазоні $|\eta_{\pm}| \leq 2.0$ [184]. Як правило, для електронів і позитронів розглядається ширший діапазон псевдострімкостей, тому ми розглянемо відносно вузький мюонний діапазон. Отже, будемо вважати, що

$$|Y| \leq 2.0. \quad (4.12)$$

Границі на напіврізницю псевдострімкостей y є такими самими як і для напівсуми псевдострімкостей Y .

Щоб оцінити достовірність та практичну достатність зазначених наближень, порівняємо чисельні значення, одержані за

допомогою наведеної процедури обчислення перерізу, з експериментальними даними. Наприклад, колаборація CDF наводить дані з вимірювання перерізу в зручній для аналізу формі — як розподіл $d\sigma/dY$ для області інваріантної маси $66 \text{ GeV} < M < 116 \text{ GeV}$ [144]. Порівняння даних наведено на рис. 4.1.

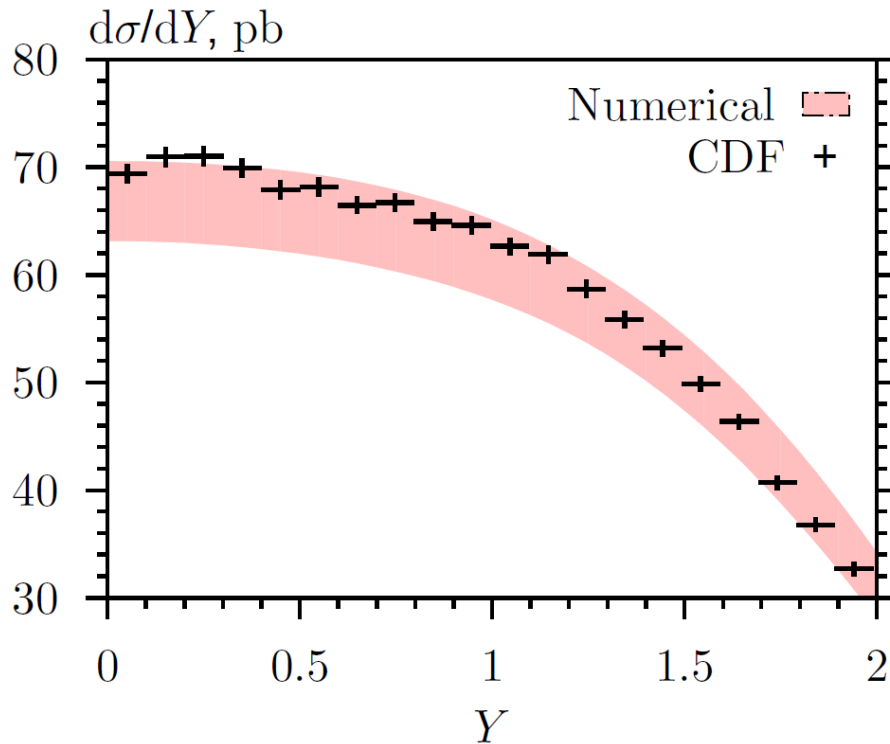


Рис. 4.1. Обчислений переріз розсіювання (суцільна заливка) та дані колаборації CDF [144] для процесу $p\bar{p} \rightarrow e^+e^-$ для інваріантної маси проміжного стану від 66 до 116 GeV. Вертикальні інтервали для експериментальних даних відповідають статистичним і систематичним похибкам, експериментальну похибку вимірювання світності в 6% не показано

Як видно, чисельні дані з доброю точністю відтворюють експериментальні значення. Основна розбіжність між даними виникає за рахунок того, що для обчислення нами використано пакет партонних розподілів *MSTW*, а в роботі [144] для моделювання чутливості та ефективності детектора використано

пакет STEQ.

Таким чином, переріз розсіювання процесу Дрелла-Яна містить шість невідомих незалежних доданків, пов'язаних із Z' бозоном. Переріз розсіювання залежить від трьох кінематичних змінних, які будуть використані для придушення деяких з внесків невідомих параметрів Z' бозона. Це дозволить нам посилити сигнал Z' , який, можливо, є прихованим в експериментальних даних, зібраних на прискорювачі Теватрон.

4.2. K -фактор

Як було зазначено в попередньому пункті, розрахунок K -фактора для подвійного диференціального перерізу розсіювання вимагає значних обчислювальних ресурсів. У наших дослідженнях були доступні 1-2 комп'ютери на базі 8-ядерного процесора Intel i7. Отже, дані, отримані за допомогою генератора Монте Карло *FEWZ 2.1.1*, мають помірний статистичний об'єм та супроводжуються суттєвою дисперсією. Згенеровані дані разом із вхідними параметрами та налаштуванням генератора Монте Карло доступні публічно у вигляді файлу [31].

Для подальших наших розрахунків необхідно отримати статистичну оцінку K -фактора, яка могла би бути включена до поперечного перерізу розсіювання і забезпечити реалістичну оцінку поправок вищого порядку в межах квантової хромодинаміки. На рис. 4.2 наведено приклад результатів роботи генератора Монте Карло. Як видно з рисунку, статистична дисперсія даних призводить до негладкого K -фактора, особливо в околі піку Z бозона, якщо брати його безпосередньо у вигляді чисельної функції при кожному окремому значенні інваріантної

маси лептонної пари та стрімкості проміжного стану.

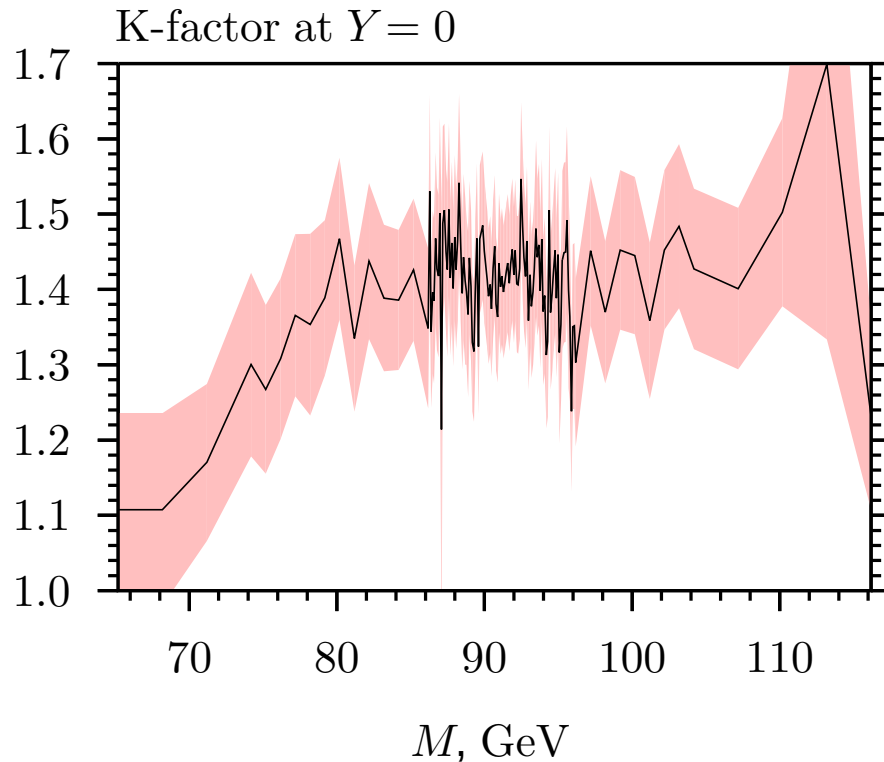


Рис. 4.2. K -фактор при $Y = 0$, отриманий генератором Монте Карло *FEWZ*, зі статистичною похибкою та похибкою для функцій розподілу партонів на рівні довіри 90%. Розмір бінів за інваріантною масою пари M складає 3 ГеВ для $M = 65 - 75, 107 - 116$ ГеВ, 1 ГеВ для $M = 76 - 85, 97 - 104$ ГеВ, та 0.1 ГеВ для $M = 86 - 96$ ГеВ. Такий розмір бінів обраний задля того, щоб отримати правильну форму піку Z бозона та зберегти час проведення комп'ютерних обчислень

Однак, з теоретичної точки зору, K -фактор має бути гладкою функцією кінематичних параметрів. Тому замість безпосереднього обчислення K -фактора за даними симуляцій Монте Карло при кожному значенні кінематичних параметрів доцільно розглянути розвинення гладкої функції в ряд за кінематичними параметрами та звести задачу до визначення небагатьох ко-

ефіцієнтів розвинення за всією сукупністю даних. Для розрахунку гладкої функції, що може слугувати оцінкою K -фактора в наших дослідженнях, ми залишаємо лише нижчий порядок у розвиненні K -фактора в ряд:

$$K_{\text{theor}} = p_0 + p_1 M + p_2 Y^2. \quad (4.13)$$

Коефіцієнти розвинення p_0 , p_1 та p_2 обчислюються за результатами генератора Монте Карло за допомогою статистики χ^2 .

Таблиця 4.1. Фітування коефіцієнтів розвинення K -фактора (4.13) за результатами симуляцій Монте

	Карло
$\chi^2_{\text{min}}/\text{bin}$	1.13
p_0	1.30
p_1	0.00145
p_2	0.00735

Функція χ^2 обчислюється звичайним чином як сума за всіма бінами, отриманими в процесі симуляцій,

$$\chi^2 = \sum \frac{(K_{\text{comp}}^{\text{mean}} - K_{\text{theor}})^2}{\delta K_{\text{comp}}^2}, \quad (4.14)$$

де $K_{\text{comp}}^{\text{mean}}$ і δK_{comp}^2 позначають відповідно середнє значення в біні та статистичну похибку (чисельну та від функцій розподілу партонів), обраховані за допомогою генератора Монте Карло *FEWZ*. Для трьох ступенів свободи та рівня довіри 95% граничне значення статистики χ^2 складає 7.81. Мінімальне значення статистики χ^2 та коефіцієнти з розвинення (4.13) наведено в табл. 4.1.

Середнє значення K -фактора за даними симуляцій Монте Карло зображено на рис. 4.3. Інтервал довіри рівня 95% для цих значень K -фактора складає порядку 1% величини, тому ми не розглядаємо статистичні похибки такого типу.

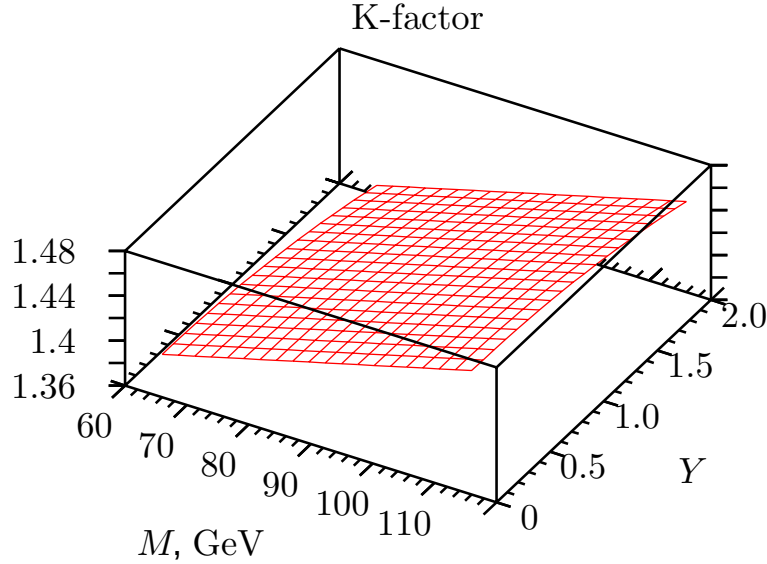


Рис. 4.3. Середнє значення K -фактора за даними симуляцій Монте-Карло

Отримана оцінка для K -фактора могла б сприйматися як певною мірою груба. Тим не менш, вона відповідає оцінкам наступного за наступним порядку, що використовуються в літературі, зокрема в роботі [170]. З іншого боку, м'які поправки наступного за основним порядку квантової хромодинаміки дають наступний вираз для K -фактора:

$$K_{\text{NLO}} = 1 + \frac{4\alpha_S(Q^2)^{\text{NLO}}}{3 \cdot 2\pi} \left(1 + \frac{4}{3}\pi^2 \right), \quad (4.15)$$

де $\alpha_S(Q^2)^{\text{NLO}}$ змінюється в інтервалі значень від 0.135 до 0.123 для масштабу енергії Q від 66 ГеВ до 116 ГеВ. Отже, обчисле-

ний нами K -фактор узгоджується і з передбаченнями наступного за основним порядку квантової хромодинаміки, що складає 1.37–1.40. Ці порівняння дозволяють вважати зафітований вираз для K -фактора достатньо якісним для проведення подальших досліджень.

4.3. Спостережувана для неуніверсальних взаємодій

Найбільш докладний опис процесу розсіювання міститься в диференціальному перерізі розсіювання. Однак, для достатньо точного вимірювання диференціального перерізу розсіювання при різних значеннях кінематичних параметрів потрібна величезна статистика. Об'єм необхідних статистичних даних також збільшується з числом невідомих параметрів, що їх треба оцінити. Тому, аналізуючи диференціальний переріз розсіювання, можна втратити сигнал Z' бозона через статистичну інтерференцію між шістьма незалежними комбінаціями констант взаємодій Z' бозона, що входять до перерізу розсіювання. У загальному випадку, інтегрування диференціального перерізу за кінематичними змінними може не змінити ситуацію допоки кількість невідомих змінних лишається тією ж самою. Тому треба дослідити такі схеми інтегрування, що зменшують кількість інтерферуючих параметрів, бо це надало б можливість зробити обробку даних більш успішною. Зрозуміло, що бажана схема інтегрування повинна ґрунтуватися на кінематичних властивостях перерізу розсіювання.

4.3.1. Інтегрування за псевдострімкістю проміжного стану Y

Стрімкість проміжного стану Y міститься лише в множнику, пов'язаному з функціями розподілу партонів. Тому досліджуємо залежність фактору $F_{q\bar{q}}(M, Y)$ у рівнянні (4.4) від кінематичних змінних M та Y . При будь-якому припустимому з точки зору кінематики значенні стрімкості Y величина $F_{q\bar{q}}$ є гладкою монотонно спадною функцією інваріантної маси лептонної пари M . Кінематичні властивості фактора $F_{q\bar{q}}$ відрізняються для різних поколінь ферміонів, але не залежать від особливостей Z' бозона. Тому залежність диференціального перерізу розсіювання від стрімкості проміжного стану Y може бути використана для того, щоб ліквідувати внески, пов'язані з другим поколінням ферміонів, тобто доданки, що містять константи взаємодій av_c та $v_c v_l$ у рівнянні (4.9).

У наших дослідженнях ми будемо використовувати наступну схему інтегрування за стрімкістю:

$$\sigma^{(Y)} = \int_{-Y_{\max}}^{Y_{\max}} dY W(M, Y) \frac{\partial^3 \sigma_{\text{DY}}}{\partial Y \partial M \partial y} \quad (4.16)$$

яка характеризується найбільш простою кусково-постійною ваговою функцією

$$W(M, Y) = \begin{cases} W(M), & 0 < |Y| \leq Y_{\text{mid}}, \\ 1, & Y_{\text{mid}} < |Y| < Y_{\max}, \end{cases} \quad (4.17)$$

де значення $W(M)$ обирається окремо для різних інваріантних мас пари M , утворюючи певну гладку функцію, а Y_{mid} та Y_{max} — деякі додатні границі для інтегрування, які також можна змінювати. Хоча кусково-постійна функція вважається складною з точки зору математичного аналізу, вона дуже зручна для реалізації в експерименті, оскільки не потребує окремої процедури дискретизації при співставленні з бінами, у які групуються дані з детекторів.

Оскільки інтервал псевдострімкості розділяється на центральну та периферійну частину, запропонована схема інтегрування узагальнює переріз «центр-границя». Однак, замість протилежних за знаком внесків від певної центральної та граничної області, центральна область береться з довільною вагою. Звичайно, можна переписати результат такого інтегрування через повний переріз $\sigma^{(Y,\text{tot})}$ та переріз «центр-границя» $\sigma^{(Y,\text{CE})}$ у наступному вигляді:

$$\sigma^{(Y)} = \frac{W(M) - 1}{2} \sigma^{(Y,\text{CE})} + \frac{W(M) + 1}{2} \sigma^{(Y,\text{tot})}. \quad (4.18)$$

Той факт, що найпростішим кінематичним узагальненням повного інтегрального перерізу розсіювання за стрімкістю проміжного стану виступає саме переріз типу «центр-границя» є наслідком того, що диференціальний переріз розсіювання є парною функцією псевдострімкості Y . За рахунок парності зникає можливість використовувати більш просту непарну схему інтегрування на основі асиметрії вперед-назад.

Фактично, на даному етапі ми інтегруємо в рівнянні (4.4) лише множник, пов'язаний з функціями розподілу партонів,

$$F_{q\bar{q}}(M) = 2 \int_0^{Y_m} dY W(M, Y) F_{q\bar{q}}(M, Y), \quad (4.19)$$

$$\sigma^{(Y)} = \sum_{q, \bar{q}} F_{q\bar{q}}(M) \frac{\partial \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow l^+ l^-}}{\partial y}, \quad (4.20)$$

де ми врахували симетричний розподіл відносно псевдострімкості Y для перерізу розсіювання процесу Дрелла-Яна.

Продемонструємо, яким чином можна підібрати вагову функцію $W(M, Y)$, щоб можна було знехтувати внесками від функцій розподілу партонів $F_{s\bar{s}}(M)$ та $F_{c\bar{c}}(M)$, пов'язаних із кварками другого покоління, у порівнянні з внесками $F_{u\bar{u}}(M)$ та $F_{d\bar{d}}(M)$ від першого покоління кварків. Розглянемо значення інваріантної маси лептонної пари M поблизу піку Z бозона. Обидві колаборації — CDF та D0 — визначають границі цієї області симетрично по відношенню до значення маси Z бозона. Ці границі часто встановлюються або як $66\text{GeV} \leq M \leq 116\text{GeV}$, або як $71\text{GeV} \leq M \leq 111\text{GeV}$ [178, 185]. У наших дослідженнях ми використовуємо перший варіант. Насправді, той чи інший вибір верхньої та нижньої границі практично не змінює результати. Суттєвими є лише дві загальні вимоги: границі мають бути симетричними відносно значення маси m_Z та достатньо великими для того, щоб вважати маси кварків нульовими порівняно з розглянутими масштабами енергії.

На рис. 4.4 наведені графіки залежності факторів $F_{q\bar{q}}(M, Y)$ від стрімкості проміжного стану Y при різних значеннях інваріантної маси лептонної пари M для кварків u , d , s і $\bar{s}$. Як видно, відносний внесок кварків другого покоління складає до 11% при $M = 66\text{ GeV}$, отже, ним не можна нехтувати. Для будь-

якого заданого значення інваріантної маси M з інтервалу поблизу піку Z бозона можна підібрати вагову функцію $W(M, Y)$ таким чином, що фактори $F_{c\bar{c}}(M)$ та $F_{s\bar{s}}(M)$, що відповідають другому поколінню кварків, складатимуть менше 1% від кожного з факторів першого покоління $F_{u\bar{u}}(M)$ та $F_{d\bar{d}}(M)$:

$$F_{c\bar{c}, s\bar{s}}(M) \leq 0.01 F_{u\bar{u}, d\bar{d}}(M) \quad (4.21)$$

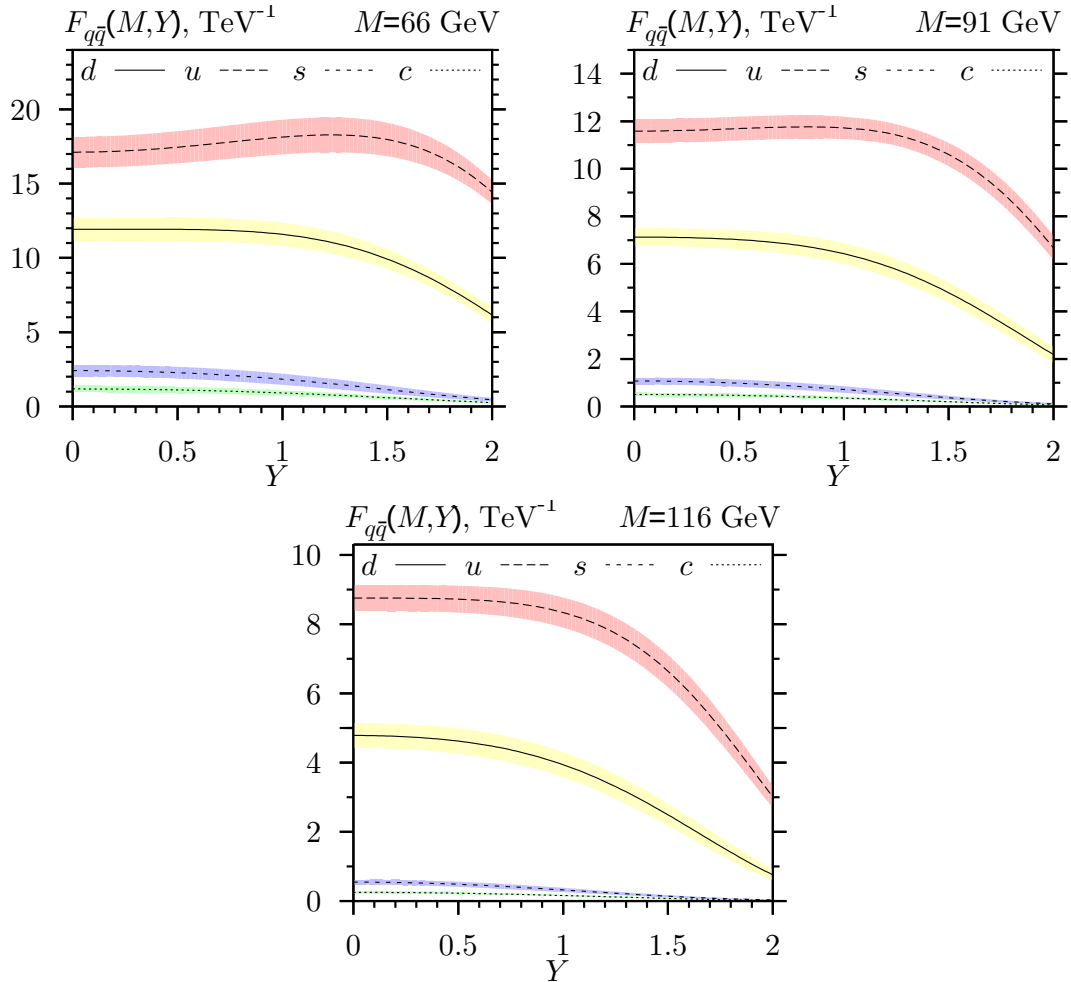


Рис. 4.4. Залежність факторів $F_{q\bar{q}}(M, Y)$ від псевдострімкості проміжного стану Y та інваріантної маси M . Невизначеності виникають з похибок партонних функцій розподілу та варіації масштабу факторизації

Для узгодження з фізичними обмеженнями детекторів будемо використовувати в рівнянні (4.17) границю $Y_{\max} = 2.0$. У нас є певна свобода у виборі або параметру Y_{mid} , або параметру $W(M)$. З метою досягти більшої зручності для обробки експериментальних даних ми зафіксуємо проміжну границю для псевдострімкості $Y_{\text{mid}} = 0.75$, а саму вагу для центральної області залишимо вільним параметром. Така схема обумовлюється тим, що границі бінів для стрімкості зазвичай є фіксованими. Далі використовуємо умову (4.21) для визначення величини $W(M)$ для кількох значень інваріантної маси M у діапазоні від 66 ГеВ до 116 ГеВ. Після фітування отримуємо такий вираз для $W(M)$:

$$W(M) = 0.547 \frac{M}{m_Z} - 1.326, \quad (4.22)$$

де m_Z є масою Z бозона, яку для чисельник розрахунків слід замінити на 91.1876 ГеВ.

Знайдену спостережувану можна записати й через повний переріз розсіювання $\sigma^{(Y,\text{tot})}$ та переріз «центр-границя» $\sigma^{(Y,\text{CE})}$:

$$\begin{aligned} \sigma^{(Y)} = & \left(0.2735 \frac{M}{m_Z} - 1.163 \right) \sigma^{(Y,\text{CE})} \\ & + \left(0.2735 \frac{M}{m_Z} - 0.163 \right) \sigma^{(Y,\text{tot})}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Як видно, при інваріантній масі пари 54.3 ГеВ спостережувана зводиться до перерізу «центр-границя», зі збільшенням інваріантної маси внески повного перерізу розсіювання та перерізу «центр-границя» вирівнюються при 221 ГеВ, а потім спосте-

режувана прямує до повного перерізу при 388 ГеВ. При надвисоких енергіях внесок перерізу «центр-границя» асимптотично наближається до внеску від повного перерізу: наприклад, при $M = 10$ ТеВ він складає 96.6%.

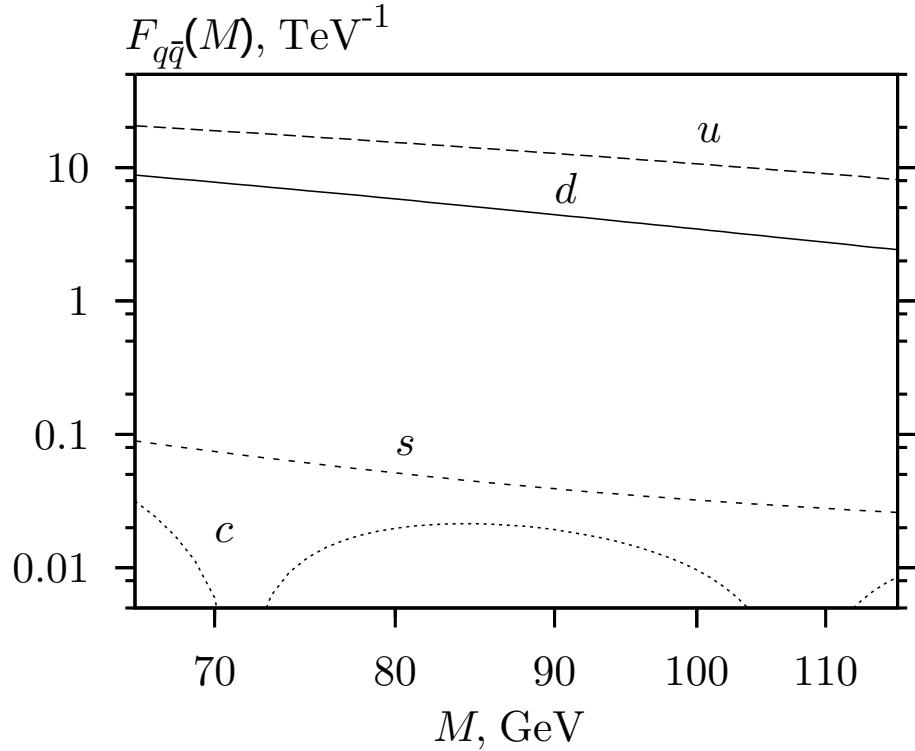


Рис. 4.5. Внесок поколінь кварків у переріз розсіювання процесу Дрелла-Яна в околі піку Z бозона. Показано фактори $F_{u\bar{u}}$, $F_{d\bar{d}}$, $F_{c\bar{c}}$ та $F_{s\bar{s}}$, проінтегровані за Y з ваговою функцією (4.22) в інтервалі $|Y| \leq 2.0$, де $Y_{\text{mid}} = 0.75$

Фактори, пов'язані з функціями розподілу партонів, що отримані після підстановки вагової функції (4.22) до рівняння (4.19), показані на рис. 4.5. Як бачимо, внески від другого покоління кварків до інтегрального перерізу розсіювання, σ_{av_c} and $\sigma_{v_c v_l}$, є пригніченими. У принципі, значення інших параметрів вагової функції за потреби можуть змінюватися. Наприклад, можна налаштувати граничну стрімкість Y_{max} та проміжну границю Y_{mid} у залежності від ефективності детектора. Вагова функція $W(M)$ визначається на підставі цього вибору вище

описаною процедурою фітування.

У результаті ми отримуємо інтегральний переріз розсіювання $\sigma^{(Y)}$, який залежить від двох кінематичних змінних — стрімкості y та інваріантної маси лептонної пари M — і містить чотири незалежних доданки від Z' бозона замість шести, що були спочатку:

$$\sigma^{(Y)} = \sigma_{\text{SM}}^{(Y)} + a^2 \sigma_{a^2}^{(Y)} + av_l \sigma_{av_l}^{(Y)} + av_u \sigma_{av_u}^{(Y)} + v_u v_l \sigma_{v_u v_l}^{(Y)}. \quad (4.24)$$

Далі ми будемо розглядати інтегрування за двома кінематичними змінними, що залишилися, для того, щоб позбутися від ще двох невідомих комбінацій взаємодій Z' бозона.

4.3.2. Інтегрування за інваріантною масою лептонної пари M

Відносна псевдострімкість у лептонній парі y входить лише до перерізу розсіювання партонів у процесі Дрелла-Яна $\sigma_{q\bar{q} \rightarrow l+l-}$ та не впливає на властивості перерізу розсіювання, які пов'язані з функціями розподілу партонів у початкових гадронах. Взагалі кажучи, переріз розсіювання партонних процесів залежить також від інваріантної маси пари лептонів M . Ця залежність може бути описана через чотири «резонансні функції», визначені в рівняннях (4.7). Ми досліджуємо спостережувані в області енергій навколо піку Z бозона. Як зазначалося раніше, у цьому випадку конкретні значення маси та ширини розпаду Z' бозона не мають самі по собі принципового значення для результатів. Однак, для зручності чисельних розрахунків ми

зафіксуємо певні значення маси $m_{Z'}$ та ширини розпаду $\Gamma_{Z'}$. Приймаючи до уваги останні результати експериментів на прискорювачі ЛНС [112, 113], будемо вважати $m_{Z'} = 2.6$ TeV та візьмемо ширину розпаду як 10% від значення маси частинки. Ці значення відповідають деякому вибору конкретної точки на практично горизонтальних асимптотиках резонансних функцій f'_2 та f_3 , що відповідають $M \ll m_{Z'}$.

