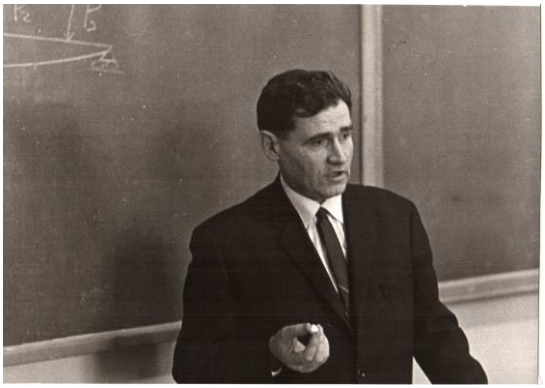
Міністерство освіти і науки України
Дніпровський національний університет
імені Олеся Гончара

АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА І МІЦНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ

Тези доповідей
Другої міжнародної науково-технічної конференції
пам’яті академіка
Володимира Івановича Моссаковського
(до сторіччя від дня народження)



27.08.1919-13.07.2006

Дніпро
10-12 жовтня 2019 р.

УДК 539.3

Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій / Тези доповідей Другої міжнародної науково-технічної конференції пам'яті академіка НАН України В. І. Моссаковського (до сторіччя від дня народження). Дніпро: 2019. – 340 с.

Збірник містить стислий виклад доповідей, поданих на Другу міжнародну науково-технічну конференцію пам'яті академіка НАН України В.І. Моссаковського «Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій», яка проходила 10-12 жовтня 2019 року у м. Дніпро. Матеріали присвячені таким актуальним проблемам механіки: контактні задачі, механіка руйнування та термоміцність деформівних тіл і конструкцій; теоретичні і експериментальні дослідження, оптимізація та комп'ютерні технології в задачах динаміки і міцності конструкцій; математичне та комп'ютерне моделювання в задачах механіки деформівного твердого тіла, аерогідромеханіки, біомеханіки, тепломасообміну і геомеханіки; проблеми технічної механіки та проектування конструкцій ракетно-космічної техніки.

Редакційна колегія

Головний редактор: чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф. М.В. Поляков.

Заступники головного редактора: чл.-кор. НАН України, д.т.н., проф. В.С. Гудрамович; д.ф.-м.н., проф. В.В. Лобода; к.ф.-м.н., проф. О.В. Хамініч.

Вчений секретар: к.ф.-м.н., доц. В.Г. Мусіяка.

Члени редколегії: академік НАН України, д.ф.-м.н., проф. В.Л. Богданов; д.ф.-м.н., проф. Н.Д. Вайсфельд; д.ф.-м.н., проф. Е.Л. Гарт; д.ф.-м.н., проф. О.Р. Гачкевич; д.ф.-м.н., проф. В.Б. Говоруха; д.ф.-м.н., проф. О.Г.Гоман; д.т.н., проф. В.З. Грищак; академік НАН України д.ф.-м.н., проф. В.Т. Грінченко; д.т.н., проф. С.О. Давидов; д.т.н., проф. А.П. Дзюба; д.т.н., проф. М.М. Дронь; чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф. О.М. Кісельова; чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф. Г.С. Кіт; д.т.н., проф. Л.І. Книш; чл.-кор. НАН України, д.т.н., проф. О.П. Круковський; д.ф.-м.н., проф. В.І. Кузьменко; д.т.н., проф. Л.В. Курпа; академік НАН України, д.ф.-м.н., проф. Р.М. Кушнір; д.т.н., проф. А.І. Маневич; д.ф.-м.н., проф. Р.М. Мартиняк; д.ф.-м.н., проф. Ю.В. Міхлін; д.ф.-м.н., проф. В.Г. Попов; д.т.н., проф. В.П. Пошивалов; д.ф.-м.н., проф. М.П. Саврук; к.т.н. В.М. Сіренко; д.т.н., проф. Г.І. Сокол; д.ф.-м.н., проф. П.О. Стеблянко; д.ф.-м.н., проф. Г.Т. Сулим; д.ф.-м.н., проф. Ю.А. Черняков; д.ф.-м.н., проф. А.Є. Шевельова; академік НАН України, д.ф.-м.н., проф. В.П. Шевченко.

Ухвалено до друку Вченою радою Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара 25.06.2019р. (протокол №13)

Ministry of Education and Science of Ukraine
Oles Honchar Dnipro National University

NOVEL PROBLEMS OF CONTINUUM MECHANICS AND STRENGTH OF STRUCTURES

Abstracts

of Second International Scientific and Technical Conference
devoted to the memory of academician

Volodymyr Mossakovskii

(to the 100th anniversary of birthday)

Dnipro
October 10-12, 2019

UDK 539.3

Novel problems of continuum mechanics and strength of structures.
/ Abstracts of the reports of the Second International Scientific and Technical Conference in memory of the academician of the NAS of Ukraine V.I. Mossakovskii (to the 100th anniversary of birthday). Dnipro: 2019. – 340 p.

The collection contains a concise presentation of the reports submitted to the Second International Scientific and Technical Conference in Memory of Academician NAS of Ukraine V.I. Mossakovskii "Novel problems of continuum mechanics and strength of structures ", which took place on October 10-12, 2019 in Dnipro. Materials are devoted to the following actual problems of mechanics: contact problems, fracture mechanics and thermal strength of deformable bodies and structures; theoretical and experimental research, optimization and computer technologies of the problems of dynamics and strength of structures; mathematical and computer modeling of the problems of solid mechanics, aerohydromechanics, biomechanics, heat transfer and geomechanics; problems of technical mechanics and design of rocket-space engineering structures.

Editorial board

Editor-in-chief: M.V. Poliakov.

Vice-editors-in-chief: V.S. Hudramovych; V.V. Loboda; O.V. Khaminich.

Senior secretary: V.G. Musiyaka.

International Editorial Board: V.L. Bogdanov; N.D. Vaysfeld; E.L. Hart; O.R. Hachkevych; V.B. Govorucha; O.G. Goman; V.Z. Gristchak; V.T. Hrinchenko; S.O. Davydov; A.P. Dzyuba; M.M. Dron’; O.M. Kiseliova; G.S. Kit; L.I. Knysh; O.P. Krukovskyi; V.I. Kuzmenko; R.M. Kushnir; A.I. Manevich; R.M. Martynyak; Y.V. Mikhlin; V.G. Popov; V.P. Poshivalov; M.P. Savruk; V.M. Sirenko; G.I. Sokol; P.O. Steblyanko; G.T. Sulym; Y.A. Chernyakov; A.E. Sheveleva; V.P. Shevchenko.

Approved for publication by the Academic Council of Oles Honchar Dnipro National University on June 25, 2019 (protocol No 13).

Академік В.І. Моссаковський –
ВИДАТНИЙ УЧЕНИЙ, ОРГАНІЗАТОР ВИЩОЇ ОСВІТИ, ГРОМАДЯНИН

Академік Володимир Іванович Моссаковський — видатний український учений-механік, фундатор Дніпровської наукової школи механіки, коло наукових інтересів якого охоплювало математичну теорію пружності, теорію тріщин і механіку руйнування, статику, динаміку і стійкість тонкостінних конструкцій. Багато його робіт з математичної теорії пружності одержали міжнародне визнання. Ним, уперше з вичерпною повнотою, розв'язані мішані задачі теорії пружності для півпростору з круговою лінією розділення граничних умов, задача для простору з плоским круговим розрізом, ряд просторових контактних задач зі змінною областю контакту. У процесі досліджень задач механіки деформівного твердого тіла В. І. Моссаковський отримав нові результати в теорії аналітичних функцій і інтегральних перетворень, аналітичної теорії диференціальних рівнянь, запропонував ефективні алгоритми дослідження контактних задач для некругових у плані штампів та розв'язання диференціальних рівнянь класу Фукса, до яких зводяться багато важливих мішаних задач теорії пружності.

Якщо мішані задачі теорії пружності були розв'язані В.І. Моссаковським у його дисертаційних дослідженнях, то проблеми, пов'язані з поведінкою тонкостінних конструкцій, з'явились у зв'язку з його плідною співпрацею з 1957 року з КБ ракетно-космічної техніки «Південне». Завдяки його глибоким математичним знанням, природній інтуїції та тонкому інженерному мисленню у цей час було розроблено унікальні методики розрахунку силових конструкції ракет. Це дозволило суттєво зменшити матеріалоємність ракетних конструкцій, а отже, й їх вагу. У КБ говорили, що йому вдавалось будь-яку складну задачу звести до задачі для стрижня. Його заслуги на цій царині відзначені Державною премією СРСР (1970 р.) і Премією Ради Міністрів СРСР (1981 р.).

Народився майбутній учений 27 серпня 1919 року в м. Мелітополь у сім'ї службовця. Після закінчення в 1939 році середньої школи №38 м. Дніпропетровська з золотою медаллю В.І. Моссаковський вступив до фізико-математичного факультету Дніпропетровського державного університету (ДДУ). У жовтні цього ж року його було призвано до Червоної Армії і далі, прямо зі строкової служби, – на Велику Вітчизняну війну.

Повернувшись з фронту після шестирічної перерви в навчанні, він у грудні 1945 р. поновився на перший курс ДДУ. Тут по-справжньому розкривається його блискучий талант майбутнього вченого. За 11 років В. І. Моссаковський пройшов шлях від першокурсника до доктора наук. Він з відзнакою закінчує фізико-математичний факультет. У 1950 році вступає до

аспірантури і через 2 роки, достроково, захищає кандидатську дисертацію, а через 4 роки (1956 р.), будучи докторантом Інституту механіки АН СРСР (м. Москва, 1954 – 1956 рр.), докторську дисертацію на тему «Деякі просторові контактні задачі теорії пружності». Одержані фундаментальні результати стали потужним підґрунтям для подальших досліджень процесів деформування пружних тіл в умовах контактної взаємодії, які згодом були реалізовані ним особисто та в роботах його численних учнів.

Ураховуючи потреби у фахівцях з міцності і надійності конструкцій ракетно-космічної техніки, в 1953 році на фізико-технічному факультеті ДДУ відкрито кафедру механіки суцільного середовища, яку майже відразу ж перейменували в кафедру аеромеханіки та теорії пружності (з 1992 по 2016 рр. – кафедра обчислювальної механіки і міцності конструкцій).

Будучи видатним ученим-механіком сучасності, створив у ДДУ потужну наукову школу з механіки, визнану далеко за межами України. За її зусиллями були вдало розв’язані багато важливих та різноманітних проблем як суто аналітичними, так числовими й експериментальними методами. Це мішані проблеми теорії пружності, задачі будівельної механіки, задачі міцності, стійкості і коливань тонкостінних конструкцій, задачі оптимального проектування конструкцій, задачі біомеханіки та багато інших.

Свого часу В. І. Моссаковським на кафедрі спочатку була організована невелика дослідницька група з вивчення поведінки тонкостінних конструкцій, на базі якої у 1969 році створена велика Проблемна НДЛ міцності і надійності конструкцій, де здійснювалися фундаментальні та прикладні дослідження задач механіки контактної взаємодії, статики й динаміки тонкостінних конструкцій, механіки руйнування та оптимального проектування конструкцій. Керовані В.І. Моссаковським колективи кафедри та лабораторії одержали вагомі наукові результати, багато з яких мали як фундаментальне наукове значення, так і широке впровадження в інженерну практику. У результаті науково-педагогічної та організаторської діяльності В.І. Моссаковського в Дніпропетровську склалася відома наукова школа в галузі механіки деформівного твердого тіла, яка стала одним із провідних підрозділів цієї галузі, а вихованці створеної ним кафедри продовжують справу вченого в науково-дослідній та педагогічній роботі Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара та у провідних конструкторських бюро ракетно-космічної та авіаційної техніки, вищих навчальних закладах і науково-дослідних інститутах НАН України.

Проведені у лабораторії під керівництвом В.І. Моссаковського наукові теоретичні та експериментальні дослідження публікувались у всесоюзних журналах та міжнародних виданнях, доповідались на всесоюзних конференціях, зокрема й на проведеній на базі ДДУ VII Всесоюзній конференції з пластин і оболонок (1969 рік).

Його співпраця з 1957 року з КБ ракетно-космічної техніки «Південне». у цей час призвела до розробки унікальних методик розрахунку силових

конструкції ракет. Це дозволило суттєво зменшити матеріалоємність ракетних конструкцій, а отже, й їх вагу. У КБ говорили, що йому вдавалось будь-яку складну задачу звести до задачі для стрижня.

Визнанням наукового авторитету професора В. І. Моссаковського стало його обрання в 1967 році членом-кореспондентом, а в 1972 році – дійсним членом АН УРСР по відділенню «Механіка, математика і кібернетика».

Професор В. І. Моссаковський був ініціатором і головою оргкомітетів багатьох авторитетних наукових конференцій і симпозіумів, виступав з доповідями на Міжнародних конгресах з теоретичної і прикладної механіки (США, 1968; Нідерланди, 1976; Канада, 1980; Данія, 1984), Всесоюзних з'їздах з теоретичної і прикладної механіки, наукових конференціях і симпозіумах. Він був членом Національних комітетів з теоретичної і прикладної механіки України і Росії. Протягом ряду років керував Науковою Радою НАН України Придніпровського регіону з проблеми «Кібернетика».

У 70-ті роки минулого сторіччя Проблемна НДЛ міцності і надійності конструкцій сумісно з медичною академією розпочали дослідження задач біомеханіки, зокрема ортопедії, що призвело до створення фактично дослідницької групи з вивчення опорно-рухового апарата людини. Були отримані значні результати у цій галузі, які було впроваджено в практику медицини.

В. І. Моссаковський – автор понад 270 наукових праць, з яких 7 монографій. Під його безпосереднім керівництвом захищено 12 докторських та 47 кандидатських дисертацій. Він вніс значний вклад у розвиток фундаментальних напрямків механіки деформівного твердого тіла.

В. І. Моссаковський завжди своєчасно відчував нові можливості сучасних технологій. Так, він одним із перших у СРСР зрозумів перспективи використання лазерних інтерференційно-оптичних методів для наукових досліджень у галузі механіки і створив у НДЛ міцності і надійності відповідну дослідницьку групу. Вона провела значний обсяг наукових і прикладних досліджень й вийшла на передові рубежі в СРСР на цій царині.

Важко переоцінити внесок професора В. І. Моссаковського в розвиток Дніпропетровського державного університету, ректором якого він був протягом 22 років. За цей час істотно зріс якісний рівень науково-викладацького складу, значно зміцнилась матеріально-технічна база університету, введено до ладу нові навчальні і наукові корпуси та створено могутній обчислювальний центр. Були організовані нові факультети, кафедри і лабораторії, зміцнені зв'язки з навчальними закладами і промисловими підприємствами.

Насамперед це відобразилося у побудові та введенні в експлуатацію нових об’єктів, серед яких були головний навчально-адміністративний корпус (№ 1), навчальні корпуси № 8-17, два гуртожитки (№ 4 і № 5) у сукупності більше, ніж на 1,5 тис. місць, спортивний комплекс із 4

спортивними залами і 2 плавальними басейнами. Результатами цієї роботи стало поліпшення умов праці і побуту викладачів і студентів університету. Вперше за багато років університет зміг відмовитись від оренди приміщень інших організацій, перейти на однозмінні заняття.

Видатна науково-педагогічна і громадська діяльність та наукові досягнення В. І. Моссаковського в прикладній механіці й механіці деформівного твердого тіла відзначені званням Героя Соціалістичної Праці (1982 р.) й іншими урядовими нагородами. В.І. Моссаковський двічі (1975, 1980 рр.) обирався депутатом Верховної Ради СРСР. У 1998 році його визнано гідним однієї з найвищих нагород України – ордена Ярослава Мудрого, а в 1999 р. – звання «Почесний громадянин м. Дніпропетровська». Його обрано також членом Президії обласної ради ветеранів, президентом Фонду соціального захисту вчених і їх родин.

В. І. Моссаковський був надзвичайно багатогранною творчою особистістю. Талановитий учений-механік він, водночас, був носієм культури в найвищому розумінні цього слова. Володів багатьма іноземними мовами, глибоко знав історію, був закоханий у літературу, добре грав у шахи, любив спорт, його приваблювали всі грані життя.

Для своїх учнів – він, насамперед, був доброзичливим і мудрим наставником. Широка ерудиція, талант дослідника й організатора, наукова принциповість і вимогливість, тонке відчуття нового і перспективного у поєднанні з умінням створити в колективі обстановку наукової творчості були притаманні йому протягом усіх років діяльності. В. І. Моссаковський – достойний взірець у науковому пошуку, педагогічній роботі, ставленні до праці.

Володимир Іванович Моссаковський – видатний учений-механік, талановитий педагог, блискучий організатор вищої школи, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, Почесний громадянин м. Дніпропетровська, Заслужений діяч науки і техніки України, Герой Соціалістичної Праці, Заслужений професор і Почесний ректор Дніпропетровського національного університету, Лауреат Державної премії СРСР у галузі науки і техніки та Премії Ради Міністрів СРСР, член Національного комітету з теоретичної і прикладної механіки, Людина 2000 року за оцінкою Міжнародного Бібліографічного Інституту (Кембридж, Велика Британія).

Учні академіка *НАН України*
В.І. Моссаковського

ЗМІСТ

Пленарні доповіді

Гудрамович Вадим Про основні наукові досягнення академіка В. І. Моссаковського в напрямку механіки деформівних твердих тіл і тонкостінних конструкцій 23

Богданов Вячеслав, Назаренко Владимир, Кипнис Александр О подходе к исследованию разрушения полуограниченного тела при сжатии вдоль межфазной приповерхностной трещины 25

Грінченко Віктор Аналітичні методи розв'язання граничних задач механіки для неканонічних областей 26

Гудрамович Вадим, Сіренко Володимир, Гарт Етері, Клименко Дмитро, Данієв Юрій До методології розрахунку ресурсу стартових пристроїв космічних ракет 30

Каиров Алексей, Шевченко Владимир, Каиров Владимир Напряженно-деформированное состояние подкрепленных эллипсоидальных оболочек с отверстиями и присоединенными твердыми телами при динамическом нагружении 32

Кіт Григорій, Івасько Наталія, Андрійчук Роман Дво- і тривимірні задачі термопружності для півпросторів за тепловиділення і теплоізоляції у плоских областях 34

Круковский Александр, Круковская Виктория Напряженное состояние слоистого газоносного массива в почве горной выработки 36

Кушнір Роман, Токовий Юрій, Ясінський Анатолій Осесиметричні термонапруження у пружному порожнистому циліндрі з довільно змінними вздовж радіуса тепловими властивостями 38

Маневич Леонид Нестационарная резонансная динамика: истоки, основные концепции и приложения 39

Матвєєв Валентин, Зіньковський Анатолій Коливання стрижневих елементів з локальними поверхневими пошкодженнями 41

Сиренко Владимир О возможности проведения виртуальных испытаний при разработке ракетно-космической техники с целью определения предельных несущих свойств 43

Черняков Юрий К вопросу о существовании сингулярности на поверхности текучести 45

Andrianov Igor, Danishevskyy Vladyslav Internal resonances in non-linear vibrations of heterogeneous structures 47

Rushchitsky Jeremiah Auxetic materials: new challenges for mechanics of materials 48

Контактні задачі. Механіка руйнування та термоміцність деформівних тіл і конструкцій 50

Адлуцький Віктор, Годес Аліна, Лобода Володимир Контактна задача для міжфазної тріщини в площині з еліптичним включенням 51

Антоненко Ніна, Ткаченко Ірина Плоска термопружна деформація шаруватої плити з неідеальним тепловим контактом між шарами 53

Білова Оксана, Щербина Ірина, Білова Юлія Асимптотичний метод в контактних задачах лінійної та нелінійної теорії пружності 55

Бобилєв Дмитро Дослідження росту тріщин в однорідних пластинах методом граничних елементів 57

Босаков Сергей, Скачёк Павел Контактное взаимодействие шарнирно опираемой балки и стены 59

Вайсфельд Наталя, Журавльова Зінаїда Плоска задача для шаруватої смуги 61

Василишин Андрій, Сулим Георгій, Пастернак Ярослав Термомагнітоелектропружність біматеріальних тіл із тонкими включеннями та тріщинами за неідеального контакту фаз 63

Вольчанські Томаш, Гачкевич Микола, Гуменчук Орест, Козярська Анна Оптимізація за параметрами термоміцності режимів відпалу термочутливих скляних елементів при нагріві зовнішньою температурою і джерелами тепла 65

Гачкевич Олександр, Козакевич Тереза, Волчаньскі Томаш Залишкові фазовий та напружений стани маловуглецевих низьколегованих сталевих пластин за нагріву рухомими розподіленими джерелами тепла 67

Гачкевич Олександр, Станік-Беслер Аніда, Терлецький Ростислав, Торський Адріан Математичні моделі та методи дослідження зумовленої тепловим опроміненням механотермодифузії в частково прозорих деформівних твердих тілах з газовими домішками 69

Гергель Ірина Про стійкість ортотропного біматеріального тіла з міжфазною тріщиною 71

Говоруха Володимир Аналіз електропроникної тріщини на межі поділу п’єзоелектрика та провідника 72

Годес Алина Контактная задача о взаимодействии берегов дуговой трещины в электрострикционном композите 73

Гриневич Аліна Про особливості деформування електропровідної тріщини між двома п'єзоелектричними матеріалами 75

Гук Наталія Ідентифікація параметрів задачі термопружності тонкостінних систем в умовах неоднорідного напружено-деформованого стану 76

Дацишин Олександра Сингулярні інтегральні рівняння в моделюванні процесів втомного руйнування та оцінюванні довговічності твердих тіл, підданих циклічному контактуванню 78

Демидов Олександр, Попов Всеволод Нестаціонарний закрут скінченного циліндра частково зчепленого з жорсткою основою із зовнішнім кільцевим відшаруванням 80

Довжик Михайло, Назаренко Володимир Руйнування високоеластичних та композитних матеріалів з приповерхневою тріщиною при стиску вздовж тріщини 82

Дреус Андрій, Рябчук Антон Моделювання термомеханічних полів в циліндричній стінці при інтенсивному тепловому впливі 84

Дудик Михайло Модель міжфазної тріщини зі співрозмірними зонами передруйнування і контакту берегів 86

Дудик Михайло, Решітник Юлія Когезійна модель зони передруйнування біля вершини міжфазної тріщини у точці зламу межі поділу матеріалів 87

Зіновєєв Ігор, Манько Наталія, Спиця Оксана Використання методу функцій податливості в задачах теорії пружності для шаруватих середовищ 88

Ірза Євгеній, Гачкевич Микола, Станік-Беслер Аніда, Моринь Стефан Числова модель оптимізації термонапруженого стану скляних елементів конструкцій при технологічному нагріві 89

Ірза Євгеній, Гуменчук Орест, Маринович Анджей, Можаровський Валентин До моделювання термонапруженого стану частково прозорої двошарової порожнистої кулі за теплового опромінення 91

Кирия Руслан, Ларионов Григорий Взаимодействие конвейерной ленты с футерованным барабаном 93

Козачок Олег Взаємодія текстурованих гладкими виїмками гідрофобних пружних тіл з урахуванням рідинного містка та ідеального газу 95

Козачок Олег, Мартиняк Ростислав, Маланчук Наталія, Слободян Богдан Локальне зношування пружних півпросторів із системою періодичних виступів 97

Комаров Олександр, Білий Дмитро, Лобода Володимир Міжфазна тріщина в біматеріальному п’єзоелектричному квазікристалічному просторі 99

Кривий Олександр, Морозов Юрій Змішана задача термопружності для міжфазного включення в кусково-однорідному трансверсально-ізотропному просторі 100

Кузьменко Василь, Плашенко Сергій Зв'язані контактні задачі про зворотній вплив деформування на дію зовнішніх сил 102

Левченко Максим, Михаїл Олександр, Садова-Квітка Марина, Квітка Ігор Про особливості деформування поліетиленових оболонок 104

Лобода Володимир, Мусіяка Вольєн, Рибка Володимир Про науковий доробок професора С.О. Смирнова 106

Макаренков Євгеній, Сясєв Андрій Термонапружений стан просторових конструкцій 108

Мачуга Олег, Яхно Олег Варіаційні нерівності в контактних задачах механіки неідеалізованих структурно неоднорідних гідромеханічних систем 110

Мисов Костянтин, Вайсфельд Наталя Динамічна задача кручення двічі-зрізаного пружного конусу 112

Острик Володимир Контакт берегів прямолінійної тріщини за складного навантаження та різних умов контакту 114

Петров Олександр, Черняков Юрій, Стеблянко Павло Вплив пам’яті форми матеріалу на поведінку стриженя 116

Плашенко Сергій, Кузьменко Василь Зв'язані задачі про взаємовплив деформування пружних тіл та тиску рідини або газу 117

Полищук Татьяна, Каминский Анатолий О расчете зоны предразрушения вблизи вершины клиновидного выреза, выходящего на негладкую границу раздела сред 119

Ревенко Віктор Побудова розв'язку рівнянь теорії пружності для деяких ортотропних матеріалів 121