Резонансні функції швидко змінюють значення в околі піку Z бозона або Z' бозона, тоді як поодаль від цих піків демонструють певну тривіальну асимптотичну поведінку. Також, на резонансі Z бозона домінують ті внески від існування Z' бозона, що пов'язані зі змішуванням θ_0 . Оскільки у випадку абелевого Z' бозона змішування пропорційно до аксіально-векторної взаємодії, автоматично нівелюється роль векторно-векторних контактних взаємодій. Таким чином, з метою виключення певних внесків до перерізу розсіювання перспективною є саме область резонансу Z бозона — у ній можна легко позбавитися одного з чотирьох невідомих факторів у перерізі розсіювання. В інших інтервалах енергії ця можливість відсутня з практичної точки зору.

Розглянемо більш детально резонансні функції в околі піку Z бозона. Як видно з рис. 4.6, функція f_1 є домінантною. В обговорюваному симетричному діапазоні навколо піку дві функції f_2 , f_3 є непарними по відношенню до точки $M = m_Z$, а функція f'_2 практично зникає в порівнянні з іншими. Як наслідок, після інтегрування за інваріантною масою M у симетричному інтервалі навколо піку, функціями f_2 , f'_2 та f_3 можна нехтувати, розглядаючи лише функцію f_1 . Ця властивість перерізу розсіювання пов'язана з тим фактом, що обговорювався вище — на

піку Z бозона домінантний внесок «нової фізики» виникає за рахунок змішування Z і Z' бозонів.

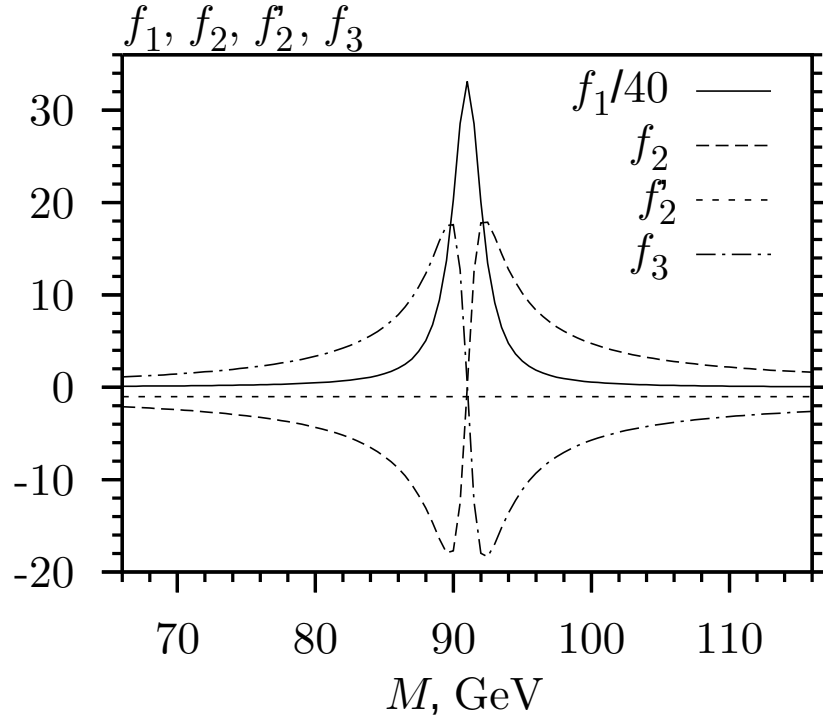


Рис. 4.6. Резонансні функції, що задаються рівняннями 4.7, для енергій зіткнень в інтервалі $66\text{GeV} \leq M \leq 116\text{GeV}$

При дослідженні залежності гадронного перерізу розсіювання $\sigma^{(Y)}$ від інваріантної маси лептонної пари M ми маємо справу не з самими резонансними функціями, а з їхніми добутками з функціями розподілу партонів. Загальний вигляд перерізу розсіювання $\sigma^{(Y)}$ можна записати у вигляді

$$\sigma^{(Y)} - \sigma_{\text{SM}}^{(Y)} = \frac{\cosh 2y}{\cosh^4 y} [A(M) \tanh 2y + S(M)], \quad (4.25)$$

де $A(M)$ та $S(M)$ є певними функціями, що містять невідомі константи взаємодій Z' бозона a , v_u та v_l . Залежність від M виникає через добуток резонансної функції та фактору $F_{q\bar{q}}(M)$ з рівняння (4.19). Виходячи з графіків на рис. 4.5, ми можемо

зробити висновок, що фактори $F_{q\bar{q}}(M)$ є гладкими, монотонними та повільно змінними в інтервалі енергії, що розглядається. Таким чином, всі властивості резонансних функцій f_1 , f_2 , f'_2 та f_3 , які обговорювалися вище, загалом зберігаються при множенні на $F_{q\bar{q}}(M)$ і переходять до інтегрального перерізу розсіювання. Звісно, резонансні функції f'_2 та f_3 , що виникають завдяки існуванню Z' бозона, не входять до тієї частини перерізу розсіювання, що пов'язана зі СМ, $\sigma_{\text{SM}}^{(Y)}$.

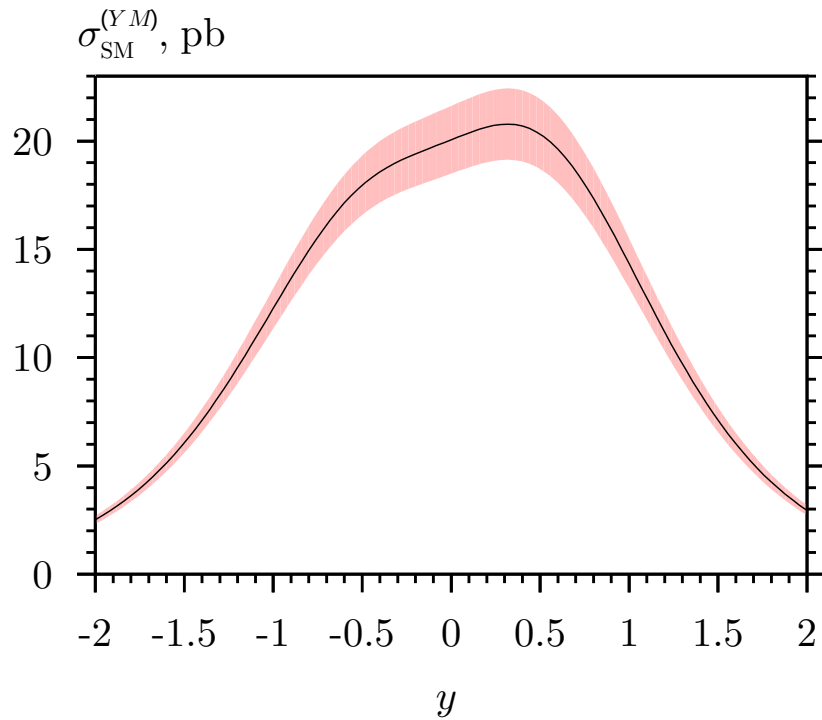


Рис. 4.7. Внесок від СМ $\sigma_{YM, \text{SM}}$ з рівняння (4.26) із відповідними невизначеностями

Із внесками Z' бозона пов'язані чотири фактори в перерізі розсіювання: $\sigma_{a^2}^{(Y)}$, $\sigma_{av_l}^{(Y)}$, $\sigma_{av_u}^{(Y)}$ та $\sigma_{v_u v_l}^{(Y)}$ (див. рівняння (4.24)). При цьому вектор-векторний фактор $\sigma_{v_u v_l}^{(Y)}$ не залежить від домінантної резонансної функції f_1 , що є наслідком того, що кут змішування Z та Z' бозонів пропорційний до аксіально-векторної взаємодії. Отже, після інтегрування за інваріантною масою пари M навколо піку Z бозона ($66 \text{ GeV} \leq M \leq 116 \text{ GeV}$) переріз роз-

сіювання залежить лише від трьох невідомих комбінацій констант Z' бозона. Такий інтегральний переріз позначимо $\sigma^{(YM)}$. Він має вигляд

$$\begin{aligned}\sigma^{(YM)} - \sigma_{\text{SM}}^{(YM)} &= \int dM (\sigma^{(Y)} - \sigma_{\text{SM}}^{(Y)}) = \frac{\cosh 2y}{\cosh^4 y} (A \tanh 2y + S), \\ A &= \int dM A(M), \\ S &= \int dM S(M), \\ \sigma^{(YM)} &= \sigma_{\text{SM}}^{(YM)} + a^2 \sigma_{a^2}^{(YM)} + av_l \sigma_{av_l}^{(YM)} + av_u \sigma_{av_u}^{(YM)}. \quad (4.26)\end{aligned}$$

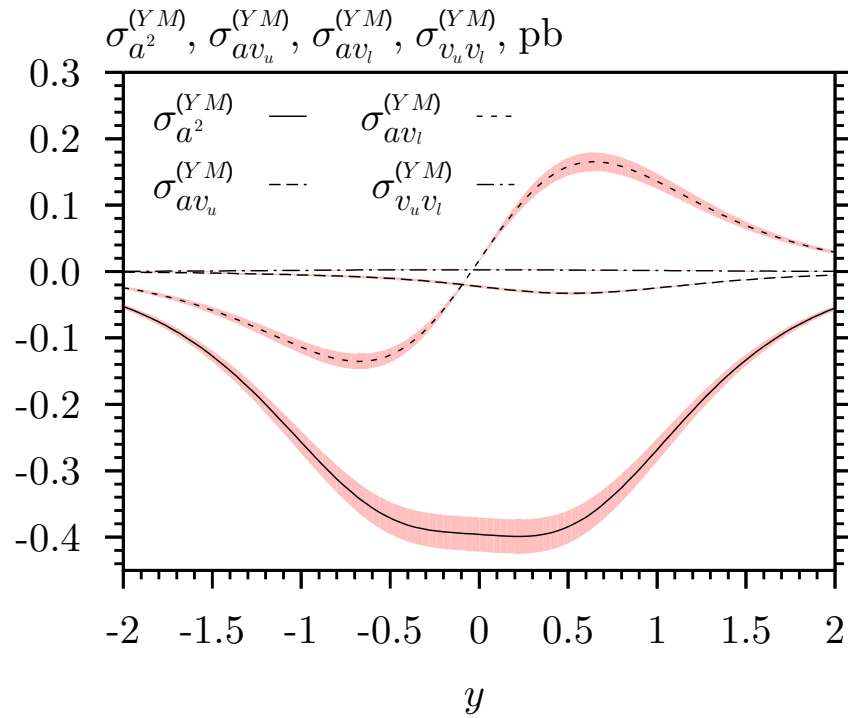


Рис. 4.8. Внески від Z' бозона з рівняння (4.26) з відповідними невизначеностями

Фактори $\sigma_{\text{SM}}^{(YM)}$, $\sigma_{a^2}^{(YM)}$, $\sigma_{av_l}^{(YM)}$, $\sigma_{av_u}^{(YM)}$ та $\sigma_{v_u v_l}^{(YM)}$ зображено на рис. 4.7–4.8. Переріз розсіювання СМ є асиметричним — він має максимум в околі відносної стрімкості в лептонній парі $y \simeq$

0.3 – 0.4. Також можна бачити зникнення внеску від векторно-векторної взаємодії $\sigma_{v_u v_l}^{(YM)}$ у порівнянні з іншими трьома факторами.

4.3.3. Інтегрування за відносною псевдострімкістю в лептонній парі y

Звернемося до дослідження залежності внеску Z' бозона до перерізу розсіювання (4.26) від відносної стрімкості в лептонній парі y . Поведінка векторно-аксіального фактора $\sigma_{av_u}^{(YM)}$ визначається в основному непарною функцією, тоді як в аксіальному факторі $\sigma_{a^2}^{(YM)}$ домінує парна функція. З графіків на рис. 4.8 можна зробити висновок про те, що можна позбавитися одного з трьох факторів шляхом інтегрування перерізу розсіювання за симетричним діапазоном відносної стрімкості y . Межі інтегрування для відносної стрімкості y є такими ж як і для стрімкості проміжного стану Y . У нашому дослідженні використовується інтервал

$$-2.0 \leq y \leq 2.0. \quad (4.27)$$

Наприклад, з метою зручності обробки експериментальних даних ми можемо інтегрувати переріз із кусочно-постійною ваговою функцією

$$\omega(y) = \begin{cases} k, & y \geq 0, \\ -1, & y < 0, \end{cases} \quad (4.28)$$

де k є деяким дійсним числом, що обирається в залежності від того, який із факторів у перерізі ми бажаємо виключити. Результуючий інтегральний переріз розсіювання σ^* буде визначатися наступним чином:

$$\sigma^* = \int dy \omega(y) \sigma_{YM}. \quad (4.29)$$

Запропонована схема інтегрування за відносною стрімкістю узагальнює переріз розсіювання «вперед-назад». Однак, замість протилежних за знаком внесків від області розсіювання вперед та назад, область розсіювання вперед береться з довільною (не одиничною) вагою. Звичайно, можна переписати результат такого інтегрування через повний переріз розсіювання $\sigma^{(YMy, \text{tot})}$ та переріз розсіювання «вперед-назад» $\sigma^{(YMy, \text{FB})}$:

$$\sigma^{(YMy)} = \frac{k+1}{2} \sigma^{(YMy, \text{FB})} + \frac{k-1}{2} \sigma^{(YMy, \text{tot})}. \quad (4.30)$$

Після інтегрування результуючий переріз розсіювання в межах СМ σ_{SM}^* , а також всі три фактори, пов'язані з існуванням Z' бозона $\sigma_{a^2}^*$, $\sigma_{av_l}^*$ та $\sigma_{av_u}^*$, будуть лінійними функціями від параметру k :

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \sigma_{\text{SM}}^* + a^2 \sigma_{a^2}^* + av_u \sigma_{av_u}^* + av_l \sigma_{av_l}^*, \\ \sigma_{\text{SM}}^* &= (-23.7 + 26.8 k) \text{ pb} \pm (1.8 - 2.1 k) \text{ pb}, \\ \sigma_{a^2}^* &= (0.490 - 0.508 k) \text{ pb} \pm (0.032 - 0.033 k) \text{ pb}, \\ \sigma_{av_u}^* &= (0.0147 - 0.0435 k) \text{ pb} \pm (0.0027 - 0.0025 k) \text{ pb}, \\ \sigma_{av_l}^* &= (0.159 + 0.202 k) \text{ pb} \pm (0.014 + 0.017 k) \text{ pb}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Розглянемо тепер більш детально можливі спостережувані з мінімальним набором невідомих взаємодій Z' бозона. По-перше, побудуємо спостережувану для фітування аксіально-векторної взаємодії a та взаємодії з векторним струмом кварків першого покоління v_u . У цьому випадку маємо позбавитись фактора $\sigma_{av_l}^*$. Для проведення чисельної оптимізації сформулюємо критерій практичної відсутності зазначеного фактора:

$$|\sigma_{av_l}^*| < 0.01|\sigma_{a^2}^*|, \quad |\sigma_{av_l}^*| < 0.01|\sigma_{av_u}^*| \quad (4.32)$$

та знайдемо параметр k з рівняння (4.31). Розв'язуючи рівняння (4.32), отримуємо інтервал $-0.794 \leq k \leq -0.789$. Таким чином, якщо обрати для параметра k значення -0.79 , то інтегральний переріз розсіювання буде містити лише два невідомих доданки від існування Z' бозона:

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \sigma_{\text{SM}}^* + a^2\sigma_{a^2}^* + av_u\sigma_{av_u}^*, \\ \sigma_{\text{SM}}^* &= -44.8 \pm 3.5 \text{ pb}, \\ \sigma_{a^2}^* &= 0.890 \pm 0.058 \text{ pb}, \\ \sigma_{av_u}^* &= 0.0480 \pm 0.0046 \text{ pb}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Ця спостережувана дозволяє, наприклад, проводити фітування експериментальних даних за допомогою статистики χ^2 з двома ступенями свободи й отримати область довіри для констант взаємодії a та v_u .

Аналогічно приходимо до ще двох можливих двохпараметричних інтегральних перерізів розсіювання: в одному буде відсутній фактор із векторною константою взаємодії з кварками

$\sigma_{av_u}^*$, а в іншому — відсутній фактор з аксіально-векторною константою $\sigma_{a^2}^*$. У таблиці 4.2 подані комбінації взаємодій Z' бозона, що входять до кожної зі знайдених спостережуваних, а також відповідні значення для вагової функції k та коефіцієнтів при зазначених комбінаціях констант (фактори $\sigma_{a^2}^*$, $\sigma_{av_u}^*$ та $\sigma_{av_l}^*$). Відмітимо, що для обчислень ми фіксували значення параметра k , і це значення може несуттєво змінюватися при адаптації критерію типу (4.32) до реальних потреб обробки експериментальних даних. Цікаво відмітити, що третя спостережувана є близькою до перерізу розсіювання «вперед-назад».

Таблиця 4.2. Параметри вагової функції k , значення σ_{SM}^* та факторів $\sigma_{a^2}^*$, $\sigma_{av_u}^*$ та $\sigma_{av_l}^*$ для двохпараметричних спостережуваних

взаємодія	a^2, av_u	a^2, av_l	av_u, av_l
k	-0.79	0.35	0.964
$\sigma_{\text{SM}}^*, \text{ pb}$	-44.8 ± 3.5	-14.3 ± 1.1	2.13 ± 0.25
$\sigma_{a^2}^*, \text{ pb}$	0.892 ± 0.058	0.312 ± 0.021	пригнічений
$\sigma_{av_u}^*, \text{ pb}$	0.0490 ± 0.0047	пригнічений	-0.0272 ± 0.0003
$\sigma_{av_l}^*, \text{ pb}$	пригнічений	0.230 ± 0.020	0.354 ± 0.030

Підводячи підсумки щодо побудови спостережуваних для процесу Дрелла-Яна з протоном і антипротоном у початковому стані $p\bar{p} \rightarrow l^+l^-$ у випадку неуніверсальних взаємодій Z' бозона, зобразимо схему інтегрування диференціального перерізу розсіювання графічно. Перший крок — інтегрування диференціального перерізу за стрімкістю проміжного стану Y та за інваріантною масою лептонної пари M із ваговою функцією $W(M, Y)$, що зображена на рис. 4.9 у вигляді двовимірної поверхні. Найнижче значення вагової функції відповідає синьому кольору, найвище — червоному. Графік демонструє характерну

поведінку типу «центр-границя» відносно змінної Y та повільну лінійну зміну відносно змінної M .

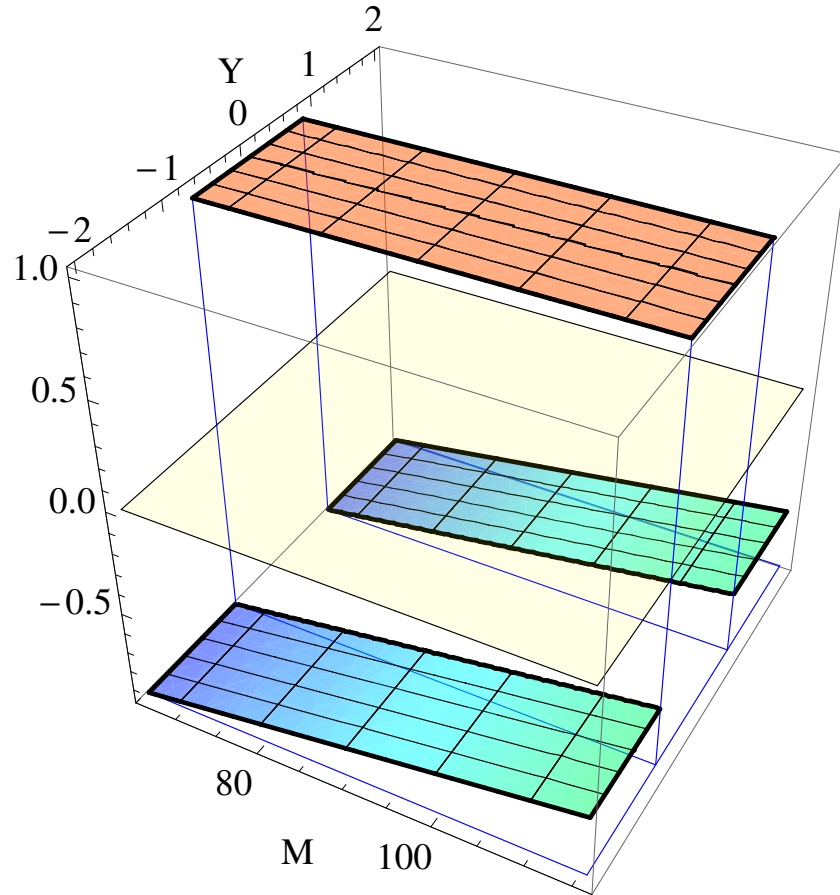


Рис. 4.9. Вагова функція для інтегрування в площині стрімкості проміжного стану та інваріантної маси пари

На наступному кроці можна застосувати три варіанти інтегрування за відносною стрімкістю в лептонній парі y . Вагова функція приймає доволі різні форми: близьку до повного перерізу розсіювання для спостережуваної, що виділяє пару констант a^2 , av_u ; близьку до перерізу розсіювання в зворотньому напрямку для спостережуваної з константами a^2 , av_l та близьку до перерізу розсіювання «вперед-назад» для спостережуваної, що містить пару констант a^2 , av_l . При цьому в першому випадку ми змінили знак спостережуваної (і, відповідно, вагової функції) на протилежний задля полегшення інтерпретації графіків.

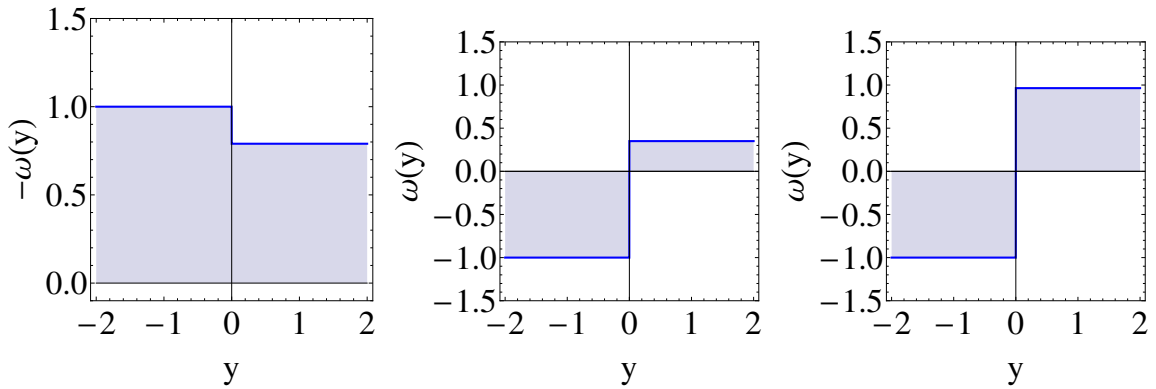


Рис. 4.10. Вагова функція для інтегрування за відносною стрімкістю в парі для виділення взаємодій a^2 , av_u або a^2 , av_l або av_u , av_l (зліва направо).

4.4. Спостережувана для універсальних взаємодій

Співвідношення між константами взаємодії абелевого Z' бозона (1.11) описують певний клас моделей, що передбачують важкий нейтральний векторний бозон. Серед декількох найбільш популярних моделей, що є предметом аналізу при обробці сучасних експериментальних даних, зокрема результатів роботи прискорювачів Tevatron та LHC, у цю групу потрапляють модель χ та *ліво-права* модель (LR). Однак, у цих моделях константи взаємодії Z' бозона не залежать і від покоління ферміонів, що називають універсальністю поколінь. Взагалі кажучи, універсальність є звичайним явищем для популярних моделей Z' бозона. З точки зору співвідношень (1.11) універсальність є додатковим обмеженням, яке може застосовуватися за потреби. Отже, цікаво дослідити цей спеціальний але популярний випадок з метою виявлення спостережуваних з найменшою кількістю лінійно незалежних параметрів.

За наявності універсальності поколінь співвідношення між константами взаємодії абелевого Z' бозона (1.11) розширюються та приймають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
a_{qd} &= a_l = -a_{qu} = -a_{\nu_l} = a, \\
v_{qd} &= v_{qu} + 2a, & v_l &= v_{\nu_l} + 2a, \\
v_{qu} &= v_{qc} = v_{qt}, & v_e &= v_\mu = v_\tau.
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Нові зв'язки між константами зменшують кількість незалежних доданків у перерізі розсіювання процесу Дрелла-Яна до чотирьох:

$$\begin{aligned}
\sigma_{DY} &= \sigma_{SM} + \sigma_{Z'}, \\
\sigma_{Z'} &= a^2 \sigma_{a^2} + av_l \sigma_{av_l} + av_u \sigma_{av_u} + v_u v_l \sigma_{v_u v_l}.
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Для того, щоб побудувати спостережувані для пошуку сигналів Z' бозона в експерименті, проведемо інтегрування диференціального перерізу розсіювання за кінематичними змінними за аналогією з попереднім розділом. Однак, оскільки тепер не існує окремого незалежного внеску, пов'язаного з другим поколінням кварків, інтегрування за стрімкістю проміжного стану Y не потребує нетривіальних схем.

Таким чином, інтегрування диференціального перерізу розсіювання спрощується до двох кроків:

1. За стрімкістю проміжного стану Y здійснюється просте інтегрування в повному інтервалі значень, а за інваріантною масою лептонної пари M — у симетричній області навколо піку Z бозона.

2. При інтегруванні за відносною стрімкістю в лептонній парі y використовується ступінчаста вагова функція $\omega(y)$ з рівняння

(4.28), за допомогою якої можна позбавитись одного з лінійно незалежних внесків Z' бозона до перерізу розсіювання.

Беручі такі самі границі для кінематичних змінних як у попередньому розділі, обчислюємо інтегральний переріз у наступному вигляді

$$\begin{aligned}
 \sigma^* &= \sigma_{\text{SM}}^* + a^2 \sigma_{a^2}^* + av_u \sigma_{av_u}^* + av_l \sigma_{av_l}^*, \\
 \sigma_{\text{SM}}^* &= (-102.2 + 116.6 k) \text{ pb} \pm (6.4 - 7.4 k) \text{ pb}, \\
 \sigma_{a^2}^* &= (1.96 - 2.00 k) \text{ pb} \pm (0.11 - 0.11 k) \text{ pb}, \\
 \sigma_{av_u}^* &= (-0.0428 - 0.0247 k) \text{ pb} \\
 &\quad \pm (0.0101 - 0.0098 k) \text{ pb}, \\
 \sigma_{av_l}^* &= (0.729 + 0.909 k) \text{ pb} \\
 &\quad \pm (0.048 + 0.060 k) \text{ pb},
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

де k є параметром вагової функції. Відповідні фактори, пов'язані з Z' бозоном, зображені на рис. 4.11 як функції параметру вагової функції.

Можна побудувати три спостережувані в залежності від того, який із трьох факторів Z' бозона в перерізі розсіювання підлягає виключенню. Слід відмітити, що фактор $\sigma_{av_u}^*$ є достатньо малим відносно інших факторів у широкому інтервалі значень k . Цим можна скористатися для того, щоб практично позбавитися внеску від нього, не роблячи його цільовим фактором для придушення. Таким чином, можна отримати однопараметричну спостережувану. Насправді, на рис. 4.11 можна побачити, що найбільш перспективним є випадок, коли пригнічується фактор при av_l (область перетину синьої смуги з нульовим рівнем): внесок фактору $\sigma_{av_u}^*$ (зелена смуга) складає менше 2% від

домінантного фактора $\sigma_{a^2}^*$, і його можна вважати також відсутнім. Щодо випадку виключення фактора при a^2 (область перетину червоної смуги з нульовим рівнем), то внесок фактору $\sigma_{av_u}^*$ (зелена смуга) складає до 4% від доміантного фактора $\sigma_{av_l}^*$, і ми залишили його значення в наведених нижче чисельних результатах. При певних умовах обробки даних його також можна вважати відсутнім. Значення параметру вагової функції для трьох спостережуваних подані в таблиці 4.3.

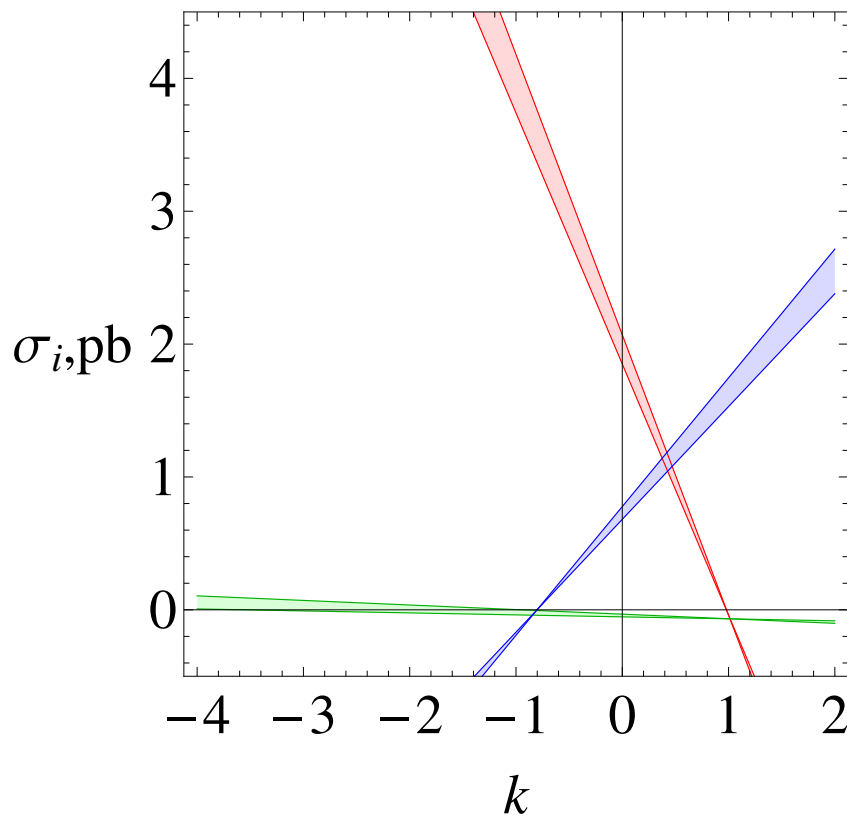


Рис. 4.11. Внески універсального Z' бозона (a^2 — червоний, av_l — блакитний, av_u — зелений) у залежності від параметра вагової функції

Припущення про універсальність взаємодій Z' бозона з ферміонами спрощує запропоновану в попередньому пункті схему інтегрування диференціального перерізу розсіювання не тільки можливістю позбавитися від дещо незвичної вагової функції $W(M, Y)$ для двох кінематичних змінних, але й з точки зору

зручності та якості необхідних експериментальних даних: можна використовувати ті ж самі дані, що й для вимірювання асиметрії вперед-назад [188]. Крім того, існує однопараметрична спостережувана зі знаковизначеним параметром a^2 , яка може виявитися найбільш ефективною для статистичної обробки даних.