Реут Віктор, Молоканов Юрій Концентрація напружень поблизу тріщини 123

Саврук Михайло, Казберук Анджей, Чорненький Андрій Метод сингулярних інтегральних рівнянь у задачах теорії пружності квазіортотропного тіла 125

Середницька Христина, Мартиняк Ростислав Контакт берегів міжфазної теплоізольованої щілини в різнорідному біматеріалі під дією термомеханічного навантаження 127

Сяський Андрій, Шевцова Наталія, Дейнека Олег Міжфазна тріщина на межі сполучення ортотропної пластинки з еліптичним отвором і замкненого пружного ребра 129

Ходанен Тетяна Тріщина із зоною контакту між двома п'єзоелектромагнітними матеріалами 131

Чернецький Сергій, Філіпова Ольга Математичне моделювання контактних задач для непружних багатошарових тіл 132

Шишканова Ганна, Зайцева Тетяна, Фридман Олександр Про просторову контактну взаємодію по двозв'язним областям з урахуванням тертя 134

Шпорта Анна, Кагадій Тетяна Застосування методу збурень до розв'язання деяких контактних задач 136

Ясько Микола Про граничні інтегральні подання для рівняння Нав'є-Коші 138

Knysh Paul, Sasaki Kanta, Furushima Tsuyoshi, Knezevic Marko, Korkolis Yannis P. A procedure for generating 3D microstructures from 2D scans 139

Kozinov Sergiy, Kuna Meinhard Application of continuum mechanics landis model for analysis of electromechanical fields around a crack in ferroelectric ceramics 140

Kozinov Sergiy, Sheveleva Alla Exact solution for a piezoelectric bi-material with periodical set of interface cracks under compressive-shear loading 141

Onopriienko Oleg, Loboda Volodymyr, Lapusta Yuri An interface crack with mixed electrical conditions at the faces under antiplane mechanical and in-plane electrical loadings 142

Zhuk Yaroslav Temperature dependence of cyclic properties of the transversely isotropic nanocomposite material 144

Теоретичні і експериментальні дослідження, оптимізація та комп'ютерні технології в задачах динаміки і міцності конструкцій 146

Бовсунівський Олесь, Полотняк Сергій, Лисаковський Валентин, Лєщук Олександр, Івахненко Сергій Комп'ютерне моделювання граничного стану пуансонів шестипуансонного апарата високого тиску 147

Волчок Денис Нечітке моделювання в оптимальному проектуванні стріжневих систем 149

Воробйов Юрій, Овчарова Наталія, Кулішов Сергій, Скрицький Олександр Коливання лопаток компресорів газотурбінних двигунів при їх взаємодії з газодинамічним потоком 151

Гайдар Анастасия, Данишевский Владислав Метод роя частиц для оптимального проектирования каркасных зданий с демпферами сухого трения 153

Годес Юлий, Кочеткова Инна Моделирование колебаний неоднородных вязкоупругих колец и шаров 155

Дем'яненко Анатолій, Гурідова Вікторія Узагальнення методу відокремлення змінних та деякі його застосування в задачах динаміки пружних систем з рухомим інерційним навантаженням 157

Дзюба Анатолій, Пацюк Анатолій Дослідження особливостей розподілу напружень в околі вершини тріщини в оптично-активному матеріалі 159

Дзюба Анатолий, Дзюба Пётр, Тонконоженко Анатолий Экспериментальное исследование влияния соединительного шва на устойчивость цилиндрических оболочек 160

Дзюба Анатолий, Сиренко Владимир Разработка концепции построения методики прогнозирования несущей способности конструкций ракетно-космической техники без использования разрушающих испытаний 161

Калиняк Богдан, Стащук Микола Напруження, викликані концентрацією водню у суцільному металевому тілі 163

Колодяжный Анатолий, Медникова Маргарита Эффекты влияния отверстия на устойчивость цилиндрических оболочек при кручении. численные и модельные эксперименты 165

Краснопольська Тетяна Стабілізація та нелінійні коливання консольного стрижня з закритичною жорсткістю на згин 166

Максимюк Володимир, Сущенко Євген До верифікації тензометричних експериментів на реєстраторі LMS SCADAS Mobile 168

Маневич Аркадий, Демедецкая Вероника Вязкоупругая балка Тимошенко с динамическим гасителем колебаний 170

Маневич Аркадий, Погасий Наталия Гашение колебаний балочных конструкций демпферами вязкого трения на краях 172

Маневич Аркадий, Прокопьева Елизавета Самосинхронизация вращения неуравновешенных роторов на упругой опоре 174

Маневич Аркадий, Шамаханов Владислав К оптимизации параметров динамического гасителя колебаний с учётом демпфирования в главной массе 176

Мейш Владимир, Мейш Юлия, Орленко Сергей Динамические задачи теории трехслойных цилиндрических оболочек с кусочно-однородным заполнителем 178

Савицький Олег Коливання малозаглибленого фундаменту на шаруватій водонасиченій ґрунтовій основі 179

Сафронова Інга, Левитіна Лариса, Рябченко Євген Алгоритм прискорення збіжності методу прямих для розв'язування крайових задач механіки оболонок обертання 181

Селиванов Юрий Развитие методологии голографического исследования нестационарных состояний конструкций 182

Mikhlin Yuri, Perepelkin Nikolay Forced nonlinear normal modes in the one disk rotor dynamics 184

Mikhlin Yuri, Onizhuk Anton Resonance behavior of the system with limited power supply having nonlinear absorber 186

Pilipchuk Valery Energy absorbers using stochastic properties of soft wall billiards 188

Математичне та комп'ютерне моделювання в задачах механіки деформівного твердого тіла, аерогідромеханіки, біомеханіки, тепломасообміну і геомеханіки 190

Механіка деформівного твердого тіла

Блажко Володимир, Репринцев Олексій Чисельний аналіз впливу технологічних і експлуатаційних пошкоджень на несучу здатність нафтогазових резервуарів 191

Буцикін Сергій, Волошко Віктор Розв'язування лінійної задачі теорії пластин методом граничних інтегральних рівнянь 192

Гаєвська Любов, Мусій Роман, Дрогомирецька Христина, Стасюк Галина, Моринь Стефан Термомеханічна поведінка електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди при врахуванні термопружного розсіювання енергії 194

Гачкевич Олександр, Чупик Ігор, Моринь Стефан Математичне моделювання залишкових напружень в елементах конструкцій у виробах з титанових сплавів при нагріві – охолодженні 196

Гембара Оксана, Чепіль Ольга, Гембара Назарій, Сапужак Ярослав Моделювання впливу водню на нагромадження пошкодження в металі за повзучості 198

Гук Наталія Про науковий доробок професора Н.І. Ободан 200

Дробенко Богдан, Марчук Михайло, Клименко Дмитро, Сіренко Володимир, Харченко Володимир Комп'ютерне моделювання процесів деформування та визначення руйнівних навантажень тонкостінних конструкцій складної форми 203

Ковальчук Станіслав, Горик Олексій Аналітичний розв'язок задачі пружного згину багатошарової кругової арки під дією рівномірно розподіленого нормального навантаження 204

Козакова Наталія Моделювання напружено-деформованого стану земної кори у процесі заповнення водосховища 206

Кудін Олексій, Чопоров Сергій До питання дослідження статичної стійкості тришарових оболонок обертання методом продовження розв'язку за параметром 208

Курпа Лідія, Лінник Ганна, Любицька Катерина, Морачковська Ірина Варіаційно-структурний метод для дослідження нелінійного згину функціонально-градієнтних пластин складної форми 209

Курпа Лідія, Тимченко Галина, Осетров Андрій, Щербініна Тетяна Застосування теорії R-функцій для дослідження геометрично нелінійних коливань шаруватих пологих оболонок асиметричної будови 210

Кушнір Роман, Ясінський Анатолій, Токовий Юрій Визначення термонапруженого стану функціонально-градієнтної порожнистої кулі за неповної інформації про теплове навантаження 211

Лавінський Денис, Морачковський Олег Напружено-деформований стан складених тіл при дії електромагнітного поля 212

Липовский Владимир, Макаров Василий Расчетно-экспериментальное исследование влияния структурных 3d имплантатов из полиактида на прочность и жесткость фиксации трехфрагментарного перелома плечевой кости 214

Манько Наталія, Спиця Оксана, Гоменюк Сергій, Гребенюк Сергій Застосування моментної схеми скінченного елементу у контактних задачах 216

Марчук Михайло, Харченко Володимир, Хом'як Микола, Пакош Віра Фізико-механічні характеристики перехресно армованих композитів з урахуванням просторового напружено-деформованого стану 218

Михайлишин Віра Вплив експлуатаційних теплових і механічних умов на перерозподіл залишкових напружень у відпалених виробах та його розрахунок методом скінченних елементів 219

Мірошніков Віталій Дослідження просторової задачі теорії пружності для шару з циліндричною порожниною на пружній основі 221

Науменко Леонид, Маметьев Андрей, Погребной Олег Биомеханическое моделирование костно-мозгового канала трубчатых костей применительно к проблеме эндопротезирования 223

Панченко Сергей, Красноперов Сергей, Зуб Татьяна Влияние угла наклона тибиального плато на изменение усилий в передней крестообразной связке 225

Пошивалов Володимир, Дояр Іван Оцінка часу до руйнування конструкційних матеріалів при ізотермічній повзучості в умовах складного напруженого стану 227

Савельєва Катерина, Дашко Ольга, Симчук Ярослав Плоскі хвилі в нанокомпозитних матеріалах. теоретичний аналіз та чисельне моделювання 228

Сторожук Євген, Максимюк Володимир, Чернишенко Іван Про концентрацію напружень в нелінійно-пружній ортотропній конічній оболонці з прямокутним отвором 230

Трофімов Олександр Багатосіткові методи у зворотних задачах для багатошарових основ 232

Шаповалова Марія, Водка Олексій Метод синтетичного моделювання структури високоміцного чавуну з подальшим аналізом властивостей матеріалу 233

Шматко Тетяна Дослідження вільних коливань функціонально-градієнтних пологих оболонок методом R-функцій 235

Ясній Олег, Марущак Павло, Дідич Ірина Застосування багатошарового персептрону до оцінки довговічності елементів конструкцій 236

Hart Eteri, Hudramovich Vadym, Levin Viktor, Reprintsev Oleksii, Samarska Olena Two approaches to prompt calculation of plate elements with holes for reinforced concrete tower structures of heat-and-power engineering 238

Kairov Alexei, Morhun Serhii Refined mathematical model for the marine gas turbine impellers contact problem solution 240

Smetankina Natalia Impact analysis of laminated complex-shape shells 241

Zelensky Anatoly An option of a mathematical theory of non-thin elastic plates and shells of low curvature with static loading 242

Аерогідромеханіка та тепломасообмін 244

Алексеенко Сергей Исследование влияния крупных ледяных наростов на аэродинамические характеристики профиля крыла 245

Алексєєнко Сергій Про науковий внесок професора О.А. Приходька в розвиток вітчизняної обчислювальної гідродинаміки та тепломасообміну 247

Амуров Антон, Бразалук Юлия, Губин Александр, Евдокимов Дмитрий Новые вычислительные технологии решения задач гидродинамики в областях с подвижными границами 250

Багно Александр, Щурук Галина О влиянии конечных начальных деформаций на волновые свойства системы, состоящей из упругого полупространства и слоя идеальной жидкости 252

Гоман Олег, Книш Людмила, Гладенко Володимир, Давидов Володимир Експериментальне дослідження оптимального кута нахилу лопаті вертикально-осьової вітротурбини 254

Кочубей Олександр, Поляков Микола, Хамініч Олександр, Євдокимов Дмитро Деякі тенденції розвитку сучасної обчислювальної гідромеханіки 256

Крашаница Юрий Метод граничных интегральных уравнений в краевых задачах динамики жидкостей и газов 260

Лазученков Дмитрий, Лазученков Николай Моделирование обтекания заряженного цилиндра потоком плазмы вблизи проводящей поверхности 262

Лазученков Дмитрий, Лазученков Николай Математическое моделирование зондовых измерений в потоке разреженной плазмы 263

Павличенко Артем, Демченко Татьяна, Елисеев Владимир, Семененко Евгений Математическая модель течения жидкости с растениями, плавающими на свободной поверхности 264

Півень Михайло Моделювання процесу завантаження віброрешета сипкою сумішшю 266

Поляков Микола, Хамініч Олександр, Євдокимов Дмитро Професор О.О. Кочубей та Дніпровська наукова школа обчислювальної гідромеханіки та обчислювального тепломасообміну 268

Семененко Евгений, Рубан Виталий, Рыжова Светлана Математическое моделирование процесса приготовления водоугольного топлива в железнодорожных цистернах 272

Сохацький Анатолій, Сохацький Олександр, Арсенюк Михайло Моделювання аеродинаміки транспортного засобу типу MAGLEV: проблеми та перспективи 274

Тарасов Сергей, Редчиц Дмитрий, Моисеенко Светлана, Тарасов Андрей Численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода в задачах аэрогидромеханики 276

Тонкошкур Илья Моделирование взаимодействия двухслойной жидкой пленки с газовым потоком 278

Яковенко Александр, Яковенко Вадим Компьютерное моделирование конвективного теплообмена в каналах двигательных установок в условиях фазовых превращений 279

Математичні проблеми природничих наук 281

Бойко Лідія Спогади про вчителя 281

Бучарский Валерий Явные методы Нордсика интегрирования по времени для решения эволюционных уравнений математической физики 283

Кісельова Олена, Гарт Людмила Про сіткові алгоритми розв'язання однієї коефіцієнтної оберненої задачі для еліптичного рівняння 284

Меньшиков Юрий Обратные задачи для механических систем 286

Турчина Валентина Використання паралельних форм алгоритмів при розпаралеленні обчислень 288

Melnikov Yuri, Borodin Volodymyr On the green's function approach to a specific class of problems arising in applied mechanics 290

Melnikov Max Numerical implementation of the existing forms of Green's functions for partial differential equations 292

Проблеми технічної механіки та проектування конструкцій ракетно-космічної техніки 294

Акимов Дмитрий, Ларионов Игорь, Клименко Дмитрий Анализ усилий в упоре механизма удержания РКН, полученных в ходе проведения наземной экспериментальной отработки 295

Акимов Дмитрий, Грищак Виктор, Гоменюк Сергей, Гребенюк Сергей, Дегтяренко Павел, Клименко Дмитрий, Ларионов Игорь, Сиренко Владимир, Чопоров Сергей 3-х шаговая оболочечная и трехмерная МКЭ-методики математического моделирования прочности бака ракеты-носителя с учетом жидкости и физической нелинейности материала 297

Алпатов Анатолий, Гольдштейн Юрий Перспективы орбитальной утилизации космического мусора 298

Андрієвський Юрій, Золотько Олександр Розробка моделі стійкого розповсюдження детонаційної хвилі, що обертається в камері ракетного двигуна 300

Батутина Татьяна, Бондарь Денис, Клименко Дмитрий Возможность использования газодинамического модельного стенда для определения акустических нагрузок при старте РН 302

Бондаренко Олег, Дзюба Анатолій Несиметричне навантаження фланцевих з'єднань трубопроводів в процесі складання і випробування трубопровідних магістралей ракет-носіїв 304

Грищак Виктор Аналитико-численные подходы к решению проблемы моделирования несущей способности конструкций ракетно-космической техники на базе гибридных 307

асимптотических методов

Грищак Виктор, Борю Сергей Использование системы аналитических вычислений MAXIMA для построения решений сингулярных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами 308

Давыдов Сергей, Сиренко Владимир, Семененко Павел Теоретические основы определения мест расположения дренажных отверстий на головном обтекателе ракеты-носителя 309

Дегтяренко Павло, Грищак Віктор, Грищак Дмитро, Д'яченко Наталія Рівностійкість до локальних і загальних форм випинання шпангоутних оболонкових систем ракетоносіїв при комбінованому зовнішньому навантаженні 311

Дронь Микола, Дреус Андрій, Дубовик Людмила Використання спадщини наукових шкіл 60-70 рр. для задач сучасної екобалістики низьких навколоземних орбіт 312

Жуган Олександр Багатофункціональність конструкційних матеріалів космічної техніки в умовах позаземного простору 314

Лабуткина Татьяна Внутренняя и внешняя механическая конфликтность кластерной группировки космических аппаратов 315

Лабуткина Татьяна Структуры, образованные опасно близкими участками траекторий орбитальных объектов 317

Пічкур Володимир, Черній Дмитро, Ремньов Владислав Про метод переорієнтації мікросупутника при обмеженнях на кутові швидкості 319

Позднишев Микола Аналіз характеристик капілярних накопичувачів при використанні металевої сітки у якості конструкційного матеріалу 320

Пророка Владислав, Липовский Владимир Анализ конструкции адаптера 1666МА ракеты-носителя Н-IIA 321

Сіренко Володимир, Іваницький Ярослав, Гвоздюк Микола, Максименко Олександр Визначення напружень зминання у болтовому з'єднанні композит-метал 323

Сокол Галина, Котлов Владислав, Мироненко Елена, Некрасов Валерий, Кириченко Сергей Моделирование характеристик акустических излучений при старте ракеты 325

Сокол Андрій, Сокол Галина Автоматизована система на базі реактивних систем залпового вогню для гасіння пожеж 327

Харченко Владимир, Клименко Дмитрий, Марчук Михаил, Дробенко Богдан Чувствительность механического состояния вафельной оболочки к допускам на толщину стенок и разбросу свойств материала 328

Шевцов Александр Роль расчета на прочность при проектировании композиционного топливного бака ракеты-носителя 329

Шувалов Валентин, Кочубей Галина, Кучугурный Юрий, Симанов Владимир Магнитогидродинамическая система «космический аппарат–плазма» как средство управления движением аппарата в ионосфере Земли 331

Юшкевич Олег, Алексеенко Сергей Актуальность аналитического описания систем прикладной механики 332

Yemets Mykhailo, Dron' Mykola Development of a method to predetermine g-load for autophage rocket 334

Алфавітний покажчик 336

Пленарні доповіді

УДК 539.3

ПРО ОСНОВНІ НАУКОВІ ДОСЯГНЕННЯ АКАДЕМІКА В. І. МОССАКОВСЬКОГО В НАПРЯМКУ МЕХАНІКИ ДЕФОРМІВНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ І ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ

Вадим Гудрамович

Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

hudramovich@i.ua

Володимир Іванович Моссаковський – видатний вчений-механік, блискучий організатор науки, доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України. З 1964 по 1986 р. – був ректором Дніпропетровського університету, з 1986 р. – Почесний ректор ДНУ. В 1953 р. він організував кафедру аеромеханіки і прикладної теорії пружності, завідувачем якої був до 1989 р. Був організатором і науковим керівником Проблемної науково-дослідної лабораторії міцності і надійності конструкцій ДНУ (1968 – 1989).

В. І. Моссаковський створив і багато років очолював відому наукову школу з механіки деформівного твердого тіла, динаміки і міцності конструкцій. Він підготував 11 докторів і майже 50 кандидатів наук. Його видатні роботи, абсолютна більшість з яких в галузі математичної теорії пружності виконані ним особисто, а в галузі динаміки і міцності технічних систем – особисто і з багатьма учнями, ряд з яких під його керівництвом також досягли значних успіхів, широко відомі в нашій країні і далеко за її межами.

Герой праці, Заслужений діяч науки України, Лауреат Державної премії в галузі науки і техніки, Почесний громадянин м. Дніпропетровська, В. І. Моссаковський – наша гордість, людина, яка внесла видатний вклад в розвиток вітчизняної науки.

Коротко розглянуто дані про найбільш вагомі наукові досягнення академіка В. І. Моссаковського [1 – 4].

В галузі математичної теорії пружності В. І. Моссаковський вирішив мішані задачі для півпростору з круговою лінією розділу граничних умов, низку задач про тиск півпростору з плоским круговим розрізом, ряд складних просторових контактних задач при змінній зоні контакту. Ним одержані нові принципові результати в теорії інтегральних перетворень і теорії диференціальних рівнянь (перш за все рівнянь типу Фукса, які доцільно використовувати при розв'язуванні мішаних задач теорії пружності). Побудовані ефективні методи і алгоритми розрахунку складних контактних задач для штампів при різних умовах контактної взаємодії з пружними

середовищами. Розглянуто нові важливі задачі теорії тріщин і механіки крихкого руйнування.

В галузі міцності і стійкості тонкостінних оболонково-пластинчатих конструкцій ним розглянута велика кількість різноманітних задач при екстремальних умовах експлуатації конструкцій: задач контактної взаємодії конструкцій з різноманітними штампами (зокрема, опорами) і елементів конструкцій між собою; задач стійкості оболонкових конструкції при нерівномірному (зокрема, локальному) навантаженні; задач статистичної динаміки; надійності і довговічності оболонкових конструкцій. Ці дослідження були тісно пов'язані з бурхливим розвитком найважливіших галузей сучасної техніки: ракетно-космічної, енергетики, транспортного машинобудування, нафтогазової промисловості. В 1959 р. за розпорядженням Головного конструктора в ДКБ «Південне» для В. І. Моссаковського була створена науково-технічна група, яка потім перетворилася у сектор; тобто він значний час був науковим керівником досліджень в галузі міцності в ДКБ.

Тісний зв'язок з важливими прикладними задачами пріоритетних галузей техніки завжди був характерним для Володимира Івановича.

Слід особливо відмітити, що В. І. Моссаковський велику увагу завжди приділяв розвитку експериментальних досліджень і обчислювальної техніки. Особливо це було пов'язано з його видатною науково-організаційною діяльністю, зокрема, на відповідній посаді Ректора Дніпропетровського державного університету.

1. *Гудрамович В. С.* Про зустрічі з видатними вченими Дніпровського національного ун-ту // Бористен. – 2018. – №6 (323) – С. 11–14.
2. *Дзюба А. П.* «Кузня кадрів» – професіоналів в галузі динаміки і міцності конструкцій // Вісн. Дніпровського ун-ту. – 2013. – Т. 21. – №5. Сер. Механіка. – Вип. 17. – Т. 2. – С. 3–12.
3. Ми пам’ятаємо! Університет звитяжний: статті і нариси / За заг. ред. М. В. Полякова. – Д.: Ліра, 2017. – 238 с.
4. В.І. Моссаковський – вчений, ректор, особистість / Наук. редактори М. В. Поляков, В. С. Гудрамович, А. П. Дзюба – Д.: Вид. ДНУ, 2009. – 664 с.

ABOUT THE MAIN SCIENTIFIC ACHIEVEMENTS OF ACADEMICIAN V. I. MOSSAKOVSKY IN THE DIRECTION OF MECHANICS OF DEFORMABLE SOLIDS AND THIN-WALLED STRUCTURES

A brief-review of the main scientific achievements of academician V. I. Mossakovsky in the direction of mechanics of deformable solids and thin-walled structures are given.

УДК 539.375

О ПОДХОДЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ РАЗРУШЕНИЯ ПОЛУОГРАНИЧЕННОГО ТЕЛА ПРИ СЖАТИИ ВДОЛЬ МЕЖФАЗНОЙ ПРИПОВЕРХНОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ

Вячеслав Богданов, Владимир Назаренко, Александр Кипнис

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины

a.l.kipnis@gmail.com

В работе рассмотрена задача о сжатии кусочно-однородной полуплоскости усилиями, направленными вдоль расположенной в границе раздела двух материалов приповерхностной трещины. Задача относится к неклассическим проблемам механики разрушения, поскольку при такой схеме нагружения реализующееся в теле напряженно-деформированное состояние является однородным и в соответствующих представлениях для напряжений и перемещений в окрестности трещины отсутствуют сингулярные составляющие. Вследствие равенства нулю коэффициентов интенсивности напряжений классические критерии разрушения Гриффитса-Ирвина для рассматриваемой задачи оказываются неприменимыми [1]. В указанной ситуации начало развития трещины связывается с локальной потерей устойчивости состояния равновесия части материала в области, примыкающей к трещине. С использованием подходов трехмерной линеаризированной теории устойчивости деформируемых тел выполнена математическая постановка задачи и предложен подход к ее исследованию. При использовании представления напряжений и перемещений через комплексные потенциалы рассмотрен случай, когда для каждого из материалов корни соответствующего характеристического уравнения являются равными.

1. *Guz A.N.* Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies // Berlin – Hiedelberg – New York: Springer. – 1999. – 555 p.

AN APPROACH TO ANALYSIS OF FRACTURE OF SEMI-BOUNDED BODY UNDER COMPRESSING ALONG INTERFACIAL NEAR-SURFACE CRACK

The problem of compressing a piece-homogeneous half-plane with forces directed along the near-surface crack located in the interface of two materials is considered. Using the approaches of the linearized theory of deformed bodies stability, the mathematical formulation of the problem was carried out.

УДК 539.3

АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГРАНИЧНИХ ЗАЛАЧ МЕХАНІКИ ДЛЯ НЕКАНОНІЧНИХ ОБЛАСТЕЙ

Віктор Грінченко

Інститут гідромеханіки НАН України

vgrinchenko@yahoo.com

Постановка цієї доповіді в значній мірі зумовлена тією частиною життєвого досвіду автора, яка пов'язана з пам'яттю про видатного вченого механіка В. І. Моссаковського. Початок моєї наукової кар'єри припадає на кінець 50-их років і пов'язаний з першими кроками дослідницької роботи в інституті, який тільки но змінив назву і став Інститутом механіки НАН України. До роботи в Інституті було залучено багато випускників київських вузів. Що стосується фундаментальних проблем механіки то основна увага молоді в цей час була зосереджена на контактних задачах теорії пружності та задачах концентрації напружень. Що стосується контактних задач, то особливий вплив на молодь мала робота В. І. Моссаковського [1], яка сприймалася як зразок завершеності розв'язку математично сформульованої задачі механіки. Що стосується прикладних досліджень, визначальним фактором тут стала тісна співпраця Інституту механіки і, особливо, відділу термопружності, в якому я працював. Хочу відзначити, що стиль цієї співпраці в значній мірі визначався М. К. Янгелем і В. І. Моссаковським. Діяльність В. І. Моссаковського справила величезний вплив на розвиток досліджень прикладних проблем ракетобудування.

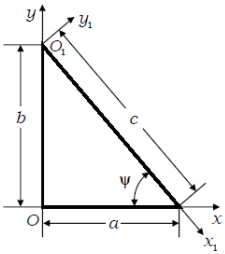
Цю доповідь, в певному сенсі, можна сприймати, як результат впливу краси аналітичної роботи В. І. Моссаковського на двох молодих науковців – А. Т. Улітко і автора цієї доповіді. Ми багато розмірковували про можливість узагальнення ідей В. І. Моссаковського, розвинутих при дослідженні проблем контактної взаємодії елементів конструкцій і в результаті з'явилася робота про кільцеву тріщину в пружному тілі [2]. В подальшому ми велику увагу приділяли проблемі – як розширити коло задач механіки, для яких можна побудувати і ефективно використати аналітичні розв'язки відповідних граничних задач. В результаті було сформульовано ідею, яка дозволяє вирішувати цю задачу і накопичено значний об'єм практично розв'язаних задач. В цьому короткому опису представлено лише ескіз ідеї. Значну кількість важливих і корисних деталей методу можна знайти в книзі [3], яка вільно доступна в електронному варіанті.

Загальновідомо, що стосовно рівнянь в частинних похідних (за винятком одновимірного хвильового рівняння) не можливо ставити питання про загальний розв'язок. Однак аналіз розв'язків класичних граничних задач

в багатьох монографіях з математичної фізики дозволяє визначити спільну основу успіху в побудові цих розв'язків. Найпростіший приклад – крайова задача для рівняння Лапласа в круговій області $r \le a$ при заданих на границі значеннях шуканої функції $\varphi(r,\theta)$. Маємо простий розв'язок (для простоти конкретний тип симетрії поля вибрано)

$$\varphi(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \left(\frac{r}{a}\right)^n \cos n\theta \qquad (1)$$

Як би не змінювалися граничні умови форма цього розв'язку залишається незмінною. Для конкретних умов невідомі коефіцієнти A_n визначаються як коефіцієнти Фур'є функції в граничних умовах. Саме ця обставина слугує підставою для введення поняття *загального розв'язку граничної задачі* для даної області. Таке поняття для задач математичної фізики виявляється конструктивним. Саме з його використанням можна ставити задачу пошуку аналітичних розв'язків граничних задач для неканонічних областей. Проілюструємо ідею прикладом. Нехай треба знайти розв'язок аналогічної граничної задачі для рівняння Лапласа в трикутній області, показаній на рисунку. Границі цього трикутника утворені частинами координатних поверхонь двох Декартових систем координат xOy та $x_1O_1y_1$. У відповідності з основною ідеєю методу спробуємо побудувати загальний розв'язок цієї граничної задачі з використанням частинних розв'язків рівняння Лапласа саме в вибраних координатних системах. Враховуючи необхідність мати в загальному розв'язку складової, що забезпечує наявність повної ортогональної системи функцій на частині поверхні $0 \le x_1 \le c$ першу складову загального розв'язку представимо в вигляді



$$\varphi_1 = \sum_{m=0}^{\infty} A_n \cos\frac{n\pi}{c} x_1 \ell^{\frac{n\pi}{c} y_1}$$

В цій складовій достатньо функціональної свободи, щоб виконати довільні граничні умови на гіпотенузі трикутника. Дві другі складові за аналогією представляються у вигляді

$$\varphi_2 = \sum_{m=0}^{\infty} B_m \cos\frac{m\pi}{a} x \ell^{-\frac{m\pi}{a} y}, \quad \varphi_3 = \sum_{k=0}^{\infty} D_k \cos\frac{k\pi}{b} y \ell^{-\frac{k\pi}{b} x}.$$

Сума цих трьох виразів представляє загальний аналітичний розв'язок граничної задачі для рівняння Лапласа в трикутній області. З точки зору класичного підходу до розв'язання граничних задач можна сказати, що загальний розв'язок поставленої граничної задачі одержано як суму розв'язків для трьох півплощин з періодичними граничними умовами. Ясно,

що тепер не вдається так просто визначити у відповідності з граничними умовами невідомі коефіцієнти в приведених виразах. Практично їх визначення пов'язане з розв'язанням нескінченної системи алгебраїчних рівнянь. Але аналітичний розв'язок для неканонічної області побудовано. При використанні такого підходу до задач механіки виникають певні питання, детальний аналіз яких можна найти в [3]. Одне із важливих питань пов'язане з вибором способу формування алгебраїчних систем при практичному аналізі конкретних задач. Типове для механіки використання мінімізації середньо квадратичної похибки при виконанні граничних умов (розкладання функцій в ряд Фур'є) суттєво ускладню обчислювальну процедуру. В доповіді пропонуються суттєві спрощення процедури обчислень. Практичні обчислення стають набагато простішими, якщо замість мінімізації середньо квадратичного відхилення використовувати поточкову апроксимацію функцій в граничних умовах. Практичний досвід при розв'язанні багатьох задач підтвердив можливість одержання кількісних оцінок характеристик поля з високою точністю.

Слід звернути увагу на те, що вимогами до властивостей складових загальних розв'язків, аналогічних до представлених вище, конкретні вирази цих складових не визначаються однозначно. Так, для розглянутого конкретного випадку трикутної області замість повних систем функцій типу косинус можна використати синусоїдальні функції або комбінації обох систем.

Такий якісний опис сутності методу дозволяє зрозуміти можливість його використання для великої кількості конкретних областей. Очевидно, що такого типу конструкція загального розв'язку може бути легко побудована для внутрішньої області будь якого випуклого багатогранника. Специфічні проблеми виникають при аналізі динамічних задач для нескінченних областей. Крім звичайних граничних умов в них слід задовольняти умовам випромінювання енергії на нескінченності. Техніку побудови розв'язків в таких випадках описано в [3].

1. *Моссаковский В.И.* Основная смешанная задача теории упругости для полупространства с круговой линией раздела граничных условий // ПММ. – 1954. – **18,** вып. 2. – С. 187-196.
2. *Гринченко В.Т., Улитко А.Ф.* Растяжение упругого пространства, ослабленного кольцевой трещиной // Прикл. механика. – 1965. – **I**, вып. 10. – С. 61-64.
3. *Гринченко В. Т., . Вовк И. В., Мацыпура В. Т.* Волновые задачи акустики. – Киев: Интерсервис, 2013. – 572 с.

ANALYTICAL SOLUTIONS OF MECHANICAL BOUNDARY PROBLEMS FOR NONCANONICAL DOMAINS

The description of the essence of the method of constructing analytic solutions of boundary problems of mechanics for non-canonical domains is presented. The method can be applied to linear problems of mechanics, for which the principle of superposition of partial solutions takes place. The basic idea of the method is formulated on the basis of an analysis of the construction of solutions for classical canonical domains. Such solutions essentially use the properties of completeness and orthogonality of the Sturm Liouville functions systems. The constructive concept of the general solution of the boundary value problem is provided, which ensures the completeness of the systems of functions used to satisfy the boundary conditions. Using this idea, algorithms for constructing general analytical solutions can be implemented for a wide range of concrete problems. The boundary surfaces of the regions for which the use of the method is possible are formed by parts of coordinate surfaces of coordinate systems, in which the method of separating the variables is effectively used for constructing partial solutions. The essence of the procedure for constructing analytic solutions is illustrated by the example of the simplest boundary value problem for the Laplace equation. The determination of the values of unknown coefficients in general terms for the desired functions leads to infinite systems of linear algebraic equations. Different algorithms for the formation of such systems are possible. The traditional method of mechanical problem solving, based on minimizing the mean square error of the execution of boundary conditions, can lead to rather complex procedures for determining coefficients in infinite systems. In many cases, a more efficient procedure for the formation of infinite systems is based on the point approximation (method of collocation) of functions in boundary conditions.

УДК 539.3+629.76

ДО МЕТОДОЛОГІЇ РОЗРАХУНКУ РЕСУРСУ СТАРТОВИХ ПРИСТРОЇВ КОСМІЧНИХ РАКЕТ

Вадим Гудрамович[1], Володимир Сіренко[2], Етері Гарт[3], Дмитро Клименко[2], Юрій Данієв[1]

[1] Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України, [2] Державне підприємство «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля, [3] Дніпровський національний університет ім. О. Гончара

[1]hudramovich@i.ua; [2]v.sirenko@ukr.net; [3]hart@ua.fm; [2]klymenko dv@hotmail.com

Стартові пристрої космічних ракет-носіїв, призначених для виводу на навколоземну орбіту космічних апаратів різного типу, створені і плідно функціонують у багатьох державах світу з розвинутою ракетно-космічною інфраструктурою [5, 6, 9]. Для різних держав вони мають особливості, виходячи з класу і потужності космічних ракет-носіїв, особливостей їх експлуатування, рівня розвитку ракетно-космічної техніки. Різноманітні питання, що виникають при створенні нормативних основ розрахунку ресурсу стартових пристроїв, потребують розгляду спеціальних задач міцності і ресурсу елементів стартових споруд і ракет-носіїв.

Запропоновані підходи до створення методології обґрунтування нормативних основ ресурсу конструкцій стартових споруд космічних ракет-носіїв. Зазначені основні задачі при їх проектуванні, проведена класифікація елементів стартових пристроїв, типів теплових навантажень великої інтенсивності і пошкоджень елементів конструкцій стартових споруд при екстремальних термомеханічних діях, пов´язаних із пусками космічних ракет-носіїв.

Важливим є дослідження взаємного впливу елементів конструкцій при урахуванні пластичного деформування матеріалу. Саме виникнення пластичних деформацій характеризує початок руйнування, або появи недопустимих порушень форми елементів конструкцій [7].

При розробці схем розрахунку ресурсу, який визначає число пусків ракет-носіїв з урахуванням пошкоджень внаслідок технологічних та експлуатаційних дефектів, широко використовується поняття мало і багатоциклової втоми при інтенсивних знакозмінних термомеханічних навантаженнях [2 – 4, 8, 9].

Наведено дані про розробку швидкозбіжних схем числових методів при проведенні великої кількості оперативних розрахунків, що стосується процесів відпрацювання елементів конструкцій вказаних пристроїв і космічних ракет. Такі схеми розробляються для числових методів скінчених елементів, кінцевих різниць, локальних варіацій і приводять до суттєвого

скорочення часу розрахунків. Їх достовірність перевіряється при порівнянні з відповідними результатами на основі ліцензованих пакетних схем для тестових задач.

При створенні основ обґрунтування ресурсу доцільно залучення сучасних експериментальних досліджень, методів технічної діагностики (зокрема, при неруйнівному контролі, методів голографічної інтерферометрії і акустичної емісії) [1].

При розгляді розглянутих проблемних питань міцності і ресурсу використано досвід проектування сучасної ракетно-космічної техніки та інших пріоритетних галузей техніки, які визначено в багатьох літературних джерелах [1 – 9].

1. *Гудрамович В. С., Скальський В. Р., Селіванов Ю. М.* Голографічне та акустико-емісійне діагностування неоднорідних конструкцій і матеріалів : монографія / за ред. З. Т. Назарчука. – Львів: Простір-М, 2017. – 492 с.
2. *Мак-Ивили А. Дж* Анализ аварийных разрушений: пер. с англ. – М.: Техносфера, 2010. – 416 с.
3. Прочность, ресурс, живучесть и безопасность машин / Отв. ред. Н. А. Махутов. – М.: Книжн. дом «Либроком», 2019. – 576 с.
4. Технічна діагностика матеріалів і конструкцій: Довідн. посібн. у 8 т. / За ред. З. Т. Назарчука. – Львів: Простір - М, 2016 – 2018.
5. Шестьдесят лет в ракетостроении и космонавтике / Под общ. ред. А. В. Дегтярева. – Днепропетровск: АРТ Пресс, 2014. – 540 с.
6. http://www.yuzhnoe.com/presscenter/media/photo/technique/launch-vehique**.**
7. *Hudramovich V. S., Hart E. L., Klymenko D. V., and Rjabokon S. A.* Mutual influence of openings on strength of shell-type structures under plastic deformation // Strength of Materials. – 2011. – **45**, No. 1. – P. 1 – 9.
8. *Hudramovich V. S., Sirenko V. N., Klimenko D. V., Daniev Yu. F., and Hart E. L.* Development of the normative framework methodology for justifying the residual resource of starting buildings' constructions of space launch vehicles // Strength of Materials. – 2019. - **51**, No. 3. – P. 333 – 340.
9. *Song* Z. Test and launch control technology for launch vehicles. – Beijing: Nat. defense, Industry Press / Singapore: Springer, 2018. – 256 p.

TO THE METHODOLOGY FOR CALCULATING THE RESOURCE FOR LAUNCHING SPACE ROCKETS

Approaches to substantiation for calculation of a resource of starting facilities for the space are determined. Classifications of elements of starting facilities, thermomechanical loadings and technological and operational defects are given. The considered schemes take into account concepts a little and much cyclic weariness. Quickly converging projective - iterative schemes of numerical methods are proposed, and the needs to use methods of technical diagnostics for non-destructive test (in particular holographic and acoustic emission diagnostics) are noted.

УДК 539.3

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК С ОТВЕРСТИЯМИ И ПРИСОЕДИНЕННЫМИ ТВЕРДЫМИ ТЕЛАМИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Алексей Каиров[1], Владимир Шевченко[2], Владимир Каиров[1]

[1] *Национальный университет кораблестроения имени адмирала С.О. Макарова,*
[2] *Донецкий национальный университет имени Василя Стуса*

alex-kairov@yandex.ua

Особое место в расчетной практике инженерных конструкций занимают задачи расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) и амплитудно-частотных характеристик конструктивно неоднородных оболочек при динамическом нагружении. Обзор работ по данной проблеме приведен в [1, 2].

Рассматриваются вынужденные гармонические колебания и НДС подкрепленных тонких упругих эллипсоидальных оболочек с отверстиями и присоединенными твердыми телами с учетом дискретного размещения ребер в продольном и поперечном направлениях. Разработан эффективный численный алгоритм и программное обеспечение. Задача решается методом конечных элементов [6] в линейной постановке в рамках гипотез Кирхгофа-Лява и Кирхгофа-Клебша.

Уравнения гармонических колебаний исследуемой оболочечной системы получены с использованием вариационного принципа Лагранжа [3]:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\}, \tag{1}$$

где $\{\ddot{q}\}$, $\{\dot{q}\}$, $\{q\}$ – векторы ускорений, скоростей и обобщенных перемещений узлов конечно-элементной оболочечной модели; $[K],[C],[M]$ – матрицы жесткости, демпфирования и масс; $\{F\}$ – вектор возмущающих внешних сил. Коэффициенты демпфирования определяются для всей оболочечной системы исходя из ее диссипативных свойств и демпфирующей способности [4].

Решение системы (1) для малых колебаний ищем в виде:

$$\{q\} = \{q_o(\cos\phi + i\sin\phi)\}e^{i\Omega t}, \tag{2}$$

где q_o – вектор амплитуд перемещений узлов модели; Ω – круговая частота возбуждающих внешних сил; i – мнимая единица; ϕ – сдвиг фаз для перемещений; t – координата времени.

Гармонический анализ вынужденных колебаний рассматриваемой оболочки выполняется с использованием метода суперпозиции мод [4]. Амплитуды колебаний определяются методом разложения виброперемещений по ранее вычисленным в модальном анализе собственным формам свободных колебаний [3]. С использованием полученных значений амплитуд с применением соотношений Коши и закона Гука определяются деформации и напряжения. Рассматриваются вопросы численной реализации алгоритма, устойчивости и сходимости решений.

Получены новые численные результаты для изотропных эллипсоидальной и цилиндрической оболочек, характеризующие влияние различных граничных условий, отверстий различного профиля, подкрепляющих ребер и жестко присоединенных твердых тел на амплитудно-частотные характеристики и НДС. Выявлены новые зависимости, закономерности и физико-механические эффекты, обусловленные конструктивными неоднородностями оболочечной системы.

Выполнено сопоставление полученных численных результатов с известными решениями и экспериментальными данными [2, 5].

1. *Заруцкий В.А., Луговой П.З., Мейш В.Ф.* Динамические задачи и напряженно-деформируемое состояние неоднородных оболочечных структур при стационарных и нестационарных нагрузках // Прикл. механика.– 2009.– **45**, № 3. – С.23–58.
2. Методы расчета оболочек / А.Н. Гузь, И.С. Чернышенко, Вал.Н. Чехов, Вик.Н. Чехов и [др.].; Под ред. А.Н. Гузя. – К.: Наук. думка, 1980. – Т.1: Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. – 636 с.
3. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Гувер У.* Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. 472 с.
4. *Трощенко В.Т., Куриат Р.И., Лебедев А.А.* Прочность материалов и конструкций. – К.: Академпериодика, 2005. – 1086 с.
5. *Kairov A.S.* An experimental study of the vibrations of cylindrical shells with holes // Journal of Mathematical Sciences. – 1998. – Vol. 90, № 1. – P. 1879–1882.
6. *Zienkiewich O.C., Teylor R.L.* The finite element method. Fifth edition. – Oxford, 2000. – 348 p.

STRESS-STRAIN STATE OF REINFORCED ELLIPSOIDAL SHELLS WITH HOLES AND ATTACHED SOLIDS UNDER DYNAMIC LOADING

The main aim of this work is to develop the new refined mathematical models of forced vibrations of stiffened cylindrical shells with holes under the action by the normal steady load, varying in time according to the harmonic law. This problem is solved by the finite element method of the developed more correct mathematical model, that gives an opportunity to take into consideration the shell's constructional non-homogeneity systems.

УДК 539.3

ДВО- І ТРИВИМІРНІ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ПІВПРОСТОРІВ ЗА ТЕПЛОВИДІЛЕННЯ І ТЕПЛОІЗОЛЯЦІЇ У ПЛОСКИХ ОБЛАСТЯХ

Григорій Кіт, Наталія Івасько, Роман Андрійчук

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

hkit@iapmm.lviv.ua, natalya_ivasko@ukr.net, andriychukroman@gmail.com

Визначено дво- і тривимірне стаціонарне температурне поле й термопружний стан півбезмежних тіл з вільною, жорстко, гладко або гнучко закріпленою межею за тепловиділення або теплоізоляції в областях, розташованих у паралельних або перпендикулярних до межі площинах за нульової температури чи теплоізоляції на межі.

Під час формулювання задачі теплопровідності використано потенціали простого або подвійного шару, густинами яких є джерела або диполі тепла на місці тепловиділення або теплоізоляції. Ці густини за заданої температури на місці тепловиділення або теплового потоку на місці теплоізоляції визначили з інтегральних рівнянь із сингулярними та регулярними ядрами, що враховують взаємодію включень з межею тіла.

При розв’язуванні задачі термопружності використано термопружні потенціали переміщень у безмежному тілі із дзеркально розташованими відносно межі півпростору джерелами або диполями тепла. Для виконання крайових умов на межі тіла побудовано бігармонічні функції Лява та функції Буссінеска. Метод функцій Лява зручний, коли термопружний потенціал переміщень виражений інтегралом Ганкеля [2, 3]. Якщо ж цей потенціал заданий в явному вигляді, то зручніше користуватися функціями Буссінеска, вираженими через суму двох гармонічних функцій [1, 4–7], побудова яких зводиться до розв’язування крайових задач для гармонічних функцій у півпросторі.

Отримані співвідношення для переміщень і напружень є відповідними функціями Ґріна і можуть бути використані при визначенні термопружного стану півпростору за тепловиділення і теплоізоляції в областях, розташованих у паралельних або перпендикулярних до межі площинах. Їх також буде використано при дослідженні напружено–деформованого стану тіл за наявності в тепловидільних і теплоізольованих областях тріщин або жорстких включень.

Робота частково виконана за рахунок коштів бюджетної програми “Підтримка розвитку пріоритетних напрямків наукових досліджень” КПКВК 6541230.

1. *Івасько Н. М.* Двовимірна задача термопружності для півпростору з жорстко, гладко або гнучко закріпленою межею за тепловиділення у паралельній до неї стрічковій області // Прикл. проблеми мех. і мат. – 2017. – Вип. 15. – С. 139–146.
2. *Кіт Г. С., Андрійчук Р. М.* Вплив стаціонарного джерела тепла на напружений стан півпростору з жорстко, гладко або гнучко закріпленою межею // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2015. – **58,** № 4. – С. 78-86.
3. *Кіт Г. С., Андрійчук Р. М.* Термонапружений стан півпростору з вільною, жорстко, гладко або гнучко закріпленою межею за теплоізоляції в області, розміщеній у паралельній до межі площині // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2017. – **60,** № 4. – С. 111–123.
4. *Кіт Г. С., Андрійчук Р. М.* Термопружний стан півпростору із закріпленою межею за тепловиділення у паралельній до неї круговій області // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2017. – **53**, № 3. – С. 98–104.
5. Кіт Г. С., Андрійчук Р. М. Функції Буссінеска тривимірних задач термопружності для півпросторів з джерелом або диполем тепла // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2018. – **61,** № 3. – С. 40–44.
6. *Кіт Г. С., Івасько Н. М.* Двовимірна задача термопружності для півпростору за тепловиділення у паралельній до його межі стрічковій області // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2016. – **59**, № 3. – С. 147–155.
7. *Кіт Г. С., Івасько Н. М.* Двовимірна задача термопружності для півпростору з вільною, жорстко, гладко або гнучко закріпленою межею за теплоізоляції у паралельній до неї стрічковій області // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2018. – **61**, № 2. – С. 80–90.

TWO- AND THREE-DIMENSIONAL THERMOELASTICITY PROBLEMS FOR HALF-SPACES AT HEAT-GENERATION AND HEAT-INSULATION IN FLAT DOMAINS

Under the action of a heat source or thermal dipole, the Green's functions of the stationary heat conduction and thermoelasticity problems for semi-infinite body with a free, rigidly, smoothly or flexibly clamped boundary, on which zero temperature or thermal insulation is maintained, are constructed. The harmonic potentials of the simple or double layer and the potentials of thermoelastic displacements in an infinite space with two mirror-like heat sources or thermal dipoles relative to the half-space boundary are used in solving the heat conduction problem and thermoelasticity problem. The density of heat sources and thermal dipoles is determined from the integral equations with singular and regular kernels. Biharmonic Love functions or Boussinesq's functions for the satisfaction of the boundary conditions are constructed. Explicit expressions for temperature, displacements and stresses used to determine the temperature field and half-space thermoelastic state at heat-generation and heat-insulation in domains, located on the planes parallel or perpendicular to the boundary.

УДК 622.267.5

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ СЛОИСТОГО ГАЗОНОСНОГО МАССИВА В ПОЧВЕ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

Александр Круковский, Виктория Круковская

Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины

igtm@ukr.net

Анализ работы глубоких шахт Донбасса показывает, что значительная часть подготовительных выработок находится в неудовлетворительном состоянии из-за интенсивного пучения пород почвы. Механизм деформирования прочных породных слоев заключается в упругом изгибе в полость выработки с последующим разломом и образованием продольной трещины вдоль выработки. Если образующиеся в почве трещины достигают газоносных пластов, происходит прорыв метана в выработку, что приводит к загазированию рудничной атмосферы, травмированию горнорабочих, увеличению затрат на поддержание выработки.

Исследование связанных процессов упругопластического деформирования слоистого углепородного массива и фильтрации метана выполнено с помощью метода конечных элементов. Рассмотрена горная выработка арочного сечения 15 м^2, в почве которой залегают песчаник мощностью 1,0 м (предел прочности на сжатие σ_c =46 МПа, модуль упругости E=18*10^3 МПа), и угольный пропласток мощностью 0,4 м (σ_c = 16 МПа, E=3*10^3 МПа, газоносность 15 м^3/т). Вмещающие породы – аргиллит (σ_c =25 МПа, E=11*10^3 МПа).

В результате моделирования были получены поля напряжений, перемещений, зоны неупругих деформаций, значения давления метана на различных временных итерациях. Показано, что различие физико-механических свойств пород почвы выработки обуславливает неравномерность распределения геомеханических параметров $Q^*=(\sigma_1-\sigma_3)/\gamma H$ и $P^*=\sigma_3/\gamma H$ – в более прочном песчанике нарастает концентрация напряжений, в центральной его части 1,2 < Q^*< 1,6, в краевых – Q^*>1,6. При этом в аргиллите и угле Q^*< 1,0, рис. 1а. Дальнейшее перераспределение поля напряжений (для данных условий при t >5 сут.) приводит к выполнению критерия прочности Кулона-Мора и разрушению угля и аргиллита под слоем песчаника в почве выработки.