Таблиця 4.3. Параметри вагової функції k , значення СМ

σ_{SM}^* та факторів $\sigma_{a^2}^*$, $\sigma_{av_u}^*$ та $\sigma_{av_l}^*$ для спостережуваних у

випадку універсальності взаємодій

взаємодія	a^2, av_u	a^2, av_l	av_u, av_l
k	-0.8015	-2.0	0.9805
$\sigma_{\text{SM}}^*, \text{pb}$	-195.6 ± 12.3	-335.3 ± 21.2	12.12 ± 0.82
$\sigma_{a^2}^*, \text{pb}$	3.56 ± 0.20	5.96 ± 0.34	пригнічений
$\sigma_{av_u}^*, \text{pb}$	пригнічений	пригнічений	-0.0670 ± 0.0005
$\sigma_{av_l}^*, \text{pb}$	пригнічений	-1.09 ± 0.07	1.62 ± 0.11

4.5. Ефективність спостережуваної

Аналіз даних експериментів LEP II, проведений у попередніх розділах, дає оцінки зверху для аксіально-векторної та векторної констант взаємодії Z' бозона з лептонами на рівні довіри 95%, для обох констант це величина порядку $0.1\text{--}1 \text{ } m_{Z'}^2/\text{TeV}^2$. У прямих пошуках на прискорювачі LHC, що будуть розглядатися в наступному розділі, ці константи взаємодії, а також векторна кваркова константа v_u^2 оцінюються більш жорстко, до величин порядку $10^{-3}\text{--}10^{-1} \text{ } m_{Z'}^2/\text{TeV}^2$ (на основі результатів, представлених колаборацією ATLAS у 2012 році). Останні результати були оновлені за даними експериментів LHC для енергії

зіткнень $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ [112, 113], але порядок цих оцінок залишиться незмінним. Оцінимо ефективність запропонованих спостережуваних на основі цих обмежень для параметрів Z' бозона.

Колаборація CDF представила результати вимірювання перерізу розсіювання в процесі Дрелла-Яна зі статистичними та систематичними невизначеностями 1.5–2.5% і з невизначеністю світності 6% [178]. Як видно з таблиці 4.2, отримані невизначеності для величини σ_{SM}^* складають 8–11% (беручи до уваги міркування, викладені в пункті 4.2.). Можна припустити, що такий самий порядок невизначеності зберігатиметься і для експериментального вимірювання σ_{SM}^* . Було б цікаво, якщо б запропоновані спостережувані дозволили поліпшити границі, отримані при обробці даних інших експериментів. Для цього потрібно, щоб невизначеність для передбачень СМ була меншою ніж значення домінантного внеску від Z' бозона, наприклад, величина $a^2 \sigma_{a^2}^*$ повинна бути більше 3.5 pb для першої спостережуваної з таблиці 4.2. У таблиці 4.4 ми безпосередньо оцінюємо ефективність для всіх запропонованих схем інтегрування диференціального перерізу розсіювання. При цьому ми припускаємо, що всі квадрати констант взаємодій Z' бозона є порядку $1 \text{ } m_{Z'}^2/\text{TeV}^2$, що відповідає оптимістичним оцінкам, отриманим за даними експериментів LEP, та розглядаємо Z' бозон із масою 2.6 TeV. Крім того, передбачається, що константи взаємодії Z' бозона є позитивними, тобто відповідні внески від наявності Z' бозона не послаблюються можливою деструктивною інтерференцією між внесками. Можна побачити, що оптимістичні (за даними LEP) оцінки для верхніх границь для параметрів Z' бозона очевидно будуть виключені, оскільки величина внеску від Z' бозона перевищує очікувану похибку для СМ. Оскільки

розглядаються енергії, що є далекими від піку Z' бозона, спостережувана сильно залежить від величини похибок. У разі, якщо експериментальні дані досить точні, спостережувані можуть дати суттєву користь для встановлення обмежень на константи взаємодії Z' бозона з частинками СМ. Випадок лептонної універсальності показує, що, у принципі, за даними експериментів Теватрон можна знайти натяки на аксіально-векторну взаємодію a^2 порядку $0.1 m_{Z'}^2/\text{TeV}^2$, оскільки сигнал може бути сильніше за систематичні похибки.

Таблиця 4.4. Порівняння невизначеності внеску від СМ до спостережуваної σ^* та потенційного внеску від Z' бозона, вважаючи $m_{Z'} = 2.6 \text{ TeV}$. Всі квадрати констант зв'язку Z' бозона взято додатними та порядку $\sim 1 m_{Z'}^2/\text{TeV}^2$, щоб запобігти деструктивній інтерференції

взаємодії	$\delta\sigma_{\text{SM}}^*/\sigma_{\text{SM}}^*$	$Z' \text{ part}/\sigma_{\text{SM}}^*$
Неуніверсальні взаємодії		
a^2, av_u	7.7%	$-14.1\% \pm 0.8\%$
a^2, av_l	7.4%	$-25.5\% \pm 1.8\%$
av_u, av_l	11.6%	$103.7\% \pm 9.7\%$
Універсальні взаємодії		
a^2, av_u	6.3%	-12.2 ± 0.6
a^2, av_l	6.3%	$-9.8\% \pm 0.5\%$
av_u, av_l	6.8%	$86.7\% \pm 6.1\%$

Якщо розглядається більш жорстка оцінка для констант взаємодії Z' бозона на рівні $0.1 m_{Z'}^2/\text{TeV}^2$, ефекти від наявності Z' бозона з таблиці 4.4 будуть на порядок слабкішими. У цьому випадку обмеження на константи взаємодії Z' бозона можуть бути отримані лише тоді, коли дані експерименту Теватрон матимуть точність близько 1–2% для перших двох спостережува-

них і 10% для третьої спостережуваної.

Існує альтернативний спосіб перевірити, наскільки корисними можуть виявитися запропоновані спостережувані для обробки реальних даних — це порівняння їх передбачень із поточними значеннями для взаємодій Z бозона СМ, виміряних в експериментах LEP, Tevatron, HERA та LHC. Відповідні значення констант можна знайти на стор. 27 у роботі [122]. Наприклад, розглянемо константу взаємодії Z бозона з u -кварком. Замінюючи в рівнянні (1.1) кут змішування між Z та Z' бозонами відповідно до формули (1.12), отримуємо наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} av_u &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{4\pi\alpha}}{\cos\theta_W \sin\theta_W} \frac{m_{Z'}}{m_Z} \right)^2 (g_{V,\text{SM}}^u - g_V^u), \\ a^2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{4\pi\alpha}}{\cos\theta_W \sin\theta_W} \frac{m_{Z'}}{m_Z} \right)^2 (-g_{A,\text{SM}}^u + g_A^u), \end{aligned} \quad (4.37)$$

де ми врахували те, що наше визначення аксіально-векторного струму відрізняється знаком від [122], а також нормування констант g :

$$v_f^{\text{SM}} = \frac{\sqrt{4\pi\alpha}}{\cos\theta_W \sin\theta_W} g_{V,\text{SM}}^f \quad (4.38)$$

й аналогічно для інших констант. Експериментальні значення для констант взаємодії Z бозона СМ із кварками є такими:

$$\begin{aligned} g_V^u &= 0.25_{-0.06}^{+0.07}, \\ g_A^u &= 0.50_{-0.06}^{+0.04}. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Передбачення СМ з урахуванням радіаційних корекцій звичайно записуються як [137]

$$\begin{aligned} g_{V,\text{SM}}^f &= \sqrt{\rho_f} (T_{3f} - 2Q_f \kappa_f \sin^2 \theta_W), \\ g_{A,\text{SM}}^f &= \sqrt{\rho_f} T_{3f}, \end{aligned} \quad (4.40)$$

де вважається, що $\cos \theta_W = m_W/m_Z$ і введений відомий параметр ρ [179, 180].

Радіаційні поправки для констант взаємодії Z бозона мають квадратичну залежність від маси топ-кварка й слабшу логарифмічну залежність від маси бозона Хіггса [181, 182]. Залежність від типу ферміону дуже мала для всіх ферміонів окрім b -кварка. Цей виняток обумовлений нетиповими ефектами діаграми Фейнмана у вигляді вершини з обміном W бозоном через велику різницю мас між b і t кварками, а також величиною діагонального елементу матриці Каббібо-Кобаяші-Маскава [183].

Застосовуючи чисельні значення

$$\rho_f \simeq 1.005, \quad \kappa_f \sin^2 \theta_W = \sin^2 \theta_{W,f} \simeq 0.231, \quad (4.41)$$

отримуємо оцінки констант взаємодії Z' бозона:

$$-4.06 \leq av_u \frac{\text{TeV}^2}{m_{Z'}^2} \leq 0.08, \quad -1.95 \leq a^2 \frac{\text{TeV}^2}{m_{Z'}^2} \leq 1.23. \quad (4.42)$$

Ці оцінки — того ж порядку, що й отримані з аналізу даних експериментів LEP у попередніх розділах. Тому ми очікуємо, що

можна поліпшити ці оцінки приблизно на порядок до величини $0.1 \text{ TeV}^2/m_{Z'}^2$.

Схожа на запропоновану спостережувана може бути побудована й для випадку експериментів на прискорювачі ЛНС, хоча необхідні деякі зміни для придушення вкладів від другого покоління ферміонів. Більш висока світність повинна призвести до значно більш високої точності визначення констант взаємодії Z' бозона.

Ані дані LEP, ані дані Теватрон або ЛНС не показують явного сигналу абелевого Z' бозона. Це дає мотивацію для дослідження моделей із так званим лептофобним Z' бозоном [85, 171–176]. У цих моделях константи взаємодії Z' бозона з лептонами СМ сильно пригнічені в порівнянні з константами взаємодії Z' бозона з кварками. Крім усього іншого, ця параметризація дозволяє пояснити відхилення точних електрослабких даних від СМ, уводячи Z' бозон із масою, близькою до m_Z [177]. З лагранжіана (1.1) і співвідношень (1.11) випливає, що в разі лептофобного Z' бозона константи v_l , a_l та a_q є малими в порівнянні з v_q . Отже, головний внесок від Z' бозона в перерізі розсіювання буде наступним:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{DY}} &= \sigma_{\text{SM}} + \sigma_{Z'}, \\ \sigma_{Z'} &= av_u\sigma_{av_u} + v_uv_l\sigma_{v_uv_l} \\ &\quad + av_c\sigma_{av_c} + v_cv_l\sigma_{v_cv_l} + O(a^2, av_l).\end{aligned}\tag{4.43}$$

Після застосування всіх інтеграцій, розглянутих у розділі 4.3., ми прийдемо до спостережуваної, у якій залишиться лише один доданок $av_u\sigma_{av_u}^*$. Ця спостережувана буде однопараметричною:

$$\sigma^* = \sigma_{\text{SM}}^* + av_u \sigma_{av_u}^*. \quad (4.44)$$

Чисельні значення цієї спостережуваної такі ж, як у другому рядку таблиці 4.2.

Наші результати, отримані для правил відбору дімюонних подій, можна легко переобчислити для діелектронних подій, беручи до уваги різницю між критеріями відбору подій для мюонів і електронів. Наприклад, колаборація CDF відбирала мюони з максимальною псевдострімкістю $|\eta_\mu| = 1.0$ [189]. Для електронів це значення дорівнює $|\eta_e| = 2.8$ [144], тому, значення Y_m для процесу $p\bar{p} \rightarrow e^+e^-$ буде вище, ніж для випадку розсіювання в дімюони. Це призводить до інших вагових функцій і значень k .

4.6. Висновки

Традиційний аналіз даних колаборацій LHC і Теватрон призводить до модельно залежних нижніх оцінок для маси Z' бозона. При цьому розглядаються пошуки резонансу в перерізі розсіювання процесу Дрелла-Яна в діапазоні високих енергій. У нашому дослідженні ми пропонуємо інший підхід, який дозволяє шукати сигнали Z' бозона в процесі $p\bar{p} \rightarrow l^+l^-$ при енергіях близько m_Z , тобто поблизу піку Z бозона. У цій області найбільш важливий внесок від наявності Z' бозона зумовлений змішуванням між Z та Z' бозонами. Підхід використовує співвідношення між ефективними константами взаємодії абелевого Z' бозона з частинками СМ, що робить його в певному

сенсі модельно-незалежним. У разі, якщо сигнал не буде знайдено, то, як і раніше, можна виводити обмеження для параметрів Z' бозона та порівнювати їх з тими, що представлені в роботах [112, 113].

Пропонований підхід включає в себе наступні кроки. По-перше, потрібний диференціальний переріз розсіювання для процесу Дрелла-Яна виражається в термінах трьох кінематичних змінних: маси проміжного стану M , псевдострімкості проміжного стану Y та відносної псевдострімкості в лептонній парі y . Цей переріз розсіювання містить шість невідомих комбінацій констант взаємодії Z' бозона з ферміонами: a^2 , av_u , av_l , av_c , $v_u v_l$ та $v_c v_l$. Далі диференціальний переріз розсіювання інтегрується за стрімкістю проміжного стану Y у симетричному діапазоні $[-Y_{\max}; Y_{\max}]$ із ваговою функцією $W(M, Y)$, визначеною у формулі (4.17). Межі інтегрування обираються з врахуванням конкретного кінцевого стану (e^+e^- чи $\mu^+\mu^-$) і детектора в індивідуальному порядку. Функція $W(M, Y)$ регулюється таким чином, щоб коефіцієнти від партонних розподілів кварків другого покоління $F_{c\bar{c}}(M)$ та $F_{s\bar{s}}(M)$ давали в сумі менше 1% від фактора $F_{u\bar{u}}(M)$. У разі дімюонного кінцевого стану це буде лінійна функція M/m_Z . У результаті з перерізу розсіювання виключаються внески від другого покоління кварків, av_c та $v_c v_l$.

По-друге, переріз розсіювання інтегрується за інваріантною масою лептонної пари M навколо піку Z бозона: або в інтервалі 66–116 ГеВ, або 71–111 ГеВ, або у будь-якому іншому діапазоні з симетричними відносно m_Z границями. Ці границі повинні бути достатньо великими, щоб можна було знехтувати масами u , d , s та s кварків у порівнянні з M . Ця інтеграція пригнічує внесок $v_u v_l$ у перерізі розсіювання.

По-третє, інтегрування за відносною стрімкістю в лептонній парі y із правильно підбраною ваговою функцією $\omega(y)$ із рівняння (4.28) дозволяє придушити ще один внесок: a^2 , av_u або av_l на вибір.

Наведено приклад використання запропонованої схеми побудови спостережуваної. Чисельні значення обрізання для стрімкості та параметру вагової функції можуть змінюватися, оскільки вони залежать від конкретних умов експерименту, зокрема структури бінів та наявності даних. Наприклад, границі стрімкості легко можуть бути переміщені ближче до кордону зони покриття детектора, а вагові функції $W(M, Y)$ та $\omega(y)$ відповідним чином скориговані, але загальна схема, у тому числі якісний вигляд вагових функцій, залишиться без змін.

Спостережувані можуть бути використані при фітуванні експериментальних даних у процесі розсіювання $p\bar{p} \rightarrow l^+l^-$, що зібрані колабораціями Теватрон. Це фітування дозволить обмежити векторну та аксіально-векторну константи взаємодії Z' бозона з ферміонами СМ. У випадку лептофобного Z' бозона, існує однопараметрична спостережувана, пов'язана з комбінацією av_u . Також існує однопараметрична спостережувана в разі універсальних взаємодій Z' бозона з ферміонними поколіннями, яка дозволяє обмежити знаковизначену величину a^2 .

Існує велика кількість даних для лептонних процесів розсіювання, зібраних в експериментах на LEP і LEP II. Друга спостережувана в таблиці 4.2 містить такі комбінації параметрів Z' бозона, що входять до лептонних процесів розсіювання, а саме a^2 та av_e . Ця спостережувана може виявитися корисною для проведення комбінованих фітувань даних експериментів LEP і Теватрон.

РОЗДІЛ 5

ПОШУКИ РЕЗОНАНСУ Z' БОЗОНА В УМОВАХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ TEVATRON ТА LHC

У цьому розділі розглядаються пошуки резонансу Z' бозона в умовах експериментів Tevatron та LHC. За наявними експериментальними обмеженнями для параметрів Z' бозона оцінюється переріз народження та ширина розпаду частинки. Аналізуються сучасні експериментальні дані та виводяться границі на константи взаємодії Z' бозона з лептонами та кварками.

5.1. Переріз народження Z' бозона

На прискорювачах Tevatron та LHC в процесах зіткнення протону й антипротону чи двох протонів могли б народжуватися доволі легкі Z' бозони як один із ймовірних каналів реакції. На рівні партонів обидва процеси описуються народженням Z' бозона в результаті анігіляції кварк-антикваркової пари, $q\bar{q} \rightarrow Z'$ (див. рис. 5.1).

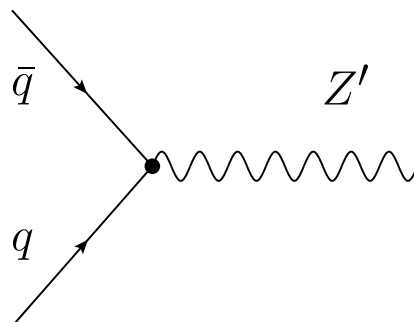


Рис. 5.1. Народження Z' бозона на партонному рівні

Переріз розсіювання для процесу народження з протон-антипротонної пари $p\bar{p} \rightarrow Z'$ чи двох протонів $pp \rightarrow Z'$ можна отримати в межах партонної моделі гадронів шляхом інтегрування перерізу розсіювання партонного процесу $\sigma_{q\bar{q} \rightarrow Z'}$ із функціями розподілу партонів, що описують ймовірність знайти партони з певними імпульсами в протоні чи антипротоні:

$$\begin{aligned} \sigma_{AB} = & \sum_{q,\bar{q}} \int_0^1 dx_q \int_0^1 dx_{\bar{q}} f_{q,A}(x_q, \mu_R, \mu_F) f_{\bar{q},B}(x_{\bar{q}}, \mu_R, \mu_F) \\ & \times \sigma_{q\bar{q} \rightarrow Z'}(m_{Z'}, x_q k_A, x_{\bar{q}} k_B), \end{aligned} \quad (5.1)$$

де A, B позначають гадрони, що взаємодіють, з чотиривимірними імпульсами k_A, k_B відповідно. У нашому випадку — це або протон та антипротон для експерименту Tevatron, або два протони для експерименту LHC:

$$\text{Tevatron: } A = p, \quad B = \bar{p}, \quad (5.2)$$

$$\text{LHC: } A = p, \quad B = p. \quad (5.3)$$

У рівнянні (5.1) через $f_{q,A}$ позначено функцію розподілу партонів для кварка q у гадроні A з часткою чотиривимірного імпульсу x_q , обчислена при масштабі ренормування μ_R та масштабі факторизації μ_F . У нашому дослідженні ми використовуємо функції розподілу партонів з пакету *MSTW* [163, 164].

Загальна концепція застосування партонної моделі аналогічна випадку, розглянутому в попередньому розділі для експерименту на прискорювачі Теватрон, однак, усі компоненти —

партонні перерізи розсіювання та функції розподілу партонів — змінюються відповідно до іншого процесу. Оскільки в пакеті *MSTW* містяться розподіли ймовірності $f_{\text{MSTW}}(q/\bar{q}/g, x)$ знайти кварк, антикварк чи глюон із певною часткою імпульсу x у *протоні*, функції розподілу партонів у рівнянні (5.1) обчислюємо як

$$\text{Tevatron: } \sum_{q, \bar{q}} f_{q,A}(x_q) f_{\bar{q},B}(x_{\bar{q}}) = \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} & f_{\text{MSTW}}(q, x_q) f_{\text{MSTW}}(\bar{q}, x_{\bar{q}}) + f_{\text{MSTW}}(\bar{q}, x_q) f_{\text{MSTW}}(q, x_{\bar{q}}), \\ \text{LHC: } \sum_{q, \bar{q}} f_{q,A}(x_q) f_{\bar{q},B}(x_{\bar{q}}) = \quad (5.5) \\ & f_{\text{MSTW}}(q, x_q) f_{\text{MSTW}}(\bar{q}, x_{\bar{q}}) + f_{\text{MSTW}}(\bar{q}, x_q) f_{\text{MSTW}}(q, x_{\bar{q}}). \end{aligned}$$

Ми враховуємо невизначеність функцій розподілу партонів на рівні довіри 90%. Відповідні інтервали довіри беруться безпосередньо з пакету функцій розподілу партонів *MSTW*. Також беруться до уваги ті невизначеності, що виникають при виборі масштабів ренормування та факторизації: ми обираємо ці масштаби рівними, $\mu_R = \mu_F = \mu$, та варіюємо їх у достатньо широких межах $m_{Z'}/2 \leq \mu \leq 2m_{Z'}$, що відповідає загально прийнятій процедурі.

У системі центру мас протон-(анти)протонної пари переріз народження в основному наближенні теорії збурень може бути обчислений у наступному вигляді:

$$\sigma_{AB} = \frac{\pi m_{Z'}^2}{24 m_p^2} \sum_q (a_q^2 + v_q^2) \int_{\tilde{h}(1)}^1 \frac{dx}{h(x) \sqrt{(s - 2m_p^2)^2 x^2 \tilde{h}^2(x) - 4m_p^4}}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(f_{\text{MSTW}}(q, x) f_{\text{MSTW}}(q', \tilde{h}(x)) \right. \\
& \quad \left. + f_{\text{MSTW}}(\bar{q}, x) f_{\text{MSTW}}(\bar{q}', \tilde{h}(x)) \right), \\
h(x) &= \sqrt{\frac{m_{Z'}^2}{m_p^2} + \frac{s(s - 4m_p^2)}{4m_p^4} x^2}, \\
\tilde{h}(x) &= h(x) - \left(\frac{s}{2m_p^2} - 1 \right) x,
\end{aligned} \tag{5.6}$$

де m_p — маса протона, s — змінна Мандельстама для процесу зіткнення гадронів, сума здійснюється за всіма типами кварків, $q' = q$ для експерименту Tevatron і $q' = \bar{q}$ для експерименту LHC.

Враховуючи співвідношення між константами взаємодій абелевого Z' бозона (1.11), приходимо до висновку, що переріз народження залежить від різних квадратичних комбінацій взаємодій Z' бозона з кварками:

$$\begin{aligned}
\sigma_{AB} = & a^2 \sigma_{a^2} + av_u \sigma_{av_u} + v_u^2 \sigma_{v_u^2} + av_c \sigma_{av_c} \\
& + v_c^2 \sigma_{v_c^2} + av_t \sigma_{av_t} + v_t^2 \sigma_{v_t^2}. \tag{5.7}
\end{aligned}$$

Фактори σ у правій частині рівняння залежать від маси Z' бозона $m_{Z'}$ та від енергії зіткнення протонів. При достатньо великих енергіях понад 1 ТеВ фактори σ_{av_c} , $\sigma_{v_c^2}$, σ_{av_t} та $\sigma_{v_t^2}$, що відповідають другому та третьому поколінню, дають внесок менше 1% від кожного з факторів σ_{a^2} , σ_{av_u} та $\sigma_{v_u^2}$, що відповідають першому поколінню. Таким чином, внеском від загаданих чотирьох факторів при високих енергіях можна знехтувати.

Як переріз народження Z' бозона, так і зазначені його невизначеності спочатку обчислюються в основному порядку теорії

збурень за константою сильних взаємодії α_S . Перехід до більш реалістичного, наступного за наступним, порядку теорії збурень для перерізу та відповідних невизначеностей здійснюється за допомогою K -фактора процесу Дрелла-Яна, обчисленого в межах СМ:

$$K = \frac{\sigma_{\text{DY}}^{\text{NNLO}}}{\sigma_{\text{DY}}^{\text{LO}}}. \quad (5.8)$$

Чисельні значення K -фактора отримано за допомогою програмного забезпечення *FEWZ* [167, 169] і дорівнюють приблизно 1.4 ± 0.06 при енергіях від 2 TeВ до 3 TeВ, що відповідають потенційному резонансу Z' бозона.

Остаточно, переріз народження Z' бозона записується наступним чином:

$$\begin{aligned} \sigma_{Z'} &= a^2 \sigma_{a^2} + av_u \sigma_{av_u} + v_u^2 \sigma_{v_u^2} \pm \Delta \sigma^{\text{pdf+scale}}, \\ \Delta \sigma^{\text{pdf+scale}} &= a^2 \Delta \sigma_{a^2}^{\text{pdf+scale}} + av_u \Delta \sigma_{av_u}^{\text{pdf+scale}} + v_u^2 \Delta \sigma_{v_u^2}^{\text{pdf+scale}}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Фактори в рівнянні (5.9) залежать від маси та ширини розпаду Z' бозона. При аналізі даних експерименту щодо спостереження можливого резонансу Z' бозона, маса є фактично заданим параметром — вона збігається з інваріантною масою лептонної пари. При цьому для отримання чисельних оцінок потрібно знати можливі значення ширини розпаду Z' бозона. Отже, ширина розпаду Z' бозона потребує окремого дослідження.

5.2. Ширина розпаду Z' бозона

Ширина розпаду Z' бозона $\Gamma_{Z'}$ обчислюється згідно з оптичною теоремою через двохточкову функцію Гріна $G(p^2)$, що не розщеплюється при видаленні одного з внутрішніх пропагаторів (так звана функція, що не зводиться до одночастинкової):

$$\Gamma_{Z'} = -\frac{\text{Im } G(m_{Z'}^2)}{m_{Z'}}. \quad (5.10)$$

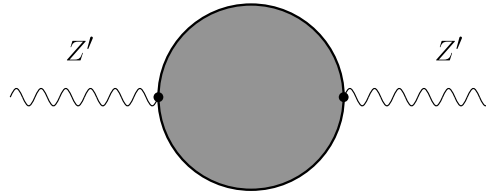


Рис. 5.2. Функція Гріна $Z' \rightarrow Z'$, що не зводиться до одночастинкової

Зазначена функція Гріна зображена графічно діаграмою Фейнмана на рис. 5.2. У нашому дослідженні ширина розпаду $\Gamma_{Z'}$ розраховується чисельно на рівні радіаційних поправок, що відповідають одній петлі в діаграмах Фейнмана, за допомогою програмного забезпечення *FeynArts*, *FormCalc* та *LoopTools* [40, 44]. При цьому діаграми Фейнмана з внутрішніми лініями Z' бозона, а також всі інтеграли Пассаріно-Велтмана типу A є дійсними числами та не дають внесків до ширини розпаду. Решта діаграм Фейнмана відповідають різним каналам розпаду Z' бозона, які можна отримати розрізаючи діаграму для функції Гріна навпіл. Кожна з діаграм дає часткову ширину розпаду у відповідний канал реакції, а всі разом у сумі — повну ширину розпаду.

Для ферміонів ширина розпаду має вигляд

$$\Gamma_{ff} = \frac{C}{16\pi^2 m_{Z'}} \left(2a_f^2 m_f \operatorname{Im} B_0(m_{Z'}, m_f, m_f) + (a_f^2 + v_f^2) \operatorname{Im} B_1(m_{Z'}, m_f, m_f) - 2(a_f^2 + v_f^2) \operatorname{Im} B_{00}(m_{Z'}, m_f, m_f) \right), \quad (5.11)$$

де C — кількість кольорових станів (1 для лептонів і 3 для кварків).

Ширини розпаду на пари векторних або скалярних бозонів мають вирази:

$$\begin{aligned} \Gamma_{WW} &= \frac{a^2}{4\pi^2 m_{Z'}} \left(2m_W^2 \operatorname{Im} B_0(m_{Z'}, m_W, m_W) - \operatorname{Im} B_{00}(m_{Z'}, m_W, m_W) \right), \\ \Gamma_{hZ} &= \frac{a^2 \sin^2(\beta - \alpha)}{4\pi^2 m_{Z'}} \left(m_Z^2 \operatorname{Im} B_0(m_{Z'}, m_h, m_Z) - \operatorname{Im}(B_{00} m_{Z'}, m_h, m_Z) \right), \\ \Gamma_{HZ} &= \frac{a^2 \cos^2(\beta - \alpha)}{4\pi^2 m_{Z'}} \left(m_Z^2 \operatorname{Im} B_0(m_{Z'}, m_H, m_Z) - \operatorname{Im} B_{00}(m_{Z'}, m_H, m_Z) \right), \\ \Gamma_{A_0 h} &= -\frac{a^2 \cos^2(\beta - \alpha)}{4\pi^2 m_{Z'}} \operatorname{Im} B_{00}(m_{Z'}, m_{A_0}, m_h), \\ \Gamma_{A_0 H} &= -\frac{a^2 \sin^2(\beta - \alpha)}{4\pi^2 m_{Z'}} \operatorname{Im} B_{00}(m_{Z'}, m_{A_0}, m_H), \\ \Gamma_{H^+ H^-} &= \frac{a^2}{4\pi^2 m_{Z'}} \operatorname{Im} B_{00}(m_{Z'}, m_{H^+}, m_{H^+}). \end{aligned} \quad (5.12)$$

У цих формулах використано інтеграли Пассаріно-Велтмана [165], які визначені наступним чином:

$$\begin{aligned}
A_0(m) &= \frac{1}{i\pi^2} \int d^n q \frac{1}{q^2 + m^2}, \\
B_0(m_{Z'}, m_1, m_2) &= \frac{1}{i\pi^2} \int d^n q \frac{1}{(q^2 + m_1^2)((q + m_{Z'})^2 + m_2^2)}, \\
B_1(m_{Z'}, m_1, m_2) &= \frac{1}{2m_{Z'}} (A_0(m_1) - A_0(m_2) - f_1 B_0), \\
B_{00} &= \frac{1}{6} (f_1 B_1 - 2m_1^2 B_0 + A_0(m_2) - f_2). \tag{5.13}
\end{aligned}$$

Щоб обчислити ширини розпаду для бозонних каналів, потрібно вибрати значення для невідомих мас скалярних частинок. У випадку СМ з двома дублетами в скалярному секторі, маємо шість вільних параметрів, які можна виразити в термінах мас $m_h, m_H, m_{A_0}, m_{H^\pm}$ і кутів змішування $\tan \alpha, \tan \beta$. Внесок скалярного сектора в ширину розсіювання на два порядки нижчий за внесок від каналу розпаду на два ферміони, тому повні ширини розпаду, обчислені для різних мас і кутів змішування скалярного поля, практично неможливо розрізнити на практиці. У той же час, цікаво оцінити, наскільки ширина розпаду у двохдублетному розширенні СМ може відрізнятися від випадку мінімальної СМ. Щоб отримати максимальну відмінність, ми виберемо якомога легші частинки $H^\pm$ і A_0 , дозволені експериментально [122], а саме

$$m_{H^\pm} = 92 \text{ GeV}, \quad m_{A_0} = 92 \text{ GeV}. \tag{5.14}$$

Маси скалярів h і H обираються відповідно до сучасного значення маси бозона Хіггса:

$$m_h = m_H = 125 \text{ GeV}, \quad (5.15)$$

Залежністю ширини розпаду від кутів змішування можна знехтувати. Покладемо їх рівними $\tan \beta = 2$ і $\tan \alpha = 0.75$ (відповідно до обмежень LEP).

Як результат, ми можемо отримати як повну ширину розпаду, так і усі її спостережувані складові частини — часткові ширини розпаду Z' бозона в різні пари частинок СМ. Відношення часткових ширин розпаду до повної дають так звані частки розпаду (branching ratios).

Найбільший інтерес представляє часткова ширина розпаду Z' бозона в пару ферміонів $f\bar{f}$, оскільки саме цей канал описує процес Дрелла-Яна, котрий є джерелом даних для пошуку сигналу від Z' бозона на сучасних прискорювачах. Ця часткова ширина може бути записана в наступній формі:

$$\Gamma_{Z' \rightarrow f\bar{f}} = a_f^2 \Gamma_{a_f^2} + a_f v_f \Gamma_{a_f v_f} + v_f^2 \Gamma_{v_f^2}. \quad (5.16)$$

Фактори $\Gamma_{a_f^2}$, $\Gamma_{a_f v_f}$ та $\Gamma_{v_f^2}$ є пропорційними до маси $m_{Z'}$.

Оцінки для повної ширини розпаду та часткових ширин для певних каналів розпаду можна застосовувати як з метою порівняння з іншими підходами, так і щоб перевірити, які резонанси виключено на рівні довіри 95%, виходячи з даних експериментів LEP, а також у яких межах застосовне наближення вузького резонансу, що зазвичай використовують у своїх оцінках експериментатори.

5.3. Схеми фітування даних та оцінок перерізу народження

Основним спостережуваним каналом розпаду Z' бозона, що використовувався колабораціями D0 та CDF експерименту Теватрон і розглядається колабораціями ATLAS та CMS експерименту ЛНС є розпад на електрон-позитронну пару (діелектронний канал) або розпад на пару мюон-антимюон (дімюонний канал). У відповідних перерізах розсіювання присутні такі константи взаємодій: a , v_u та v_e для діелектронного каналу $pp \rightarrow Z' \rightarrow e^+e^-$ або a , v_u та v_μ для дімюонного каналу $pp \rightarrow Z' \rightarrow \mu^+\mu^-$. Оскільки константа v_μ не є суттєво обмеженою з даних попередніх експериментів LEP, ми досліджуватиме в першу чергу діелектронний кінцевий стан реакції. Це дозволить, зокрема, побачити, як та наскільки дані експериментів ЛНС обмежують значення констант взаємодії Z' бозона в порівнянні з результатами попередніх експериментів у галузі фізики високих енергій. Зазначимо також, що з точки зору розрахунків обидва процеси майже однакові при надвисоких енергіях, оскільки масою лептонів можна знехтувати.

У процесах з векторними елементарними частинками детектуються лише продукти їх розпаду. Тим не менш, корисно оцінити окремо переріз народження, тому що досить часто аналітичний вираз для перерізу розсіювання $pp(p\bar{p}) \rightarrow Z' \rightarrow l^+l^-$ розбивається на окремі множники — частину, що пропорційна перерізу народження та що не містить жодної інформації про Z' -бозон, окрім його маси (яка входить у партонні розподіли), і частину, що містить усю модельно-залежну інформацію про Z' -бозон, а саме його константи взаємодії. Наприклад, на такій

факторизації засновані популярні параметри $c_u - c_d$ [170], що утворюють площину можливих значень параметрів Z' -бозона в різних моделях [112].

Прямі пошуки резонансів Z' бозона передбачають так зване «наближення вузької ширини» (NWA). Тому потрібно встановити область визначення для констант взаємодій Z' бозона, сумісних із вимогою наближення вузької ширини. Загальне визначення вузької ширини формулюється критерієм $\Gamma_{Z'}^2/m_{Z'}^2 \ll 1$. Для чисельних оцінок ми обираємо

$$\Gamma_{Z'}^2/m_{Z'}^2 \leq 0.01. \quad (5.17)$$

Окреслимо схему фітування даних та отримання обмежень на параметри, що нас цікавлять у подальших дослідженнях. Оскільки існує деяке ненульове значення максимальної правдоподібності для константи взаємодій з аксіально-векторними струмами a^2 , отримане за даними експериментів LEP (табл. 3.1),

$$a_{\text{opt.}}^2/m_{Z'}^2 = a_{\text{ML}}^2/m_{Z'}^2 = 1.97 \times 10^{-2} \text{TeV}^{-2},$$

можна запропонувати саме це значення як найбільш «оптимістичну» оцінку й проводити фітування інших констант при цьому фіксованому значенні. Наведене значення відповідає середній оцінці експериментів LEP I та комбінованому анігіляційному каналу LEP II.

З іншого боку, оскільки експерименти LEP не виключають відсутність Z' бозона взагалі чи його аксіальної взаємодії зокрема, треба розглянути й «песимістичну» оцінку

$$a_{\text{pess.}}^2 = 0,$$

тобто слабо взаємодіючий з аксіально-векторними струмами Z' бозон.

Задля розуміння загальних тенденцій, пропонується також проміжне значення

$$a_{\text{int.}}^2 = a_{\text{ML}}^2/4,$$

про яке ми будемо говорити як про «проміжну» оцінку.

Замінюючи константу взаємодії Z' бозона з аксіально-векторними струмами однією з трьох оцінок, описаних вище, отримаємо переріз розсіювання процесу $pp \rightarrow Z' \rightarrow e^+e^-$ у залежності від двох невідомих констант взаємодії Z' бозона з векторними струмами — v_e та v_u . Застосовуючи результати щодо прямих пошуків резонансів Z' бозона в експериментах Tevatron [109–111] або ЛНС [112, 113], можна отримати дозволені значення цих двох констант.

Для того, щоб отримати найширший інтервал значень для констант v_e та v_u , константи взаємодії Z' бозона з іншими векторними струмами обираємо таким чином, щоб їхні значення відповідали найменшим значенням часткових ширин розпаду. Беручи до уваги співвідношення (1.11), (1.12), знаходимо з рівняння (5.16) потрібні значення:

$$v_f = -\frac{a\Gamma_{avf}}{2\Gamma_{v_f^2}} \approx \pm 1 \times a, \quad f \neq e^-, u, \quad (5.18)$$

де знак плюс береться для лептонних констант, а знак мінус — для кваркових.

Також з даних експерименту LEP отримано інтервали довіри для констант взаємодії Z' бозона на рівні 68-95% (табл. 3.1). Ці інтервали можуть використовуватися для найширших передбачень щодо перерізу народження Z' бозона та його повної та часткових ширин розпаду без використання значень максимальної правдоподібності. Такий підхід відповідає сценарію, коли в експериментах LEP відхилення від СМ інтерпретуються як статистичні флуктуації.

Отже, при оцінках перерізів народження та ширин розпаду будемо використовувати дві схеми обчислення:

- *«Обмеження на рівні довіри 95%»*. У цій схемі константи зв'язку Z' бозона a і v_u змінюються в інтервалах рівня довіри 95%. Одержані значення перерізу народження будуть потрапляти в інтервал від нуля до певного максимального значення. Максимальне значення досягнуто, коли обидві константи зв'язку, що входять до виразу (5.9), a і v_u , мають один знак і набувають максимальних значень: $a = \sqrt{0.14} \times m_{Z'}/\text{TeV}$, $v_u = \sqrt{0.256} \times m_{Z'}/\text{TeV}$. З урахуванням похибок у функціях партонних розподілів ця оцінка дає найширший інтервал значень для перерізу народження.
- *«Оцінка максимальної правдоподібності»*. У цьому підході замість аксіально-векторної константи зв'язку використовується її значення максимальної правдоподібності: $a_{\text{opt.}} = \sqrt{1.97 \times 10^{-2}} m_{Z'}/\text{TeV}$. Векторна константа зв'язку v_u варіюється в інтервалі, що відповідає рівню довіри 95%.

Якщо вибрати додатне значення аксіально-векторної константи зв'язку, мінімальне значення перерізу досягається, якщо $v_u \simeq -\sqrt{0.256} \times m_{Z'}/\text{TeV}$, а максимальне — якщо $v_u \simeq \sqrt{0.256} \times m_{Z'}/\text{TeV}$. Отриманий інтервал також слід збільшити на величину невизначеності $\Delta\sigma^{\text{pdf}}$. Ця оцінка дає вузький інтервал для перерізу народження Z' бозона та може вважатися оптимістичним сценарієм відкриття Z' бозона.

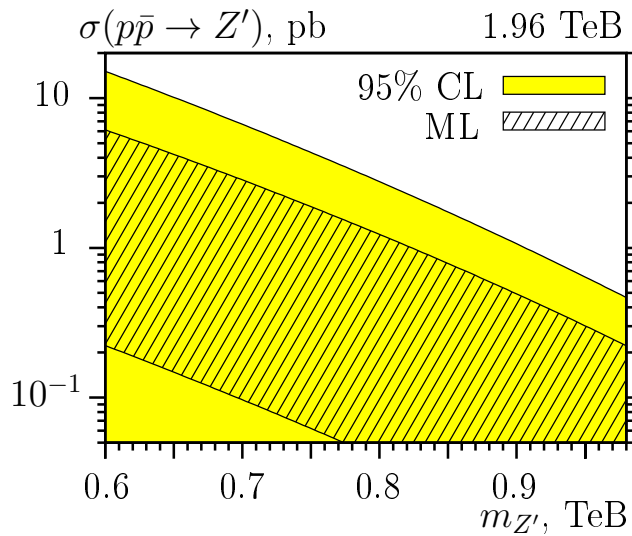


Рис. 5.3. Залежність перерізу народження Z' бозона від його маси в протон-антипротонних зіткненнях при енергії $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$. Область із суцільною заливкою відповідає «обмеженню на рівні довіри 95%», а заштрихована область відображає «оцінку максимальної правдоподібності»

Оцінки для перерізу народження Z' бозона в протон-антипротонних зіткненнях при енергії $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$ наведено на рис. 5.3. Ці передбачення можна застосовувати до експериментів на прискорювачі Теватрон. Для порівняння з експериментом потрібно множити зазначений переріз народження на частку розпаду в спостережуваний канал. Для процесу Дрелла-Яна

це буде розпад у діелектронний чи дімюонний канал. Зазвичай така частка є порядку 0.1 або нижчою. Тому для спостережуваних сигналів Z' бозона вертикальну шкалу для перерізу народження слід зменшити принаймні на порядок. У результаті, сумісний з даними експерименту LEP оптимістичний сигнал Z' бозона з масою 0.6 TeV на прискорювачі Теватрон може знаходитися в інтервалі порядку 10 fb, що цілком відповідає можливостям експерименту. Якщо сигнал не спостерігається, то це може бути ознакою меншої частки розпаду в лептони або необхідності зменшити оцінки максимальної правдоподібності LEP до інших, більш помірних значень.

Переріз народження в протон-протонних зіткненнях, що відповідають експериментам на прискорювачі LHC, наведено на рис. 5.4. Енергію зіткнень $\sqrt{s}$ вибрано рівною 7 TeV, 8 TeV, 13 TeV і 14 TeV, що відповідає поточним і майбутнім енергіям. Діапазон мас Z' бозона береться від 800 до 3500 GeV, оскільки для вищих енергій завдяки малій кількості подій значно зростає статистична похибка експерименту.

Перейдемо до розгляду ширини розпаду Z' бозона. Використовуючи зазначені в попередньому пункті схеми оцінок параметрів Z' бозона, приходимо до висновку, що частка розпаду на електрон-позитронні пари $\text{BR}(Z' \rightarrow e^+e^-)$ обмежена в досить широкому інтервалі

$$0.004 \leq \text{BR}(Z' \rightarrow e^+e^-) \leq 0.21. \quad (5.19)$$

При цьому мінімальне значення частки розпаду відповідає константі $v_e = \sqrt{6.07 \times 10^{-2}} \times m_{Z'}/\text{TeV}$, а максимальне — $v_e =$

$\sqrt{0.256} \times m_{Z'}/\text{TeV}$. Можна зробити припущення, що популярний у літературі лептофобний Z' бозон з масою більше 1 TeV усе ще може бути прихований у даних LHC та Tevatron, оскільки в цьому випадку розпад на пари гадронів може бути домінантним каналом, а відповідна ймовірність може становити до 98%.

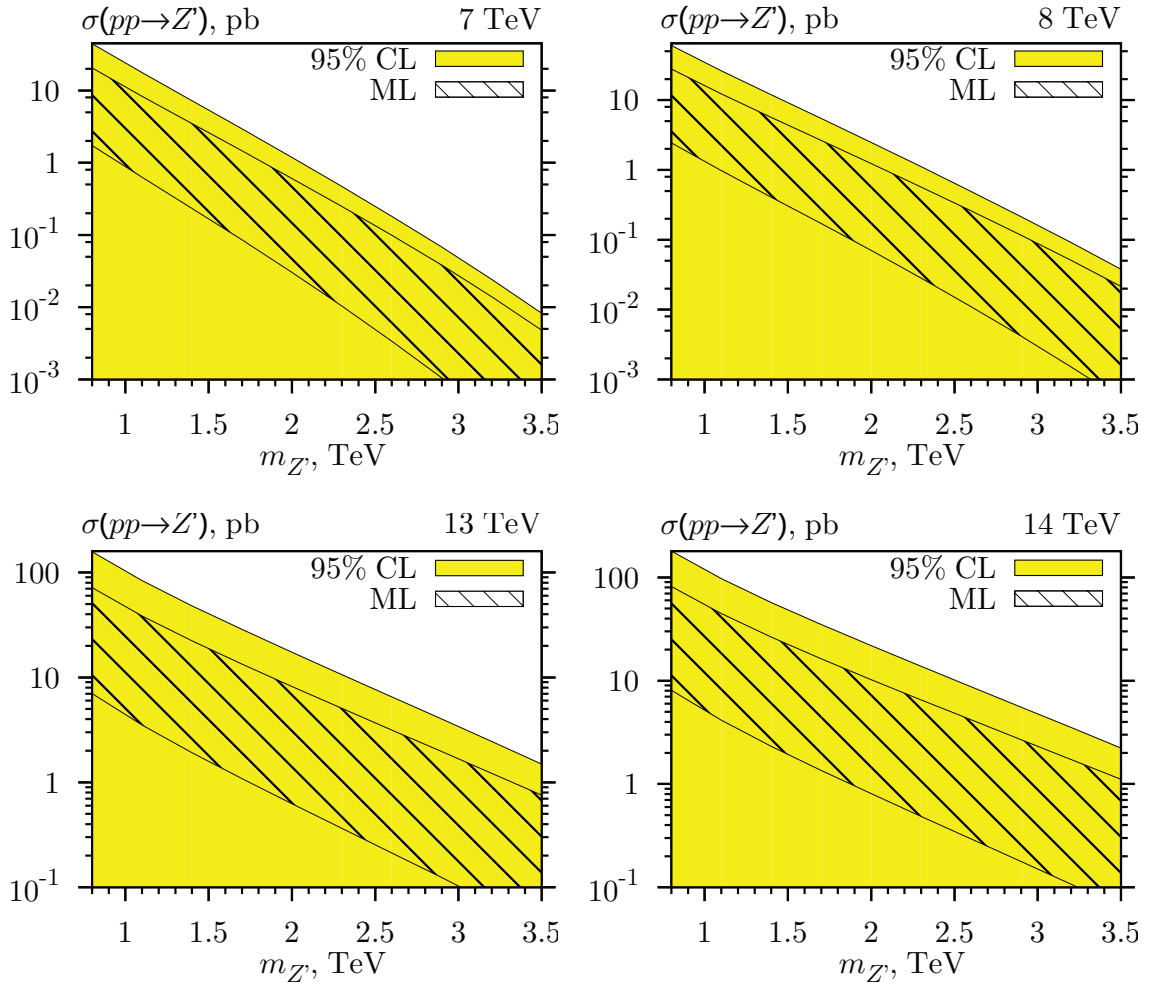


Рис. 5.4. Переріз народження Z' бозона у протон-протонних зіткненнях при енергіях $\sqrt{s} = 7\text{ TeV}$, 8 TeV , 13 TeV і 14 TeV . Область із суцільною заливкою відповідає «обмеженню на рівні довіри 95%», а заштрихована область відображає «оцінку максимальної правдоподібності»

Значна відмінність між оцінками для ширин $\tilde{\Gamma}_{e^+e^-}$ і $\tilde{\Gamma}_{\mu^+\mu^-}$ виникає через те, що константа зв'язку Z' бозона з електронами

значно краще обмежена за результатами LEP II, ніж константа зв'язку з мюонами.

Слід зазначити, що в літературі досить часто розглядають розпади Z' бозона на пари бозонів W^+W^- [?, 186]. Тому корисно також розглянути ширину розпаду на бозони. Через відміни в скалярному секторі ширина розпаду Z' бозона на скалярні та векторні частинки в двохдублетному розширенні СМ приблизно в два рази перевищує ширину, обчислену в рамках мінімальної СМ. Оскільки ці ширини залежать лише від аксіально-векторної константи a , для них існують значення максимальної правдоподібності. У випадку СМ

$$\tilde{\Gamma}_{\text{бозони}}^{\text{SM}} = 0.27 \text{ GeV},$$

у випадку двохдублетної СМ

$$\tilde{\Gamma}_{\text{бозони}}^{\text{THDM}} = 0.53 \text{ GeV}.$$

Відповідні частки розпаду менше 2.5%, тому можна зробити висновок, що пошуки Z' бозона в каналі розпаду $Z' \rightarrow W^+W^-$ не будуть найоптимальнішими.

5.4. Експериментальні оцінки параметрів Z' бозона в процесі Дрелла-Яна

Перейдемо до оцінок параметрів Z' бозона за даними для процесу Дрелла-Яна на прискорювачах Tevatron та LHC. Результати експериментів Теватрон слід розглядати як доповнення до більш сучасних та статистично значущих результатів LHC.

При цьому первинний аналіз даних щодо пошуку сигналів Z' бозона є подібним в обох експериментах. Оскільки мова йде про прямі пошуки, то, приймаючи до уваги енергію зіткнень, маємо можливість пошуку Z' бозона з масою лише приблизно до 1 TeV на прискорювачі Теватрон. В умовах експерименту LHC діапазон можливих мас розширюється в область до 3 TeV. Як було показано вище, в інтервалі значень ширини розпаду Z' бозона, що відповідає оцінки максимальної правдоподібності, для мас $m_{Z'}$ до 1 TeV застосовне наближення вузького резонансу. Отже, переріз процесу $p\bar{p} \rightarrow Z' \rightarrow l^+l^-$ набуває вигляду $\sigma(p\bar{p} \rightarrow Z')^{\text{ML}} \times \text{BR}(Z' \rightarrow l\bar{l})^{\text{ML}}$, де індекс ML позначає оцінку максимальної правдоподібності.

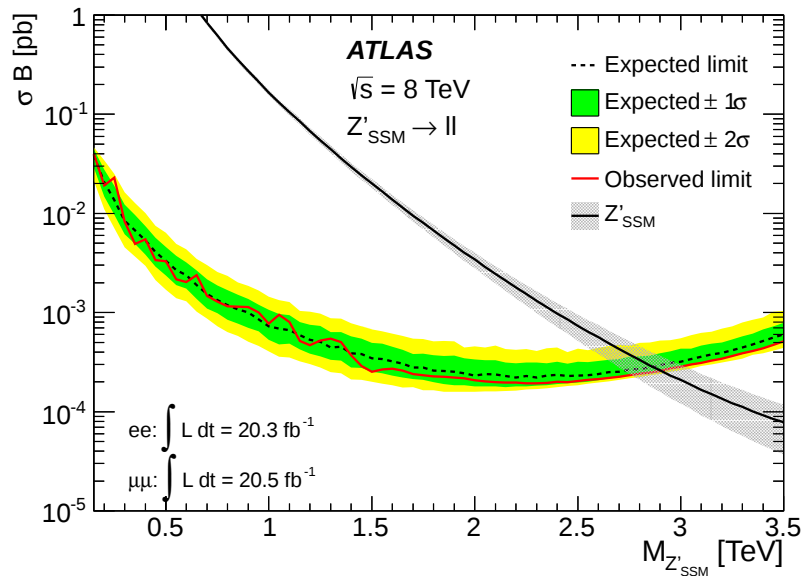
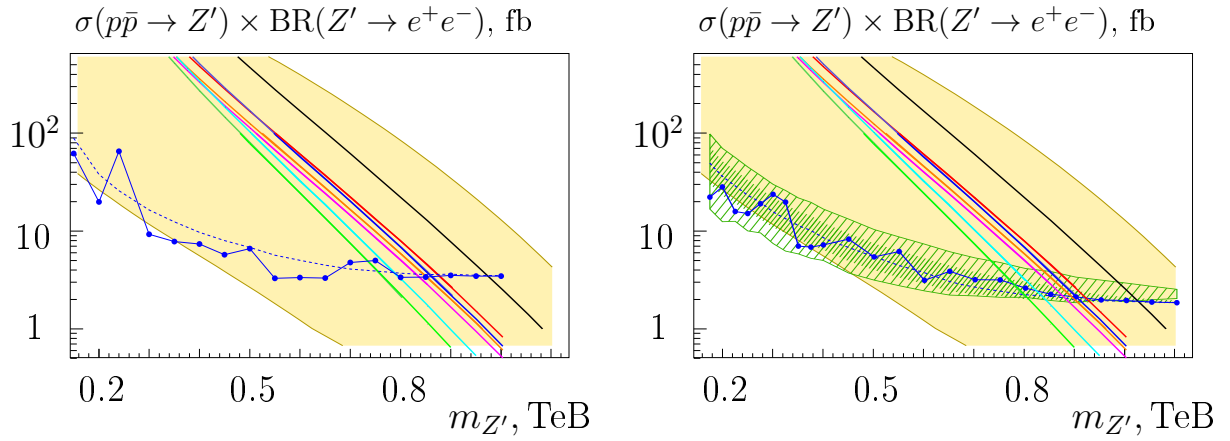


Рис. 5.5. Типовий приклад оцінки згори на сигнал Z' бозона на рівні довіри 95%, що публікуються експериментальними колабораціями [113]

Типовий результат щодо пошуку сигналів Z' бозона в експерименті зображено на рис. 5.5 (прискорювач LHC, колаборація ATLAS, енергія зіткнень 8 TeV). Оскільки в спостережуваному перерізі розсіювання не спостерігається виразного резонансу Z'

бозона, то сигнал не може бути відділений від фонового процесу. У цьому випадку оцінюється найбільший можливий внесок від існування Z' бозона, який би разом із фоновим процесом був би сумісний зі спостережуваною кількістю подій. Таким чином виникає верхня межа для кількості подій, пов'язаних із розпадом Z' бозона, на рівні довіри 95%, яку зображено на рисунку червоною лінією як відповідний переріз розсіювання (кількість подій, поділена на світність). Зазвичай експериментальні колаборації користуються комп'ютерними програмами для таких статистичних обрахунків [190], розробленими в інтерпретації теорії ймовірностей за Байєсом. Рівень довіри встановлюється шляхом інтегрування апостеріорного розподілу ймовірностей, що, строго кажучи, не співпадає з канонічним визначенням межі з рівнем довіри як границі відхилення гіпотези при заздалегідь визначеній малій ймовірності (5%) відхилити істинну гіпотезу. Однак, зрозуміло, що результати підходу за Байєсом мають бути за порядком близькими до канонічного інтервалу довіри, а можлива відмінність нівелюється тим, що інтервал довіри рівня 95% використовується на практиці як оцінка за порядком, а не як прецизійний експериментальний результат. Цей висновок підтверджується тим, що експериментальна межа сигналу майже збігається з верхньою границею статистичної невизначеності для SM на рівні довіри 95%, зображено на рис. 5.5 жовто-зеленою смугою як результат симуляцій Монте Карло. Останнє твердження можна переформулювати простішою «фізичною» мовою: «Верхня межа сигналу Z' бозона на рівні довіри 95% відповідає приблизно двом стандартним відхиленням (95%) від середнього значення фонового процесу (SM), оскільки інакше сигнал був би помітний».



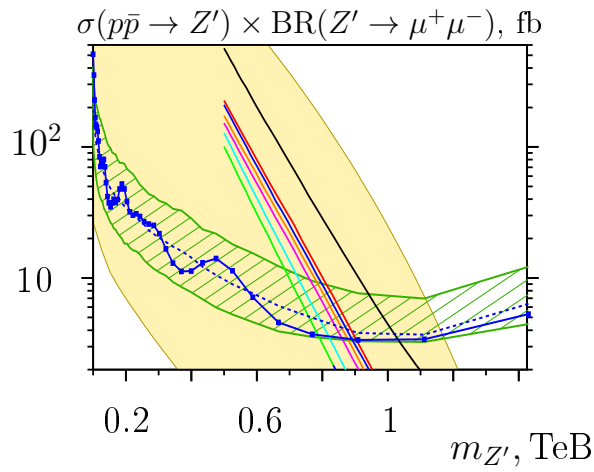
$p\bar{p} \rightarrow e^+e^-$, CDF, 1.96 TeV

$p\bar{p} \rightarrow e^+e^-$, D0, 1.96 TeV

Рис. 5.6. Пошук резонансу Z' бозона в діелектронному каналі на Теватроні [109, 111]. Суцільна заливка — «оцінка максимальної правдоподібності». Верхні границі рівня довіри 95% для резонансу: спостережувана — суцільна лінія, очікувана — пунктирна, штрихована область — 2σ -похибка очікуваної границі. Значення для популярних моделей відображено суцільними кольоровими лініями (зліва направо: Z'_1 , Z'_{sec} , Z'_N , Z'_ψ , Z'_χ , Z'_η та SSM Z')

Експериментальні обмеження для внеску Z' бозона в процес Дрелла-Яна на прискорювачі Tevatron наведено в роботах [109–111] разом із передбаченням для популярних моделей Z' -бозона. Порівняння цих обмежень і передбачень з обчисленою в роботі оцінкою максимальної правдоподібності для перерізу процесу $\sigma(p\bar{p} \rightarrow Z' \rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-)$ наведено на рис. 5.6–5.7. Як видно з даних розсіювання на електрон-позитронні пари, зібраних колабораціями CDF [109] і D0 [111], сигнал максимальної правдоподібності LEP може бути абелевим Z' бозоном з масою від 300 GeV до 1.2 TeV. Маса Z' бозона менше 300 GeV є виключеною на рівні довіри оцінки максимальної правдоподібності. Таким чином, модельно-незалежна нижня границя маси Z'

бозона, сумісна з результатами експериментів LEP, становить близько 300 GeV, хоча обмеження маси за даними експериментів Tevatron для популярних моделей дорівнюють 800–900 GeV. Цей результат показує, що популярні моделі можуть давати лише приблизне уявлення про параметри Z' бозона, а їх узагальнення на модельно-незалежний випадок має бути обережним. Також зазначимо, що маси більше 1.2 TeV не виключаються незалежно від тієї чи іншої моделі абелевого Z' бозона.



$p\bar{p} \rightarrow \mu^+\mu^-$, CDF, 1.96 TeV

Рис. 5.7. Пошук резонансу Z' бозона в дімюонному каналі на Теватроні [110]. Суцільна заливка — «оцінка максимальної правдоподібності». Верхні границі рівня довіри 95% для резонансу: спостережувана — суцільна лінія, очікувана — пунктирна, штрихована область — 2σ -похибка очікуваної границі. Значення для популярних моделей відображено суцільними кольоровими лініями (зліва направо: Z'_I , Z'_{sec} , Z'_N , Z'_ψ , Z'_χ , Z'_η та SSM Z')

Наш наступний крок полягає в тому, щоб дослідити, яким чином наявні в даний час дані експериментів на прискорювачі LHC обмежують значення констант векторних взаємодій v_e та v_u . Результати колаборацій ATLAS [113] і CMS [112] з по-

шуків резонансу Z' бозона показують, що нижні границі маси Z' бозона лежать в інтервалі від 2 TeV до 3 TeV. Таким чином, розглянемо обмеження для констант взаємодії Z' бозона для цих двох значень маси.

Переріз розсіювання для процесу Дрелла-Яна $pp \rightarrow Z' \rightarrow e^+e^-$ обчислюємо в наближенні вузького резонансу:

$$\sigma_{NWA} = \sigma_{pp \rightarrow Z'} \times \text{BR}(Z' \rightarrow e^+e^-) = \sigma_{pp \rightarrow Z'} \times \frac{\Gamma_{Z' \rightarrow e^+e^-}}{\Gamma_{Z'}}. \quad (5.20)$$

Цей переріз будемо порівнювати з експериментально отриманими верхніми межами щодо сигналу Z' бозона, наведеними в роботах [113] і [112] для протонних зіткнень при енергії $\sqrt{s} = 8$ TeV. При значеннях маси Z' бозона, що розглядаються, завжди можливо підібрати такі значення векторних констант v_f ($f \neq e^-, u$), які відповідають верхньому значенню ширини розпаду Z' бозона в рівнянні (5.17). Таким чином, для обох випадків $m_{Z'} = 2$ TeV та $m_{Z'} = 3$ TeV ми зафіксуємо $\Gamma_{Z'}$ на рівні $0.1 \times m_{Z'}$. Такий вибір дозволяє отримати найширші інтервали для векторних констант v_e та v_u .

Обмеження для констант векторної взаємодії Z' бозона з лептонами та кварками показані на рис. 5.8–5.9 на площині параметрів v_u, v_e . По-перше, на графіках представлено область значень параметрів, щодо для яких застосовне наближення вузького резонансу (жовтий колір). Для «оптимістичної» оцінки ми використовуємо два можливих значення аксіально-векторної константи взаємодії $a/m_{Z'} \simeq \pm 0.14 \text{ TeV}^{-1}$. Крім того, з метою порівняння результатів різних експериментів, наведено експериментальні границі для електронної векторної константи v_e за даними експериментів LEP.