Анализ вертикальных перемещений пород в почве выработки, показывает, что различные породные слои перемещаются неравномерно. То есть деформирование пород почвы выработки происходит с увеличением объема геоматериала, вызывая процессы расслоения и трещинообразования.

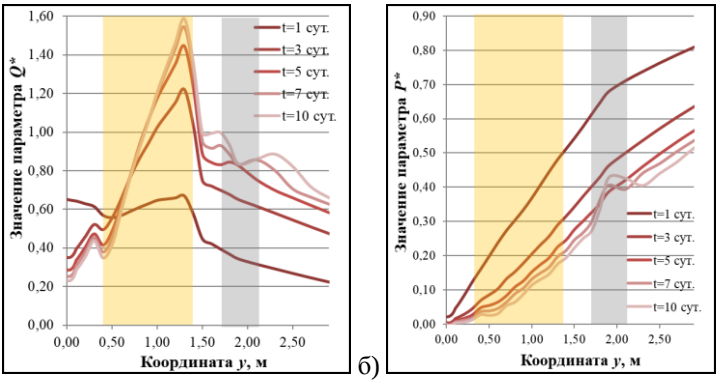


Рисунок 1 – Изменение значений параметров: а) Q^* и б) P^* в почве выработки вдоль вертикальной оси, проходящей через центр выработки, в различные моменты времени *i*

Влияние увеличения объема горных пород на рост фильтрационной проницаемости учитывалось при расчете параметров фильтрации метана в нарушенной области вокруг выработки. Показано, что, начиная с момента времени t=3 сут., давление газа в верхней части газоносного песчаника падает. Это говорит о том, что метан перемещается из областей с более высоким давлением в область, где давление минимально – в атмосферу выработки. Разрушение угля (t >5 сут.) сопровождается выделением метана и накоплением его под слоем прочного песчаника, при хрупком разрушении которого происходит прорыв накопленного метана в выработку.

THE STRESS STATE OF THE LAYERED GAS-BEARING ROCKS IN THE BOTTOM OF MINE WORKING

The mathematical model has been developed for the coupled processes of the rock massif deformation and gas filtration in a disturbed area around mine working, in the bottom of which there are hard and soft gas-bearing rocks. When solving the problem, the finite element method was used. It is shown that the difference in the physical and mechanical properties of the bottom rocks of mine working causes the non-uniform distribution of geomechanics and filtration parameters. In more strong sandstone, the stresses concentration increases. Therewith, an intensive process of fractures formation takes place in the argillite and the coal. Destruction of the coal interlayer is accompanied by release of methane and its accumulation under the layer of a strong sandstone. The development of a zone of inelastic deformations leads to the destruction of sandstone. In case of brittle destruction, with the formation of fractures of a certain length, a breakthrough of methane may occur out of the bottom into mine working.

УДК 539.3

ОСЕСИМЕТРИЧНІ ТЕРМОНАПРУЖЕННЯ У ПРУЖНОМУ ПОРОЖНИСТОМУ ЦИЛІНДРІ З ДОВІЛЬНО ЗМІННИМИ ВЗДОВЖ РАДІУСА ТЕПЛОВИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

Роман Кушнір, Юрій Токовий, Анатолій Ясінський

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

dyrector@iapmm.lviv.ua; tokovyy@gmail.com; yasinskyy.anatoliy@gmail.com

Дослідження термопружної поведінки неоднорідних циліндричних тіл є важливою проблемою сучасної механіки як завдяки їх широкому застосуванню в різних галузях людської діяльності, так і з огляду на стрімкий розвиток сучасних технологій виготовлення композитних матеріалів, зокрема функціонально-градієнтних, із наперед заданими профілями розподілу теплофізичних та механічних характеристик. У зв’язку з цим особливої ваги набуває розробка ефективних методів побудови загальних розв’язків задач термопружності для таких тіл у випадку довільної залежності властивостей матеріалу від просторових координат, що ускладнено потребою розв’язання диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами.

У доповіді наведено методику побудови аналітичних розв’язків задач термопружності для порожнистого циліндра за дії осесиметричного теплового навантаження. Коефіцієнти теплопровідності та лінійного теплового розширення взято довільними функціями радіальної координати, а решту властивостей матеріалу – сталими. За допомогою методу безпосереднього інтегрування [1] відповідну задачу теплопровідності зведено до інтегрального рівняння другого роду та розв’язано аналітично з використанням методу резольвенти.

1. *Tokovyy Yu*. Direct integration method // Encyclopedia of Thermal Stresses / R. B. Hetnarski (ed.). – Dordrecht: Springer, 2014. – **1**. – P. 951–960.

AXISYMETRIC THERMAL STRESSES IN AN ELASTIC HOLLOW CYLINDER WITH ARBITRARY RADIAL VARIATION OF THERMAL PROPERTIES

An analytical solution is presented to an axisymmetric thermoelasticity problem for a long hollow cylinder subjected to thermal loadings. The thermoelastic and thermophysical properties of the cylinder are assumed to have arbitrary distribution profiles across the cylinder wall. The heat-conduction problem was reduced to an integral equation of second kind and solved analytically by means of the resolvent-kernel technique. This allows for the analysis of thermal and stress fields in the inhomogeneous cylinder, as well as for the verification of the hypotheses adopted for the thin cylindrical shells assuming the linear variation of the temperature versus the thickness.

УДК 534-5

НЕСТАЦИОНАРНАЯ РЕЗОНАНСНАЯ ДИНАМИКА: ИСТОКИ, ОСНОВНЫЕ КОНЦЕПЦИИ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Леонид Маневич

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук

manevitchleonid3@gmail.com

Развитие существенно нелинейной физики, фактически начавшееся после открытия солитонов, привело к открытию локализованных нелинейных волн – бризеров в бесконечномерных колебательных цепях. Они оказались аналогом нелинейных нормальных мод в конечномерных системах, которые могут быть как кооперативными, так и пространственно локализованными. Нормальные моды являются стационарными состояниями, которые в линейном случае образуют базис для построения решений при произвольных начальных условиях (т.е. и для нестационарных режимов), поскольку справедлив принцип суперпозиции.

Широкий класс проблем, возникающих при энергообмене в молекулярных цепях, метаматериалах, наноструктурах (углеродные нанотрубки), энергетических ловушках, функционирующих в условиях резонанса, может быть решен в рамках новой концепции нестационарной резонансной динамики систем с конечным числом степеней свободы с использованием медленного масштаба времени. Такой масштаб проявляется в силу малого различия частот, резонирующих нелинейных нормальных мод, что приводит к возможной их согласованности (когерентности).

Углубленный анализ показывает необходимость введения понятий слабого и сильного резонанса. В случае слабого резонанса резонирующие линейные и нелинейные нормальные моды устойчивы и специфика нестационарных процессов определяется только возможной когерентностью. При сильном же резонансе хотя бы одна из резонирующих мод неустойчива, что означает наличие существенного межмодового взаимодействия. Это обстоятельство приводит к важному выводу: в случае сильного резонанса нелинейные нормальные моды, соответствующие стационарным процессам, не могут служить адекватным базисом для описания нестационарных процессов. Адекватными фундаментальными нестационарными решениями оказываются предельные фазовые траектории, описывающие максимально возможный энергообмен, не между отдельными частицами (кроме случая двух слабо связанных осцилляторов) или нормальными модами, а между слабо взаимодействующими кластерами частиц. Роль сильно

взаимодействующих резонирующих нелинейных мод в этом случае состоит в выделении, при их помощи, слабо взаимодействующих кластеров. Переход от описания в терминах нелинейных нормальных мод к описанию в терминах кластеров реализуется в медленном времени и приводит к базисной системе нелинейных уравнений, которая оказывается интегрируемой и допускает полное аналитическое исследование. При четном числе частиц в цепи каждый кластер содержит одни и те же частицы. В случае же нечетного их числа (например, в системе трех слабо связанных осцилляторов) необходимо ввести кластеры переменного состава. Именно полный межкластерный энергообмен является фундаментальным нестационарным процессом, который описывается предельными фазовыми траекториями. Они играют в нестационарной динамике роль, аналогичную роли линейных и нелинейных нормальных мод в стационарной теории. Если в случае слабого резонанса все нестационарные процессы могут быть описаны в терминах резонирующих нормальных мод в силу слабого их взаимодействия, то в условиях сильного резонанса анализ в терминах предельных фазовых траекторий оказывается единственным адекватным методом анализа задач нестационарной динамики.

Важно отметить, что роль консервативного приближения в задачах классической динамики при учете диссипативных сил и внешних полей проявляется в том, что резонансные аттракторы могут быть реализованы лишь на нормальных модах или предельных фазовых траекториях.

Сравнительно недавно разработанная нестационарная резонансная динамика уже получила многочисленные приложения. Одно из наиболее важных – создание высоко эффективных резонансных энергетических ловушек, которые показали уникальные демпфирующие свойства как в модельных, так и в натурных экспериментах. К этой проблеме примыкает исследование моделей, функционирующих в условиях акустического вакуума, которые оказываются наиболее эффективными энергетическими ловушками.

Как сама нестационарная резонансная динамика, так и ее приложения отражены в монографии [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-01-00582).

1. *Manevitch L.I., Kovaleva A.S., Smirnov V.V, Starosvetsky Yu.* Nonstationary Resonant Dynamics of Oscillatory Chains and Nanostructures. – Singapore: Springer, Nature, 2017-438p.

NON-STATIONARY RESONANCE DYNAMICS:ORIGINS, BASIC CONCEPTS AND APPLICATIONS

It is shown that a wide class of the problems arising under energy exchange in molecular chains, metamaterials, nanostructures (carbon nanotubes), energy sinks in the conditions of resonance can be solved in the framework of the new concept of non-stationary resonance dynamics.

УДК 629.7.036:539.4

КОЛИВАННЯ СТРИЖНЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ЛОКАЛЬНИМИ ПОВЕРХНЕВИМИ ПОШКОДЖЕННЯМИ

Валентин Матвєєв, Анатолій Зіньковський

Інститут проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України

vvm1929@gmail.com, zinkovskii@ipp.kiev.ua

В роботі викладено результати проведених в Інституті проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАН України комплексних чисельно-аналітичних досліджень з визначення параметрів локальних поверхневих пошкоджень на характеристики коливань стержневих елементів та можливостей діагностування їх наявності.

Об’єктами досліджень були стрижні прямокутного та круглого поперечного перерізів. Для аналізу було вибрано два типи локальних поверхневих пошкоджень – відкрита та дихаюча тріщини. Відкрита тріщина, яка виникає внаслідок попадання сторонніх предметів або під впливом навколишнього середовища і її береги не закриваються в процесі деформування об’єкту дослідження, представляється у вигляді прямокутного пазу постійної ширини. Береги ж дихаючої тріщини, виникнення якої обумовлено втомним пошкодженням, почергово закриваються на півциклах деформування, внаслідок чого система стає нелінійною.

Чисельні дослідження проводились з використанням розроблених трьохмірних скінченноелементних (СЕ) моделей стрижнів з вибраними типами тріщин. СЕ сітка в цілому приймалась рівномірною, але ущільнювалась в околі тріщини. Для взаємного непроникнення берегів дихаючої тріщини використані контактні елементи.

Основні результати виконаних досліджень полягають в наступному.

Відкрита тріщина. Встановлені закономірності впливу параметрів такого локального поверхневого пошкодження (глибини та положення по довжині) на формування модальних характеристик (частот та форм) згинних коливань консольного стержня постійного прямокутного поперечного перерізу. Показано, що розподіл зміни власних частот розглянутих форм згинних коливань стержня від місця розташування пошкодження по його довжині відповідає розташуванню вузлів досліджуваної форми коливань. Встановлено виникнення такого явища, коли незалежно від форми коливань існує положення пошкодження по довжині стержня, при якому власні частоти пошкодженого і непошкодженого стрижнів однакові. В разі зміщення пошкодження до защемлення спостерігається зменшення власних частот коливань стрижня в порівнянні з його непошкодженим станом, і тим

інтенсивніше, чим більша глибина пошкодження та його наближення до защемлення. При наближенні пошкодження до вільного кінця стрижня його власні частоти стають дещо вищими, ніж для непошкодженого.

Результати виконаних розрахунків добре узгоджуються з даними експериментальних випробувань стрижнів та натурної лопатки турбомашини.

Дихаюча тріщина. Наявність такої тріщини обумовлює виникнення нелінійних супер- і субгармонічних резонансів, спектр коливань яких складається з кратних гармонік, які відповідають частоті збудження відповідного резонансу та основній резонансній частоті коливань стержня. Враховуючи такі особливості коливань об'єктів дослідження, як вібродіагностичний показник наявності тріщини, запропоновано використовувати відношення амплітуд домінуючих гармонік: $\bar{A}_{2/1}= A_2/A_1$ при супергармонічному та $\bar{A}_{1/2}= A_1/A_2$ при субгармонічному резонансах, де A_1, A_2 - амплітуди коливань першої та другої гармонік при відповідному резонансі.

З використанням розроблених наближених аналітичних та чисельних методів визначення вібродіагностичних параметрів наявності дихаючої тріщини різної форми в стержнях прямокутного та круглого поперечних перерізів при стаціонарних режимах супер- та субгармонічного резонансів встановлені закономірності їх залежності від місцеположення тріщини та відносних її розмірів, а також особливостей збудження коливань. По-перше, показано, що із збільшенням глибини тріщини та її наближенням до защемлення консольного стержня значення вібродіагностичного показника зростає незалежно від типу резонансу. По-друге, воно обернено пропорційне декременту коливань стержня і при його великих значеннях збудження нелінійних резонансів практично унеможливлюється. По-третє, характер залежності вібродіагностичного показника від місця прикладання змушувальної сили визначається положенням тріщини. Так, наприклад, якщо вона прикладена в околі тріщини, то значення вібродіагностичного показника досягає мінімуму при супергармонічному і максимуму – при субгармонічному резонансах.

Отримані результати аналітичних та чисельних досліджень є науково-методологічною основою для розробки методів діагностування наявності локальних поверхневих пошкоджень в елементах конструкцій, наприклад робочих лопаток турбомашин, для аналізу напружено-деформівного стану яких використовуються стрижневі розрахункові моделі.

VIBRATIONS OF BEAM ELEMENTS WITH LOCAL SURFACE DAMAGES

The paper presents the results of complex numerical and analytical investigations aimed at the determination of the parameters of local surface damages depending on the characteristics of vibrations of the beam elements and diagnostics possibilities of their presence. The investigations have been performed at the G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the NAS of Ukraine.

УДК 620.174.21;528.854

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ВИРТУАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПРИ РАЗРАБОТКЕ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ С ЦЕЛЬЮ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ НЕСУЩИХ СВОЙСТВ

Владимир Сиренко

ГП Конструкторское бюро «Южное им. М.К. Янгеля

v.n.sirenko@i.ua

В работе приведены результаты оценки возможности виртуального моделирования разрушения конструкций ракетно-космической техники с тем, чтобы сократить, а в перспективе исключить, испытания по определению предельных несущих свойств.

Процесс оптимизации массовых характеристик является неотъемлемой частью проектирования ракетно-космической техники, так как, в конечном итоге, определяет ее весовое совершенство, а значит экономическую эффективность при выведении космических аппаратов на околоземные орбиты. При этом одной из наиболее важных характеристик являются предельные несущие свойства, которые определяют границы возможного использования ракеты. Однако, до настоящего времени, несмотря на значительные успехи в разработке расчетных методов определения прочностных характеристик, основным инструментом определения предельных несущих свойств остается эксперимент, а, в частности, испытания до разрушения реальных полноразмерных конструкций. Поэтому экспериментальная отработка ракетно-космической техники по вопросам прочности является одной из наиболее затратных составляющих.

Вследствие этого разработка расчетных методов прогноза механизма разрушения вместо проведения разрушающих испытаний, является актуальной задачей, которая стоит перед проектными организациями, занимающимися разработкой ракетно-космической техникой, так как в случае ее решения позволит существенно снизить стоимость разработок и повысить экономическую конкурентность.

Учитывая, что основным препятствием на пути замены разрушающих испытаний виртуальным моделированием является сложность расчетного учета технологических отклонений при изготовлении, возможных дефектов и разброса физико-механических свойств применяемых материалов, в работе рассмотрены несколько путей решения поставленной задачи. Рассмотрены, в частности, возможности точного учета реальных особенностей конструкции с предсказанием разрушающих нагрузок, а также места и характера

разрушения. Для тех случаев, когда невозможно определить все реальных особенности конструкции, вызванные технологическими причинами, рассмотрена возможность коррекции расчетной модели по результатам испытаний в области эксплуатационных нагрузок не доходя до разрушения.

1. ASTM D 5961/5961M-01. Standard Test Method for Bearing Response of Polymer Matrix Composite Laminates, 2003.
2. *Гвоздюк М., Мольков Ю.* Визначення міцнісних характеристик механічного з'єднання композит–метал // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2014. – С. 517–522.
3. *Іваницький Я. Л., Муравський Л. І., Гембара О. В., Гвоздюк, М. М., Половинко Т. І.* Визначення енергії руйнування композиту з використанням методу цифрової спекл-кореляції // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – **46**, № 3. – С. 85–91.
4. *Карпов Я. С.* З'єднання деталей і агрегатів з композиційних матеріалів. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського "ХАІ", 2006. – 360 с.
5. *Максименко О. П., Іваницький Я. Л., Гвоздюк М. М.* Визначення жорсткості з'єднання композит–метал методом цифрової кореляції зображень // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2014. – **50**, № 6. – С. 44–49.

ABOUT THE POSSIBILITY OF VIRTUAL TESTS DURING THE DEVELOPMENT OF ROCKET AND SPACE ENGINEERING IN ORDER TO DETERMINE THE ULTIMATE BEARING PROPERTIES

Distributions of deformations around the multi-row bolted joint of composite laminates are obtained by the digital image correlation method in the tension test. Using the isolate hole bearing diagram, we calculate the bearing stress of the multi-row joint that corresponds to a 2% value of clearance.

УДК 539.3

К ВОПРОСУ О СУЩЕСТВОВАНИИ СИНГУЛЯРНОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ТЕКУЧЕСТИ

Юрий Черняков

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

yu.chernyakov@ gmail.com

В докладе рассматривается фундаментальный вопрос о существовании сингулярности на поверхности текучести. Показано, что может быть построена многоповерхностная теория пластичности с гладкими поверхностями текучести, которая с точностью до «допуска на пластичность» эквивалентна теории с сингулярной поверхностью. При нулевом допуске на пластичность приходим к сингулярной поверхности. На этом основании сделан вывод об эквивалентности этих подходов.

В докладе дается критический обзор известных подходов к построению теории пластичности. Отмечается, что уравнения теории пластичности существуют в большом количестве вариантов, значительно отличающихся по своим математическим свойствам. В силу этого теорию пластичности нельзя рассматривать как законченную дисциплину, столь же определенную, как, например, теория упругости. В действительности, как показывает опыт практического использования, каждый вариант теории пластичности предназначен для исследования некоторого класса задач с той или иной степенью точности. Открытым остается вопрос о формировании сингулярности на поверхности текучести [1, 2]. Особенно острым этот вопрос стал в связи с парадоксом устойчивости [3], который указывает на необходимость сингулярности поверхности текучести для корректного определения точки бифуркации процесса деформирования. С другой стороны, такого рода теории значительно усложняют решение граничных задач.

В работе [4] обсуждалось введение «допуска на пластичность», который возникает уже на этапе определения предела текучести при простом нагружении, например, при одноосном растяжении. Известно, что величина предела текучести упрочняющегося материала определяется в зависимости от величины остаточной деформации, которая возникает в результате разгрузки после предварительного нагружения. С уменьшением допуска предел текучести уменьшается. В работе [4] отмечалась роль «допуска на пластичность» при формировании определяющих соотношений теории пластичности. Следует отметить, что после задания предела текучести о существовании такого допуска забывается, что и приводит к проблемам,

связанным с вопросом о существовании сингулярности на поверхности текучести. Важной особенностью теории пластичности с сингулярной поверхностью является то, что в ней неявно используется нулевой допуск на пластичность. В работах [5] было показано, что при построении поверхности текучести, с учетом конечного допуска на пластичность, происходит «сглаживание» сингулярности, что указывает на невозможность экспериментального обнаружения сингулярности. Таким образом, при конечном допуске на пластичность сингулярная поверхность сглаживается.

В настоящей работе предлагаются пути построения теории пластичности с гладкой поверхностью, определяющие соотношения которой зависят от допуска на пластическую деформацию. Обращено внимание на то, что при таком построении важным является вопрос о переходе от схемы последовательного соединения упругого и пластического к параллельному. Построена многоповерхностная теория пластичности с гладкими поверхностями текучести, которая с точностью до «допуска на пластичность» эквивалентна теории с сингулярной поверхностью. В рамках такого подхода показано, что понятие сингулярности на поверхности текучести является предельным – соответствует «нулевому» допуску на пластичность. Если же допуск конечен, то с точность до этого допуска можно всегда построить теорию с гладкой поверхностью текучести, которая будет полностью соответствовать теории с сингулярной поверхностью текучести.

1. *Koiter W.* Stress-strain relations, uniqueness and varionation theorems for elastic-plastic material with singular yield surface //Quart. J. Appl. Mech. – 1953. – 3, No. 11. – P. 350-354.
2. *Bartdorf I.B., Budiansky B.A.* A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip // NACA T.N. – 1949, Apr., No. 1981.
3. *Hutchinson J.W.* Plastic buckling // Advances in Appl. Mech. – 1974. – **14**. – P. 67-144.
4. *Новожилов В.В.* О сложном нагружении и перспективах феноменологического подхода к исследованию микронапряжений // ПММ. – 1964. – **28**, №3. – С. 394–400.
5. *Кадашевич Ю.И., Черняков Ю.А.* Описание поведения поверхности текучести по теории микродеформации // Прикл. пробл. прочности и пластичности. Методы решения. Горький. – 1988. – С.4-10.

TO THE QUESTION OF THE EXISTENCE OF SINGULARITY ON A YIELD SURFACE

The report addresses the fundamental question of the existence of a singularity on the yield surface. It is shown that a multisurface theory of plasticity with smooth yield surfaces can be constructed, which, up to a 'plastic tolerance', is equivalent to a theory with a singular surface. With a zero tolerance on plasticity, we arrive at a singular surface. On this basis, a conclusion on the equivalence of these approaches is drawn.

UDC 539.3

INTERNAL RESONANCES IN NON-LINEAR VIBRATIONS OF HETEROGENEOUS STRUCTURES

Igor Andrianov[1], **Vladyslav Danishevskyy**[2]

[1] *Institute of General Mechanics, Germany*
[2] *Department of Structural Mechanics and Strength of Materials, Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture, Ukraine*

igor_andrianov@hotmail.com, vladyslav.danishevskyy@gmail.com

Heterogeneous materials and structures are widely used in industry and engineering. The problem of their non-linear vibrations gives rise to a number of specific dynamic effects. In a purely homogeneous case, an infinite number of modes can be coupled by internal resonances and the original infinite DOF system does not allow reduction. We aim to study how the effect of heterogeneity can influence these mode interactions.

It is shown that depending on a scaling ratio between the amplitude of the vibration and the size of the microstructure different scenarios of the modes coupling can be realised. If the size of the microstructure increases, the influence of non-linearity is suppressed. Then the energy transfers to high-order modes are restricted and reduction to only a few leading modes can be justified.

As an illustrative example, vibrations of a layered composite material are considered. Geometrical non-linearity is described by the Cauchy–Green strain tensor. Physical non-linearity is modelled expressing the energy of deformation as a series expansion in powers of the strains (the Murnaghan elastic potential). The macroscopic equation of motion is obtained by the higher-order asymptotic homogenization method. The problem of non-linear vibrations is solved using Fourier series spatial discretization and the asymptotic method of multiple time scales. Numerical simulation is performed using the Runge-Kutta fourth-order method. The numerical and analytical solutions demonstrate a good agreement.

The obtained results can be applied to facilitate the development of new efficient methods of non-destructive testing and structural health monitoring. They can be also useful for a design of new acoustic and vibration control devices.

1. *Andrianov I.V., Awrejcewicz J., Danishevskyy V.V., Markert B.* Influence of geometric and physical nonlinearities on the internal resonances of a finite continuous rod with a microstructure. Journal of Sound and Vibration – 2017. – **386**, – P.359-371.

UDK 539.3

AUXETIC MATERIALS: NEW CHALLENGES FOR MECHANICS OF MATERIALS

Jeremiah Rushchitsky

S.P.Timoshenko Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine
rushch@inmech.kiev.ua

At least, three stated by auxetic materials challenges for mechanics of materials are formulated and discussed. This lecture consists of three parts. The first part represents the short historical and bibliographic sketch on metamaterials and shows the first challenge for mechanics of materials. In the second part, the common point of view of authors from material sciences on mechanics of auxetic materials is presented and commented that explains the part of new challenges for mechanics of ma terials. The third part describes new answers of nonlinear mechanics on description of deformation of auxetic materials.