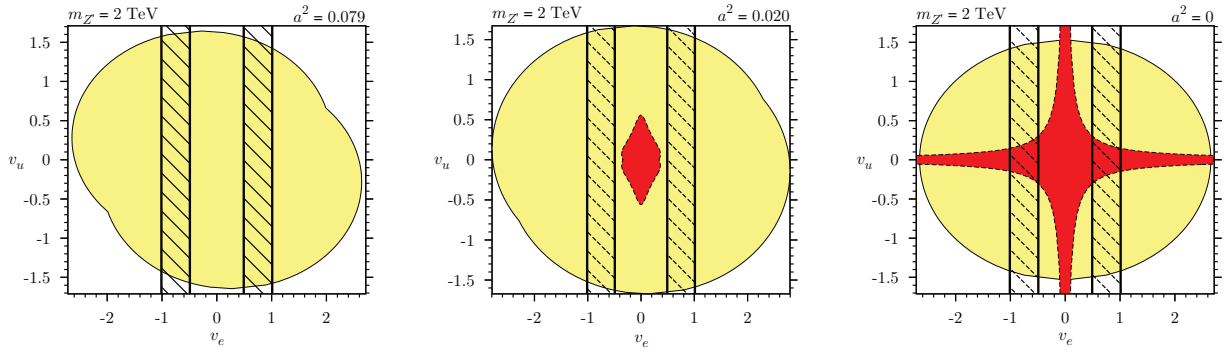


Рис. 5.8. Дозволені експериментом ЛНС векторні константи Z' бозона v_u та v_e для $m_{Z'} = 2$ TeV (темна червона область). Перший стовпчик — «оптимістична», другий — «проміжна», третій — «песимістична» оцінка аксіально-векторної константи. Світла (жовта) область показує межі застосовності наближення вузької ширини ($\Gamma_{Z'}/m_{Z'} \leq 0.1$). Заштрихована область — інтервал рівня довіри 95% для константи v_e за даними LEP II.

За результатами роботи колаборації ATLAS [113] встановлено наступні верхні границі для перерізу народження Z' бозона в процесі Дрелла-Яна $\sigma_{pp \rightarrow Z' \rightarrow e^+ e^-}$, вони складають 1.5×10^{-3} pb для $m_{Z'} = 2$ TeV та 2.5×10^{-3} pb для $m_{Z'} = 3$ TeV. «Оптимістична» оцінка для перерізу в «наближенні вузької ширини» лежить вище цих значень, отже, значення LEP максимальної правдоподібності для $a_{\text{ML}}^2/m_{Z'}^2 = 1.97 \times 10^{-2} \text{ TeV}^{-2}$ виключається за результатами ЛНС для маси $m_{Z'}$ в інтервалі від 2 TeV до 3 TeV. Область «песимістичної» і «проміжної» оцінок не є пустою після застосування експериментальних обмежень за даними експерименту ЛНС, тому існує ненульова верхня межа для векторних констант. Такі області показано на рис. 5.9–5.8 червоним кольором. Це вказує на те, що значення максимальної правдоподібності за даними LEP a_{ML}^2 має бути зменшене щонайменше в два рази, а то й на порядок для достатньо легкого

Z' бозона з масою менше 3 TeV. У цьому випадку взаємодія з аксіально-векторними струмами є слабкішою, ніж можна було сподіватися раніше. Звичайно, що для більш важкого Z' бозона розглянуті результати пошуку резонансу не мають сенсу, а оцінки експериментів LEP все ще можуть бути актуальними.

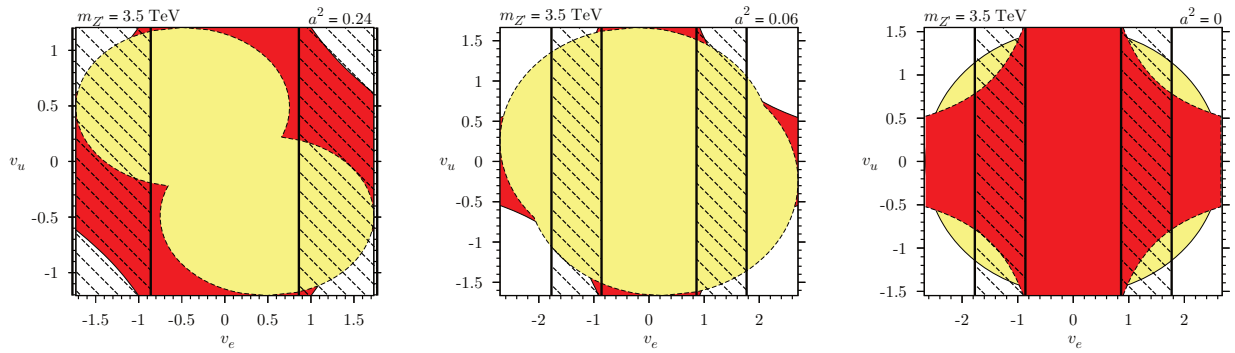


Рис. 5.9. Дозволені експериментом LHC векторні константи Z' бозона v_u та v_e для $m_{Z'} = 3.5$ TeV (темна червона область). Перший стовпчик — «оптимістична», другий — «проміжна», третій — «песимістична» оцінка аксіально-векторної константи. Світла (жовта) область показує межі застосовності наближення вузької ширини ($\Gamma_{Z'}/m_{Z'} \leq 0.1$). Заштрихована область — інтервал рівня довіри 95% для константи v_e за даними LEP II.

Якщо не брати до уваги вузькі області навколо вертикальної чи горизонтальної осі на площині, що відповідають доволі специфічному «лептофобному» чи «кваркофобному» Z' бозону, можна записати верхні границі на кожен з векторних констант. З графіків 5.9–5.8 для представлених схем оцінок можна побачити наступні верхні границі на константи взаємодії Z' бозона за даними експериментів LHC:

$$|v_u|, |v_e| \leq 0.5, \quad m_{Z'} = 2 \text{ TeV},$$

$$|v_u|, |v_e| \leq 1, \quad m_{Z'} = 3.5 \text{ TeV} \quad (5.21)$$

Ці границі можна переписати у вигляді

$$v_u^2/m_{Z'}^2, v_e^2/m_{Z'}^2 \leq 7 \times 10^{-2} \text{ TeV}^{-2}, \quad m_{Z'} < 3.5 \text{ TeV}.$$

Для достатньо легкого Z' бозону з масою менше 2 TeV ці границі є щонайменше вдвічі, а то й на порядок менше ніж межі за даними експериментів LEP. Для більш важкого Z' бозону з масою порядку 3.5 TeV (верхня межа детектування потенціального резонансу) границі є порівняними з результатами експериментів LEP. Слід зауважити, що за значеннями отримані оцінки перевищують відповідні константи взаємодій Z бозона в межах СМ (порядку 10^{-3} для v_e^{SM} і 2×10^{-2} для v_u^{SM}). Це обумовлюється тим, що при малих енергіях взаємодії Z' бозона сильно пригнічені фактором $1/m_{Z'}$.

Цікаво обчислити кут змішування між Z та Z' бозонами на основі наших оцінок. Поточні верхні границі з експериментів LEP для θ_0 у різних моделях Z' бозона складають 10^{-3} (див. таблицю IV у роботі [68]). Для «оптимістичної» оцінки рівняння (1.11) дає для кута змішування значення $\theta_0 \simeq 1.6 \times 10^{-3}$ для маси $m_{Z'} = 2 \text{ TeV}$. Як було відзначено, це значення виключається за даними ЛНС, тому для моделей достатньо легкого абелевого Z' бозона можна очікувати значення кута змішування θ_0 порядку 10^{-4} .

Щоб отримати більш жорсткі оцінки, необхідно враховувати вклади від інших ферміонів і розглянути диференціальний переріз розсіювання, замість того, щоб працювати в наближенні вузької ширини. Проте, дві представлених схеми оцінок, будучи

деякою мірою грубими, дозволяють побачити, наскільки далеко можна просунутися як у прямих, так і в непрямих пошуках Z' бозона в порівнянні з результатами експериментів LEP.

5.5. Висновки

Оцінено переріз народження Z' бозона в протон-антипротонних та протон-протонних зіткненнях та частку розпаду в діелектронний чи дімюонний канал. Ці передбачення можна застосовувати до експериментів на прискорювачі Теватрон та ЛНС.

Отримано область значень векторних констант взаємодії Z' бозона з кварками та електронами (v_u та v_e), дозволених експериментом ЛНС на рівні довіри 95% у результаті прямих пошуків Z' бозона у вигляді резонансу в перерізі розсіювання при різних припущеннях щодо аксіально-векторної константи — від оптимістичної оцінки максимальної правдоподібності з експериментів LEP до песимістичної (відсутності аксіально-векторної взаємодії взагалі). Встановлено, що для $m_{Z'} < 3$ TeV значення максимальної правдоподібності за даними LEP має бути замінене оцінкою принаймні вдвічі меншою, тобто взаємодія з аксіально-векторними струмами є слабкішою, ніж можна було сподіватися раніше. Експеримент ЛНС обмежує векторні константи на рівні $v_u^2/m_{Z'}^2, v_e^2/m_{Z'}^2 \leq 7 \times 10^{-2} \text{ TeV}^{-2}$ для $m_{Z'} < 3.5$ TeV, що також є в декілька разів нижче, ніж межі за даними LEP.

Для моделей абелевого Z' бозона з $m_{Z'} < 3$ TeV кут змішування між Z та Z' бозонами можна очікувати в інтервалі не більше 10^{-4} , що також приблизно на порядок зменшує попередні результати з експериментів LEP.

РОЗДІЛ 6

СПОНТАННЕ ПОРУШЕННЯ СИМЕТРІЇ В СКАЛЯРНІЙ МОДЕЛІ НА ҐРАТЦІ

У цьому розділі методом Монте Карло досліджується температурний фазовий перехід в однокомпонентній скалярній моделі на ґратці. Встановлюється залежність типу фазового переходу від значення константи самодії скалярного поля. Перевіряється існування границі зникнення фазового переходу для надзвичайно слабкої взаємодії — явища, що спостерігалось раніше в калібрувальних теоріях як границя Лінде-Вайнберга. Будується ефективна теорія для фази з порушеною симетрією у багатокомпонентній ґратковій моделі скалярного поля шляхом інтегрування безмасових (ґолдстоунівських) компонент скалярного поля. Встановлюється інтервал значень константи самодії скалярного поля, при якому відбувається порушення симетрії при нульовій температурі.

6.1. Однокомпонентна скалярна модель на ґратці

У безперервному просторі термодинамічні властивості моделі описуються твірним функціоналом

$$Z = \int D\varphi e^{-S[\varphi]}, \quad (6.1)$$

де φ — скалярне поле з дійсним значенням, а функціонал дії

визначається наступним чином

$$S = \int dx \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi(x) \partial_\mu \varphi(x) - \frac{1}{2} m^2 \varphi(x)^2 + \frac{\lambda}{4} \varphi(x)^4 \right). \quad (6.2)$$

Стандартна реалізація твірного функціонала в комп'ютерних симуляціях Монте-Карло на решітці відбувається через просторово-часову дискретизацію і підстановку випадкових значень для полів з метою побудови ансамблю Больцмана польових конфігурацій. Тоді будь-яка макроскопічна спостережувана може бути виміряна шляхом усереднення відповідної мікроскопічної величини за цим знайденим ансамблем.

$O(1)$ модель на решітці, що розглядається, містить три енергетичні масштаби: масовий параметр m , температуру T та обернену відстань між ґратковими вузлами (обернений крок, період ґратки). Масовий параметр m може бути обраний у якості одиниці вимірювання, тоді температура (разом з константою взаємодії λ) визначає фізично важливі, тобто найбільш ймовірні, значення скалярного поля φ . Період ґратки повинен узгоджуватись за порядком з цими значеннями задля успішного моделювання польових конфігурацій. Оскільки поле φ формально розподілене за своїми значеннями в нескінченному інтервалі $(-\infty, \infty)$, характерний масштаб для найбільш ймовірних його значень також може зміщуватися в надзвичайно широкому інтервалі зі зміною константи взаємодії λ . У принципі, алгоритм Монте Карло може знаходити цей невідомий масштаб на нескінченному інтервалі в процесі симуляцій. Однак, така стратегія вимагає нетривіального налаштування розмірних параметрів для різних значень λ . Замість цього, ми вважаємо за

краще переписати модель через безрозмірні змінні, що приймають значення з скінченних інтервалів, автоматизуючи таким чином правильний вибір періоду ґратки.

По-перше, розглянемо взаємно однозначне відображення $\varphi(U)$ скалярного поля у нову польову змінні $U(x)$, що має область значень у вигляді скінченного одиничного інтервалу $(0, 1)$. Нехай при цьому середина інтервалу $U = 0.5$ відповідає нульовому полю $\varphi = 0$, а само відображення є симетричним відносно цієї середини:

$$\varphi(U) = -\varphi(1 - U).$$

У термінах нової польової змінної U твірний функціонал набуває вигляду

$$Z = \int DU \det \left(\frac{\partial \varphi}{\partial U} \right) e^{-S[\varphi(U)]}. \quad (6.3)$$

Для реалізації симуляцій методом Монте Карло ми розглядаємо чотирьохвимірну (гіперкубічну) ґратку з геометрією гіпертора. Тобто, уздовж кожної координатної осі протилежні границі ґратки ототожнюються. Задля введення у розгляд температури ми використовуємо анізотропну кубічну ґратку з різним кроком уздовж просторового й часового напрямків, a_s і a_t , відповідно. При цьому крок у часовому напрямку вважається меншим, ніж у просторовому:

$$a_t = a_s / \zeta, \quad \zeta > 1.$$

Скалярне поле визначається у вузлах решітки. Застосовуючи тотожність

$$\det A = \exp(\text{Tr} \log A)$$

для якобіана перетворення до нової польової змінної, отримуємо новий твірний функціонал

$$Z = \int \prod_x dU(x) \exp \left[- \left(S[\varphi(U(x))] - \sum_x \log \frac{\partial \varphi(x)}{\partial U(x)} \right) \right], \quad (6.4)$$

де дія $S[\varphi(U(x))]$ має наступний вигляд:

$$S[\varphi(U(x))] = \sum_x \frac{a_s^4}{\zeta} \times \left[\left(\frac{\partial \varphi(x)}{\partial U(x)} \right)^2 \frac{\partial_\mu U(x) \partial_\mu U(x)}{2} - \frac{m^2}{2} \varphi^2[U(x)] + \frac{\lambda}{4} \varphi^4[U(x)] \right]. \quad (6.5)$$

Похідна в напрямку вперед на ґратці визначається, як звичайно, у вигляді скінченної різниці між сусідніми вузлами:

$$\partial_\mu U(x) \rightarrow \frac{U(x + a_\mu \hat{\mu}) - U(x)}{a_\mu}, \quad (6.6)$$

де a_μ — крок ґратки в напрямку, що визначається ортом $\hat{\mu}$.

Конфігурацію у вигляді однорідного статичного поля будемо називати чистим конденсатом скалярного поля. У випадку чистого конденсату похідні (скінченні різниці) зникають, а дія визначається наступним скалярним потенціалом

$$\tilde{V}[U] = \left[-\log \frac{\partial \varphi}{\partial U} + \frac{a_s^4}{\zeta} \left(-\frac{1}{2} m^2 \varphi^2[U] + \frac{\lambda}{4} \varphi^4[U] \right) \right]. \quad (6.7)$$

Цей потенціал топологічно еквівалентний до вихідного потенціалу моделі

$$V(\varphi) = -m^2 \varphi^2 / 2 + \lambda \varphi^4 / 4.$$

Він має один локальний максимум у середині інтервалу $U = 0.5$ і два симетричні глобальні мінімуми в точках U_0 і $1 - U_0$. Спреди між значеннями потенціалу в його локальному максимумі й глобальному мінімумі становить

$$\Delta_V = \log \frac{\partial \varphi / \partial U|_{U=U_0}}{\partial \varphi / \partial U|_{U=0.5}} - \frac{a_s^4}{\zeta} \left(-\frac{1}{2} m^2 \varphi^2[U_0] + \frac{\lambda}{4} \varphi^4[U_0] \right). \quad (6.8)$$

Введені величини — положення глобального мінімуму потенціалу U_0 та глибина мінімуму відносно середньої точки Δ_V — грають визначну роль при симуляціях методом Монте Карло.

Реалізуючи симуляції, що описують фазовий перехід, потрібно забезпечити, щоб алгоритм Монте Карло пропонував для відбору конфігурацій до Больцманівського ансамблю чисельні значення для полів, які б відповідали обом можливим фазам. Якщо положення мінімумів потенціалу буде зливатися з центром інтервалу, $U_0 \rightarrow 0.5$, то в симуляціях можна загубити порушену фазу, оскільки явно несиметричні конфігурації поля будуть вкрай рідкісними подіями. З іншого боку, якщо положення мінімумів потенціалу буде наближатися до границі інтервалу,

$U_0 \rightarrow 0$ ($U_0 \rightarrow 1$), можна втратити симетричну, поновлену фазу. Таким чином, щоб вивчити фазовий перехід у моделі, ми вибираємо наступні умови щодо параметрів потенціалу:

$$U_0 = 0.25, \quad \Delta_V = 1. \quad (6.9)$$

Таким чином, половина значень полів, що генеруються, буде перебувати між глобальними мінімумами ефективного потенціалу, і жодна фаза не буде відсутня серед первинних конфігурацій, що потрапляють до алгоритмів Монте Карло. Імовірність прийняття або відхилення пробної конденсатної конфігурації буде порядку ~ 0.5 , що забезпечує швидку збіжність алгоритму Монте Карло. Як буде показано нижче, ці умови успішно працюють у надзвичайно широкому інтервалі значень константи взаємодії

$$10^{-5} < \lambda < 0.5.$$

Для суттєво більших або менших значень λ конденсат стає занадто слабким або сильним, і у цьому випадку чисельні значення в умовах (6.9) повинні бути переглянуті.

Щоб задовольнити дві умови (6.9), ми використовуємо перетворення полів у вигляді зручної функції двох параметрів

$$\varphi[U] = m\xi \operatorname{arctanh} [\eta(2U - 1) + (1 - \eta)(2U - 1)^3], \quad (6.10)$$

де $\xi > 0$ та $\eta > 0$. Значення параметрів ξ та η повинні знаходитися як розв'язки рівнянь $d\tilde{V}/dU|_{U=U_0} = 0$ і (6.8). Ці рівняння можна переписати у наступному вигляді:

$$\frac{2\mathcal{F}[U_0] - \mathcal{G}[U_0]}{(\mathcal{F}[U_0] - \mathcal{G}[U_0])^2} = z = \frac{\lambda\zeta}{m^4 a_s^4}, \quad (6.11)$$

$$\frac{\lambda}{m^2 z} \varphi^2[U_0] = \mathcal{F}[U_0] - \mathcal{G}[U_0], \quad (6.12)$$

де z — безрозмірний параметр моделі, а

$$\mathcal{K}[U] = \frac{1 - \eta(2U - 1) - (1 - \eta)(2U - 1)^3}{1 + \eta(2U - 1) + (1 - \eta)(2U - 1)^3}, \quad (6.13)$$

$$\mathcal{F}[U] = \left(\frac{\mathcal{K}''[U]\mathcal{K}[U]}{(\mathcal{K}'[U])^2} - 1 \right) \log \mathcal{K}[U], \quad (6.14)$$

$$\mathcal{G}[U] = 4 \left(\log \frac{-\mathcal{K}'[U]}{4\eta\mathcal{K}[U]} - \Delta_V \right), \quad (6.15)$$

де штрих позначає похідну від функції. Рівняння (6.11) дозволяє отримати параметр $\eta(z)$, а потім з рівняння (6.12) обчислюється параметр ξ .

В інтервалі значень $z < z_{\min}$ фізичного рішення немає. Цей заборонений інтервал відповідає низьким температурам, які не можуть бути досягнуті в межах обраної параметризації. Нарешті, дію для ґраткової моделі можна переписати у вигляді

$$\begin{aligned} S[U(x)] = & \sum_x \sum_{\mu} \left[Y \sqrt{\frac{z}{\zeta\lambda}} \left(\frac{\mathcal{K}'[U(x)]}{\mathcal{K}[U(x)]} \right)^2 \left(\frac{U(x + a_{\mu}\hat{\mu}) - U(x)}{a_{\mu}/a_s} \right)^2 \right] \\ & + \sum_x \left[-\frac{1}{4} \mathcal{G}[U(x)] - Y \log^2 \mathcal{K}[U(x)] + Y^2 z \log^4 \mathcal{K}[U(x)] + V_0 \right], \\ Y = & \frac{\mathcal{F}[U_0] - \mathcal{G}[U_0]}{2 \log^2 \mathcal{K}[U_0]}, \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$V_0 = -\Delta_V - \log(2m\xi\eta). \quad (6.17)$$

Постійна частина дії V_0 є зовсім неважливою для обчислень і може бути опущена, оскільки алгоритм Монте Карло заснований на аналізі різниці між діями початкової та модифікованої конфігурації полів на кожному симуляційному кроці.

Змінюючи безрозмірний параметр ζ можна досягти різних значень кроку ґратки у часовому напрямку a_t , зберігаючи при цьому фіксованим крок ґратки у просторових напрямках a_s . Отже, температура виявляється пропорційною до цього параметру, $T \sim \zeta$, і може безперервно змінюватися при фіксованому a_s .

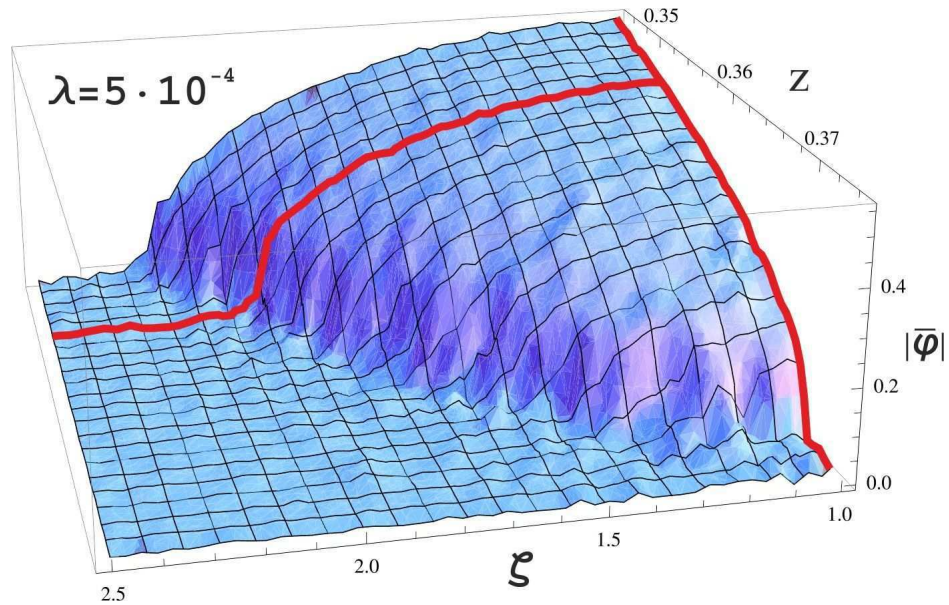


Рис. 6.1. Конденсат скалярного поля $|\bar{\varphi}|$ в одиницях класичного конденсату $m/\sqrt{\lambda}$ для константи самодії $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ на ґратці 16^4

Конденсат скалярного поля, $\bar{\varphi}$, вимірюється як середнє значення поля $\varphi(x)$ за всією ґраткою. На малюнку 6.1 зображено $|\bar{\varphi}|$ в одиницях класичного конденсату $m/\sqrt{\lambda}$ при $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ для ґратки 16^4 . Цей малюнок відображає типові особливості, що зустрічаються при проведенні обчислень та аналізі даних. Більш низькі значення параметрів ζ і z відповідають більш

низьким температурам. Можна побачити очевидний фазовий перехід між фазою з відсутнім та наявним конденсатом. У фазі з конденсатом, його значення зростає з пониженням температури. Оскільки у фазі з порушеною симетрією в конфігураціях поля на ґратці з'являються чіткі позитивні або негативні середні значення $\bar{\varphi}$, ми приходимо до висновку про відсутність доменів і буде використовувати на графіках $|\bar{\varphi}|$.

Для того, щоб визначити тип фазового переходу, розглянемо більш детально перетини функції від двох змінних $|\bar{\varphi}|(z, \zeta)$ площинами

$$\begin{aligned} z &= 0.35, & 1.5 < \zeta < 2.5, \\ z &= 0.5, & 1.5 < \zeta < 2.5, \\ \zeta &= 1, & 0.346 < z < 0.384. \end{aligned}$$

Наприклад, ці перетини показано на малюнку 6.1, що відповідає $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$, червоними лініями. Для цих перетинів ми обчислюємо конденсат скалярного поля з різними стартовими умовами: гарячий старт від випадкових значень поля з нульовим середнім (симетрична фаза, висока температура) та холодний старт від чистого класичного конденсату (порушена фаза, низька температура). Ознакою фазового переходу першого типу є поява метастабільних станів в околі фазового переходу — перегрітого для гарячого старту або переохолодженого для холодного. Отже, буде спостерігатися розщеплення графіків для гарячого та холодного старту. Певною мірою ця ситуація моделює реальне явище гістерезису, що виникає при зміні температури в околі фазового переходу першого типу. Якщо ж фазовий

перехід відноситься до другого типу, метастабільні стани не виникають та розщеплення графіків гарячого та холодного старту не буде.

6.2. Симуляції Монте Карло для однокомпонентної моделі

Щоб оцінити порядок фазового переходу треба отримати і обробити велику кількість симуляційних даних. Тому дослідження цього питання вимагає досить потужних обчислювальних ресурсів, особливо для решіток великого розміру. Для істотного прискорення при генерації даних ми застосовуємо в якості обчислювальної платформи кластер з графічних процесорів GPU. Кластер складається з моделей ATI Radeon GPUs: HD6970, HD5870, HD5850 та HD4870 з піковою продуктивністю до 11 Тфлопс. Використовується низькорівнева проміжна мова програмування *IL AMD* для того, щоб отримати максимальну продуктивність використаного апаратного забезпечення. При проведенні обчислень на кластері реалізована тривіальна схема розпаралелювання розрахункових процесів. Деякі подальші технічні деталі стосовно моделювання Монте Карло на графічних процесорах ATI, а також огляд програмного пакету розробника *AMD Stream SDK* наведені в роботі [161] та у посиланнях у неї.

При симуляціях методом Монте Карло, ми використовуємо решітки різних розмірів до 64^4 . Більшість статистики отримано для ґраток розміром 32^4 і 16^4 , якісна поведінка результатів перевірялась на більш великих ґратках. У ядрі процедури Монте Карло використовується відомий псевдо-генератор випадкових чисел *RANLUX*, всі основні результати також перевіряються

використанням генератора випадкових чисел *RANMAR* [162]. Ґраткові дані зберігаються з одинарною точністю. Оновлення конфігурацій у процедурі Монте Карло також виконуються з одинарною точністю, тоді як всі вимірювання-усереднення виконуються з подвійною точністю, щоб уникнути накопичення чисельних похибок.

Для кожного запуску система проходить 5000 ітерацій Монте Карло, щоб бути термалізованою, потім ми використовуємо 1024 польові конфігурації, розділені між собою 10 оновленнями, для проведення вимірювань.

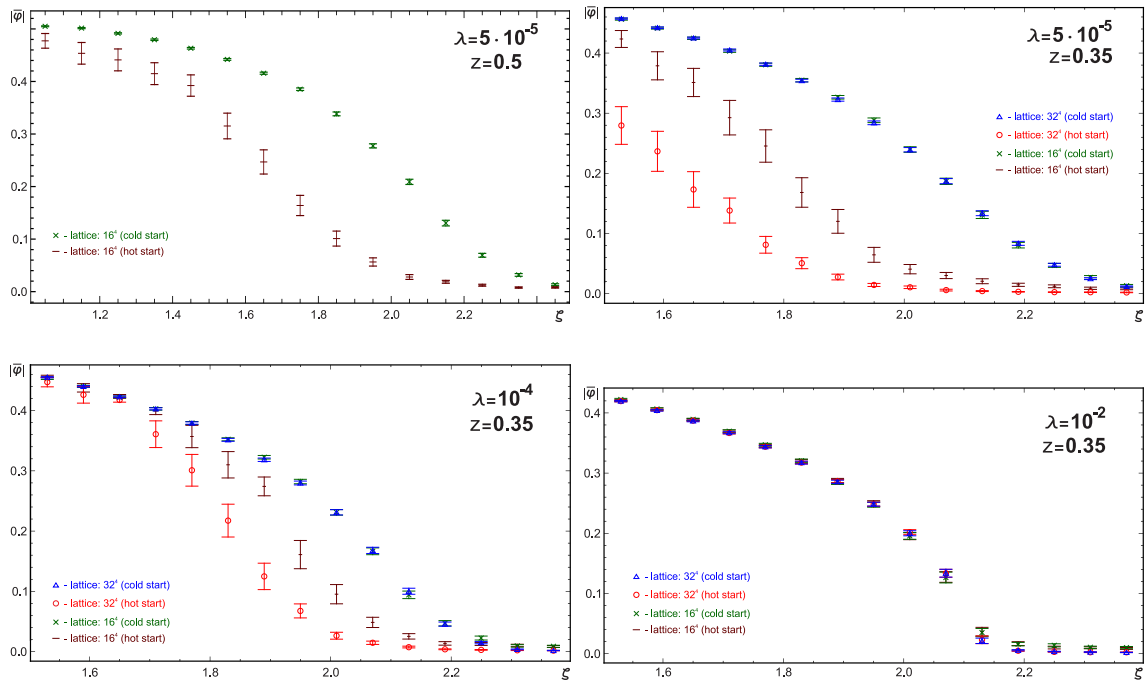


Рис. 6.2. Залежність конденсату скалярного поля $|\bar{\varphi}|$ від температури для ґраток 16^4 та 32^4 при $z = 0.35$ та $z = 0.5$ для $\zeta = [1.5; 2.5]$

На рис. 6.2 показано температурну залежність середнього поля $|\bar{\varphi}|$ для двох різних ґраток розміром 32^4 та 16^4 для двох фіксованих значень безрозмірного параметру моделі $z = 0.35$ та $z = 0.5$. Температура збільшується з ростом асиметрії ґратки $\zeta = [1.5; 2.5]$. Сукупність даних для кожного рисунку згрупова-

на в 15 бінів. Для кожного біна показано середні значення та інтервали рівня довіри 95%. Кожен бін містить 150 значень середнього скалярного поля. Різні стартові умови для алгоритму Монте Карло зображені наступним чином:

- *гарячий старт* — червоні кола для ґратки 32^4 та бурі риси для ґратки 16^4 — стартова конфігурація заповнена випадковими числами і має нульове середнє скалярне поле $|\bar{\varphi}|$;
- *холодний старт* — сині трикутники для ґратки 32^4 та зелені хрести для ґратки 16^4 — стартова конфігурація заповнена сталим числом і має ненульове середнє скалярне поле $|\bar{\varphi}|$.