The historical-bibliographical sketch on metamaterials. The metamaterials are considered as the part of smart materials. One of the general properties of these materials consists in that they represent mainly the artificial formations and are fabricated to obtain the properties not known in the nature. In the recent classification of materials within the framework of material sciences, the auxetic materials are meant as some subclass of mechanical metamaterials. The term “auxetic material” was introduced in 1991 by Evans for materials with negative Poisson ratio (NPR). One of the first mentions of materials with NPR can be found in two publications of Gibson, Ashby and others of 1982. A description of the real foam-type materials with NPR was reported practically simultaneously in 1987 by Lakes and Wojciechowski. A feature of foams is the low density. Many reported in the scientific literature auxetics have the low density, too. The next basic feature is the property to increase in transverse direction under longitudinal loading (it is measured in the linear theory of elasticity by the Poisson ratio and can be meant as the result of special internal structure of material. In the really observed auxetics, the Poisson ratio has different negative values (from $-0,7$ for the foam in communication of Lakes to $-12,0$ for the polymer polytetrafluoroethylen in communication of Evans). The following attention was concentrated on polymers and composites, in which the internal structures can be formed that transform the composites into the auxetics. One of the promising di-rections consists in creating the cushioning materials (body armours, knee-caps, pack ing materials and so on). The gaskets and compactions made of auxetics seem to be perspective. The state-of-the-art in the science on auxetic materials can be seen in many review articles and one monograph, which will be shown in the lecture.

The common point of view of authors from material sciences on mechanics of auxetic materials. The auxeticity of material is meant as the property to increase in the transverse dimension under the lateral loading and usually is

associated with the negative Poisson's ratio. Thus, the usual definition of auxetic material uses the secondary fact– the negativity of Poisson's ratio as one of the elastic constants in the model of linearly elastic body. The primary fact is observation in the standard for mechanics of materials experiment of the lateral tension of long cylinder when the transverse strain of cylinder is positive (the cylinder "swells") in contrast to the classical materials, where it is negative (the cylinder makes thinner). It should be taken into account that this experiment must be the basic one, in which the universal state can be realized. The universal deformations occupy the special place in the theory of elasticity. They consist in that the theoretically and experimentally determined elastic constants of material in samples, in which the universal deformation are cre ated purposely, are valid for all deformed states both samples and any different production made of this material. It is considered therefore that the particular importance of universal deformation (their fundamentality) consists in a possibility to use them in determination of properties of materials from tests.

Because the comments of negativity of Poisson ratio is found in the books on theory of elasticity very seldom, therefore a few sentences from the Lurie's book on theory of elasticity of 1970 will be cited.

The new answers of nonlinear mechanics on problems of auxetic materials. They are based on using the nonlinear models of elastic deformation. The first obser vation that is useful for substantiation of necessity of such models is associated with the often used (described verbally or by the picture) demonstration of auxeticity of a foam as increasing the volume of sample from a foam under tension. It is shown in figure, that are taken from publication of Cheng and Scarpa of 2016. This picture

shows two basic features of such demon strations. First, the sample length is pos sibly not sufficient to create the conditi ons of the test on the universal deforma tion of uniaxial tension-compression. Second, the longitudinal and transverse strains are seemingly not sufficiently small. Therefore, this demonstration has to be described by the nonlinear models.

In the lecture, the introduction of nonlinear models is complemented by the pre liminary discussion of the basic notions of nonlinear theory of elasticity. and three used in study in hand models (Neo-Hookean, Mooney-Rivlin, Murnaghan). Also, the general description within the framework of nonlinear theory of three basic uni versal deformation is given. The numerical modeling shows three stages that confirm the new mechanical effect – a transition of the material under its deformation to the level of moderate values of the longitudinal stretching from the class of conventional materials into the class of the auxetic materials. Thus, the one and the same material shows the property of traditional material for small strains and auxetic material for finite strains. Of course, this new look is commented in the lecture more in detail on the wide data of experimental and theoretical results.

Секція

Контактні задачі. Механіка руйнування та термоміцність деформівних тіл і конструкцій.

УДК 539.3

КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ В ПЛОЩИНІ З ЕЛІПТИЧНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Віктор Адлуцький, Аліна Годес, Володимир Лобода

Дніпровський національний університет імені О. Гончара

e-mail: adluckiivy_kkt@dnu.dp.ua, alinej@rambler.ru, lobvv@ua.fm

Розглядається ізотропна площина (матриця), що містить еліптичне включення, скріплене з площиною уздовж всієї межі за винятком дуги, параметричне рівняння якої $x = a\cos\vartheta,\ \ y = b\sin\vartheta,\ \ |\vartheta| \le \beta$, де a, b – півосі еліпса. Береги тріщини вважаються гладкими й можуть взаємодіяти з утворенням контактних макрозон. На нескінченності задані головні напруження N_1, N_2, а також кут α_N між напрямом дії напруження N_1 і віссю абсцис. Матеріали матриці та включення мають відмінні механічні властивості.

Чисельні розв’язання зазначеної задачі здійснювались в середовищі пакета COSMOSM/M 2.6. Нескінченна площина моделювалась квадратною областю з довжиною сторони на порядок більшою за найбільшу піввісь еліпса, що, як показали чисельні експерименти, забезпечує достатню збіжність з наявними аналітичними результатами [1] для нескінченної області. Для дискретизації використовувались чотирикутні 8-вузлові скінченні елементи PLANE2D з квадратичною апроксимацією переміщень. Неоднорідні сітки скінченних елементів згущувались в околі границі між включенням і матрицею й розріджувались по мірі наближення до зовнішньої границі матриці. Для моделювання контактної взаємодії берегів тріщини застосовувались контактні елементи GAP, що запобігають взаємопроникненню берегів і реалізують односторонні зв’язки за допомогою ітераційного застосування методів штрафних функцій і множників Лагранжа. Напруження на зовнішній границі матриці задавались відповідно до умов навантаження на нескінченності:

В якості результатів наведені дані розрахунків при наступних значеннях параметрів навантаження: $N_2 = 0, \alpha_N = 70^\circ$ для трьох варіанти параметрів еліпса: $a/b = 0,5; 1; 2$. Тріщина вважалась симетричною відносно осі абсцис, а її півдуга $s_0 = \int_0^\beta \sqrt{a^2\sin^2\vartheta + b^2\cos^2\vartheta}\,d\vartheta$ дорівнювала $\pi a/3$, так що $\beta = 31{,}12^\circ$ при $a/b = 0,5$, $\beta = 60^\circ$ при $a/b = 1$, $\beta = 80{,}58^\circ$ при $a/b = 2$.

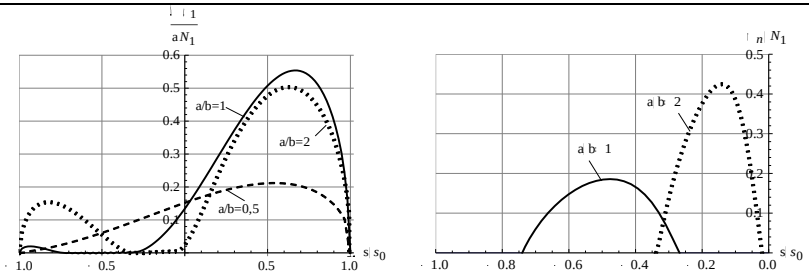


Рис. 1

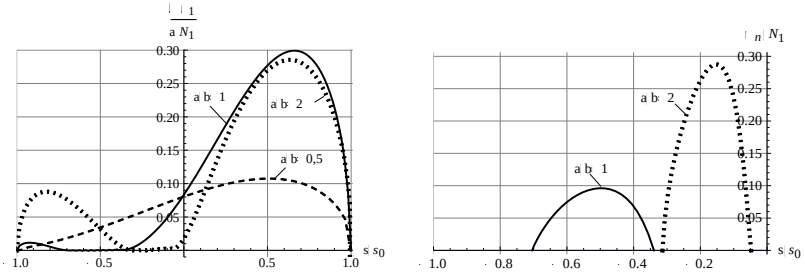


Рис. 2

На рис. 1 наведені графіки розкриття тріщини Δ і контактних напружень σ_n для $\mu_1 = \mu_2, \nu_1 = \nu_2$, а на рис. 2 – для $\mu_1 = 0{,}5\mu_2$, $\nu_1 = \nu_2$, де μ_1, ν_1 – модуль зсуву й коефіцієнт Пуассона включення, μ_2, ν_2 – матриці. Як витікає з наведених даних, при $a/b = 0{,}5$ контакт між берегами тріщини візуально непомітний, але він в дійсності має місце із-за осциляційної особливості в локальних зонах біля вершин тріщини.

1. *Годес А. Ю., Лобода В. В.* Контактная задача для межфазной дуговой трещины // Вісник Дніпропетровського університету: Серія Механіка. – 2015. – Т. 19 (2). – С. 3-17.

CONTACT PROBLEM FOR AN INTERFACIAL CRACK IN THE PLANE WITH ELLIPTIC INCLUSION

A problem of determining of stress-strain state of infinite plane with an elliptic inclusion made from another material and a crack at the interface under action of arbitrary mechanical loadings applied at infinity is considered using the FEM approach. The problem is resolved within the framework of contact model for which the possibility of appearance of contact macrozones between crack faces is assumed. The infinite plane is modeled by square domain whose size is of an order of magnitude greater than inclusion diameter. Contact interaction of crack faces is simulated using gap elements.

УДК 539.3

ПЛОСКА ТЕРМОПРУЖНА ДЕФОРМАЦІЯ ШАРУВАТОЇ ПЛИТИ З НЕІДЕАЛЬНИМ ТЕПЛОВИМ КОНТАКТОМ МІЖ ШАРАМИ

Ніна Антоненко, Ірина Ткаченко

Національний університет «Запорізька політехніка»,
Запорізький національний університет

antonenkonina.ua@gmail.com, tig.phd81@gmail.com

У роботі розглядається плоска стаціонарна термопружна деформація шаруватої плити з неідеальним тепловим контактом між шарами [2]. На верхній та нижній межах плити відомі напруження та температура. Необхідно знайти термо-напружено-деформівний стан в точках плити.

Нумерація шарів проводиться зверху вниз, починаючи з одиниці. У кожному шарі введено локальну декартову систему координат $O_k x_k z_k$ ($k=\overline{1;n}$) з початком на верхній межі шару, причому всі осі $O_k z_k$ всіх систем координат збігаються та мають напрямок вглиб шарів, а осі $O_k x_k$ співнапрямлені та збігаються з верхньою межею відповідного шару.

Крайові умови: $\sigma_{z1}(x,0)=\sigma(x)$, $\tau_{xz1}(x,0)=\tau(x)$, $T_1(x,0)=f(x)$, $\sigma_{zn}(x,h_n)=\tilde{\sigma}(x)$, $\tau_{xzn}(x,h_n)=\tilde{\tau}(x)$, $T_n(x,h_n)=\tilde{f}(x)$.

Умови на спільних межах шарів:

$$\sigma_{zk+1}(x,0)=\sigma_{zk}(x,h_k),\ \tau_{xzk+1}(x,0)=\tau_{xzk}(x,h_k),$$
$$w_{k+1}(x,0)=w_k(x,h_k),\ u_{k+1}(x,0)=u_k(x,h_k),$$
$$k_{Tk}\frac{\partial T_k}{\partial x}(x,h_k)=R_k^{-1}\left(T_{k+1}(x,0)-T_k(x,h_k)\right),$$
$$k_{Tk+1}\frac{\partial T_{k+1}}{\partial x}(x,0)=k_{Tk}\frac{\partial T_k}{\partial x}(x,h_k),\ k=\overline{1;n-1}, \qquad (1)$$

де R_k – коефіцієнт теплового опору, k_{Tk} – коефіцієнт теплопровідності.

Трансформанти Фур'є напружень, переміщень та температури можна представити у вигляді лінійної комбінації допоміжних функцій [3] $\alpha_k=\bar{\sigma}_{zk}(\xi,0)$, $\beta_k=\mu_k p w_k(\xi,0)$, $\gamma_k=-i\,\mu_k\xi u_k(\xi,0)$, $\delta_k=\frac{-i\xi}{p}\bar{\tau}_{xzk}(\xi,0)$, $\eta_k=\bar{T}_k(\xi,0)$, $\varepsilon_k=\frac{1}{p}\frac{d\bar{T}_k}{dz}(\xi,0)$. З використанням умов (1) отримано рекурентні формули, що пов'язують допоміжні функції сусідніх шарів.

Доведено, що допоміжні функції шару пов'язані співвідношеннями:

$$\varepsilon_k = -r_k\eta_k + F_k\eta_{n+1},\ \bar{\beta}_k = A_k\bar{\alpha}_k + B_k\bar{\alpha}_{n+1} + D_k\eta_k + E_k\eta_{n+1},$$

де $\bar{\alpha}_k = \left(\alpha_k, \delta_k\right)^t$, $\bar{\beta}_k = \left(\beta_k, \gamma_k\right)^t$, матриці A_k, B_k, D_k, E_k називаються матрицями податливості, а їх елементи та функції r_k, F_k – функціями податливості термопружної плити.

Отримано рекурентні співвідношення для обчислення функцій податливості:

$$r_n = \operatorname{cth} p_n,\ F_n = 1/S_n,\ A_n = -M_{12n}^{-1}M_{11n},\ B_n = M_{12n}^{-1},\ D_n = -M_{12n}^{-1}M_{13n},$$

$$E_n = -M_{12n}^{-1}M_{14n},\ r_k = \frac{\Delta_k S_k + r_{k+1}\left(C_k + pL_kS_k\right)}{\Delta_k C_k + r_{k+1}\left(S_k + pL_kC_k\right)},\ F_k = \frac{F_{k+1}}{\Delta_k C_k + r_{k+1}\left(S_k + pL_kC_k\right)},$$

$$M_k = A_{k+1}M_{12k} - M_{22k},\ A_k = M_k^{-1}\left(M_{21k} - A_{k+1}M_{11k}\right),\ B_k = -M_k^{-1}B_{k+1},$$

$$D_k = M_k^{-1}\left(M_{23k} - A_{k+1}M_{13k} - D_{k+1}\left(C_k + pL_kS_k - r_k\left(S_k + pL_kC_k\right)\right)\right),$$

$$E_k = M_k^{-1}\left(M_{24k} - A_{k+1}M_{14k} - D_{k+1}\left(S_k + pL_kC_k\right)F_k - E_{k+1}\right),$$

де M_{ijl} – відомі матриці [1], $S_k = \operatorname{sh} p_k$, $C_k = \operatorname{ch} p_k$, $p_k = ph_k$, $L_k = k_{Tk}R_k$, $i = 1, 2$, $j = \overline{1,4}$, $k = \overline{1; n-1}$.

1. *Антоненко Н.М.* Плоска термопружна деформація багатошарової плити з пружними зв'язками між шарами // Вісник Харківського нац. університету ім. В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2018. – **39**, № 3. – С. 4–13.
2. *Боли Б., Уэйнер Дж.* Теория температурных напряжений. – М.: Мир, 1964. – 517 с.
3. *Величко І.Г., Ткаченко І.Г.* Плоска термопружна деформація багатошарової основи // Вісник Дніпропетровського ун-ту. Механіка. – 2004. – Вип. **8**, Т. 1. С. 154–161.

PLANE THERMOELASTIC DEFORMATION OF A MULTILAYER PLATE WITH NON-IDEAL THERMAL CONTACT BETWEEN ITS LAYERS

The method of the compliance functions was extended to plane stationary problem of thermoelasticity for a multilayer plate with non-ideal thermal contact between its layers. New compliance functions were introduced. The recurrence relations for their calculation were constructed.

УДК 539.3

АСИМПТОТИЧНИЙ МЕТОД В КОНТАКТНИХ ЗАДАЧАХ ЛІНІЙНОЇ ТА НЕЛІНІЙНОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Оксана Білова, Ірина Щербина, Юлія Білова*

*Національна металургійна академія України, НТУ «Дніпровська політехніка»**

okbelova00@gmail.com

Сучасні машини і технології, побудовані на застосуванні підвищених швидкостей, агресивних середовищ, нових композиційних матеріалів мають складний комплекс властивостей. Розраховуючи міцність деталей та конструкцій з таких матеріалів, досліджуючи ці чи інші складні задачі механіки доводиться удаватися до спрощення систем диференціальних рівнянь, тобто завдяки деяким апріорним геометричним та фізичним припущенням будувати моделі, які дозволяють знайти аналітичні розв’язки. Володіючи важливими позитивними якостями (простота та наочність), спрощені моделі мають не досить зрозумілу область застосування.

Природним математичним апаратом, який дає можливість побудувати обґрунтовані наближені рівняння та оцінити області застосування різних гіпотез, є асимптотичний аналіз. Звичайно, в певній мірі потреби інженерної практики можуть бути задовільнені завдяки розвитку чисельних методів та отримання результатів за допомогою ЕОМ, але потреба в аналітичних розв’язках, навіть наближених, залишається дуже значною. Це пояснюється тим, що урахування реальних властивостей матеріалу, тобто внесення в модель, яка розглядається, анізотропії або в’язкопружності і, тим більше, нелінійності, призводять до значних, інколи нездоланних математичних складностей. В таких випадках наближені аналітичні рішення допомагають з’ясувати якісні особливості задач, отримати асимптотики, проаналізувати особливі точки (лінії) та побудувати відповідні розв’язки, а часто бувають основою для чисельних методів.

Контактні задачі для ортотропних тіл з прямолінійною анізотропією досліджувались у багатьох роботах, достатньо ретельно та всебічно, як за допомогою аналітичних, так і чисельних методів. Відомі розроблені для таких задач пакети комп’ютерних програм. Наприклад, у скінченно-елементних комплексах програм таких, як ADINA, NASTRAN використовуються різноманітні методи розв’язання великих систем рівнянь. Ефективним є фронтальний метод, що реалізований у програмах ABAQUS, ANSYS та ітераційні методи. Але урахування, наприклад, нелінійності,

анізотропії сучасних матеріалів, для яких має місце відхилення від закону Гука, суттєво затрудняє пошук основних характеристик напружено-деформівного стану. Відповідні задачі механіки, пов'язані з нелінійністю, приводять до нездоланних математичних труднощів. Застосування асимптотичних методів, наприклад, методу збурення, надає можливість вирішити це питання [1] .

Розв'язані авторами контактні задачі лінійної та нелінійної теорії пружності [2] асимптотичним методом Манєвіча-Павленка, що є модифікацією методу збурень. Малий параметр характеризує анізотропію. Головна ідея методу: перейти від складних мішаних крайових задач механіки до послідовного розв'язання задач теорії потенціалу. Цим методом авторами розв'язуються деякі задачі фізично лінійної та нелінійної теорії пружності. Цікаво, що метод працює так, що чим більша анізотропія, тим швидше розв'язок задачі збігається із точним [1, 2]. У нульовому наближенні маємо змогу отримати аналітичні розв'язки навіть дуже складних мішаних задач, а також провести порівняння розв'язків нелінійних задач з їх лінійними аналогами.

1. *Манєвіч Л. І.* Асимптотические методы в теории упругости ортотропного тела / *Л. И. Манєвіч, А. В. Павленко, С. Г. Коблік*. – К., Донецк: Вища школа, 1982. – 152 с.
2. *Кагадій Т. С.* Аналитический поход к решению некоторых контактных задач / *Т. С. Кагадий, О. В Білова, І. В. Щербина* // Вісник Херсонського національного університету. – 2016. – №3 (58). – С. 104-110.

ASYMPTOTIC METHOD IN CONTACT PROBLEMS{TASKS} OF THE LINEAR AND NONLINEAR THEORY OF THE ELASTICITY

Authors solved contact tasks of the linear and nonlinear theory of elasticity by asymptotic method of Manevich-Pavlenko which is a modification of the method of perturbations. The small parameter characterizes anisotropy. Principal idea of a method to pass from the complicated mixed boundary value problems of mechanics to a sequential solution of the tasks of a potential theory. In a zero approximation it is possible to receive asymptotic solutions even very much challenges, and also to lead comparison of solutions of nonlinear tasks with their linear analogs.

УДК 539.4

ДОСЛІДЖЕННЯ РОСТУ ТРІЩИН В ОДНОРІДНИХ ПЛАСТИНАХ МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Дмитро Бобилєв

Криворізький державний педагогічний університет

dmytrobobyliev@gmail.com

В останні десятиліття дослідженню процесів накопичення пошкоджень у залежності від росту тріщин приділяється велика увага. Одним з ефективних шляхів розв'язання задач даного типу є використання чисельних методів, наприклад методу граничних елементів (МГЕ), який дозволяє адекватно описати розподіл напружень і деформацій. Однак застосування такого підходу обмежене класом задач, в яких не розглядається зв'язок поширення тріщини з передісторією накопичення пошкоджень в матеріалі.

При дослідженні і моделюванні тріщин, поширення яких тісно пов'язане з інформацією про передісторію пошкоджень в структурі матеріалу, перестроювання сітки без залучення додаткових складних процедур неприйнятне, тому що воно призводить до стирання інформації про зміну структури.

Дана робота присвячена формулюванню і реалізації принципів побудови сітки граничних елементів, яка дозволяє вирішити цю проблему. Завдяки моделюванню всього процесу розвитку тріщини на одній сітці граничних елементів, з одного боку, природним чином зберігає інформацію про рівень пошкоджень, що передує руйнуванню елемента, а з іншого боку, дозволяє мінімізувати вплив сітки на траєкторію тріщини. Розроблено оригінальну структуру сітки, що відповідає запропонованим принципам і проведена її верифікація.

Розглянуто ряд задача. Розрахункова схема однієї із задач представлена на рис. 1. Тіло з тріщиною розглядається в цьому випадку у вигляді неоднорідної структури, внутрішня (фіктивна) межа якої включає в себе поверхню розриву – тріщину Ω з граничними умовами, з урахуванням завантаженості берегів тріщини та їх взаємодією.

Важливим питанням при моделюванні (і особливо для нелінійних процесів деформування і руйнування середовищ) є математичне обґрунтування точності та обчислювальної стійкості отриманих результатів. Стосовно МГЕ таке обґрунтування може бути виконане на основі теорії псевдодифференціальних операторів.

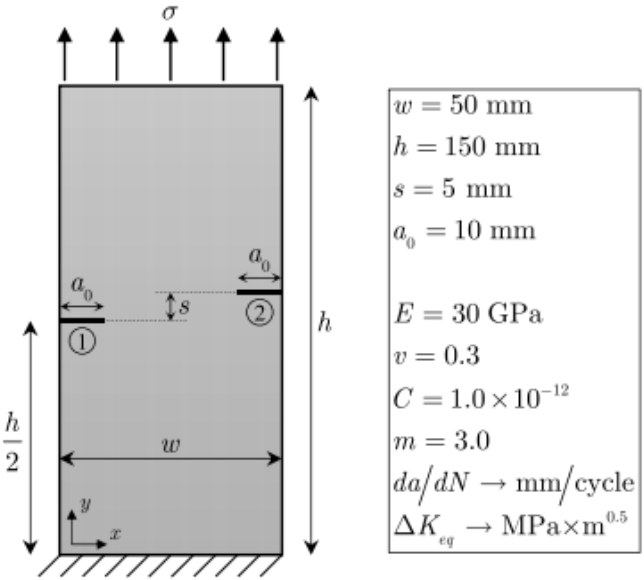


Рис. 1. Розрахункова схема

Похибка МГЕ, в тому числі разом з методом дискретних областей, не перевищує 1 %. Збільшення числа граничних елементів вдвічі не мало помітного впливу на точність отриманих результатів при 16-точковій (по 4 в кожному напрямку) квадратурі Гаусса обчислення інтегралів. Цей приклад крім його практичної значущості є хорошою демонстрацією можливостей МГЕ в описі тонких локальних особливостей в процесах деформування і руйнування неоднорідних структур.

Представлено модифікацію МГЕ для розв’язання двовимірних задач деформування і руйнування неоднорідних тіл складної форми з локальними особливостями типу тріщин. Узагальнено підхід на розрахункові області з довільно орієнтованими дефектами, що сильно розрізняються розмірами окремих елементів. При цьому використовується метод дискретних областей.

RESEARCH OF CRACK GROWTH IN HOMOGRAPHIC PLATES BY THE BORDER ELEMENTS METHOD

A modification of the BEM is presented to solve two-dimensional problems of deformation and destruction of inhomogeneous bodies of complex shape with local features of the type of cracks. The approach to computational domains with arbitrarily oriented defects, which differ greatly in the size of individual elements, is generalized. The method of discrete areas is used.

УДК 539.3

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ШАРНИРНО ОПИРАЕМОЙ БАЛКИ И СТЕНЫ

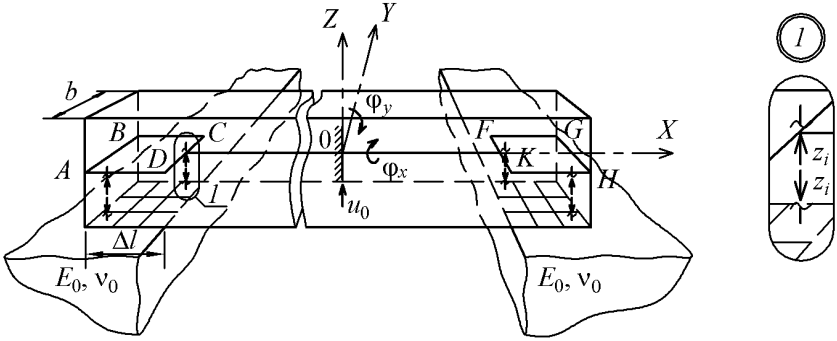
Сергей Босаков, Павел Скачёк

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

sevibo@yahoo.com, pavelskachek@mail.ru

Как известно, узлы опирания различных конструкций являются концентраторами напряжений [1], поэтому при проектировании различных зданий и сооружений последним уделяется значительное внимание. Примерами таких узлов могут служить шарнирные узлы опирания балок на стены. От размеров фактической контактной зоны в узле зависят расчетный пролет балки и максимальный изгибающий момент, что, в свою очередь, влияет на дальнейший конструкторский расчет балок.

Рассматриваются шарнирные узлы опирания балки на стены (рисунок). Задачами расчета являются: определить область контакта, построить поверхности контактных напряжений и вертикальных перемещений при различных показателях гибкости, установить зависимость между максимальным изгибающим моментом в балке от размеров контактной зоны.



Приняты следующие допущения:

- для балки справедливы гипотезы изгиба [1];
- стены представляются в виде упругого четверть пространства [2];
- связи Б.Н. Жемочкина односторонние, работающие только на сжатие;
- в зоне контакта касательными напряжениями пренебрегаем.

Расчет выполняется методом Б.Н. Жемочкина [4]. Для этого область контакта, размеры которой соответствуют глубине опирания балки Δl и ширине балки b, разбивается на прямоугольные участки (участки Б.Н. Жемочкина). Предполагается, что контакт балки и стен осуществляется через жесткие односторонние связи, устанавливаемые в середине каждого

участка Б.Н. Жемочкина. При этом принимается, что усилия z_i в связях Б.Н. Жемочкина вызывают равномерное распределение контактных напряжений по участку. В середине пролета балки вводится условное защемление, препятствующее вертикальному перемещению u_0 и угловым перемещениям φ_x, φ_y относительно осей *X* и *Y* соответственно. Полученная статически неопределимая система считается смешанным методом строительной механики, где за основные неизвестные принимаются усилия z_i в связях Б.Н. Жемочкина и перемещения во введенном защемлении u_0, φ_x, φ_y.

Вычислив вектор неизвестных $\vec{z}$, анализируются его компоненты. Появление отрицательных компонент свидетельствует о растянутых связях Б.Н. Жемочкина. Таким образом, организуется итерационный процесс, целью которого является удаление растянутых стержней. В результате имеем решение, при котором в связях Б.Н. Жемочкина возникают только усилия сжатия. По картине распределения сжатых стержней в контактной зоне судят о фактической области контакта.

Выполнено построение изолиний контактных напряжений, а также поверхности вертикальных перемещений стены. Кроме того задача решена и при различном показателе гибкости [3].

1. *Александров, А.В.* Основы теории упругости и пластичности: уч. для строит. спец. вузов / А.В. Александров, В.Д. Потапов. – 2-е изд., испр. – М.: Высш.шк., 2002. – 400 с.
2. *Босаков, С.В.* Действие сосредоточенной силы на упругое четвертьпространство / С.В. Босаков // Теорет. и прикл. механика: междунар. научно-техн. сб. / БПИ. – Минск: Вышэйшая школа, 1988 – Выпуск 15 – С. 100-108.
3. *Горбунов-Посадов, М.И.* Расчет конструкций на упругом основании / М.И. Горбунов-Посадов, Т.А. Маликова, В.И. Соломин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 680 с.
4. *Жемочкин, Б.Н.* Практические методы расчетов фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н. Жемочкин, А.П. Синицын. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Госстройиздат, 1962. – 240 с.

CONTACT INTERACTION OF THE HINGED BEAM AND WALL

The article discusses the solution of the contact problem for the hinge assembly of the single-span beam. The main goal is to determine the stress state of the beam bearing area on the walls. This solves the problem of constructing surfaces and isolines of reactive pressures in the area of direct contact of the beam and walls, determining the design span of the beam, the influence of the size of the contact zone on the maximum bending moment in the middle of the span of the beam, determining the contact area at various flexibilities, and building vertical isolines wall movements. The calculation is carried out by the B.N. Zhemochkin method, the implementation of which for this problem corresponds to the mixed method of structural mechanics. As an example, the calculation is performed on a concentrated load applied in the middle of the span of the beam.

УДК 539.3

ПЛОСКА ЗАДАЧА ДЛЯ ШАРУВАТОЇ СМУГИ

Наталя Вайсфельд, Зінаїда Журавльова

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова

vaysfeld@onu.edu.ua, z.zhuravlova@onu.edu.ua

Потреби інженерної практики викликають необхідність розробки математичного апарату для дослідження шаруватих середовищ [1, 2].

Розглядається пружна смуга, що займає область, що описується у декартовій системі координат співвідношеннями $-\infty < x < \infty, 0 < y < h$. Границя $y = 0$ знаходиться в умовах зчеплення, а до границі $y = h$ прикладено нормальне навантаження інтенсивністю $p(x)$. Смуга поділена на N шарів $-\infty < x < \infty, h_{k-1} < y < h_k$, де $h_0 = 0, h_N = h$. Потрібно знайти переміщення та напруження, що задовольняють рівняння рівноваги, крайові умови $u_1\big|_{y=h_0} = 0, v_1\big|_{y=h_0} = 0, \sigma_y^N\big|_{y=h_N} = p(x), \tau_{xy}^N\big|_{y=h_N} = 0$ та умови спряження $u_k\big|_{y=h_k-0} = u_{k+1}\big|_{y=h_k+0}, v_k\big|_{y=h_k-0} = v_{k+1}\big|_{y=h_k+0}$, $\sigma_y^k\big|_{y=h_k-0} = \sigma_y^{k+1}\big|_{y=h_k+0}, \tau_{xy}^k\big|_{y=h_k-0} = \tau_{xy}^{k+1}\big|_{y=h_k+0}$. Тут переміщення та напруження у k-тому шарі позначено відповідно як $u_k(x,y) = u_x^k(x,y), v_k(x,y) = u_y^k(x,y), \sigma_y^k(x,y), \tau_{xy}^k(x,y)$.

Вихідна задача зводиться до одновимірної крайової задачі за допомогою застосування нескінченного перетворення Фур'є за змінною x з параметром α. Одновимірну крайову задачу у просторі трансформант переформульовано у векторному вигляді як

$$\begin{cases} L_2 \vec{y}_{k\alpha}(y) = 0, \qquad h_{k-1} < y < h_k \\ \vec{y}_{1\alpha}\big|_{y=h_0} = 0, \left[\begin{pmatrix} 0 & 1-\mu \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{y}\,'_{N\alpha} + \begin{pmatrix} -i\alpha\mu & 0 \\ 0 & -i\alpha \end{pmatrix} \vec{y}_{N\alpha}\right]\Bigg|_{y=h_N} = \begin{pmatrix} p_\alpha \dfrac{1-2\mu}{2G} \\ 0 \end{pmatrix}. \end{cases} \qquad (1)$$

Тут $$L_2 \vec{y}_{k\alpha} = \begin{pmatrix} \dfrac{\kappa-1}{\kappa+1} & 0 \\ 0 & \dfrac{\kappa+1}{\kappa-1} \end{pmatrix} \vec{y}\,''_{k\alpha} - 2i\alpha \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{1}{\kappa+1} \\ \dfrac{1}{\kappa-1} & 0 \end{pmatrix} \vec{y}\,'_{k\alpha} - \alpha^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}_{k\alpha},$$

$\vec{y}_{k\alpha} = \begin{pmatrix} u_{k\alpha}(y) \\ v_{k\alpha}(y) \end{pmatrix}$, $\kappa = 3 - 4\mu$,

Її розв'язок побудовано за допомогою апарату матричного диференціального числення [2] у вигляді $\vec{y}_{k\alpha} = Y_{k1}(y)\begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix} + Y_{k2}(y)\begin{pmatrix} C_k \\ D_k \end{pmatrix}$, де

$Y_{ki}(y) = \pm\dfrac{e^{\pm\alpha y}}{2}\begin{pmatrix} \dfrac{\kappa \pm \alpha y}{\alpha(\kappa - 1)} & \dfrac{yi}{\kappa + 1} \\ \dfrac{yi}{\kappa - 1} & \dfrac{\kappa \mp \alpha y}{\alpha(\kappa + 1)} \end{pmatrix}, i = 1, 2$. Сталі $\vec{F}_k = \begin{pmatrix} A_k \\ B_k \\ C_k \\ D_k \end{pmatrix}, k = \overline{2, N}$ виражено через $\vec{F}_1 = (A_1, B_1, C_1, D_1)^T$ за рекурентною формулою $\vec{F}_k = P_k(\alpha)\vec{F}_1$, де $P_k(\alpha) = H_k^{-1}(h_{k-1})H_{k-1}(h_{k-1}) \cdot \ldots \cdot H_2^{-1}(h_1)H_1(h_1)$, $H_k(y)$ - матриця порядку 4×4.

Сталі $\vec{F}_1 = (A_1, B_1, C_1, D_1)^T$ знайдено з крайових умов задачі (1). В результаті отримано аналітичні подання для трансформант переміщень $\vec{y}_{k\alpha}, k = \overline{1, N}$. Ці вирази обернено за формулою $\left[u_k(x, y), v_k(x, y), p(x)\right] = \dfrac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[u_{k\alpha}(y), v_{k\alpha}(y), p_\alpha\right]e^{-i\alpha x}dx$.

1. *Моссаковский В. И.* Основная смешанная задача теории упругости для полупространства с круговой линией раздела граничных условий // Прикл. матем. и мех. – 1954.
2. *Попов Г. Я.* Избранные труды. – Одесса: Издательско-полиграфический дом ВМВ, 2007, Т. 2. – 504 с.

PLANE PROBLEM FOR A LAYERED STRIP

The infinite strip, which consists of N layers, is considered. The lower layer is fixed by the line $y = 0$ *and the upper layer is under the normal load applied to the side* $y = h$. *The solution of the problem is constructed with the help of matrix differential calculation and matrix recurrent formula.*

УДК 539.3

ТЕРМОМАГНІТОЕЛЕКТРОПРУЖНІСТЬ БІМАТЕРІАЛЬНИХ ТІЛ ІЗ ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ ТА ТРІЩИНАМИ ЗА НЕІДЕАЛЬНОГО КОНТАКТУ ФАЗ

Андрій Василишин, Георгій Сулим, Ярослав Пастернак

Львівський національний університет імені Івана Франка
Луцький національний технічний університет

vasylyshyn.c.h@gmail.com,gtsulym@gmail.com, yaroslav.pasternak@gmail.com

Через невпинний розвиток технологій та щораз ширше застосування у різноманітних сферах різного роду термомагнітоелектропружних, зокрема й інтелектуальних композитних матеріалів, постає наукове завдання побудови цілісних математичних моделей та методів аналізу біматеріальних термомагнітоелектропружних тіл, які можуть містити як дефекти структури, так і цілеспрямовано впроваджені тонкі прошарки, що змінюють функціональні макро- та мікро-властивості цих тіл.

Для створення таких біматеріалів, зазвичай, використовують механічне поєднання піроелектричних (сегнетоелектричних) та магнітострикційних (п’єзомагнітних) матеріалів. Унаслідок цього утворюється, тонкий проміжний шар, який впливає на поля напружень та температур у всьому кусково-однорідному середовищі. Вплив цього шару зводять до умов неідеального теплового та магніто-електро-механічного контакту складових біматеріалу. У науковій літературі [1, 2] виділяють два типи неідеальних теплових умов контакту тонкого шару із середовищем – висока та слабка теплопровідність, та два типи неідеальних механічних умов – податлива та жорстка межа контакту. Коли при переході через поверхню контакту матеріалів нормальна складова теплового потоку є неперервною функцією, а температура має стрибок, пропорційний до нормальної складової теплового потоку, то має місце слабка теплопровідність [2]. З іншого боку, при високій теплопровідності, температура є неперервною функцією, а нормальний тепловий потік має стрибок пропорційний до похідної від температури [1].

Сьогодні інтенсивно розвиваються методи аналізу взаємодії механічного, електричного та магнітного полів в анізотропних інтелектуальних матеріалах. Ефективним методом при розв’язуванні таких задач є підхід заснований на методах теорії функції комплексної змінної і формалізму Стро. Так у роботі [3] одержано граничні інтегральні рівняння типу Сомільяни для аналізу граничних елементів анізотропного термоелектропружного біматеріалу з отворами, тріщинами і тонкими

включеннями. Такий підхід застосовувався також у праці [4] для біматеріального твердого тіла з інтерфейсом типу Капіци.

У цій роботі досліджується термомагнітоелектропружний анізотропний біматеріал із високою теплопровідністю межі поділу складових та їх ідеальним механічним контактом, що містить у собі тонкі включення; створено відповідну математичну модель. У замкнутій формі побудовано крайові інтегральні рівняння сформульованої задачі, а також метод граничних елементів, що дає можливість ефективного (високоточного та швидкого) її розв'язування. Особливістю запропонованого граничноелементного підходу є застосування принципу спряження континуумів різної вимірності при моделюванні тонких включень. Усе це дає можливість розв'язувати із високою точністю задачі термомагнітоелектропружності для біматеріальних тіл з інтерфейсом високої теплопровідності із тонкими стрічковими деформівними включеннями чи тріщинами, що не вдавалося зробити до цього часу застосуванням традиційних числових підходів, зокрема методів граничних чи скінченних елементів.

1. *Benvensite Y.* A general interface model for a three-dimensional curved thin anisotropic interphace between two anisotropic media // J. Mech. Phys. Solids. – 2006. –54. – P. 708 – 734.
2. *Kaessmair S., Javili A., Steinmann P.,* Thermomechanics of solids with general imperfect coherent interfaces // Archive of Applied Mechanics. – 2014. – 84, (9-11). – P. 1409 – 1426.
3. *Pasternak I., Pasternak R., Sulym H.* Boundary integral equations and Green's functions for 2D thermoelectroelastic bimaterial // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2014. – 48. – P. 87–101.
4. *Pasternak I., Pasternak R., Sulym H.* 2D boundary element analysis of defective thermoelectroelastic bimaterial with thermally imperfect but mechanically and electrically perfect interface // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2015. – 61. – P. 194 – 206.

THERMOMAGNETOELECTROELASTICITY OF BIMATERIAL SOLIDS WITH CRACKS AND THIN INHOMOGENEITIES UNDER IMPERFECT CONTACT OF PHASES

This work studies the problem of a thermomagnetoelectroelastic anisotropic bimaterial with imperfect high temperature-conducting coherent interface, which components contain thin inclusions. Using the extended Stroh formalism and complex variable calculus the Somigliana type integral formulae and corresponding boundary integral equations for the anisotropic thermomagnetoelectroelastic bimaterial with high temperature-conducting coherent interface are obtained. These integral equations are introduced into the modified boundary element approach. The numerical analysis of new problems is held and results are presented.

УДК 539.3

ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА ПАРАМЕТРАМИ ТЕРМОМІЦНОСТІ РЕЖИМІВ ВІДПАЛУ ТЕРМОЧУТЛИВИХ СКЛЯНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ НАГРІВІ ЗОВНІШНЬОЮ ТЕМПЕРАТУРОЮ І ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА

Томаш Вольчанські, Микола Гачкевич, Орест Гуменчук, Анна Козярська

ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України
Політехніка Опольська, Польща

Dept13@iapmm.lviv.ua

Розглянуто актуальну в застосуваннях [1, 2] задачу оптимізації за параметрами термоміцності режимів відпалу скляних елементів конструкцій з метою пониження рівня залишкових напружень шляхом їх релаксації. При цьому за розрахунковий елемент вибрано елемент малої кривини, який моделюється вільною на краях (торцях) пластиною постійної товщини $2h$. Відпал здійснюється за рахунок нагріву температурою зовнішнього середовища зі сторони основ модельного елементу (пластини) і джерелами тепла на етапі нагріву від початкової температури до максимальної.

Пластину необхідно нагріти зовнішньою температурою і джерелами тепла від сталої початкової температури t_p до максимальної t_0 за час τ_0 на поверхні $\gamma = h$, витримати цю температуру деякий проміжок часу $\tau_в$, а потім охолодити поверхню до кінцевої t_* ($t_* \le t_0$) за час τ_* при заданих обмеженнях на зміну температури і температурні напруження. Функцією керування є температура зовнішньої поверхні пластини (яка є шуканою функцією) і задовольняє у відповідності до мети нагріву певним умовам, що відображають ціль нагріву і специфіку термообробки скляних виробів. В якості критерію оптимальності приймається функціонал максимальних нормальних напружень

Розв'язок сформульованої задачі оптимізації будується на основі принципу поетапної параметричної оптимізації, причому для здійснення етапу пошуку умовного мінімуму функціоналу застосовується ітераційний метод локальних варіацій, який базується на відомих значеннях варійованих величин, (які є розв'язками прямих задач: температура-задачі теплопровідності за постійних характеристик матеріалу, а напруження-задачі термопружності тонких оболонок за термочутливого коефіцієнту температурного розширення).

В прямій задачі теплопровідності приймається, що на основах $\gamma = \pm h$ пластини підтримується змінна в часі температура $t^{\pm}(\tau)$. Температурне поле в пластині описуємо стандартним неоднорідним рівнянням теплопровідності [2] за ненульової початкової умови.

Для отримання наближеного розв'язку задачі теплопровідності, зручного для використання в прийнятих числових алгоритмах оптимізації, розподіл температури за товщинною координатою γ апроксимуємо кубічним поліномом, коефіцієнти якого виражаються через усереднені характеристики температурного поля за товщинною координатою γ оболонки

$$T_p = \frac{2p-1}{2h^p} \int_{-h}^{h} t\gamma^{p-1} d\gamma, \ \ p = \overline{1; m-1} \qquad (1)$$

і задані граничні умови.

Рівняння для визначення усереднених характеристик T_p отримуються, шляхом множення рівняння теплопровідності на γ^{p-1} і інтегрування по цій координаті з врахуванням співвідношень (1), а коефіцієнтів b_j із співвідношень, що отримуються безпосередньою підстановкою представлення температури у відповідні межові умови і співвідношення (1).

Обмежуючись кубічним законом розподілу температури за товщиною пластини отримано систему диференціальних рівнянь на T_1, T_2 [2].

Для заданого закону нагріву (при відомій температурі поверхні) усереднені характеристики температури знаходяться з розв'язку системи рівнянь методом найменших квадратів. Для обчислення чисто теплової деформації і її усереднених характеристик залежність коефіцієнта лінійного теплового розширення від температури апроксимується за допомогою кусково-лінійних функцій. При відомих значеннях чисто теплової деформації і її усереднених характеристик визначаються значення напружень на поверхні термочутливої пластини за формулами приведеними в [2].

Побудовано і досліджено оптимальні режими нагріву пластини товщиною $2h = 14$ мм при однорідному симетричному нагріві зовнішньою температурою і дії постійними джерелами тепла потужністю 10^5 Вт/м^3.

1. В.І. Моссаковський - вчений, ректор, особистість / Під. ред. М.В. Полякова, В.С. Гудрамович, А.П. Дзюби.-Д: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту. 2009. - 664с.
2. *Гачкевич О. Р., Гачкевич М. Г., Будз С. Ф.* Оптимізація за напруженим станом режимів нагріву скляних кусково-однорідних оболонок. – Львів: Ін–т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2014 – 334с.

THERMOSTRENGTH PARAMETER OPTIMIZATION OF ANNEALING REGIMES FOR HEAT-SENSITIVE GLASS ELEMENTS SUBJECTED TO HEATING BY EXTERNAL TEMPERATURE AND HEAT SOURCES

Optimization of the annealing regimes of heat-sensitive glass elements subjected to heating by convective method and heat sources is proposed.

УДК 539.3

ЗАЛИШКОВІ ФАЗОВИЙ ТА НАПРУЖЕНИЙ СТАНИ МАЛОВУГЛЕЦЕВИХ НИЗЬКОЛЕГОВАНИХ СТАЛЕВИХ ПЛАСТИН ЗА НАГРІВУ РУХОМИМИ РОЗПОДІЛЕНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА

Олександр Гачкевич, Тереза Козакевич, Томаш Волчаньскі

Інститут прикладних проблем механіки та математики НАН України;
Політехніка Опольська, Польща;

dep13@iapmm.lviv.ua

Запропоновано варіант методики дослідження та оптимізації залишкових фазового та напруженого станів тонких пластин, виготовлених з маловуглецевих низьколегованих сталей, за локального нагріву рухомими розподіленими джерелами тепла (з декількома центрами локалізації) до температур повної аустенізації сталі в зоні термічного впливу та наступного монотонного охолодження.

Методика ґрунтується на адаптованій до розглядуваного класу задач відомій моделі опису фазового складу та зумовлених ним залишкових напружень у маловуглецевих низьколегованих сталевих тілах за їх монотонного охолодження (з високотемпературного початкового стану зі зоною повної аустенізації).

Побудовано, ґрунтуючись на методі зважених залишків у поєднанні з методом скінчених елементів, методику числового розв’язування сформульованих складових задач наявних етапів запропонованої розрахункової схеми поставленої вихідної комплексної задачі механіки за врахування структурних перетворень для розглядуваної пластини, яка включає:

- визначення температурного поля і відповідного приведеного часу перебування точок пластини в інтервалі температур поліморфних перетворень за монотонного охолодження;
- знаходження відсоткового вмісту залишкових фазових складових та параметрів, що окреслюють механічні властивості, на основі відомих аналітичних залежностей, отриманих з використанням методу математичної статистики експериментальних термокінетичних діаграм фазових змін у даного типу сталях за монотонного охолодження, де встановлено інтервал поліморфних перетворень (850^0C÷500^0C);
- визначення залишкових напружень на основі задачі, сформульованої в переміщеннях за підходу методу умовних деформацій при знайденій деформації, викликаній різним відсотковим вмістом наявних при перетвореннях фазових складових за відмінності у їх питомих об’ємах.

Розроблено методику параметричної оптимізації характеристик рухомих розподілених джерел тепла (з одним та декількома центрами локалізації) відносно відсоткового вмісту мартенситу (за критерієм мінімуму максимального вмісту мартенситу) при зменшенні рівня залишкових напружень.

Виявлено нові дані про залишкові напруження та фазові розподіли, а також механічні властивості в тонких маловуглецевих низьколегованих сталевих пластинах за високотемпературного нагріву рухомими розподіленими джерелами тепла за наявності одного (основного) джерела, цього джерела і одного та двох додаткових за різних (в тому числі оптимальних) центрів їх локалізації і параметрів потужності, а також за наявності одного рухомого розподіленого джерела при врахуванні вихідного складу сталі та певних термічних і технологічних умов нагріву (відсоткового вмісту конкретних легуючих хімічних елементів; загального однорідного підігріву, який заданий значенням початкової постійної температури; локального супутнього підігріву, що окреслений локальним стаціонарним температурним полем; змінного параметра розсіювання в джерелі тепла, що характеризує розподіл енергії в цьому джерелі; локальної теплоізоляції поверхонь пластини).

1. *Гачкевич О, Козакевич Т.* Вибрані проблеми моделювання та оптимізації фазового складу та зумовлених ним напружень у мало вуглецевих низьколегованих сталевих тілах за технологічного нагріву // Фіз.-мат.моделювання иа інформаційні технології. – 2018, – Вип.27. – С. 28-40.
2. *Волчаньски Т, Гачкевич О, Козакевич Т., Кушнир Р.* Моделирование и оптимизация остаточных структурного и напряженного состояний стальных пластин при нагреве подвижными источниками тепла с учетом избранных дополнительных термических и технологических факторов // Manufacturing processes. Actual Problems. – 2018.– Vol 2: Modelling and optimization of manufacturing processes (Моделирование и оптимизация производственных процессов). Studia i monografie z. 493 (ISBN 978-83-66033-23-8, pod red. nauk.: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański). Oficyna Wydawnicza politechniki Opolskiej, Opole, 2018. Глава 12. – С. 217–232.

RESIDUAL PHASE AND STRESS STATE OF LOW-CARBON LOW-ALLOYED STEEL PLATES SUBJECTED TO HEATING BY MOVING-DISTRIBUTED HEAT SOURCES

A variant of method for definition and optimization of residual phase distribution and stress state of thin plates made of low carbon low alloyed steels, subjected to local heating by moving distributed heat sources (with several localization centers) to temperatures of complete austenization of the steel in the heat affected zone and subsequent monotonic cooling, is proposed.