Як видно з рис. 6.2, для помірних значень константи самодії $\lambda = 0.01$ температурна залежність конденсату скалярного поля є нечутливою до початкової конфігурації. Холодний та гарячий старты призводять до однакового значення конденсату скалярного поля при різних значеннях параметра ζ . Це означає фазовий перехід другого типу.

Для менших значень константи самодії λ при гарячому старті в порушеній фазі виникають конфігурації, що описують перегрітий стан, тоді як при холодному старті у відновленій фазі з'являються переохолоджені конфігурації. Таким чином, стартові умови різного типу демонструють гістерезисну поведінку. Такий результат відповідає фазовому переходу першого типу.

З подальшим зменшенням константи самодії λ , приблизно починаючи з границі

$$\lambda \leq \lambda_0 \sim 10^{-5},$$

поведінка конфігурацій на ґратці при холодному та гарячому стартах повністю відокремлюється одна від другої незалежно від температури. Це явище зображено на рис. 6.2. Така властивість конденсату скалярного поля ймовірно значить те, що спонтанне порушення симетрії не може відбутися навіть при низьких температурах, що прямують до нуля. Відповідне граничне значення константи самодії λ_0 можна вважати аналогом границі Лінде-Вайнберга в моделі скалярного поля, що взаємодіє з калібрувальним векторним полем. На якісному рівні це означає, що константа самодії майже зникає на фоні квантових флуктуацій, а скалярне поле стає вільним.

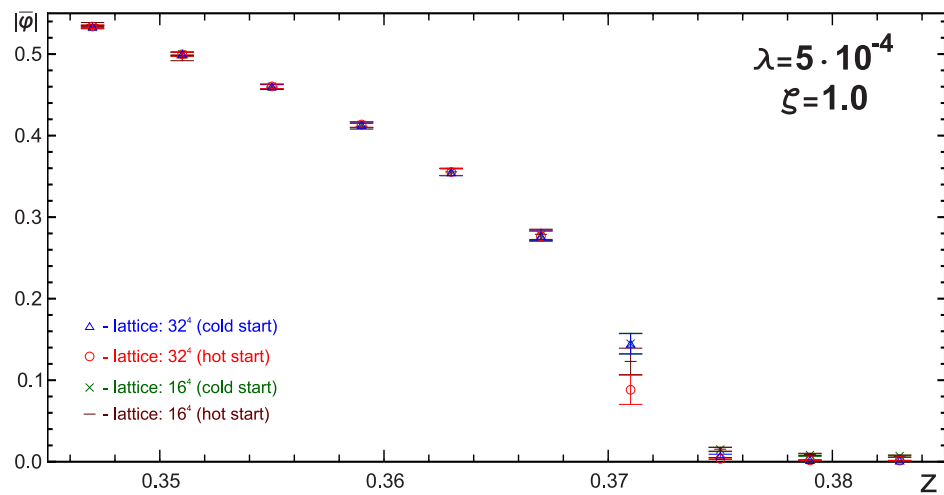


Рис. 6.3. $|\bar{\varphi}|$ в одиницях класичного конденсату $m/\sqrt{\lambda}$ для $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ та $\zeta = 1$ на ґратках 16^4 і 32^4

Як видно з рис. 6.2, два різні перетини $z = 0.35$ and $z = 0.5$ у параметричному просторі демонструють одну й ту саму поведінку. Обчислення для перетину в іншому напрямку, $\zeta = 1$, знов таки відтворює результати, що описані вище (див. рис. 6.3). Таким чином, гістерезис виникає при малих значеннях константи самодії λ незалежно від інших параметрів моделі z та ζ .

6.3. Багатокомпонентна скалярна модель на ґратці

У цьому розділі ми опишемо багатокомпонентну скалярну модель з потенціалом ϕ^4 у сферичних змінних. Вихідний лагранжіан моделі в континуальній теорії має вигляд

$$L = \frac{1}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu} \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu} - V(\phi), \quad (6.18)$$

де потенціал дорівнює

$$V(\phi) = -\frac{m^2}{2} \phi^2 + \lambda \frac{\phi^4}{4} \quad (6.19)$$

а $\phi^2 = \sum_i \phi_i \phi_i$, $i = 1, \dots, 4$. Як відомо, для $m^2 \geq 0$ потенціал має нетривіальний набір мінімумів і на класичному рівні виникає спонтанне порушення симетрії.

Параметризуємо скалярне поле у сферичних координатах у внутрішньому просторі як

$$\phi_i = R(x) n_i(x),$$

де n_i — одиничний вектор, що визначає напрямок у внутрішньому просторі,

$$\sum_i n_i n_i = 1.$$

Напрямок n_i містить лише кутові змінні, що описують точку на чотиривимірній сфері,

$$\begin{aligned} n_1 &= \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3, & n_2 &= \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3, \\ n_3 &= \sin \theta_1 \cos \theta_2, & n_4 &= \cos \theta_1. \end{aligned} \quad (6.20)$$

У цих змінних лагранжіан (6.21) набуває вигляду

$$L = \frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial x_\mu} \frac{\partial R}{\partial x_\mu} - \frac{1}{2} R^2 n_i \frac{\partial^2 n_i}{\partial x_\mu \partial x_\mu} - V(R) \quad (6.21)$$

з точністю до повної дивергенції $\partial(R^2 n_i \partial n_i / \partial x_\mu) / \partial x_\mu$. При цьому ми беремо до уваги умову

$$\frac{\partial(n_i n_i)}{\partial x_\mu} = 0. \quad (6.22)$$

З лагранжіану (6.21) випливають класичні рівняння руху:

$$R(x) \left(\frac{\partial^2 n_i}{\partial x_\mu \partial x_\mu} + n_i \sum_k \frac{\partial n_k}{\partial x_\mu} \frac{\partial n_k}{\partial x_\mu} \right) + 2 \frac{\partial n_i}{\partial x_\mu} \frac{\partial R}{\partial x_\mu} = 0, \quad (6.23)$$

$$\frac{\partial^2 R(x)}{\partial x_\mu \partial x_\mu} + \frac{\partial V(R)}{\partial R} - R \sum_k \frac{\partial n_k}{\partial x_\mu} \frac{\partial n_k}{\partial x_\mu} = 0. \quad (6.24)$$

Перше рівняння дає тотожній нуль при множенні на n_i і підсумовуванні за i . Таким чином, існує тільки чотири незалежних рівняння руху.

Останні члени можуть бути перетворені в подальшому за допомогою рівняння (6.22). У результаті ми отримуємо рівняння руху

$$R(x) \sum_k (\delta_{ik} - n_i n_k) \frac{\partial^2 n_k}{\partial x_\mu \partial x_\mu} + 2 \frac{\partial n_i}{\partial x_\mu} \frac{\partial R}{\partial x_\mu} = 0, \quad (6.25)$$

$$\frac{\partial^2 R(x)}{\partial x_\mu \partial x_\mu} + \frac{\partial V(R)}{\partial R} + R \sum_k n_k \frac{\partial^2 n_k}{\partial x_\mu \partial x_\mu} = 0,$$

де δ_{ik} є одиничною матрицею. При $R = \text{const}$, n_i описує безмасові частинки, що відповідають ґолдстоунівським модам, які виникають при порушенні симетрії.

Наш наступний крок полягає в розрахунку функції розподілу у сферичних координатах певними методами. При цьому наша мета полягає в тому, щоб врахувати внесок неперервних ґолдстоуновських мод аналітично. Після цього радіальне поле $R(x)$ залишається єдиною динамічною змінною. Таким чином, ми отримуємо ефективну теорію, зручну для подальших досліджень у дискретному просторі часі на решітці. Надалі для кутових змінних у внутрішньому просторі ми будемо використовувати інтегрування методом сідлової точки. Цей метод добре зарекомендував себе в багатьох фізичних задачах, зокрема, при описі спонтанного порушення симетрії. Метод сідлової точки для обчислення функціонального інтегралу відповідає так званому квазікласичному наближенню, коли враховуються квантові поправки до відомої класичної (макроскопічної) конфігурації поля. Перевага цього метода зумовлюється тим, що його провідне наближення враховує неаналітичні взаємозалежності, що існують між параметрами моделі. Решта внесків може бути обчислена в теорії збурень. Ще однією перевагою цього методу є можливість розширити контур інтегрування від положення точки перевалу до нескінченності, зменшуючи складну інте-

грацію у сферичних координатах до звичайних гауссових інтегралів. Далі ми наведемо ілюстрацію обчислення звичайного гаусового інтегралу в цих координатах, що продемонструє ідею розрахунків для функціонального інтеграла, який є нашою кінцевою метою.

6.4. Багатовимірні гаусові інтеграли в методі сідлової точки у сферичних координатах

Коли у внутрішньому просторі використовуються декартові координати, функціональні інтеграли в моделі $O(N)$ для вільних частинок мають гауссовий тип. У сферичних координатах радіальна компонента відокремлюється від кутових компонент, а також з'являється якобіан як додатковий підінтегральний фактор. Це вимагає розробити процедуру обчислення таких інтегралів для довільної розмірності простору. Тому, у якості першого кроку, ми обчислюємо звичайні гаусові інтеграли в просторах з різними розмірностями.

По-перше, ми розглянемо двовимірний інтеграл

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} dx dy e^{-ax^2} e^{-ay^2} = \frac{\pi}{a} \quad (6.26)$$

і обчислимо його шляхом, зручним для подальшого узагальнення на функціональні інтеграли. Запишемо інтеграл у сферичних координатах:

$$I_2 = \int_0^{\infty} R dR \int_0^{2\pi} d\theta e^{-aR^2}. \quad (6.27)$$

Щоб обчислити цей інтеграл, застосуємо метод перевалу. А саме, проінтегруємо за кутовою змінною θ , яка відокремлена від радіальної компоненти, а далі перетворимо підінтегральну функцію у форму експоненти

$$I_2 = 2\pi \int_0^\infty dR e^{-aR^2 + \log R}. \quad (6.28)$$

Розглянемо функцію в показнику експоненти:

$$F(R) = -aR^2 + \log R.$$

Вона має стаціонарні точки, які визначаються екстремумом

$$\frac{\partial F(R)}{\partial R} = -2aR + \frac{1}{R} = 0. \quad (6.29)$$

Таким чином, для інтегралу, що розглядається, ми знаходимо єдину сідлову точку

$$R_0 = 1/\sqrt{2a}$$

і розвиваємо функцію під експонентою в околі цієї точки в ряд Тейлора:

$$F(R) = -1/2 - 2a(R - R_0)^2 + \dots$$

Після цього рівняння (6.28) приймає форму

$$I_2 = 2\pi \frac{e^{-1/2}}{\sqrt{2a}} \int_0^\infty dR e^{-2a(R-R_0)^2}. \quad (6.30)$$

У техніці сідлової точки, ми розтягуємо контур інтегрування поблизу точки перевалу до нескінченної прямої і отримуємо інтеграл Пуассона

$$I_2 = 2\pi \frac{e^{-1/2}}{\sqrt{2a}} \sqrt{\frac{\pi}{2a}} = \frac{\pi}{a} \sqrt{\frac{\pi}{e}}. \quad (6.31)$$

Отриманий результат дуже близький до точного значення π/a вже в провідному наближенні. Різниця може бути зменшена, якщо обчислити наступний за провідним член у цьому асимптотичному розвиненні.

Цей простий приклад показує, як діяти в разі інтегралів у сферичних координатах. Кутове інтегрування здійснюється аналітично в явному вигляді. Після цього інтегрування зводиться до стандартних розрахунків у техніці сідлової точки з функцією, що включає як радіальну частину початкового підінтегрального виразу, так і радіальну частину якобіану переходу до сферичних координат. Завдяки якобіану, стаціонарна точка в радіальному напрямку ніколи не знаходиться на початку координат $R = 0$, де можуть з'явитися розбіжності.

Також наведемо значення інтеграла, отриманого в провідному наближенні для чотиривимірного випадку:

$$I_4 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{3^{3/2}\sqrt{\pi}}{e^{3/2}}\right). \quad (6.32)$$

Знову ж таки, цей результат близький до точного значення заданого першим фактором. У рамках цієї процедури розрахунків ми бачимо, що внесок кутових інтеграцій факторизується. Для постійної радіальної компоненти R внесок кутових мод може бути записаний аналітично для довільної розмірності N .

З цих прикладів стає ясно, як діяти в разі функціональних інтегралів у сферичних координатах і обчислювати функцію розподілу.

6.5. Функція розподілу для ґраткової моделі

Функція розподілу для скалярної моделі $O(4)$ у сферичних координатах (у внутрішньому просторі скалярного поля) є наступною

$$\begin{aligned} Z &= \int D\phi \exp \left(\int d^4x L \right) \\ &= \int_0^\infty R^3 DR(x) \int d^{4-1}\Omega(x) \exp \left(\int d^4x L \right), \quad (6.33) \end{aligned}$$

де $d^{4-1}\Omega(x)$ відповідає інтегруванню за кутовими змінними.

Подальшу інформацію про випадок вільного поля, а також загальну теорію континуального інтегрування можна знайти в численних книгах (див., наприклад, [191]). Нашою метою є розробка процедури обчислень у формі, зручній для досліджень на ґратці. Отже, ми зразу припускаємо, що в евклідовому просторі-часі вводиться ґратка з кроком a . При цьому радіальне поле $R(x)$ визначається в кожному вузлі ґратки. Надалі ми розглядаємо нульову температуру й використовуємо симетричні ґратки.

У якості фону для квантових флуктуацій ми розглядаємо постійне однорідне поле

$$R_c = \text{const}, \quad \theta_i = \text{const}.$$

Звичайна процедура отримання функції розподілу будується на квазікласичному розвиненні: знаходиться ефективний потенціал $V(\phi_c)$ і застосовується метод перевалу. Для постійних полів рівняння, що визначають стаціонарну точку в методі перевалу, істотно спрощуються, а функціональне інтегрування може бути легко виконано.

Перепишемо функцію розподілу у формі

$$Z = \prod_x \int_0^\infty DR(x) \int d^{4-1}\Omega(x) e^{3\log R(x)} e^{a^4 L(x)}. \quad (6.34)$$

У цьому випадку маємо наступний «ефективний потенціал»:

$$\tilde{V}(R) = \sum_x a^4 \left(\frac{1}{2} m^2 R^2 - \frac{\lambda}{4} R^4 \right) + \sum_x (3 \log R). \quad (6.35)$$

Насправді, не слід плутати цей «ефективний потенціал» зі звичайним ефективним потенціалом, отриманим за допомогою перетворення Лежандра. Однак, він також є корисним інструментом для розрахунку методом перевалу.

Рівняння сідлової точки, $\partial \tilde{V} / \partial R = 0$, приймає вигляд

$$R^4 - \frac{m^2}{\lambda} R^2 - \frac{3}{\lambda a^4} = 0. \quad (6.36)$$

Воно має один дійсний розв'язок

$$R_0^2 = \frac{m^2}{2\lambda} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{12\lambda}{m^4 a^4}} \right). \quad (6.37)$$

Для малих констант взаємодії λ сідлова точка наближається до

$$R_0^2 = m^2 \lambda^{-1} + 3m^{-2} a^{-4}.$$

Друга похідна в околі сідлової точки R_0^2 дорівнює

$$\tilde{V}''(R_0) = -\kappa^2 = - (12\lambda m^{-2} + 3m^{-2} a^{-4}).$$

Остаточно, «ефективний потенціал» моделі можна представити наступним чином:

$$\tilde{V}(R) = \tilde{V}(R_0) - \frac{1}{2} \kappa^2 \rho^2, \quad (6.38)$$

де $\rho = R(x) - R_0$ описує квантові флуктуації уздовж напрямку з порушеною симетрією (радіальному напрямку), а стала частина потенціалу має наступний вигляд:

$$\tilde{V}(R_0) = \log \left(\frac{m^2}{\lambda} + \frac{3}{m^2 a^4} \right)^{3/2} + \frac{m^4 a^4}{4\lambda} - \frac{9}{4} \frac{\lambda}{m^4 a^4}. \quad (6.39)$$

Після цього можна інтегрувати за полем ρ , враховуючи навіть кінетичний внесок до дії.

Відзначимо важливу неаналітичну поведінку функціонального інтеграла за полем ρ . Як видно, він пропорційний до

$$Z_0 = \left(\frac{m^2}{\lambda} + \frac{3}{m^2 a^4} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{m^4 a^4}{4\lambda} \right) \exp \left(-\frac{9}{4} \frac{\lambda}{m^4 a^4} \right), \quad (6.40)$$

і перші два множники розбігаються у границі $\lambda \rightarrow 0$. Це є виразною ознакою спонтанного порушення симетрії. Така сингулярна поведінка є аналогічною до середнього скалярного поля, що обчислюється з класичних рівнянь. Тим не менш, у даний час мова йде про квантовий рівень розрахунків. З іншого боку, у симетричній фазі (для «звичайного» масового внеску з $m^2 < 0$ у наших позначеннях), інтеграл буде пропорційний до $(3m^{-2}a^{-4})^{3/2}$, тобто, має регулярну залежність від константи взаємодії в границі $\lambda \rightarrow 0$.

Фактор Z_0 не залежить від структури оператора кінетичної частини. Таким чином, ця властивість функції розподілу — неаналітична поведінка при малих константах взаємодії — може бути використана для визначення порушення симетрії. Функція розподілу може служити в якості певного параметра порядку для порушення симетрії в багатокomпонентній скалярній моделі. Така поведінка, у принципі, може змінитися, коли будуть враховані інші члени, які стоять у функціональному інтегралі. Однак, ми очікуємо, що ця властивість є домінантною в границі $\lambda \rightarrow 0$. Звичайно, також, що сама по собі функція розподілу не є спостережуваною величиною в реальних (наприклад, пертурбативних) розрахунках. Але все ж таки її властивості впливають на поведінку інших спостережуваних.

Ми також обчислювали квантові поправки на рівні однієї петлі для рівняння (6.40) та прийшли до висновку, що перший множник у повному результаті скорочується, але другий, сингулярний при $\lambda \rightarrow 0$, залишається без змін.

6.6. Кутове інтегрування та ефективна однокомпонентна модель

Проведемо кутове інтегрування у внутрішньому просторі скалярної моделі $O(4)$. Виходимо з виразів для орти n_i , наведених в (6.20). Для другого доданку в рівнянні (6.21) отримуємо

$$L(\theta_i) = \frac{1}{2}R^2(x)[(\partial_\mu\theta_1)^2 + (\partial_\mu\theta_2)^2 \sin^2\theta_1 + (\partial_\mu\theta_3)^2 \sin^2\theta_1 \sin^2\theta_2], \quad (6.41)$$

а якобіан перетворення до сферичних координат становить

$$J(\theta_i) = R^3(x) \sin^2\theta_1 \sin\theta_2. \quad (6.42)$$

Для того, щоб обчислити функцію розподілу, запровадимо «ефективний потенціал» (6.35) та визначимо сідлову точку R_0 для фіксованого напрямку $\theta_1 = \theta_1^{(0)}, \theta_2 = \theta_2^{(0)}, \theta_3 = \theta_3^{(0)}$. Відповідно, нові змінні інтегрування $\rho(x)$ та $\eta(x)$ і визначимо як

$$\begin{aligned} R(x) &= R_0 + \rho(x), \\ \theta_i(x) &= \theta_i^{(0)} + \eta_i(x), \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Після цього можна проінтегрувати за кутовими змінними $\eta_i(x)$ за допомогою метода сідлової точки.

Замінюючи кути в якобіані, отримаємо $\sin\theta_i(x) = \sin(\theta_i^{(0)} + \eta_i(x))$, $i = 1, 2$, які розвинемо в ряд за $\eta_i(x)$:

$$\sin(\theta_i^{(0)} + \eta_i(x)) = \sin \theta_i^{(0)} + \cos \theta_i^{(0)} \eta_i + O(\eta_i^2).$$

У заданому наближенні кутовий внесок до лагранжіану моделі (6.41) приймає наступний вигляд

$$L(\theta_i) = -\frac{R_0^2 a^4}{2} [\eta_1 \partial_\mu^2 \eta_1 + \eta_2 \partial_\mu^2 \eta_2 \sin^2 \theta_1^{(0)} + \eta_3 \partial_\mu^2 \eta_3 \sin^2 \theta_1^{(0)} \sin^2 \theta_2^{(0)}]. \quad (6.43)$$

Потім розширюємо межі інтегрування для змінних η_i до нескінченності та робимо наступну заміну:

$$\begin{aligned} r_1 &= (R_0 a^2) \eta_1, \\ r_2 &= (R_0 a^2) \eta_2 \sin \theta_1^{(0)}, \\ r_3 &= (R_0 a^2) \eta_3 \sin \theta_1^{(0)} \sin \theta_2^{(0)}. \end{aligned}$$

Після всіх цих перетворень отримуємо міру інтегрування для функції розподілу (6.33):

$$R^3(x) \sin^2 \theta_1(x) \sin \theta_2(x) DR D\theta_1 D\theta_2 D\theta_3 = \frac{R^3(x)}{R_0^3 a^6} D\rho Dr_1 Dr_2 Dr_3, \quad (6.44)$$

та підінтегральну експоненту $-\frac{1}{2} \sum_i r_i \partial_\mu^2 r_i$. Завдяки симетричності границь інтегрування лінійний за η_i внесок не дає нічого в результат. Отже, ми отримуємо три інтеграли за кутовими

змінними. Ці інтеграли не залежать від фізичних величин та стають константним фактором після розширення границь інтегрування до повного тілесного кута. Цей фактор не впливає на поведінку функції розподілу в границі $\lambda \rightarrow 0$. Іншою властивістю рівняння (6.44) є незалежність правої частини від параметрів сідлової точки $\theta_i^{(0)}$. Така залежність скорочується, як це й очікувалося. Таким чином, приходимо до висновку, що спонтанне порушення неперервної симетрії пов'язане з радіальною частиною скалярного поля $R(x)$. Після кутового інтегрування лишається інтеграл за радіальним полем ρ .

Варто також відзначити, що кутові моди відповідають безмасовим частинкам в обох фазах — відновленій та порушеній. У першому випадку всі моди взагалі є безмасовими, тоді як після порушення симетрії безмасовими залишаються лише ґолдстоунівські частинки, що відповідають кутовим модам. Наше спостереження полягає в тому, що кутове інтегрування в порушеній фазі призводить у провідному наближенні до загального чисельного фактору, який не залежить від константи взаємодії λ , і тому є несуттєвим. Ця загальна особливість робить точність кутового інтегрування не дуже істотною для фізики явища, що розглядається.

У ґраткових розрахунках ми можемо стартувати з отриманого щойно результату. Як бачимо, фактор $R^3(x)/R_0^3$ в рівнянні (6.44) перетворюється в доданок в «ефективній дії» (6.35) для однокомпонентного поля $R(x)$. Це спостереження дає можливість сформулювати загальну методику для дослідження порушеної фази в багатоконпонентній скалярній моделі $O(N)$. А саме, ми можемо розглядати ефективний лагранжіан однокомпонентної моделі, що складається з вихідного лагранжіану, на-

писаного у сферичних координатах, де ми викреслюємо кутові змінні, але додаємо $\log(R/R_0)^{(N-1)}$. Значення точки перевалу R_0 повинно розраховуватися з «ефективного потенціалу» $\tilde{V}(R)$ при фіксованому напрямку у внутрішньому просторі (при фіксованих кутових змінних). Реалізація однокомпонентної моделі для радіального поля $R(x)$ на ґратці є аналогічною випадку $O(1)$ з одною важливою відмінністю — поле $R(x)$ є додатнім.

Надалі ми обмежимося дослідженнями при нульовій температурі. Для цього візьмемо дві симетричні ґратки з розмірами 16^4 і 32^4 . З фізичної точки зору ми вважаємо, що є однорідне поле конденсату в деякому фіксованому напрямку у внутрішньому просторі, і цей конденсат є сильним фоном для помірних квантових флуктуацій. Різні розміри ґратки дозволяють контролювати ефекти скінченного об'єму. За цих припущень ми повинні побачити самоузгоджену картину фази з порушеною симетрією. Якщо ми отримаємо результати моделювання Монте Карло, які протирічать припущенню про помірність квантових флуктуацій над фоном конденсату, то це буде означати, що при нульовій температурі немає ніякої фази з вираженим однорідним конденсатом.

Хоча в нашому підході в рамках ефективної теорії немає ніякого параметру порядку (яким мало б бути середнє значення вектора ϕ_i в багатокомпонентному внутрішньому просторі), ми, тим не менш, можемо виміряти середнє значення радіального поля (середнє абсолютне значення вектора ϕ_i в багатокомпонентному внутрішньому просторі). Зрозуміло, що ця величина не може зникнути в самоузгодженій картині порушеної фази та має бути близькою до класичного значення конденсату. Таким чином, наша стратегія є доказом від противного, а твер-

дженням щодо перевірки є «порушена фаза реалізується при нульовій температурі».

Отже, інтегрування за кутовими модами скалярного поля у сферичних координатах дає можливість для послідовного опису фази з порушеною симетрією на основі ефективної теорії для радіальної компоненти змінної $R(x)$. При такому підході роль безперервних (непорушених) ступенів свободи, пов'язаних з компактними (кутовими) координатами, зводиться до загального чисельного фактору, який не залежить від константи взаємодії λ і тому є несуттєвим. Варто відзначити, що факторизація вкладів ґолдстоунівських бозонів вже спостерігалася в роботі [197] та призводила до висновків про подібність моделей $O(1)$ та $O(2)$ при високій температурі.

6.7. Симуляції Монте Карло в багатокomпонентній моделі

Як було показано в попередньому пункті, фазу з порушеною симетрією в скалярній моделі $O(N)$ при нульовій температурі на решітці можна описати за допомогою евклідового ефективного однокомпонентного лагранжіана, що складається з радіальної частини дії початкової багатокomпонентної моделі та додаткового члену $\log(R/R_0)^{(N-1)}$, що виникає від якобіану переходу до сферичних координат та інтегрування за кутовими компонентами:

$$S = \sum_x a^4 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial x_\mu} \frac{\partial R}{\partial x_\mu} - \frac{m^2}{2} R^2 + \lambda \frac{R^4}{4} \right) - \sum_x \log(R/R_0)^{(N-1)}, \quad (6.45)$$

де a є кроком решітки, а значення R_0 розраховується, виходячи з «ефективного потенціалу» $\tilde{V}(R)$ при фіксованих кутових змінних. Нагадаємо, що інтегрування за неперервними компактними кутовими змінними здійснюється аналітично в техніці методу перевалу, як описано в попередніх розділах. Для моделювання Монте Карло, ми використовуємо симетричні гіперкубічні ґратки з геометрією гіпертору в чотиривимірному просторі-часі. Однокомпонентне невід'ємне скалярний поле $R(x)$ визначено у вузлах решітки. Як відомо, симетричні $d = 4$ решітки відповідають нульовій температурі, в той час як скінченні температури вимагають меншої кількості вузлів у часовому напрямку, ніж у просторових напрямках.

Оскільки метою досліджень буде варіювання константи самодії скалярного поля λ в дуже широкому інтервалі значень, має велике значення самонастроювання кроку решітки та інших параметрів моделі. У зв'язку з цим, ми перепишемо дію через безрозмірними величини.

Класичний конденсат скалярного поля

$$R_c = m/\sqrt{\lambda}$$

можна обрати в якості природної одиниці скалярного поля. Існує також безрозмірний параметр ґраткової моделі, який можна скласти з масового параметру лагранжіана та кроку ґратки:

$$z = \frac{\lambda}{m^4 a^4}. \quad (6.46)$$

Записуючи радіальну компоненту скалярного поля як

$$\frac{R(x)}{R_c} = \sqrt{2\Phi_x}, \quad (6.47)$$

отримуємо ґраткову дію (з точністю до константи)

$$\begin{aligned} S = & \frac{1}{z} \sum_x \Phi_x \left(\Phi_x - 1 + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{z}{\lambda}} \sum_{\mu} \log^2 \frac{\Phi_{x+a_{\mu}\hat{\mu}}}{\Phi_x} \right) \\ & - \sum_x \frac{N-1}{2} \log \Phi_x, \end{aligned} \quad (6.48)$$

де внесок із квадратом логарифма описує кінетичну частину дії, записану через скінченні різниці замість похідних.

Ефективна модель (6.45) виводиться шляхом інтегрування кутових ступенів свободи навколо напрямку конденсату у внутрішньому просторі, утвореному компонентами скалярного поля. Це означає, що квантові флуктуації повинні бути не більше, ніж значення конденсату. Таким чином, значення радіального поля $R \gg R_c$ може бути несумісним з ефективною моделлю. На щастя, ймовірність таких великих значень зменшується як

$$p \rightarrow \exp(-\Phi^2/z) \simeq \exp(-R^4/(4zR_c^4)) \quad \text{при} \quad R \rightarrow \infty$$

відповідно до рівняння (6.48). У зв'язку з цим, інтервал значень радіального поля R виявляється насправді скінченним і може бути обрізаний деякої верхньою межею $R_{\max}$. При моделюванні Монте Карло, ми використовуємо два різних значення верхньої межі, $R_{\max} = 3.75R_c$ та $R_{\max} = 4R_c$, для того, щоб показати незалежність результатів від масштабу обрізання. В обраному

інтервалі, R моделюється рівномірно розподіленою випадковою величиною відповідно до визначення функції розподілу ефективної теорії. Вибрані границі для обрізання відповідають ймовірності $< 10^{-22}$ (вибір значення для параметру z описується нижче), тому отримані больцманівські ансамблі не демонструють жодних істотних залежностей від $R_{\max}$.

Безрозмірний параметр моделі z пов'язаний із розташуванням точки перевалу R_0 , визначеної в рівнянні (6.37),

$$(R_0/R_c)^2 = (1 + \sqrt{1 + 4(N-1)z})/2.$$

При проведенні розрахунків ми використовуємо $z \sim 1$, а саме: $z = 0.67$ та $z = 1$. Такі значення відповідають положенню точки перевалу в центральній частині інтервалу значень поля, $1 < R_0/R_c \leq 1.5$. Надзвичайно малі значення z можуть зробити той внесок до ефективної дії, що залежить від кількості компонент скалярного поля N , мізерним у порівнянні з іншими внесками, у той час як великі значення z можуть змістити точку перевалу поза межу обрізання для радіального поля, роблячи неможливим застосування ефективної теорії.

У наших дослідженнях наводяться результати моделювання Монте Карло для розмірності внутрішнього простору скалярного поля $N = 4$. Інші можливі значення розмірності N приводили до подібних результатів. Всі комп'ютерні розрахунки виконані з подвійною точністю. Система термалізується шляхом проведення до 10^5 ітерацій Монте Карло для кожного запуску. Для вимірювання ми використовуємо 10^3 конфігурацій ґратки, розділених між собою 10 «порожніми» оновленнями. Щоб виключити ефекти скінченних розмірів ґратки, ми виконуємо

модельовання на решітках різного розміру — 16^4 та 32^4 . Різні розміри ґратки призводять до повної відповідності ключових результатів.

Для модельовання МС, ми використовуємо універсальну програмну середу *QCDGPU* [192] що дозволяє здійснювати модельовання для ряду часто вивчених моделей — $SU(N)$ глюодинаміки та моделей скалярні поля $O(N)$. Для отримання псевдовипадкових чисел у пакеті *QCDGPU* ми використовуємо нашу власну бібліотеку цифрових генераторів псевдовипадкових чисел для модельовання методом Монте Карло *PRNGCL* [193].

Усі комп'ютерні розрахунки виконуються на гетерогенному розподіленому кластері HGPU [194]. Він складається з різних графічних процесорів: AMD Radeon HD 7970, HD 6970, HD 5870, HD 5850, HD 4870, HD 4850, NVIDIA GeForce GTX 560 M, GTX 560 Ti.

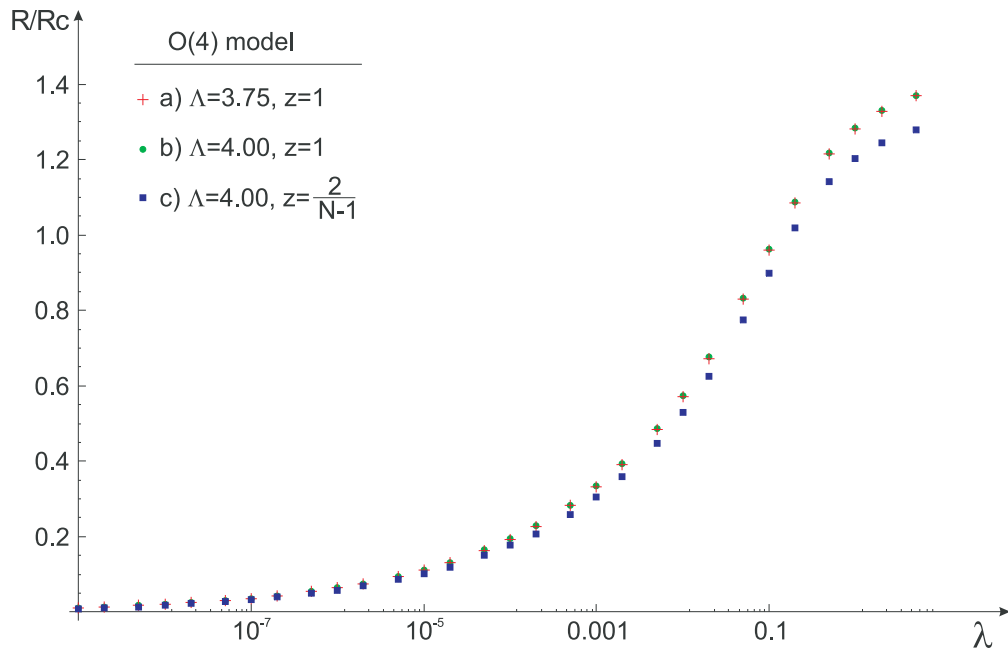


Рис. 6.4. Залежність середнього радіального поля (в одиницях $R_c = m/\sqrt{\lambda}$) від константи взаємодії λ при нульовій температурі на ґратці 16^4

Залежність усередненого радіального поля R/R_c від кон-

станти зв'язку λ при нульовій температурі на симетричній решітці 16^4 показано на рис. 6.4. Відзначимо, що ця величина не є значенням скалярного конденсату (параметром порядку). Насправді, вона враховує різні внески до скалярного поля: класичний конденсат, квантові флуктуації й зміну міри інтегрування, яка включається у дію у вигляді логарифму якобіану. Останній внесок не залежить від знака квадрата маси.

У випадку класичного конденсату без будь-яких квантових флуктуацій $R/R_c = 1$ незалежно від λ . Як ми можемо бачити, R/R_c насправді близька до 1 для популярних у літературі значень $\lambda \geq 10^{-2}$, квантові поправки до цієї величини складають не більше ніж 40%. Проте, R/R_c прагне до нуля при дуже малій константі самодії. При значеннях $\lambda < \lambda_0 \simeq 10^{-5}$ вона є на порядок меншою за значення класичного конденсату. При надзвичайно малих константи зв'язку скалярне поле на решітці демонструє тенденцію до зникнення у порівнянні з класичним конденсатом. Цей результат суперечить ідеї про малі квантові флуктуації над сильним однорідним конденсатом, що використовується в наших розрахунках. Таке ж саме порогове значення λ_0 виявляється і на решітці 32^4 , що свідчить про стабільність результатів щодо ефектів скінченного об'єму. Така залежність не очікується на класичному рівні, де конденсат ϕ має значення $|m|/\sqrt{\lambda}$, що необмежено зростає зі зникненням самодії.

Очевидно, що, перебуваючи в рамках ефективної теорії, ми не можемо інтерпретувати розпад однорідного конденсату на решітці при $\lambda \rightarrow 0$ як певне відновлення симетрії. По-перше, у разі відновленої симетрії немає очевидної сідлової точки для інтеграції кутових мод у сферичних координатах, тому, відновлена фаза, ймовірно, взагалі виходить за рамки опису в термінах

нашої ефективної моделі. По-друге, класичний потенціал стає нестійким при $\lambda = 0$, втрачаючи глобальний мінімум. У зв'язку з цим, ми можемо припустити, що нестійкість однорідного конденсату (або навіть нестійкість самої моделі $O(N)$) досягається вже при $\lambda \simeq 10^{-5}$.

Зміна механізму спонтанного порушення симетрії при екстремально малих константи зв'язку нагадує в деяких аспектах інше явище, відкрите Лінде та Вайнбергом [157] у континуальній теорії поля з калібрувальними полями, а саме в моделі Хіггса і в СМ. Ці автори спостерігали, що спонтанне порушення симетрії не відбувається при малих значеннях константи зв'язку $\lambda \leq \lambda_0$. Хоча критичне значення λ_0 у випадку наявності калібрувальних бозонів залежить як від маси, так і від взаємодії з калібрувальним полем e^2 , що входять до лагранжіану як параметри моделі, природно розглядати малі критичні значення для цієї границі — так званої границі Лінде-Вайнберга. Фізично границя Лінде-Вайнберга відображає важливу властивість спонтанного порушення симетрії — існування певного діапазону значень параметрів, у якому в повному ефективному потенціалі домінують додатні внески від квантових флуктуацій замість негативного внеску від класичної частини.

Іншим прикладом виродження спонтанного порушення симетрії є скалярна модель при скінченній температурі, розглянута вище. Вивчаючи фазовий перехід у моделі $O(1)$ на решітці, ми спостерігали зникнення порушення симетрії при надзвичайно малих значеннях константи зв'язку [15]. Однак, незважаючи на те, що немає прямої відповідності між скалярною моделлю $O(N)$ при нульовій температурі та згаданими прикладами виродження спонтанного порушення симетрії, ці аналогії відо-

бражають загальну ідею, що спонтанне порушення симетрії в теоріях зі скалярними полями може змінювати свою поведінку при деяких екстремальних значеннях константи зв'язку λ .

Спонтанне порушення безперервної внутрішньої симетрії вважається реальним механізмом для генерації мас елементарних частинок. Експериментальне обґрунтування цієї впевненості пов'язане з недавнім відкриттям бозона Хіггса. У той же час, СМ, заснована на скалярній моделі $O(4)$, недостатня як з феноменологічної, так і з теоретичної точки зору, і повинна бути замінена моделлю з розширеним сектором скалярних полів. Наприклад, часто обговорюється СМ з двома скалярними дублетами, що може відповідати скалярній моделі $O(8)$. У зв'язку з цим, дослідження залежності спонтанного порушення симетрії від констант взаємодії може дати нижню межу на масу скалярних частинок для різних значень N .

Наскільки нам відомо, залежність спонтанного порушення симетрії від значення константи самодії λ , а також відновлення симетрії при високій температурі не були поки що досліджені в деталях ані в моделі $O(1)$, ані в моделі $O(N)$, окрім нашої роботи [15]. Як правило, з яких-небудь практичних міркувань обираються кілька фіксованих значень константи взаємодії. Наприклад, у роботі [195] досліджувалася модель $O(4)$ у просторі розмірністю $d = 3$ з нормованими безрозмірними значеннями константи взаємодії в інтервалі $5 \cdot 10^{-4} \leq \lambda \leq 10^{-2}$. У роботі [197] обиралися значення $\lambda = 1, 1.5, 2$. У роботі [198] досліджувалася границя $\lambda \rightarrow \infty$. У літературі можна знайти і ряд спостережень, які дещо подібні до того, що ми спостерігали в однокомпонентній моделі $O(1)$ при скінченній температурі і в моделі $O(4)$ при нульовій температурі. Перш за все, відзначи-

мо, що в роботі [197] встановлено і якісно пояснено близьку подібність моделей $O(1)$ та $O(2)$. Зокрема, показано, що ґолдстоунівські кутові степені свободи можуть бути проінтегровані й призводять до певного спільного фактору, який є несуттєвим для динаміки. Таким чином, у цих моделях поведінка симетрії при скінченній температурі повинна бути схожою. Ми також визначили таку властивість ґолдстоуновських мод і описали її в цьому розділі. У роботах [195, 196] спостерігалася поведінка у вигляді гістерезису при малих значеннях констант взаємодії. Однак, детальний аналіз цього ефекту не проводився. Як ми показали в наших дослідженнях, така поведінка при скінченній температурі пов'язана зі зміною типу фазового переходу на перший тип. Ми хотіли б підкреслити, що залежність спонтанного порушення симетрії від величини константи взаємодії є непертурбативним ефектом, який не можна очікувати заздалегідь. Це також стосується зміни виду температурного фазового переходу. У літературі по даній темі в більшості випадків результати отримані здебільшого в різних варіантах теорії збурень, включаючи підсумовування серій діаграм Фейнмана. Було відзначено, що залежність від λ взагалі зникає при критичній температурі, а теорія збурень за цим параметром стає ненадійною. У цьому випадку застосовуються інші схеми теорії збурень (зокрема, розвинення за $1/N$ для великих N). У таких дослідженнях не розглядається залежність від константи взаємодії λ , ця константа зазвичай береться близько 0.01–0.1 і, як наслідок, спостерігається фазовий перехід другого роду. Такі результати узгоджуються з нашим аналізом для моделі $O(1)$ на решітці для цих значень константи взаємодії. Надзвичайно малі значення λ у літературі не розглядаються.

6.8. Висновки

Моделюванням Монте Карло було показано, що тип температурного фазового переходу в однокомпонентній скалярній моделі залежить від величини константи зв'язку. Існує нижня границя $\lambda_0 = 10^{-5}$, при якій спонтанне порушення симетрії не реалізується. Близько до цього значення в інтервалі $10^{-5} \leq \lambda \leq 10^{-3}$ спостерігається фазовий перехід першого роду. При великих значеннях λ відбувається фазовий перехід другого роду. Ці типи поведінки були визначені на решітках різних розмірів незалежно від внутрішніх параметрів моделі. Була розроблена методика автоматичного налаштування параметрів моделі та прискорення збіжності для процедури Монте Карло в околі фазового переходу в широкому діапазоні значень константи взаємодії. Для значень $\lambda \sim 0.01 - 0.1$, що зазвичай розглядаються в літературі, результати збігаються з існуючими та свідчать про фазовий перехід другого роду. Наскільки нам відомо, систематичні дослідження для менших значень константи взаємодії не проводилися.

У цьому дослідженні ми зосередилися в основному на якісних аспектах зміни типу фазового переходу у зв'язку зі зміною значень константи взаємодії. Таким чином, перехід від ґраткових величин до фізичних був несуттєвим.

Досліджено явище спонтанного порушення симетрії при нульовій температурі в багатоконпонентній моделі скалярного поля $O(4)$ в чотиривимірному просторі-часі на решітці й визначена його залежність від значень константи взаємодії. Ми показали, що порушення симетрії має місце для $\lambda \geq \lambda_0 \simeq 10^{-5}$. Подальший розвиток методу може полягати у дослідженні моделі

$O(N)$ для просторових розмірностей $d = 1 - 3$, а також температурного фазового переходу. Ці дослідження можуть бути виконані на розроблених принципах і за допомогою відпрацьованого пакету програмного забезпечення.

Наші спостереження можуть служити в якості керівництва щодо застосування різного роду підсумовування рядів теорії збурень. Насправді, ми бачимо, що схема підсумовування «ромашка» і «суперромашка» дають якісно правильні результати для малих значень константи взаємодії. Для великих значень константи взаємодії вони стають неадекватними та не відображають другий рід фазового переходу. У цьому випадку слід використовувати інші більш складні схеми підсумовування.

Зміна типу фазового переходу в залежності від величини константи взаємодії само по собі не є новим явищем. Наприклад, у СМ елементарних частинок добре відомо, що електрослабкий фазовий перехід буде першого роду для малих констант взаємодії скалярного поля та перетворюється в перехресний або навіть у перехід другого роду при досить великих значеннях константи взаємодії. У нашому дослідженні ми помітили, що це відбувається вже в простій моделі з одним скалярним полем.

ВИСНОВКИ

1. Знайдено нові однопараметричні спостережувані для модельно-незалежного пошуку сигналу абелевого Z' бозона в анігіляційних лептонних процесах ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$). Спостережувані є зваженими інтегральними перерізами розсіювання і в найпростішому випадку узагальнюють перерізи розсіювання вперед-назад. Вперше розв'язано задачу про максимальне статистичне посилення сигналу абелевого Z' бозона для анігіляційних лептонних процесів у широкому діапазоні енергій від 130 GeV до 1 TeV, що покриває як завершені експерименти, так і майбутні. Запропоновані спостережувані з найкращим співвідношенням сигналу до статистичної невизначеності дозволяють вимірювати константи взаємодії Z' бозона з векторними або аксіально-векторними лептонними струмами. Показано стійкість результатів відносно можливих систематичних похибок. За допомогою уведених спостережуваних проаналізовано дані експериментів на прискорювачі LEP II та знайдено натяк на сигнал на рівні близько одного стандартного відхилення. Оцінено ефективність спостережуваних для майбутнього колайдера ILC. Показано, що за їхньою допомогою можна виділити сигнал Z' бозона на рівні 3-4 стандартних відхилень навіть у разі, коли традиційні методи обробки навряд чи побачать сигнал, тому нові спостережувані є ефективним доповненням до стандартних підходів до пошуку сигналів Z' бозона в експерименті.

2. Знайдено нові однопараметричні спостережувані для мо-

дельно-незалежного пошуку сигналів абелевого або кірального Z' бозона в процесі розсіювання електрона на позитроні (процес Баба). Спостережувані є інтегральними нормованими перерізами розсіювання і дозволяють вимірювати векторну або аксіально-векторну константу взаємодії Z' бозона з електронами. За допомогою уведених спостережуваних проаналізовано дані експериментів на прискорювачі LEP II і знайдено сигнал абелевого Z' бозона на рівні двох стандартних відхилень. Натяків на сигнал кірального Z' бозона не виявлено.

3. Вперше проведено комбіновану багатопараметричну обробку даних експериментів LEP I та LEP II для всіх лептонних процесів. Отримано оцінки максимальної правдоподібності та інтервали довіри для констант взаємодії абелевого Z' бозона з ферміонами та для кута змішування між Z та Z' бозонами. Результати представлено в різних параметризаціях для зручності подальшого користування.

4. Запропоновано нові двохпараметричні спостережувані для модельно-незалежних пошуків сигналу абелевого Z' бозона в процесі анігіляції протона й антипротона в лептонну пару $p\bar{p} \rightarrow l^+l^-$ при енергіях поблизу піку Z бозона. Показано, що в результаті інтегрування диференціального перерізу розсіювання за псевдострімкістю проміжного стану з певною ваговою функцією можна позбутися внесків від взаємодії Z' бозона з кварками другого покоління. Інтегрування перерізу розсіювання за інваріантною масою лептонної пари в симетричному інтервалі навколо піку Z бозона виділяє домінантний внесок від змішування між Z та Z' бозонами та виключає добуток векторних констант взаємодій Z' бозона з ферміонами. Подальше інтегрування за відносною псевдострімкістю в лептонній парі з ваго-

вою функцією дозволяє виключити на вибір ще один з трьох залишившихся внесків. У випадках лептофобного Z' бозона та універсальних взаємодій Z' бозона з ферміонними поколіннями знайдено однопараметричні спостережувані. Отримані спостережувані можуть бути використані при обробці експериментальних даних, що зібрані колабораціями Теватрон, для вимірювання констант взаємодії Z' бозона з ферміонами, а також для проведення комбінованих фітувань даних експериментів LEP і Теватрон.

5. Оцінено переріз народження Z' бозона в протон-антипротонних та протон-протонних зіткненнях та частку розпаду в діелектронний чи дімюонний канал для оцінок максимальної правдоподібності констант взаємодії Z' бозона, що отримані за даними експериментів LEP. Ці передбачення можна застосовувати до експериментів на прискорювачі Теватрон та LHC. Проаналізовано результати пошуку резонансу Z' бозона в перерізі розсіювання для процесу Дрелла-Яна в експерименті Tevatron, а також найсучасніші дані експериментів на прискорювачі LHC. Отримано припустимі на рівні довіри 95% значення аксіально-векторної та векторних констант взаємодії Z' бозона з кварками та електронами. Встановлено, що для Z' бозона з масою легше 3 TeV верхні границі констант взаємодій за даними LEP мають бути зменшені в декілька разів, а кут змішування між Z та Z' бозонами можна очікувати в інтервалі не більше 10^{-4} .

6. Моделюванням Монте Карло на ґратці в однокомпонентній скалярній моделі з потенціалом $\lambda\phi^4$ було відкрито нове явище — зміна типу температурного фазового переходу в залежності від величини константи зв'язку. В інтервалі значень $10^{-5} \leq \lambda \leq 10^{-3}$ спостерігається фазовий перехід першого роду, а при

більших значеннях λ — фазовий перехід другого роду. Для помірних значень λ , що зазвичай розглядаються в літературі, результати збігаються з існуючими, а систематичні дослідження малих значень константи взаємодії є новими і досі не проводилися. Знайдено нижню границю $\lambda_0 = 10^{-5}$, при якій спонтанне порушення симетрії ймовірно не реалізується взагалі. Розроблено нову методику автоматичного налаштування параметрів моделі та прискорення збіжності для процедури Монте Карло в околі фазового переходу в широкому діапазоні значень константи взаємодії. Ефект зникнення порушення симетрії при надзвичайно слабкій взаємодії підтверджено в моделюванні Монте Карло для багатокomпонентної моделі скалярного поля $O(4)$ при нульовій температурі. В багатокomпонентній моделі скалярного поля розроблено ефективну однокомпонентну теорію порушеної фази з аналітичним врахуванням неперервних голдстоунівських мод методом сідлової точки (квазікласичне розвинення). Встановлена залежність спонтанного порушення симетрії в скалярній моделі від константи взаємодії може використовуватися в різних реалістичних моделях квантової теорії поля та фізики конденсованого стану.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Gulov A.V. Model-independent searches for Z' gauge boson / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Фізика. Радіоелектроніка. – 2003. – вип. 10. – с. 38–44.
- [2] Confronting analysis of model-independent searches for new physics at LEP2 energies / A. Babich, A. Gulov, A. Pankov, V. Skalozub // Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Фізика. Радіоелектроніка. – 2004. – вип. 11. – с. 9–17.
- [3] Signals of the Abelian Z prime boson within the analysis of the LEP-2 data / V.I. Demchik, A.V. Gulov, V.V. Skalozub, A.Y. Tischenko // Phys. Atom. Nucl. – 2004. – Vol. 67. – P. 1312-1320.
- [4] Gulov A.V. Model-independent search for the Abelian Z' boson in the Bhabha process / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Phys. Rev. D. – 2004. – Vol. 70. – P. 115010.
- [5] Gulov A.V. The LEP2 data for the Bhabha process and model-independent searching for Z' signals / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2007. – Vol. 10:3. – P. 284-290.
- [6] Gulov A.V. Signals of Z' boson in the Bhabha process within the LEP2 data set / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Phys. Atom. Nucl. – 2007. – Vol. 70. – P. 1100-1106.
- [7] Gulov A.V. Hint of a Z' boson from the CERN LEP II data / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol.

76. – P. 075008.

- [8] Gulov A.V. Z-prime signals from the LEP2 data / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Phys. Atom. Nucl. – 2008. – Vol. 71. – P. 1579-1584.
- [9] Search for Z' -boson signals at LEP and LHC / A. Babich, A. Gulov, A. Pankov, V. Skalozub, A. Tsytrinov // Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Фізика. Радіоелектроніка. – 2008. – вип. 15. – с. 3–13.
- [10] Gulov A.V. Fitting of Z' parameters / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Int. J. Mod. Phys. A. – 2010. – Vol. 25. – P. 5787.
- [11] Gulov A.V. Model-independent estimates for the Abelian Z' boson at modern hadron colliders / A.V. Gulov, A.A. Kozhushko // Int. J. Mod. Phys. A. – 2011. – Vol. 26. – 4083–4100.
- [12] Поиск и идентификация Z' - бозонов на Большом адронном коллайдере / А. Бабич, А. Гулов, А. Панков, В. Скалозуб, А. Цитринов // Вести НАН Беларуси. Серия физ.-матем. наук. – 2011. – № 2. – с. 89–95.
- [13] Model-independent Z' searches at modern colliders / A.V. Gulov, A.A. Kozhushko, V.V. Skalozub, A.A. Pankov, A.V. Tsitrinov // Prob. Atomic Sci. Technol.. – 2012. – Vol. 1. – P. 48–52.
- [14] Гулов А.В. Z' -бозон и партонные распределения для процесса Дрелла-Яна на ускорителе Tevatron / А.В. Гулов, А.А. Кожушко // Вісник Дніпропетровського університе-

- ту. Серія: Фізика. Радіoeлектроніка. – 2012. – вип. 19. – с. 3–9.
- [15] The type of the phase transition and coupling values in $\lambda\phi^4$ model / M. Bordag, V. Demchik, A. Gulov, V. Skalozub // Int. J. Mod. Phys. A. – 2012. – Vol. 27. – P. 1250116.
- [16] Gulov A.V. Amplification of Z' signal in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ process / A.V. Gulov, Ya.S. Moroz // Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Фізика. Радіoeлектроніка. – 2013. – вип. 20. – с. 5–12.
- [17] Gulov A.V. Estimates for the Abelian Z' Couplings from the LHC Data / A. Gulov, A. Kozhushko // Int. J. Mod. Phys. A. – 2014. – Vol. 29. – P. 1450001.
- [18] Gulov A.V. Kinematical Observables for Z' -boson in the Drell-Yan Scattering at the Tevatron / A.V. Gulov, A.A. Kozhushko // Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Фізика. Радіoeлектроніка. – 2014. – вип. 21. – с. 5–12.
- [19] Gulov A.V. Optimal one-parameter observables for the Abelian Z' in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ process // Int. J. Mod. Phys. A. – 2014. – Vol. 29. – P. 1450161.
- [20] Demchik V.I. Spontaneous symmetry breaking in the $O(4)$ scalar model on a lattice / V.I. Demchik, A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Фізика. Радіoeлектроніка. – 2015. – вип. 22. – с. 5–12.
- [21] Gulov A.V. Estimates for axial-vector coupling of an abelian Z' boson from modern collider data / A.V. Gulov, A.A. Kozhushko // Вісник Дніпропетровського університе-

ту. Серія: Фізика. Радіoeлектроніка. — 2016. — вип. 23. — с. 5–8.

- [22] Gulov A. New model-independent analysis of LEP2 data for Bhabha process and searching for Z' signals / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // 2nd International Conference on Quantum Electrodynamics at Statistical Physics (QEDSP 2006), Book of Abstracts. — Kharkov, Ukraine, 19-23 September 2006. — p. 52.
- [23] Gulov A. New model-independent analysis of LEP2 data for Bhabha process and searching for Z' signals / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // 4th International Sakharov Conference on Physics, Book of Abstracts. — Moscow, Russia, 18-23 May 2009. — p. 92.
- [24] Gulov A. Z' -Boson: LEP results as a guide for the LHC / A. Gulov, V. Skalozub // 20th Hadron Collider Physics Symposium 2009 (HCP 2009), Conference Proceedings. — Evian, France, 16-20 Nov 2009. — PoS HCP **2009**, 075 (2009).
- [25] Gulov A. Z' -Boson: LEP results as a guide for the LHC / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // International School-Seminar on New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions (NPQCD 2009), Conference Proceedings. — Dnipropetrovsk, Ukraine, 3-6 May 2009. — p. 56-63.
- [26] Gulov A. Perspectives of model-independetn searching for Z' boson at modern hadron colliders / A.V. Gulov, A.A. Kozhushko // International School-Seminar on New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions (NPQCD 2011), Conference Proceedings. — Dnipropetrovsk, Ukraine, 3-6 May 2011. — p. 34-40.

- [27] Gulov A. Amplification of Z' signals in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ process / A.V. Gulov, Y.S. Moroz // International School-Seminar on New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions (NPQCD 2013), Conference Proceedings. — Dnipropetrovsk, Ukraine, 22-24 May 2013. — p. 74-77.
- [28] Gulov A. Optimal One-Parameter Observables for Z' Searches in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ Process // 12th International School-Seminar on The Actual Problems of Microworld Physics, Conference Proceedings. — Gomel, Belarus, 22 Jul-2 Aug 2013. — p.94-106.
- [29] Мороз Я. Модельно зависиміє поєски Z' бозона в процес-сах аннигиляції лептонів на ILC з удичшеною точністю / А. Гулов, Я. Мороз // Труды міжнародного семінара «Проблеми фізики фундаментальних взаємодій — теорія, феноменологія, експеримент» (ProFI-2015). — Гомель, Беларусь, 19-20 листопада 2015 г. — с.109-1114.
- [30] Gulov A.V. FeynArt Model Files and Z' Factors in Drell-Yan scattering [Web Resource] / A.V. Gulov, A.A. Kozhushko // Access mode: <http://goo.gl/s03JXF>.
- [31] Gulov A.V. Partonic Factors for Z' -boson in Drell-Yan scattering [Web Resource] / A.V. Gulov, A.A. Kozhushko // Access mode: <http://goo.gl/fSQNtt>.
- [32] Gulov A.V. NNLO K-factor for the Drell-Yan Scattering [Web Resource] / A.V. Gulov, A.A. Kozhushko // Access mode: <https://goo.gl/d3UTKS>.
- [33] Gulov A.V. Model independent search for Z' -boson signals / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Cornell University Library.

- Access mode: arXiv: 0905.2596 [hep-ph]. – Access date: 22.06.2009. – 60 pages.
- [34] Кожушко А.А. Пошук сигналів нового важкого нейтрального векторного бозона в процесах розсіювання гадронів. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук. Дніпропетровськ, 2015.
- [35] Glashow S.L. Partial-symmetries of weak interactions // Nucl. Phys. – 1961. – Vol. 22. – P. 579-588.
- [36] Weinberg S. A Model of Leptons // Phys. Rev. Lett. – 1967. – Vol. 19. – P. 1264.
- [37] Salam A. Weak and electromagnetic interactions / N. Svartholm, ed. “Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity” // Eighth Nobel Symposium, Stockholm: Almquist and Wiksell – 1968. – P. 367.
- [38] ZFITTER v.6.21: A semi-analytical program for fermion pair production in e^+e^- annihilation / D. Bardin, M. Bilenky, P. Christova, M. Jack, L. Kalinovskaya, A. Olchevski, S. Riemann, T. Riemann // Comput. Phys. Commun. – 2001. – Vol. 133. – P. 229–395.
- [39] ZFITTER – The Fortran Package ZFITTER [Web Resource] / D. Bardin, M. Bilenky, P. Christova, M. Jack, L. Kalinovskaya, A. Olchevski, S. Riemann, T. Riemann // Access mode: <http://zfitter.desy.de/>.
- [40] Hahn T. Generating feynman diagrams and amplitudes with FeynArts 3 // Comput. Phys. Commun. – 2001. – Vol. 140. – P. 418–431.

- [41] Hahn T. The FeynArts Visitor Center [Web Resource] // Access mode: <http://www.feynarts.de/>.
- [42] Mertig R. FEYN CALC: Computer algebraic calculation of Feynman amplitudes / R. Mertig, M. Bohm, A. Denner // Comput. Phys. Commun. – 1991. – Vol. 64. – P. 345–369.
- [43] Mertig R. FeynCalc [Web Resource] / R. Mertig, M. Bohm, A. Denner // Access mode: <http://www.feyncalc.org/>.
- [44] Hahn T. Automatized one-loop calculations in 4 and D dimensions / T. Hahn, M. Perez-Victoria // Comput. Phys. Commun. – 1999. – Vol. 118. – P. 153–165.
- [45] Hahn T. The FormCalc Visitor Center [Web Resource] / T. Hahn, M. Perez-Victoria // Access mode: <http://www.feynarts.de/formcalc/>.
- [46] Hahn T. The LoopTools Visitor Center [Web Resource] / T. Hahn, M. Perez-Victoria // Access mode: <http://www.feynarts.de/looptools/>.
- [47] Christensen N.D. FeynRules – Feynman rules made easy / N. D. Christensen, C. Duhr // Comput. Phys. Commun. – 2009. – Vol. 180. – P. 1614–1641.
- [48] Christensen N.D. FeynRules [Web Resource] / N. D. Christensen, C. Duhr // Access mode: <https://feynrules.irmp.ucl.ac.be/>.
- [49] Bardin D. The Standard Model in the Making: Precision Study of the Electroweak Interactions / D. Bardin, G. Passarino // Clarendon Press, Oxford. – 1999. – ISBN-13: 978-0198502807.
- [50] A Combination of preliminary electroweak measurements and constraints on the standard model / J. Alcaraz [et al.]

// Cornell University Library. – Access mode: arXiv: hep-ex/0612034. – Access date: 12.02.2007. – 173 pages.

- [51] OPAL Collaboration. Tests of the standard model and constraints on new physics from measurements of fermion pair production at 189-GeV to 209-GeV at LEP / G. Abbiendi *et al.* // Eur. Phys. J. C. – 2004. – Vol. 33. – P. 173–212.
- [52] OPAL Collaboration. Tests of the standard model and constraints on new physics from measurements of fermion pair production at 183-GeV at LEP / G. Abbiendi *et al.* // Eur. Phys. J. C. – 1999. – Vol. 6. – P. 1–18.
- [53] OPAL Collaboration. Tests of the standard model and constraints on new physics from measurements of fermion pair production at 130-GeV to 172-GeV at LEP / K. Ackerstaff *et al.* // Eur. Phys. J. C. – 1998. – Vol. 2. – P. 441–472.
- [54] DELPHI Collaboration. Measurement and interpretation of fermion-pair production at LEP energies above the Z resonance / J. Abdallah *et al.* // Eur. Phys. J. C. – 2006. – Vol. 45. – P. 589–632.
- [55] CMS Collaboration. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC / S. Chatrchyan *et al.* // Phys. Lett. B. – 2012. – Vol. 716. – P. 30–61.
- [56] ATLAS Collaboration. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC // Phys. Lett. B. – 2012. – Vol. 716. – P. 1–29.

- [57] ATLAS Collaboration. Observation of a new χ_b state in radiative transitions to $\Upsilon(1S)$ and $\Upsilon(2S)$ at ATLAS // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 108. – P. 152001.
- [58] LHCb Collaboration. First Evidence for the Decay $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 110. – P. 021801.
- [59] CMS Collaboration. Measurement of the B(s) to $\mu^+ \mu^-$ branching fraction and search for B^0 to $\mu^+ \mu^-$ with the CMS Experiment // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 111. – P. 101804.
- [60] LHCb Collaboration. Observation of the resonant character of the $Z(4430)^-$ state // Phys. Rev. Lett. – 2014. – Vol. 112. – P. 222002.
- [61] LHCb Collaboration. Observation of $J/\psi p$ Resonances Consistent with Pentaquark States in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$ Decays // Phys. Rev. Lett. – 2015. – Vol. 115. – P. 072001.
- [62] CMS Collaboration. Search for new physics in high mass diphoton events in proton-proton collisions at 13TeV / CMS-PAS-EXO-15-004.
- [63] The ATLAS collaboration. Search for resonances decaying to photon pairs in 3.2 fb^{-1} of pp collisions at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector / ATLAS-CONF-2015-081.
- [64] International Linear Collider [Web Resource] / M. Harrison *et al.* // Access mode: <http://www.linearcollider.org/ILC/>.
- [65] The International Linear Collider Technical Design Report – Volume 2: Physics / H. Baer *et al.* // Cornell University Library. – Access mode: arXiv:1306.6352 [hep-ph]. – Access date: 26.06.2013. – 204 pages.

- [66] The Compact Linear Collider [Web Resource] / R. Ruber *et al.* // Access mode: <http://clic-study.web.cern.ch/>.
- [67] Leike A. The phenomenology of extra neutral gauge bosons // Phys. Rep. – 1999. – Vol. 317. – P. 143–250.
- [68] Langacker P. The physics of heavy Z' gauge bosons // Rev. Mod. Phys. – 2008. – Vol. 81. – P. 1199–1228.
- [69] Rizzo T. Z' phenomenology and the LHC // Cornell University Library. – Access mode: hep-ph/0610104. – Access date: 09.10.2006. – 40 pages.
- [70] Langacker P. Constraints on additional Z bosons / P. Langacker, M. Luo // Phys. Rev. D. – 1992. – Vol. 45. – P. 278.
- [71] Cvetič M. Gauge structures beyond the standard model and 100-GeV mass region / M. Cvetič, B. Lynn // Phys. Rev. D. – 1987. – Vol. 35. – P. 51.
- [72] Degrand G. Renormalization of constrained $SU(2)_L \times U(1)_Y \times \tilde{U}(1)$ models / G. Degrand, A. Sirlin // Phys. Rev. D. – 1989. – Vol. 40. – P. 3066.
- [73] Gursey F. A universal gauge theory model based on E_6 / F. Gursey, P. Ramond, P. Sikivie // Phys. Lett. B. – 1976. – Vol. 60. – P. 177–180.
- [74] Hewett J. Low-Energy Phenomenology of Superstring Inspired $E(6)$ Models / J. Hewett, T. Rizzo // Phys. Rep. – 1989. – Vol. 183. – P. 193.
- [75] Pati J. Lepton number as the fourth “color” / J. Pati, A. Salam // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 10. – P. 275–289.

- [76] Mohapatra R. A Natural Left-Right Symmetry / R. Mohapatra, J. C. Pati // Phys. Rev. D. – 1975. – Vol. 11. – P. 2558.
- [77] Senjanovic G. Exact Left-Right Symmetry and Spontaneous Violation of Parity / G. Senjanovic, R. N. Mohapatra // Phys. Rev. D. – 1975. – Vol. 12. – P. 1502.
- [78] Chay J. Bounds of the mass of Z' and the neutral mixing angles in general $SU(2)_L \times SU(2)_R U(1)$ models / J. Chay, K. Lee, S. Nam // Phys. Rev. D. – 2000. – Vol. 61. – P. 035002.
- [79] Ma E. Particle Dichotomy and Left-Right Decomposition of $E(6)$ Superstring Models // 1987. – Phys. Rev. D. – Vol. 36. – P. 274.
- [80] Ashry M. Phenomenological Aspects of TeV Scale Alternative Left-Right Model / M. Ashry, S. Khalil // Phys. Rev. D. – 2015. – Vol. 91. – P. 015009.
- [81] The Littlest Higgs / N. Arkani-Hamed, A.G. Cohen, E. Katz, A. E. Nelson // JHEP. – 2002. – Vol. 0207. – P. 034.
- [82] Phenomenology of the little Higgs model / T. Han, H.E. Logan, B. McElrath, L.T. Wang // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 67. – P. 095004.
- [83] Kaplan D.E. The Little Higgs from a simple group / D.E. Kaplan, M. Schmaltz // JHEP. – 2003. – Vol. 0310. – P. 039.
- [84] Cortes Maldonado I. Radiative decays $ZH \rightarrow V_i Z (V_i = \gamma, Z)$ in little Higgs models / I. Cortes Maldonado, A. Fernandez Tellez, G. Tavares-Velasco // J. Phys. G. – 2012. – Vol. 39. – P. 015003.

- [85] Barger V. Baryonic Z' connection of LEP $R_{b,c}$ data with Tevatron $(W, Z, \gamma)b\bar{b}$ events / V. Barger, K. Cheung, P. Langacker // Phys. Lett. B. – 1996. – Vol. 381. – P. 226–236.
- [86] Heyssler M. A leptophobic massive vector boson at the Tevatron and the LHC // Phys. Rev. D. – 1996. – Vol. 54. – P. 5845–5854.
- [87] Hill C.T. Topcolor assisted technicolor // Phys. Lett. B. – 1995. – Vol. 345. – 483.
- [88] Popovic M.B. A Heavy top quark from flavor universal colorons / M. B. Popovic, E. H. Simmons // Phys. Rev. D. – 1998. – Vol. 58. – P. 095007.
- [89] Antoniadis I. Large dimensions and string physics in future colliders / I. Antoniadis, K. Benakli // Int. J. Mod. Phys. A. – 2000. – Vol. 15. – P. 4237–4286.
- [90] Kors B. A Stueckelberg extension of the standard model / B. Kors, P. Nath // Phys. Lett. B. – 2004. – Vol. 586. – P. 366–372.
- [91] Nath P. Predicted Signatures at the LHC from U(1) Extensions of the Standard Model // Mod. Phys. Lett. A. – 2010. – Vol. 25. – P. 3003–3016.
- [92] Coriano C. On the effective theory of low scale orientifold string vacua / C. Coriano, N. Irges, E. Kiritsis // Nucl. Phys. B. – 2006. – Vol. 746. – P. 77–135.
- [93] Hill C.T. Topcolor: Top quark condensation in a gauge extension of the standard model // Phys. Lett. B. – 1991. – Vol. 266. – P. 419–424.

- [94] Bönisch R. Generating bootstrap fermion condensation and weak doublet mass splitting by gauge interactions // Phys. Lett. B. – 1991. – Vol. 268. – P. 394–400.
- [95] Weinberg S. Implications of Dynamical Symmetry Breaking // Phys. Rev. D. – 1976. – Vol. 13. – P. 974–996.
- [96] Susskind L. Dynamics of Spontaneous Symmetry Breaking in the Weinberg-Salam Theory // Phys. Rev. D. – 1979. – Vol. 20. – P. 2619–2625.
- [97] An H. Searching for Low Mass Dark Portal at the LHC / H. An, R. Huo, L.-T. Wang // Phys. Dark. Univ. – 2013. – Vol. 2. – P. 50–57.
- [98] Alves A. The Dark Z' Portal: Direct, Indirect and Collider Searches / A. Alves, S. Profumo, F. S. Queiroz // JHEP. – 2014. – Vol. 1404. – P. 063.
- [99] Altmannshofer W. New physics in $b \rightarrow s$ transitions after LHC run 1 / W. Altmannshofer, D. M. Straub // Cornell University Library. – Access mode: arXiv: 1411.3161 [hep-ph]. – Access date: 12.11.2014. – 49 pages.
- [100] Accomando E. Z' physics with early LHC data / E. Accomando et al. // Phys. Rev. D. – 2011. – Vol. 83. – P. 075012.
- [101] Appelquist T. Infrared singularities and massive fields / T. Appelquist, J. Carazzone // Phys. Rev. D. – 1975. – Vol. 11. – P. 2856-2861.
- [102] Collins J. Low-energy manifestations of heavy particles: Application to the neutral current / J.C. Collins, F. Wilczek, A. Zee // Phys. Rev. D. – 1978. – Vol. 18. – P. 242-247.

- [103] Spin and model identification of Z' bosons at the LHC / P. Osland, A.A. Pankov, A.V. Tsytrinov, N. Paver // Phys. Rev. D. – 2009. – Vol. 79. – P. 115021.
- [104] The Higgs Hunter's Guide / J. Gunion, H. Haber., G. Kane, S. Dawson. – Addison-Wesley, Reading, MA, 1990.
- [105] Santos R. Renormalization of two-Higgs-doublet models / R. Santos, A. Barroso // Phys. Rev. D. – 1997. – Vol. 56. – 5366-5385.
- [106] Gulov A.V. Renormalizability and model-independent description of Z' signals at low energies / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Eur. Phys. J. C. – 2000. – Vol. 17. – P. 685–694.
- [107] Gulov A.V. Renormalizability and the model independent observables for abelian Z' search / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Phys. Rev. D. – 2000. – Vol. 61. – P. 055007.
- [108] Gulov A.V. Renormalizability and searching for the Abelian Z' boson in four-fermion processes / A.V. Gulov, V.V. Skalozub // Int. J. Mod. Phys. A. – 2001. – Vol. 16. – 179–188.
- [109] CDF Collaboration. Search for High-Mass e^+e^- Resonances in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 102. – P. 031801.
- [110] CDF Collaboration. A search for high-mass resonances decaying to dimuons at CDF // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 102. – P. 091805.
- [111] D0 Collaboration. Search for a heavy neutral gauge boson in the dielectron channel with 5.4 fb^{-1} of $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} =$

- 1.96 TeV // Phys. Lett. B. – 2011. – Vol. 695. – P. 88.
- [112] CMS Collaboration. Search for physics beyond the standard model in dilepton mass spectra in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV // Cornell University Library. – Access mode: arXiv: 1412.6302 [hep-ex]. – Access date: 19.12.2014. – 47 pages.
- [113] ATLAS Collaboration. Search for high-mass dilepton resonances in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector // Phys. Rev. D. – 2014. – Vol. 90. – P. 052005.
- [114] ATLAS Collaboration. Search for high-mass new phenomena in the dilepton final state using proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector // Phys. Lett. B. – 2016. – Vol. 761. – P. 372-392.
- [115] Spin identification of the Randall-Sundrum resonance in lepton-pair production at the LHC / P. Osland, A.A. Pankov, N. Paver, A.V. Tsytrinov // Phys. Rev. D. – 2008. – Vol. 78. – P. 035008.
- [116] Sneutrino identification in dilepton events at the LHC / P. Osland, A.A. Pankov, N. Paver, A.V. Tsytrinov // Phys. Rev. D. – 2010. – Vol. 82. – P. 115017.
- [117] Porsev S.G. Precision determination of electroweak coupling from atomic parity violation and implications for particle physics / S.G. Porsev, K. Beloy, A. Derevianko // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 102. – P. 181601.
- [118] Cho G.C. Z' bosons in supersymmetric E_6 models confront electroweak data / G.C. Cho, K. Hagiwara, Y. Umeda // Nucl. Phys. B. – 1998. – Vol. 531. – P. 65–94.

- [119] Cho G.C. Constraints on four-Fermi contact interactions from low-energy electroweak experiments / G.C. Cho, K. Hagiwara, S. Matsumoto // Eur. Phys. J. C. – 1998. – Vol. 5. – 155–165.
- [120] Global study of electron-quark contact interactions / V. Barger, K. Cheung, K. Hagiwara, D. Zeppenfeld // Phys. Rev. D. – 1998. – Vol. 57. – P. 391–404.
- [121] Improved constraints on Z' bosons from electroweak precision data / J. Erler, P. Langacker, S. Munir, E. Rojas // JHEP. – 2009. – Vol. 0908. – P. 017.
- [122] Review of Particle Physics / K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group) // Chin. Phys. C. – 2014. – Vol. 38. – P. 090001.
- [123] Ferrogia A. The Z' reconsidered / A. Ferrogia, A. Lorca, J.J. van der Bij // Annalen Phys.. – 2007. – Vol. 16. – P. 563–578.
- [124] del Aguila F. Electroweak limits on general new vector bosons / F. del Aguila, J. de Blas, M. Perez-Victoria // JHEP. – 2010. – Vol. 1009. – P. 033.
- [125] Osland P. Optimal observables for new-physics search at LEP2 / P. Osland, A. Pankov // Phys. Lett. B. – 1997. – Vol. 406. – P. 328–336.
- [126] Pankov A. Model independent limits on four fermion contact interactions at LC with polarization / A. Pankov, N. Paver // Phys. Lett. B. – 1998. – Vol. 432. – P. 159–166.
- [127] Babich A. Z' and anomalous gauge coupling effects at LEP-2 and their separation / A. Babich, A. Pankov, N. Paver // Phys. Lett. B. – 1998. – Vol. 426. – P. 375–383.

- [128] String consistency for unified model building / S. Chaudhuri, S. W. Chung, G. Hockney, J. Lykken // Phys. Lett. B. – 1995. – Vol. 456. – 89–129.
- [129] Physics implications of flat directions in free fermionic superstring models 1. Mass spectrum and couplings / G. Cleaver, M. Cvetič, J. R. Espinosa, L. Everett, P. Langacker, J. Wang // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 59. – 055005.
- [130] Cvetič M. Three family supersymmetric standard-like models from intersecting brane worlds / M. Cvetič, G. Shiu, A.M. Uranga // Phys. Rev. Lett. – 2001. – Vol. 87. – 201801.
- [131] Cvetič M. Phenomenology of a three family standard like string model / M. Cvetič, P. Langacker, G. Shiu // Phys. Rev. D. – 2002. – Vol. 66. – 066004.
- [132] Rizzo T.G. An Exploration of below threshold Z-prime mass and coupling determinations at the NLC // Phys. Rev. D. – 1997. – Vol. 55. – P. 5483–5493.
- [133] ALEPH Collaboration. Study of fermion pair production in e^+e^- collisions at 130-GeV to 183-GeV / R. Barate *et al.* // Eur. Phys. J. C. – 2000. – Vol. 12. – 183-207.
- [134] L3 Collaboration. Measurement of hadron and lepton pair production at 130-GeV less than $\sqrt{S}$ less than 189-GeV at LEP / M. Acciarri *et al.* // Phys. Lett. B. – 2000. – Vol. 479. – 101–117.
- [135] Model independent constraints on contact interactions from LEP-2 data analysis / A.A. Babich, G. Della Ricca, J. Holt,

- P. Osland, A.A. Pankov, N. Paver // Eur. Phys. J. C. – 2003. – Vol. 29. – 103–109.
- [136] Statistical Methods in Experimental Physics / W. Eadie, D. Dryard, F. James, M. Roos, B. Sadoulet (eds.) // North-Holland, Amsterdam. – 1971.
- [137] Precision electroweak measurements on the Z resonance / S. Schael *et al.* [ALEPH and DELPHI and L3 and OPAL and SLD Collaborations and LEP Electroweak Working Group and SLD Electroweak Group and SLD Heavy Flavour Group] // Phys. Rep. – 2006. – Vol. 427. – P. 257-454.
- [138] Dittmar M. Z-prime studies at the LHC: An Update / M. Dittmar, A.S. Nicollrat, A. Djouadi // Phys. Lett. B. – 2004. – Vol. 583. – P. 111–120.
- [139] Coriano C. Searching for Extra Z-prime from Strings and Other Models at the LHC with Leptoproduction / C. Coriano, A.E. Faraggi, M. Guzzi // Phys. Rev. D. – 2008. – Vol. 78. – P. 015012.
- [140] Petriello F. Measuring Z' couplings at the CERN LHC / F. Petriello, S. Quackenbush // Phys. Rev. D. – 2008. – Vol. 77. – P. 115004.
- [141] Rizzo T.G. Unique identification of graviton exchange effects in $e^+ e^-$ collisions // JHEP. – 2002. – Vol. 0210. – P. 013.
- [142] ATLAS Collaboration. Search for heavy resonances, and resonant diboson production with the ATLAS detector / N.T. Hod *et al.* // EPJ Web Conf. – 2013. – Vol. 49. – P. 15004.

- [143] CMS Collaboration. Search for heavy narrow dilepton resonances in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV and $\sqrt{s} = 8$ TeV / S. Chatrchyan *et al.* // Phys. Lett. B. – 2013. – Vol. 720. – P. 63–82.
- [144] CDF Collaboration. Measurement of $d\sigma/dy$ of Drell-Yan e^+e^- pairs in the Z Mass Region from $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV / T. A. Aaltonen *et al.* // Phys. Lett. B. – 2010. – Vol. 692. – P. 232–239.
- [145] Kirzhnits D.A. Macroscopic Consequences of the Weinberg Model / D.A. Kirzhnits, A.D. Linde // Phys. Lett. B. – 1972. – Vol. 42. – P. 471-474.
- [146] Sakharov A.D. Violation of CP Invariance, c Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe // JETP Lett. – 1967. – Vol. 5. – P.32.
- [147] Zinn-Justin J. Quantum field theory and critical phenomena // Int. Ser. Monogr. Phys. – 1996. – Vol. 92. – P. 1-1008.
- [148] Berges J. Nonperturbative renormalization flow in quantum field theory and statistical physics / J. Berges, N. Tetradis, C. Wetterich // Phys. Rep. – 2002. – Vol. 363. – P. 223.
- [149] Cea P. Dynamics of the scalar condensate in thermal 4-D selfinteracting scalar field theory on the lattice / P. Cea, M. Consoli, L. Cosmai // Nucl. Phys. Proc. Suppl.. – 2002. – Vol. 106. – P. 953.
- [150] Marky G. Thermodynamics and phase transition of the $O(N)$ model from the two-loop Φ -derivable approximation / G. Marky, U. Reinosa, Z. Szep // Phys. Rev. D. – 2013. – Vol. 87. – P. 105001.

- [151] Bordag M. Phase transition in scalar ϕ^4 theory beyond the super daisy resummations / M. Bordag, V. Skalozub // J. Phys. A. – 2001. – Vol. 34. – P. 461.
- [152] Baacke J. The $O(N)$ linear sigma model at finite temperature beyond the Hartree approximation / J. Baacke, S. Michalski // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 67. – P. 085006.
- [153] Nakano E. Transport coefficients of $O(N)$ scalar field theories close to the critical point / E. Nakano, V. Skokov, B. Friman // Phys. Rev. D. – 2012. – Vol. 85. – P. 096007.
- [154] Seel E. Thermodynamics of the $O(4)$ linear and nonlinear models within the auxiliary field method // Acta Phys. Polon. Supp. – 2011. – Vol. 4. – P. 733.
- [155] Petropoulos N. Linear sigma model at finite temperature // Cornell University Library. – Access mode: arXiv: hep-ph/0402136. – Access date: 12.02.2004. – 33 pages.
- [156] Linde A.D. Dynamical Symmetry Restoration and Constraints on Masses and Coupling Constants in Gauge Theories // JETP Lett. – 1976. – Vol. 23. – P. 64.
- [157] Weinberg S. Mass of the Higgs Boson // Phys. Rev. Lett. – 1976. – Vol. 36. – P. 294.
- [158] Celik T. The Order of the Deconfinement Transition in $SU(3)$ Yang-Mills Theory / T. Celik, J. Engels, H. Satz // Phys. Lett. B. – 1983. – Vol. 125. – P. 411.
- [159] Karsch F. The Influence Of Quarks On The $Su(3)$ Deconfinement Phase Transition // Nucl. Phys. A. – 1984. – Vol. 418. – P. 467.

- [160] Dynamics of phase transitions by hysteresis methods. 1. / B.A. Berg, U.M. Heller, H. Meyer-Ortmanns, A. Velytsky // Phys. Rev. D. – 2004. – Vol. 69. – P. 034501.
- [161] Demchik V. Monte Carlo simulations on Graphics Processing Units / V. Demchik, A. Strelchenko // Cornell University Library. – Access mode: arXiv: 0903.3053 [hep-lat]. – Access date: 30.03.2009. – 15 pages.
- [162] Demchik V. Pseudo-random number generators for Monte Carlo simulations on Graphics Processing Units // Comput. Phys. Commun. – 2011. – Vol. 182. – P. 692.
- [163] Parton distributions for the LHC / A.D. Martin, W.J. Stirling, R.S. Thorne, G. Watt // Eur. Phys. J. C. – 2009. – Vol. 63. – P. 189–285.
- [164] Martin-Stirling-Thorne-Watt Parton Distribution Functions [Web Resource] / A.D. Martin, W.J. Stirling, R.S. Thorne [et al.] // Access mode: <http://projects.hepforge.org/mstwpdf/>.
- [165] Passarino G. One-loop corrections for e^+e^- annihilation into $\mu^+\mu^-$ in the Weinberg model / G. Passarino, M. Veltman // Nucl. Phys. B. – 1979. – Vol. 160. – P. 151-207.
- [166] Peskin M. An Introduction to Quantum Field Theory / M. Peskin, D. Schroeder // Addison-Wesley, Reading. – 1995. – ISBN-13: 978-0201503975.
- [167] FEWZ 2.0: A code for hadronic Z production at next-to-next-to-leading order / R. Gavin, Y. Li, F. Petriello [et al.] // Comput. Phys. Commun. – 2011. – Vol. 182. – P. 2388–2403.
- [168] W physics at the LHC with FEWZ 2.1 / R. Gavin, Y. Li, F. Petriello, S. Quackenbush // Comput. Phys. Commun. –

2013. – Vol. 184. – P. 208–214.

- [169] FEWZ – Fully Exclusive W, Z Production through NNLO in pQCD [Web Resource] / R. Gavin, Y. Li, F. Petriello [et al.] // Access mode: <http://gate.hep.anl.gov/fpetriello/FEWZ.html>.
- [170] Z' Gauge Bosons at the Tevatron / M. Carena, A. Daleo, B. A. Dobrescu [et al.] // Phys. Rev. D. – 2004. – Vol. 70. – P. 093009.
- [171] Gehrman T. The Effects of a New Vector Boson on the Top Quark Cross Section at the Tevatron / T. Gehrman, W.J. Stirling // Phys. Lett. B. – 1996. – Vol. 381. – 221.
- [172] Georgi H. DECAYS OF A LEPTOPHOBIC GAUGE BOSON / H. Georgi and S.L. Glashow // Phys. Lett. B. – 1996. – Vol. 387. – 341.
- [173] The fate of the leptophobic Z' / M. Mangano, G. Altarelli, N. Di Bartolomeo, F. Feruglio, R. Gatto // Phys. Lett. B. – 1996. – Vol. 375. – 292.
- [174] Umeda Y. Constraints on leptophobic Z' models from electroweak experiments / Y. Umeda, G.-C. Cho, K. Hagiwara // Phys. Rev. D. – 1998. – Vol. 58. – 115008.
- [175] del Aguila F. Like-sign dilepton signals from a leptophobic Z' boson / F. del Aguila, J. A. Aguilar-Saavedra // JHEP. – 2007. – Vol. 0711. – 072.
- [176] Buckley M. Precision probes of a leptophobic Z' boson / M. Buckley, M. Ramsey-Musolf // Cornell University Library. – Access mode: arXiv: 1203.1102 [hep-ph]. – Access date: 06.03.2012. – 5 pages.

- [177] Dermisek R. New vector boson near the Z -pole and the puzzle in precision electroweak data / R. Dermisek, S.-G. Kim, A. Raval // Phys. Rev. D. – 2011. – Vol. 84. – 035006.
- [178] CDF Collaboration. Measurement of $d\sigma/dy$ of Drell-Yan e^+e^- pairs in the Z Mass Region from $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV // Phys. Lett. B. – 2010. – Vol. 692. – P. 232–239.
- [179] Ross D.A. Neutral Currents in Neutrino Experiments / D.A. Ross, M.J.G. Veltman // Nucl. Phys. B. – 1975. – Vol. 95. – P. 135.
- [180] Veltman M.J.G. Limit on Mass Differences in the Weinberg Model // Nucl. Phys. B. – 1977. – Vol. 123. – P. 89–99.
- [181] Ross D.A. Renormalization of a unified theory of weak and electromagnetic interactions / D.A. Ross, J.C. Taylor // Nucl. Phys. B. – 1973. – Vol. 51. – P. 125–144.
- [182] Sirlin A. Radiative Corrections in the $SU(2)_L \times U(1)$ Theory: A Simple Renormalization Framework // Phys. Rev. D. – 1980. – Vol. 22. – P. 971–981.
- [183] Jegerlehner F., in *Testing the Standard Model - TASI-90*, proceedings: Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics, Boulder, Colo., Jun 3-27, 1990, ed. M. Cvetič and P. Langacker, (World Scientific, Singapore, 1991), p. 916.
- [184] D0 Collaboration. Precise study of the Z/γ^* boson transverse momentum distribution in $p\bar{p}$ collisions using a novel technique // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106. – P. 122001.
- [185] D0 Collaboration. Measurement of the shape of the boson rapidity distribution for $p\bar{p} \rightarrow Z/\gamma^* \rightarrow e^+e^- + X$ events

- produced at $\sqrt{s}$ of 1.96 TeV // 2007. – Phys. Rev. D. – Vol. 76. – P. 012003.
- [186] Deshpande N.G. Decay of Z' in W^+W^- and Higgs modes / N.G. Deshpande, J. Trampetic // Phys. Lett. B. – 1988. – Vol. 204. – 665–668.
- [187] Discriminating Z' from anomalous trilinear gauge coupling signatures in $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ at ILC with polarized beams / V.V. Andreev, G. Moortgat-Pick, P. Osland, A.A. Pankov, N. Paver // Eur. Phys. J. C. – 2012. – 72. – P. 2147.
- [188] Quinn B. Z Boson Asymmetry Measurements at the Tevatron / B. Quinn, for the CDF, D0 Collaborations // Cornell University Library. – Access mode: arXiv: 1409.0600 [hep-ex]. – Access date: 02.09.2014. – 6 pages.
- [189] CDF Collaboration. Search for High Mass Resonances Decaying to Muon Pairs in $\sqrt{s} = 1.96$ TeV $p\bar{p}$ Collisions // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106. – P. 121801.
- [190] Caldwell A. BAT: The Bayesian Analysis Toolkit / A. Caldwell, D. Kollar, K. Kröninger // Comput. Phys. Commun. – 2009. – Vol. 180. – P. 2197–2209.
- [191] Shvartz A. Quantum field theory and topology // Springer Lecture Notes in Mathematics. – 1993. – Vol. 307. – P. 274.
- [192] Demchik V. QCDGPU: Open-Source Package for Muti-GPU Monte Carlo Lattice Simulations / V. Demchik, N. Kolomojets // Computer Science and Applications. – 2014. – Vol. 1, N 1. – P. 13–21.
- [193] Demchik V. Pseudorandom numbers generation for Monte Carlo simulations on GPUs: OpenCL approach, ch. 12 in

“Numerical Computations with GPUs,” ed. V. Kindratenko, Springer (2014).

- [194] High performance computing on graphics processing units
[Web Resource] / Demchik V. *et. al.* // Access mode:
<http://hgpu.org/>.
- [195] Continuum limit of finite temperature $\lambda \phi^4$ in
three-dimensions from lattice Monte Carlo / G. Bimonte,
D. Iñiguez, A. Tarancon, C.L. Ullod // Nucl. Phys. B. – 1997.
– Vol. 490. – P. 701.
- [196] Tetradis N. Analytical solutions of exact renormalization
group equations / N. Tetradis, D.F. Litim // Nucl. Phys. B. –
1996. – Vol. 464. – P. 492.
- [197] Agodi A. Lattice ϕ^4 in four-dimensions effective potential
giving spontaneous symmetry breaking and the role of the
Higgs mass / A. Agodi, G. Andronico, M. Consoli // Z. Phys.
C. – 1995. – Vol. 66. – P. 439.
- [198] Jansen K. Finite Temperature Symmetry Restoration in
the Four-dimensional ϕ^4 Model With Four Components /
K. Jansen, P. Seuferling // Nucl. Phys. B. – 1990. – Vol. 343.
– P. 507.