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗУМОВЛЕНОЇ ТЕПЛОВИМ ОПРОМІНЕННЯМ МЕХАНОТЕРМОДИФУЗІЇ В ЧАСТКОВО ПРОЗОРИХ ДЕФОРМІВНИХ ТВЕРДИХ ТІЛАХ З ГАЗОВИМИ ДОМІШКАМИ

Олександр Гачкевич, Аніда Станік-Беслер, Ростислав Терлецький, Адріан Торський

Інститут прикладних проблем механіки і математики (ІППММ) ім. Я. С. Підстригача НАН України;
Політехніка Опольська, Польща;
Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України

dept13@iapmm.lviv.ua

Останнім часом все інтенсивніше розвиваються дослідження електромагнітних, теплових, механічних процесів у взаємозв'язку з переносом маси в деформівних твердих тілах. Це викликано потребами електронної техніки, зокрема, пов'язаними зі створенням нових електротехнічних матеріалів (діелектричних, електропровідних, напівпровідникових), а також прогнозуванням електричних, магнітних, теплових і механічних властивостей матеріалів, що містять чужорідні домішки, і їх термомеханічної поведінки при комплексних навантаженнях (механічних, теплових, дифузійних і електромагнітних). Відповідні моделі механотермодифузії згаданих типів тіл будувалися на основі термомеханіки сумішей [3, 5] чи теорій деформівних твердих розчинів [4] з використанням відомих теорій електромеханічної взаємодії [8]. Що стосується впливу електромагнітних процесів, то враховувались дії лише в радіочастотному діапазоні довжин хвиль.

В літературі в окремих дослідженнях масопереносу домішок в тілах як непрозорих, так і в частково прозорих для випромінювання світлового діапазону (до якого належить теплове випромінювання), виходили з класичних співвідношень термодифузії, в яких вплив випромінювання враховували через знайдені з розв'язку задачі переносу тепла та випромінювання в тілі (радіаційно-кондуктивного теплообміну) розподіли температур. При цьому, вплив концентрацій домішок на поле випромінювання в тілі та специфіка поглинання випромінювання окремими компонентами, не розглядались.

В роботах [1, 2, 6, 7] на основі континуальної моделі твердої суміші (твердого розчину), зокрема з домінантною компонентою і феноменологічної теорії випромінювання запропонована математична модель кількісного опису зумовлених дією зовнішнього теплового випромінювання механотермодифузійних процесів в частково-прозорих деформівних твердих тілах з домішками. Тіло розглядається як гомогенна тверда суміш деформівної мат-

риці (каркаса) і дифундуючих в ньому домішкових компонент (дифузантів). Вплив випромінювання на досліджувані в тілі процеси враховується через тепловиділення внаслідок поглинання енергії випромінювання компонентами тіла (каркасом і домішками) і пондеромоторні сили дії випромінювання на них, які розглядаються в континуальній моделі як об'ємні джерела тепла та об'ємні сили. При моделюванні термомеханічної поведінки таких тіл, спричиненої дією світлового випромінювання, важливим є врахування (при об'ємному характері поширення енергії випромінювання в тілах) відмінності поглинальних властивостей складових компонент (зокрема, газових домішок), а також специфіки опису поширення випромінювання в них. Внаслідок такої відмінності і чинників дії випромінювання на компоненти (густин поглинутих енергій та масових сил) в деяких підобластях тіла (в локальних об'ємах з фізично малих макрочастин) виникають нерівноважні процеси обміну енергією між каркасом і домішками при встановленні теплової рівноваги, які моделюють з використанням фотонно-фононного формалізму.

1. *Гачкевич О.Р., Терлецький Р.Ф., Курницький Т.Л.* Математичне моделювання механотермодифузійних процесів у частково-прозорих деформівних твердих тілах з газовими домішками за умов дії електромагнітного випромінювання світлового діапазону частот // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – **46**, № 1. – С. 151-164.
2. Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я.Й. Бурака, Р.М. Кушніра. Т. 2: Механотермодифузія в частково прозорих тілах / О.Р. Гачкевич, Р.Ф. Терлецький, Т.Л. Курницький. – Львів: СПОЛОМ, 2007. – 184с.
3. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978.–336 с.
4. *Подстригач Я.С., Павлина В.С.* Диффузионные уравнения термодинамических процессов в -компонентном твердом растворе // Физ.-хим. механика материалов. – 1965. – №4. – С. 383-389.
5. *Bowen R.M.* Theory of mixtures // Continuum physics III / Ed. by A.C. Eringen. – New York: Academic Press, 1976. – 127p.
6. *Gachkevich A., Kournyts'kyi T., Matysiak S.* Effect of laser radiation upon heat and mass transfer in two-component elastic semitransparent layer // Int. J of Heat and Mass Transfer. – 2004. – **47**, № 5. – P. 977-985.
7. *Gachkevich A., Kournyts'kyi T., Terletskii R.* Investigation of molecular gas admixture diffusion, heat transfer and stress state in amorphous solid subjected to thermal infrared radiation // Int. J. Eng. Sci. – 2002. – **40**, № 8. – P. 829-857.
8. *Hutter K. and van de Ven A.A.* Field-matter interaction in thermoelastic solids. – Lecture Notes in Physics. – 88. – Berlin: Springer-Verlag, 1978. – 234p.

MATHEMATICAL MODELS AND METHODS OF INVESTIGATION THE MECHANOTHERMODIFFUSION IN SEMITRANSPARENT SOLIDS WITH GAS ADMIXTURE COUSED BY THERMAL RADIATION

A mathematical model to describe mechanical, thermal and diffusive processes in semitransparent solids with gas admixture subjected to thermal radiation is developed.

УДК 539.3

ПРО СТІЙКІСТЬ ОРТОТРОПНОГО БІМАТЕРІАЛЬНОГО ТІЛА З МІЖФАЗНОЮ ТРІЩИНОЮ

Ірина Гергель

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Gergeli@i.ua

Розглядається задача стійкості пружного ортотропного біматериільного тіла в умовах плоскої деформації при наявності тріщини на межі лінії поділу матеріалів. На композит, який складається з ортотропного шару та ортотропного півпростору, діє стискальне навантаження паралельно вільній поверхні.

Задачу стійкості розглянуто в точній постановці в межах тривимірної лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл. За втрату стійкості біматеріального тіла взято розкриття міжфазної тріщини.

Використовується методика, яка для випадку ізотропних матеріалів викладена в роботі [1]. За допомогою методу інтегральних перетворень Фур'є знайдено розв'язок рівнянь рівноваги збуреного стану при відсутності масових сил. Далі проблему зведено до системи сингулярних інтегральних рівнянь другого роду з ядрами типу Коші. Для подальшого чисельного аналізу застосована квадратурна формула Гауса-Чебишева, що дозволяє перетворити систему сингулярних інтегральних рівнянь з додатковими умовами у систему $2n$ однорідних алгебраїчних рівнянь відносно $2n$ невідомих значень невідомих функцій, які виражені через нескінченно малі прирости переміщень. За умови існування ненульового розв'язку отриманої системи визначено критичне навантаження, що призводить до втрати стійкості (розкриття тріщини).

Отримано залежності критичного навантаження від геометричних і фізичних параметрів складників біматеріального тіла.

1. *Loboda V. V., Mityukova I. Yu.* On the stability loss of a bimaterial finite sized body with a tunnel crack in an interface // Int. J. Solids Structures. – 2001. – **38**. – P. 7283-7296.

ON STABILITY OF A BIMATERIL BODY WITH INTERFACE CRACK

Stability of an orthotropic layer bonded to a half-space with interface crack under the action of compressive load parallel to the crack faces has been considered.

УДК 539.3

АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОПРОНИКНОЇ ТРІЩИНИ НА МЕЖІ ПОДІЛУ П'ЄЗОЕЛЕКТРИКА ТА ПРОВІДНИКА

Володимир Говоруха

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

govorukhavb@yahoo.com

Проблема дослідження тріщини між двома матеріалами (міжфазної тріщини) є актуальною впродовж останніх десятиліть. У зв'язку із широким використанням п'єзокерамічних матеріалів в різних галузях сучасної техніки ця проблема стає актуальною й для п'єзокерамічних композитів. Зокрема, викликає певний інтерес дослідження адгезійних з'єднань п'єзоелектричної кераміки з металевими електродами, що нанесені на її поверхню.

У даній роботі в рамках відкритої та контактної моделі розглядається електропроникна тріщина на межі поділу напівбезмежного п'єзоелектрика та металевого провідника під дією зовнішнього механічного навантаження. Для побудови розв'язку задачі використано методику, що передбачає поєднання представлень Стро (Stroh) для п'єзокерамічного матеріалу та представлень Мусхелішвілі для ізотропного провідника. Методами теорії функцій комплексної змінної задачі для різних моделей міжфазної тріщини зведено до задач лінійного спряження, розв'язок яких знайдено в аналітичному вигляді.

На основі побудованого розв'язку отримано аналітичні вирази для електромеханічних факторів вздовж інтерфейсу, коефіцієнтів інтенсивності та швидкості вивільнення енергії. Знайдено також трансцендентне рівняння для визначення довжини зони контакту у випадку контактної моделі тріщини та розташування першої точки взаємопроникнення матеріалів у випадку відкритої моделі. Виявлено значний вплив зовнішнього механічного навантаження на розкриття тріщини, довжину зону контакту та довжину області взаємопроникнення матеріалів.

ANALYSIS OF AN ELECTRICALLY CONDUCTING CRACK AT THE PIEZOCERAMIC-METAL INTERFACE

A plane strain problem for an electrically conducting interface crack between linear transversely isotropic piezoelectric and isotropic elastic conductor materials under remote mechanical loadind is considered. The attention is focused on a hybrid complex variable method which combines the Stroh formalism for piezoelectric materials with the Muskhelishvili formalism for conducting isotropic elastic materials. This method is illustrated in details for the open crack model and the contact zone crack model.

УДК 539.3

КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ БЕРЕГОВ ДУГОВОЙ ТРЕЩИНЫ В ЭЛЕКТРОСТРИКЦИОННОМ КОМПОЗИТЕ

Алина Годес

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

alinej@rambler.ru

Рассматривается бесконечная плоскость, которая содержит круговое включение, скрепленное с плоскостью вдоль всей границы за исключением дуги, где возникла трещина. Линейно упругие изотропные материалы матрицы и включения являются электрострикционными, берега трещины считаются гладкими и полностью проницаемыми для электрического поля. На бесконечности действуют механическая и электрическая нагрузки. Разыскиваются раскрытие трещины, напряжения на границе раздела сред и коэффициенты интенсивности напряжений в вершинах трещины.

Для решения поставленной задачи используются уравнения плоской задачи, которые отличаются от соотношений Колосова–Мусхелишвили наличием дополнительных слагаемых, определяемых комплексным потенциалом электрического поля. Комплексные потенциалы, определяющие электрическое поле включения, матрицы и трещины, являются решением соответствующей задачи электростатики, которое разыскивается классическими методами теории аналитических функций [2].

Задача электроупругости сводится к решению сингулярного интегрального уравнения с ядром типа Коши относительно неизвестной комплекснозначной функции действительной переменной, которая определяет производную раскрытия трещины. Правая часть сингулярного интегрального уравнения содержит также функцию, определяющую контактные напряжения на берегах трещины. Эта функция подлежит определению в пределах зоны контакта берегов. Сингулярное интегральное уравнение дополняется условием однозначности смещений при обходе вокруг трещины и условием равенства нулю раскрытия трещины в контактной зоне.

Для приближенного решения полученной системы интегральных уравнений разработана новая методика, основанная на методе разложения неизвестной функции в полиномиальные ряды и на методе коллокаций [1, 2]. Поскольку функция напряжений задана на трещине кусочно, на каждом участке непрерывной дифференцируемости напряжений на трещине неизвестная функция разыскивается в виде отдельного разложения. Искомая функция на каждом отрезке представляется как произведение весовой

функции на ограниченную функцию, которая раскладывается в ряд по полиномам Якоби. Весовая функция аналитически учитывает все особенности решения, в том числе осцилляцию раскрытия трещины и напряжений в окрестности вершины трещины, к которой не примыкает контактная зона, корневую особенность напряжений в окрестности вершины трещины, к которой примыкает зона контакта, и отсутствие особенностей во внутренних точках промежутка. Сингулярный интеграл с ядром типа Коши представляется через функции Якоби второго рода. Регулярные ядра сингулярного интегрального уравнения раскладываются в ряд по полиномам Якоби. На каждом отрезке равномерно выбираются точки коллокации в количестве, равном максимальному порядку полиномов Якоби. Система также дополняется условием отсутствия логарифмической особенности сингулярного интеграла с ядром типа Коши.

Действительная функция, определяющая контактные напряжения, представляется с помощью интерполяционного многочлена, чей порядок равен количеству точек, для которых записывается условие равенства нулю раскрытия в контактной зоне. Эти точки выбираются равномерно по всей длине контактной зоны. Решение системы интегральных уравнений сводится к решению замкнутой системы линейных алгебраических уравнений, неизвестными которой являются комплексные коэффициенты разложения неизвестной функции в ряды по полиномам Якоби и действительные коэффициенты разложения функции контактных напряжений. Неизвестные границы контактной зоны определяются из условия ограниченности контактных напряжений на внутренних границах контактной зоны.

1. *Годес А.Ю., Лобода В.В.* Контактная задача для межфазной дуговой трещины // Вісник Дніпропетровського університету: Серія Механіка. – 2015. – Вип. 19, т. 2. – С. 3–17.
2. *Hodes A.Y., Loboda V.V.* A contact zone approach for an arc crack at the interface between two electrostrictive materials // International Journal of Solids and Structures. – 2017. – Vol. 128. – P. 262–271.

A CONTACT PROBLEM FOR INTERACTION OF THE ARC CRACK FACES IN ELECTROSTRICTIVE COMPOSITE

A problem of determining of stress-strain state and fracture parameters of an electrostrictive plane with a circular inclusion with an arc interface crack under the action of mechanical and electrical loadings applied at infinity is considered. The problem is reduced to the singular integral equation with Cauchy type kernel for the unknown function that determines crack opening. New methods based on expanding of unknown function in polynomial series in combination with collocation method is developed to resolve approximately this equation. Unknown bounds of the contact zones are defined by iteration algorithm based on the condition of stresses finiteness at inner boundaries of the contact zone.

УДК 539.3

ПРО ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОЇ ТРІЩИНИ МІЖ ДВОМА П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ МАТЕРІАЛАМИ

Аліна Гриневич

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

alina.grynevych@gmail.com

Розглядається тріщина між двома п'єзоелектричними матеріалами під дією віддаленого електромеханічного навантаження. Тріщина вважається електродованою, тобто її береги розглядаються як електропровідні. Крім того, вважається, що береги тріщини мають сумарний електричний заряд фіксованої величини, тобто електроди, що розташовані на берегах тріщини, підключені до якогось джерела живлення. До того ж на нескінченності прикладене електричне поле.

Розглядалася як відкрита тріщина так і тріщина з зоною контакту. В останньому випадку, використовуючи аналітичний підхід, заснований на поданні електромеханічних факторів через кусково-аналітичні функції, сформульована задача лінійного спряження Діріхле-Рімана і виписаний її точний аналітичний розв'язок. На основі цього розв'язку знайдені досить прості аналітичні формули для усіх необхідних електричних та механічних компонент вздовж межі поділу матеріалів. Задовольняючи далі умови непроникнення берегів тріщини, отримано трансцендентне рівняння для визначення довжини зони контакту. Розв'язок цього рівняння зазвичай знаходиться чисельно, але знайдено також його асимптотичне аналітичне представлення.

З аналітичного аналізу результатів та візуалізації даних видно, що як віддалене електричне поле, так і загальний заряд тріщини суттєво впливають на довжину зони контакту та електромеханічні характеристики поблизу тріщини. До того ж, ці фактори можуть призвести до значних ділянок контакту берегів тріщини навіть за відсутності зовнішніх напружень зсуву.

ON THE PECULARITIES OF DEFORMATION OF ELECTRICALLY CONDUCTING CRACK BETWEEN TWO PIEZOELECTRIC MATERIALS

An electrically conducting crack between two piezoelectric materials under the action of a remote electromechanical load is considered. The problem is reduced to the combined Dirichlet-Riemann boundary value problem and solved exactly. All electromechanical quantities along the interface are found in the form of simple analytical formulas.

УДК 539.3

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ТОНКОСТІННИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕОДНОРІДНОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

Наталія Гук

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

natalyguk29@gmail.com

Апарат коефіцієнтних обернених задач широко застосовується для ідентифікації теплофізичних властивостей матеріалів. Для оцінки реального стану конструкції, що знаходиться у полы температур, необхідна одночасна ідентифікація, як механічних так й теплофізичних властивостей матеріалу.

Розв’язання оберненої задачі передбачає відновлення вектор-функції, компонентами якої є функції, що характеризують модуль Юнга, коефіцієнт температурного розширення, коефіцієнт теплопровідності, теплоємність.

Обернена задача ідентифікації теплофізичних властивостей матеріалу формулюється в варіаційної постановці, невідомі функції задачі визначаються з умови мінімуму функціоналу, що характеризує різницю між вимірюваними (спостережуваними) значеннями фізичних полів і обчисленими з використанням математичної моделі при заданих значеннях невідомих параметрів. Особливістю сформульованої оберненої задачі є наявність результатів спостережень за полем температур T^* та значеннями деформацій, що мають різну фізичну природу. Тому задача ідентифікації теплофізичних і фізичних характеристик матеріалу розв’язується у два етапи.

Спочатку визначаються теплофізичні характеристики за результатами спостереження за полем температур з умови мінімуму функціоналу:

$$\rho^2_{L_{2\Omega}}(T(H),T^*)=\sum_p \int_\Omega (T(H,t_p)-T^*)^2 d\Omega,\ p=\overline{1,P},\ H\in\overline{H},\ T^*\in\overline{T}, \qquad (1)$$

де $T\left(H,t_p\right)$ – функція температури в момент часу t_p, що визначається з розв’язання задачі теплопровідності при заданих значеннях теплофізичних характеристик.

Потім визначається модуль Юнга за спостережуваними значеннями тангенційної та згинальної складових деформацій, з умови мінімуму функціоналу подібному (1).

Передбачається, що тіло нагрівається настільки, що теплофізичні і фізичні характеристики матеріалу в залежності від температури змінюються істотно, але при цьому процес деформування залишається пружним. При розв’язуванні прямої задачі деформування нагрітого зразку для врахування

температурних факторів використовується модель незв'язаної термопружності. Для опису термопружного деформування досліджуваного зразка використано співвідношення узагальненого розв’язку [2] з урахуванням температурної деформації.

Для розв'язання задач першого і другого етапів виконується дискретизація часового інтервалу та скінченно-елементна дискретизація області. Після виконання процедури інтегрування співвідношень узагальненого розв’язку при заданій апроксимації невідомих функцій і підсумовуванні матриць елементів отримуємо систему рівнянь для визначення поля температур. З умови мінімуму дискретизованого функціоналу (1) визначаються теплофізичні характеристики.

Аналогічну систему сформульовано і для задачі термопружності. Мінімізація дискретних аналогів функціоналів здійснюється з використанням ітераційної процедури методу Ньютона.

У обчислювальному експерименті виконано ідентифікацію механічних і теплофізичних властивостей матеріалу залежно від температури для неоднорідно нагрітого зразка – пластини ($a = 0.2м$, $b = 0.2м$, $h_0 = 0.02м$), виготовленої зі сталі 65С2ВА. Неоднорідне поле температур створювалось шляхом нагрівання локальних областей, розташованих у центрі та біля верхнього правого кута пластини.

Порівняння отриманих в роботі результатів ідентифікації температурних залежностей теплофізичних параметрів здійснювалося з табличними значеннями відповідних характеристик, які наведено у довідковій літературі [1]. За результатами обчислень виявлено, що значення теплофізичних характеристик для неоднорідно нагрітої пластини, незалежно від місця розташування області нагріву, істотно відрізняються від залежностей, що наведено у довідкової літературі. Відносна різниця значень для коефіцієнта теплоємності пластини становить 27%, для модуля пружності - 36%.

1. *Безухов Н.И., В.Л. Бажанов, И.И. Гольденблат* Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. – М.: Машиностроение, 1965. – 567 с.
2. *Ворович И.И.* Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек. – М.: Наука, 1989. – 373 с.

IDENTIFICATION OF THE PARAMETERS OF THE PROBLEM OF THERMOELASTICITY AT AN INHOMOGENEOUS STRESS-STRAIN STATE

The identification of the mechanical and thermo-physical characteristics of the material was carried out to assess the real state of the structure under conditions of inhomogeneous heating. The inverse problem is formulated in a variation formulation. Nonlinear dependences of thermo-physical and mechanical characteristics on temperature were obtained in a computational experiment.

УДК 539.3

СИНГУЛЯРНІ ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ В МОДЕЛЮВАННІ ПРОЦЕСІВ ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ ТА ОЦІНЮВАННІ ДОВГОВІЧНОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ, ПІДДАНИХ ЦИКЛІЧНОМУ КОНТАКТУВАННЮ

Олександра Дацишин

Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України

datsyshy@ipm.lviv.ua

В рамках механіки руйнування матеріалів сформульовано двостадійну розрахункову модель для дослідження процесів руйнування та прогнозування залишкової довговічності твердих тіл (елементів трибоспряжень) за умов їх циклічного контактування. Основою моделі є покроковий розрахунок траєкторій розвитку тріщин на базі розв’язків сингулярних інтегральних рівнянь двовимірних контактних задач теорії пружності для тіл з криволінійними тріщинами і критеріїв локального руйнування при складному напруженому стані з урахуванням характеристик циклічної тріщиностійкості матеріалів та експлуатаційних параметрів трибоспряжень. Алгоритми побудови траєкторій розвитку тріщин в зоні контакту враховують зміну напружено-деформованого стану, викликаного як видовженням тріщини, так і переміщенням контртіла (зміною навантаження) в циклі контактування, а також можливу зміну механізму руйнування в процесі поширення тріщини і тертя між її берегами. Враховуються найбільш загальні умови контакту берегів макротріщини: проковзування з тертям, защемлення, розкриття.

Запропоновану модель застосовано до двох видів втомної контактної взаємодії твердих тіл: кочення і фретинг-втоми [1, 2]. Встановлено причини та закономірності формування таких типових контактно-втомних пошкоджень тіл кочення, як ямкування (pitting), відшарування (spalling), вищербини (gaps), "темні плями" (squats), "риски" (checks) тощо. Показано, що і при коченні, і при фретинг-втомі значний вплив на характер руйнування поверхні контакту та розміри частинок викришування мають такі експлуатаційні параметри: величина коефіцієнта тертя та умови зчеплення/проковзування в контакті між тілами, форма основи контртіла, характеристики циклічної тріщиностійкості матеріалу на відрив та поперечний зсув, наявність експлуатаційних або випадкових продуктів в зоні контакту (води, мастила, порошкоподібних продуктів фретингу, абразивних частинок і т.п.), які можуть бути захоплені тріщиною. Наведено приклади розрахунку залишкової контактної довговічності на різних стадіях розвитку (за механізмом поперечного зсуву і/або нормального відриву)

приповерхневих тріщин за експлуатаційних умов кочення для деяких рейкових, підшипникових і валкових сталей, а за умов фретинг-втоми – для титанових сплавів.

Теоретично установлено наявність характерного кута поширення крайових (поверхневих) тріщин у головці залізничної рейки і сформульовано критеріальні умови для його визначення. Для цього на основі методу сингулярних інтегральних рівнянь розв'язано контактну задачу теорії пружності для півплощини з крайовою тріщиною під дією рухомого модельного контактного навантаження із урахуванням загальних умов взаємодії берегів тріщини. Детально досліджено залежність розмаху коефіцієнтів інтенсивності напружень K_{II} в циклі навантаження залежно від кута орієнтації тріщини із урахуванням таких експлуатаційних параметрів, як тертя між колесом і рейкою, довжина тріщини і тертя між її берегами. Установлені значення характерного кута з використанням характеристик циклічної тріщиностійкості рейкових сталей на поперечний зсув дуже добре корелюють з багатьма інженерними даними [3]. Цей кут, припускаємо, є базовим у формуванні типових поверхневих контактно-втомних пошкоджень, таких, як пітинг, "риски", "темні плями" та ін. в тілах кочення. Окрім того, запропоновано гіпотезу щодо механізму утворення поширеного контактно-втомного пошкодження в рейках "темна пляма".

Показано застосовність методу сингулярних інтегральних рівнянь для аналізу явищ руйнування і зношування елементів рухомих і нерухомих спряжень та прогнозування їх контактної довговічності [2].

1. *Datsyshyn O.P., Panasyuk V.V., Glazov A.Yu.* The model of the residual life time estimation of trybojoint elements by formation criteria of the typical contact fatigue damages // International Journal of Fatigue. – 2016. – Vol. 83, Part 2. – P. 300–312.
2. *Дацишин О.П., Панасюк В.В.* Контактна довговічність і руйнування елементів конструкцій за циклічного навантаження. – К.: Наукова думка, 2018. – 288 с.
3. *Datsyshyn O.P., Marchenko H.P., Glazov A.Yu.* On the special angle of surface cracks propagation in the railway rail heads // Engineering Fracture Mechanics. – 2019. – 206. – P. 452–462.

SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS IN THE SIMULATION OF FATIGUE FRACTURE PROCESSES AND EVALUATION OF LIFETIME OF SOLIDS UNDER CYCLIC CONTACT

Within the frameworks of materials fracture mechanics the computational model for investigation of fracture processes and prediction of solids (tribojoint elements) residual durability under their cyclic contact has been formulated. The step-by-step calculation of crack propagation paths in the contact zone using solutions of the singular integral equations of two-dimensional contact problems for solids with curvilinear cracks and local fracture criteria under complex stress-strain state are the basis of the model.

УДК 539.3

НЕСТАЦІОНАРНИЙ ЗАКРУТ СКІНЧЕННОГО ЦИЛІНДРА ЧАСТКОВО ЗЧЕПЛЕНОГО З ЖОРСТКОЮ ОСНОВОЮ ІЗ ЗОВНІШНІМ КІЛЬЦЕВИМ ВІДШАРУВАННЯМ

Олександр Демидов, Всеволод Попов

Національний університет «Одеська морська академія»

alexandr.v.demidov@gmail.com, dr.vg.popov@gmail.com,

Розглядається скінченний пружний циліндр з ізотропного матеріалу з висотою a і радіусом r_0 (Рис. 1). Джерелом навантаження є жорстка накладка того ж радіусу що і циліндр, зчеплена з верхнім торцем і яка знаходиться під дією крутного моменту $M(t)$. Нижній торець циліндра зчеплений з жорсткою основою. В області зчеплення є кільцеве відшарування із внутрішнім радіусом $b<r_0$, центр якого знаходиться на осі циліндра й має координату $z=0$.

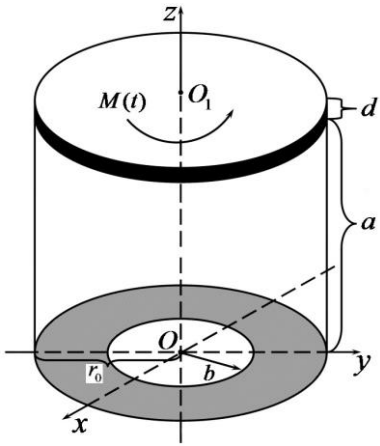


Рис. 1

Бічна поверхня циліндра і область відшарування вважаються вільними від напружень. За цих умов циліндр перебуває у стані вісесиметричної деформації крутіння й відмінним від 0 буде тільки кутове переміщення $w(r,z,t)$, яке задовольняє рівнянню

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}-\frac{w}{r^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}=\frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

з нульовими початковими умовами і наступними граничними умовами:

$$w(r,0,t)=0,\ 0<r<b,\ \tau_{\varphi z}(r,0,t)=0,\ b\le r\le r_0,$$

$$w(r,a,t)=\alpha(t)r,\ \tau_{\varphi r}(r_0,z,t)=0,$$

Тут $\alpha(t)$ - невідомий кут повороту накладки, який визначається з рівняння руху.

Для розв'язання сформульованої початково-крайової задачі застосуємо підхід, який ґрунтується на різницевій апроксимації тільки похідних за часом і детально викладений у [3]. Скориставшись перетвореннями, аналогічними до викладених у [1], задачу звели до сукупності послідовно розв'язуваних однорідних початково-крайових задач для рівняння Гельмгольца.

Розв'язок цих задач розшукується методом інтегральних перетворень. В результаті застосування цього методу отримане інтегральне подання, яке містить невідомі дотичні напруження в області відшарування. Для їх знаходження потрібно скористатись умовою неперервності кутового переміщення в області зчеплення, з якої отримано інтегральне рівняння відносно невідомих напружень. Це рівняння, за відомою методикою [2], перетворено до рівняння Фредгольма другого роду, наближений розв'язок якого шукаємо методом колокацій.

В результаті отримано формули для розрахунку КІН у вузлах розбиття за часом. За допомогою цих формул було проведено числове досліджено впливу різних видів навантаження, маси накладки та геометричних параметрів циліндру на значення КІН за часом.

1. *Демидов О.В., Попов В.Г.* Нестаціонарний закрут скінченного циліндра з круговою тріщиною // Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки. – 2017. - № 1. - С. 131-142.
2. *Попов В.Г.* Крутильні коливання скінченного пружного циліндра зі зовнішньою кільцевою тріщиною // Фізико-хімічна механіка матеріалів. - 2011. - № 6. - С. 30–38.
3. *Savruk M.P.* New method for the solution of dynamic problems of the theory of elasticity and fracture mechanics // Mater. Sci., Kluwer Academic Publishers-Plenum Publishers - 2003. - Vol. 39, № 4. - P. 465–471.

NONSTATIONARY TORSION OF THE FINITE CYLINDER PARTIALLY COUPLED WITH RIGID BASE WITH OUTER RING-SHAPED DELAMINATION

The axisymmetric dynamic problem of determining the stress state in the partially coupled with a rigid base finite cylinder with ring-shaped delamination is solved. The source of the loading is the rigid circular plate, which is coupled with one of the cylinder ends and loaded by the torsional moment, which depends on time. The original problem is reduced to a sequence of homogeneous boundary value problems for the Helmholtz equation. Their solution contains unknown tangential stresses in the plane of delamination. The integral equation with respect to the unknown tangential stresses reduces to the Fredholm integral equation of the second kind. The found numerical solution of this equation gave the possibility to obtain the approximate formula for the SIF calculation.

УДК 534.075

РУЙНУВАННЯ ВИСОКОЕЛАСТИЧНИХ ТА КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ З ПРИПОВЕРХНЕВОЮ ТРІЩИНОЮ ПРИ СТИСКУ ВЗДОВЖ ТРІЩИНИ

Михайло Довжик, Володимир Назаренко

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

dovzhyk.m.v@ukr.net, nazvm1@gmail.com

Вивчення руйнування матеріалів при стиску вздовж тріщин є окремою проблемою механіки руйнування, так як неможливо використовувати критерії, запропоновані в рамках класичної механіки руйнування. Існує два підходи для дослідження таких задач [1]. Перший ґрунтується на використанні наближених розрахункових схем, коли відокремлені тріщинами елементи замінюють балкою, пластиною або оболонкою. Але цей метод має суттєві недоліки: потрібно проводити окремі дослідження для визначення можливості його застосування з точки зору тонкостінності та умов закріплення виділеного тріщинами елемента. Другий підхід в якості критерію руйнування використовує критерій локальної втрати стійкості матеріалу в околі тріщини в межах тривимірної лінеаризорованої теорії пружності. За цим підходом, руйнування ініціює момент локальної втрати стійкості матеріалу поблизу тріщин, а критичні параметри стиску визначають з розв’язання відповідних задач на власні значення, скориставшись тривимірною лінеаризорованою теорією стійкості деформівних тіл.

Розглянуто просторову осесиметричну задачу руйнування композитних та високоеластичних матеріалів з приповерхневою тріщиною при двохвісному рівномірному стиску вздовж площини тріщини. В якості матеріалів розглядався композит з наведеними характеристиками трансверсально-ізотропного середовища (досліджено випадок, коли розміри тріщини значно більші характерних розмірів складових композита) і високоеластичний матеріал з потенціалом Трелоара.

В рамках другого підходу, визначення критичних напружень для півпростору під час стиску вздовж приповерхневої дископодібної тріщини зводиться до розв’язання системи інтегральних рівнянь з допоміжними умовами

$$f(\xi)+\frac{1}{\pi k}\int_0^1 M_1(\xi,\eta)f(\eta)d\eta-\frac{2}{\pi k}\int_0^1 N_1(\xi,\eta)g(\eta)d\eta=0;$$

$$g(\xi)+\frac{1}{\pi k}\int_0^1 M_2(\xi,\eta)g(\eta)d\eta-\frac{2}{\pi k}\int_0^1 N_2(\xi,\eta)f(\eta)d\eta+\tilde{C}_1=0; \qquad (1)$$

$$(0\le\xi\le1, 0\le\eta\le1); \quad f(\xi)\equiv\varphi(a\xi); \quad g(\xi)\equiv\psi(a\xi).$$

з відповідними ядрами для композитних та високоеластичних матеріалів.

Для розв'язання системи інтегральних рівнянь Фредгольма (1) використовувалась чисельно-аналітична методика, запропонована в [2]. В результаті задача зводиться до дослідження системи лінійних рівнянь:

$$\begin{gathered}\sum_{i=0}^{N}F_iF_{1ji}+\sum_{i=0}^{N}G_iG_{1ji}=0; \quad \sum_{i=0}^{N}F_iF_{2ji}+\sum_{i=0}^{N}G_iG_{2ji}+\tilde{C}_1=0;\\ \sum_{i=0}^{N}\frac{1}{i+1}G_i=0, \quad 0\le j\le N,\end{gathered} \qquad (2)$$

з невідомими величинами F_i, G_i, $\tilde{C}_1$, $i\in[0,N]$, де F_{kji}, G_{kji} – точні вирази, обраховані аналітично, які залежать від сталих матеріалу і безрозмірної відстані між тріщиною та вільною поверхнею.

Аналіз критичних напружень та укорочень отриманих при розв'язанні задач вказує на застосовність чисельно-аналітичної методики, розробленої для високоеластичних матеріалів, при дослідженні композитних матеріалів. В обох випадках при малих відстанях між вільною поверхнею та площиною тріщини, критичні укорочення (напруження) мають квадратичну залежність від відстані між тріщиною та вільною поверхнею.

1. *Гузь А.Н., Назаренко В.М.* Механика разрушения материалов при сжатии вдоль трещин (обзор). Конструкционные материалы // Прикл. механика. – 1989. – **25**, №10. – С. 3–19.
2. *Гузь А.Н., Довжик М.В., Назаренко В.М.* Разрушение материалов при сжатии вдоль приповерхностной трещины для малых расстояний между свободной поверхностью и трещиной // Прикл. механика. – 2011. – **47**, № 6. – С. 28–37.

FRACTURE OF HIGHLY ELASTIC AND COMPOSITE MATERIALS WITH NEAR SURFACE CRACK UNDER COMPRESSION ALONG THE CRACK

Nonclassical problem of fracture mechanics for near-surface crack under the action of compressive loads, directed along crack was investigated. The axisymmetrical problem for penny-shaped crack was considered for highly elastic materials. As an example numerical research for a composite highly elastic material with Treloar potential was conducted.Critical loads were obtained for small and large distance between crack and free surface. Results for the composite and highly elastic materials behavior were also present and discussed.

УДК 539.31

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ПОЛІВ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ СТІНЦІ ПРИ ІНТЕНСИВНОМУ ТЕПЛОВОМУ ВПЛИВІ

Андрій Дреус, Антон Рябчук

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

dreus@mmf.dnulive.dp.ua

Одним з важливих прикладних напрямів механіки руйнування, що знайшов відображення в наукових працях В. І. Моссаковського [1,2], є дослідження в області геотехнічної механіки, зокрема вивчення напружено-деформованого стану і характеру руйнування гірських порід при використанні механічних методів буріння. Саме такі методи є основними при будівництві глибоких свердловин. Проте, останнім часом інтенсивно розробляються фізичні і комбіновані методи буріння, які, у багатьох випадках, є більш ефективними ніж традиційне обертове механічне буріння [4]. Зокрема слід відзначити методи, що використовують тепловий вплив на гірську породу задля інтенсифікації процесу її руйнування [5,7].

При нагріванні низки гірських порід до високих температур (біля 600°C) відбувається лущіння поверхні нагрівання та відокремлення частинок породи. Фізична і математична моделі процесу руйнування гірської породи при тепловому впливі на поверхню вибою свердловини запропоновані в [6]. В представленій роботі виконано математичне моделювання теплових і механічних полів, що виникають в стінці свердловини під час інтенсивного нагрівання поверхні. Якщо представити стінку свердловини як однорідний циліндричний напівобмежений простір з одновимірним (лише за радіусом) розподілом температури, то відповідно до теорії термопружності [3] можемо записати

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{(1-\mu)r^2}\left[\frac{r^2-R^2}{R_T{}^2-R^2}\int_R^{R_T} r\Theta(r,\tau)dr - \int_R^r r\Theta(r,\tau)dr\right], \qquad (1)$$

$$\sigma_\phi = \frac{\beta E}{(1-\mu)r^2}\left[\frac{r^2+R^2}{R_T{}^2-R^2}\int_R^{R_T} r\Theta(r,\tau)dr + \int_R^r r\Theta(r,\tau)dr - r^2\Theta(r,\tau)\right], \qquad (2)$$

$$\sigma_z = \sigma_\phi + \sigma_r\,,\ u_r = r\varepsilon_\phi\,,\ \varepsilon_\phi = \frac{1-\mu^2}{E}\left(\sigma_\phi - \frac{\mu}{1-\mu}\sigma_r\right) + \beta(1+\mu)\Theta(r,\tau)\,, \qquad (3)$$

де $\sigma_r, \sigma_\phi, \sigma_z$ – напруження за напрямками r, ϕ, z відповідно; τ – час; u_r – переміщення в радіальному напрямку; $\varepsilon_r, \varepsilon_\phi, \varepsilon_z$ – відповідні деформації; E, β, μ – відповідно модуль Юнга, коефіцієнт теплового розширення і

коефіцієнт Пуасона гірської породи; R – радіус свердловини; R_T – радіус теплового впливу; Θ – температура.

Для визначення нестаціонарного температурного поля $\Theta(r,\tau)$ в стінці і радіусу теплового впливу R_T використовується методика, що запропонована в роботі [8]. З використанням моделі (1)–(3) за урахуванням конвективного теплообміну на поверхні було досліджено задачу про вплив плазменого струменю на поверхню бурової свердловини. В результаті розрахунків були визначені параметри, що характеризують процес лущення граніту при впливі на поверхню свердловини струменю низькотемпературної плазми.

1. *Моссаковский В. И., Арцимович Г. В., Зюзин В. А., Мусияка В. Г.* Аналитические исследования напряженного состояния призабойной зоны глубокой буровой скважины // Горный породоразрушающий инструмент – Техніка. – Киев, 1970. – С. 198–213.
2. *Моссаковский В. И., Арцимович Г. В., Зюзин В. А., Мусияка В. Г.* Характер разрушения углового участка забоя скважины при вдавливании прямоугольного штампа // Горный породоразрушающий инструмент. – Техніка.– Киев, 1970. – С. 214–219.
3. *Коваленко, А. Д.* Термоупругость – К.: Вища школа, 1975. – 216.
4. *Cao X, Kozhevnykov A., Dreus A., Liu BC.* Diamond core drilling process using intermittent flushing mode // Arabian Journal of Geosciences, 2019, 12 (4), 137. https://doi.org/10.1007/s12517-019-4287-2.
5. *Dreus A., Kozhevnykov A.* Innovative Approach to Drilling of Geothermal Deep Wells Using the Heat Factor // Proceedings of 2019 IEEE 6th International Conference on Energy Smart Systems, April 17-19, 2019, Kyiv, Ukraine 192–195.
6. *Rauenzahn R. M., Tester J. W.* Rock failure mechanisms of flame-jet thermal spallation drilling—theory and experimental testing. //International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1989, Vol. 26, No. 5, pp. 381–399.
7. *Rossi, E., Kant, V. A., Borkeloh O.,Saar M.O., von Rohr Ph.R.* Experiments on Rock-Bit Interaction during a Combined Thermo-Mechanical Drilling Method // Proceedings, 43rd Workshop on Geothermal Reservoir Engineering Stanford University, Stanford, California, February 12-14, 2018.SGP-TR-213.
8. *Sudakov, A. K., Dreus, A. Yu., Khomenko, O. Ye., Sudakova, D. A.* Analytical study of heat transfer in absorptive horizons of borehole at forming cryogenic protecting of the plugging material // Naukovyy visnyk Natsional'noho Hirnychoho Unyversytetu, 2017, №3, pp. 38–42.

MODELING OF THE THERMOMECHANICAL FIELDS IN A CYLINDRICAL WALL UNDER INTENSIVE HEAT IMPACT

The problem of thermal disintegration (spallation) of rocks at intensive thermal impact on the surface of the wall of well was considered herein. The mathematical model was proposed and numerical calculation of mechanical fields in the borehole wall induced due of low-temperature plasma effect was conducted.

УДК 539.375

МОДЕЛЬ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ ЗІ СПІВРОЗМІРНИМИ ЗОНАМИ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ І КОНТАКТУ БЕРЕГІВ

Михайло Дудик

Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

dudik_m@hotmail.com

В умовах плоскої деформації розглянуто модель тріщини на плоскій межі поділу двох різних однорідних ізотропних матеріалів, яка передбачає існування в околі її вершини області контакту берегів, взаємодіючих за законом сухого тертя, та вузької бічної зони передруйнування у менш тріщиностійкому матеріалі композитного з'єднання. Відповідно до моделі Леонова – Панасюка зону передруйнування подано лінією розриву нормального переміщення, на якій нормальне напруження дорівнює опору відриву матеріалу. Припускаючи співрозмірність зони передруйнування і контактної зони та їх малість порівняно з довжиною тріщини, за допомогою інтегрального перетворення Мелліна задача зведена до векторного рівняння Вінера – Гопфа. Розвинуто наближений метод розв’язання векторного рівняння Вінера – Гопфа, який використано для визначення розмірів обох зон та орієнтації зони передруйнування. Виконано числові розрахунки вказаних параметрів та аналіз їх залежностей від конфігурації і модуля зовнішнього навантаження. Виявлено істотний взаємний вплив зони передруйнування і контакту берегів тріщини на їх розміри та орієнтацію зони передруйнування. Встановлено, що за наявності зони передруйнування відбувається суттєве збільшення довжини контактної зони порівняно з її довжиною за відсутності зони передруйнування та з'являється її залежність від модуля навантаження за сталої його конфігурації, яка відсутня при нехтуванні зоною передруйнування.

MODEL OF INTERFACIAL CRACK WITH COMMENSURATE PRE-FRACTURE AND FACES CONTACT ZONES

Under plane strain conditions, a crack model was developed on a plane interface between two different materials, which assumes the existence near its tip the faces contact area and a narrow lateral pre-fracture zone in a less crack-resistant material of the composite compound. Assuming that the dimensions of the pre-fracture zone and of the contact zone have the same order of magnitude and are smaller significantly than the crack length, the problem is reduced to the vector Wiener-Hopf equation. An approximate method for solving the vector Wiener-Hopf equation is developed, which was used to obtain the equations for determining the sizes of the pre-fracture zone and the contact faces area.

УДК 539.375

КОГЕЗІЙНА МОДЕЛЬ ЗОНИ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ БІЛЯ ВЕРШИНИ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ У ТОЧЦІ ЗЛАМУ МЕЖІ ПОДІЛУ МАТЕРІАЛІВ

Михайло Дудик, Юлія Решітник

Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

dudik_m@hotmail.com, dikhtiarenko_iu@udpu.edu.ua

Розглянуто задачу про розрахунок параметрів зони передруйнування у з’єднувальному матеріалі біля вершини міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки ламаної межі поділу, з використанням для напружень притаманної когезійній моделі квадратичної умови передруйнування. Задача зведена до векторного рівняння Вінера-Гопфа з матричним коефіцієнтом, який не допускає точну факторизацію у замкнутій аналітичній формі. Подаючи матричний коефіцієнт у вигляді суми двох матриць, одна з яких відповідає рівнянню Вінера-Гопфа аналогічної задачі про когезійну зону в кінці тріщини на плоскій межі поділу і факторизується за допомогою формул Храпкова, а стосовно іншої передбачається малість порівняно з першою матрицею, розвинуто метод наближеного розв’язання вихідного рівняння задачі та у першому наближенні теорії збурень знайдено рівняння для розрахунку довжини зони передруйнування, фазового кута навантаження в ній і розкриття тріщини в її вершині. За результатами числових розрахунків при окремих значеннях кута зламу межі поділу, близької до площини, виконано аналіз залежності параметрів зони передруйнування від модуля і конфігурації зовнішнього навантаження та відношення опорів з'єднувального матеріалу відриву і зсуву. Встановлено, що довжина зони передруйнування та її розкриття у вершині тріщини нелінійно зростають за величиною зі збільшенням модуля зовнішнього навантаження. Залежність фазового кута навантаження у зоні від модуля навантаження менш виражена, проте також спостерігається повільне зростання кута зі збільшенням навантаження. Зі збільшенням опору відриву при сталому параметрі навантаження довжина зони передруйнування і розкриття тріщини у вершині зменшуються.

COHESIVE MODEL OF PRE-FRACTURE ZONE NEAR THE TIP OF THE INTERFACIAL CRACK AT THE BREAK POINT OF INTERFACE OF MATERIALS

The solution of the problem about the calculation of the pre-fracture zone parameters in connecting material near the tip of the interfacial crack outcoming from the angular point of the broken interface of two different materials is considered.

УДК 539.3

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ФУНКЦІЙ ПОДАТЛИВОСТІ В ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ШАРУВАТИХ СЕРЕДОВИЩ

Ігор Зіновєєв, Наталія Манько, Оксана Спиця

Запорізький національний університет

zinoveyev@gmail.com, manko.nataly2017@gmail.com, spytsa.o.g@gmail.com

Механіко - математичні моделі, що моделюють реальні об’єкти як багатошарові, дозволяють описати зміни механічних властивостей матеріалу. Одним з ефективних методів визначення НДС багатошарових тіл є метод функцій податливості, ідея якого полягає в побудові функцій механічних характеристик шарів тіла, що не залежать від навантажень на його поверхні.

Запропоновано дослідження просторової деформації багатошарової плити (на верхній та нижній межах плити відомі навантаження) з ізотропними шарами на основі методу функцій податливості.

Багатошарова плита – пакет зі скінченного числа невагомих однорідних ізотропних шарів, кожний з яких характеризується товщиною та двома пружними константами. Внаслідок дії зовнішніх навантажень (плита знаходиться у рівновазі), шари не відстають один від одного.

Переміщення та напруження в шарах плити визначаються за наступним алгоритмом: будуються матриці податливості тіла; з умов задачі визначається пара векторів допоміжних функцій для верхнього та нижнього шарів; за рекурентними формулами визначаються трансформанти напружень та переміщень для необхідного шару; за допомогою формул зворотного перетворення Фур’є знаходяться шукані величини.

1. *Приварников А. К., Ламзюк В. Д.* Упругие многослойные основания. – Днепропетровск., 1985. – Ч.1. – 162 с. Деп. в ВИНИТИ 23.12.85, №8789-В.
2. *Спиця О. Г.* Аналітико-чисельний підхід до розв’язання основних граничних задач для багатошарових плит. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2017. № 2. С. 266–277.

USE OF THE COMPLIANCE FUNCTION METHOD TO SOLVING THE PROBLEMS OF THE THEORY OF ELASTICITY FOR MULTILAYER ENVIRONMENTS.

The approach and algorithm of the solving of the boundary problem for multilayered plates with isotropic layers is described. The approach uses compliance functions and Fourier integrals. Recurrence relations for compliance functions have been obtained using the matrix algebra in the Fourier transformant space. Additional functions for layers, relations for displacement and stresses have been also recurrently represented. Numerical properties of these recurrence relations have been studied.

УДК 539.3

ЧИСЛОВА МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ СКЛЯНИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ТЕХНОЛОГІЧНОМУ НАГРІВІ

Євгеній Ірза, Микола Гачкевич, Аніда Станік-Беслер, Стефан Моринь

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України;
Політехніка Опольська, Польща;
Національний університет «Львівська політехніка»

Dept13@iapmm.lviv.ua

Запропонована числова модель оптимізації термонапруженого стану елементів конструкцій при технологічному нагріві включає етапи:

- постановка задачі оптимізації;
- розробка методики розв'язування;
- комп'ютерне моделювання процесу оптимізації.

Постановка задачі оптимізації має наступну послідовність:

- формулювання математичної моделі термомеханічної поведінки елемента конструкції при технологічному нагріві;
- вибір критерію оптимальності процесу технологічного нагріву;
- вибір функцій керування процесом оптимізації;
- формування математичних обмежень на параметри стану і функції керування процесом технологічного нагріву.

Термомеханічна поведінка елемента конструкції при технологічному нагріві описується системою рівнянь, які умовно можна подати у вигляді:

$$L_i\left(\vec{r},\tau,t,\hat{\sigma},\hat{\varepsilon},\vec{p},\vec{u},h\right)=0\,,\quad i=\overline{1,n}\ . \tag{1}$$

Тут L_i – диференціально-інтегральні оператори по просторових координатах $\vec{r}$ і часу τ; t – температура; $\hat{\sigma}$ – тензор напружень; $\hat{\varepsilon}$ – тензор деформацій; $\vec{u}$ – вектор переміщень; $\vec{p}$ – вектор функція силового навантаження; $h(\tau)$ – функція теплового навантаження (функція керування) і т.п.

Система рівнянь (1) при заданих зовнішній силовій дії $\vec{p}$, тепловому навантаженні $h(\tau)$, параметрах конструкції і крайових умовах є замкненою, і дозволяє визначити параметри стану $\hat{\sigma}$, $\hat{\varepsilon}$, $\vec{u}$, які характеризують термонапружений стан тіла.

В даній роботі за функціонали оптимальності вибрано функціонали

локального типу

$$J_k = \max_{\vec{r},\tau} f_k\left(\vec{r}, h(\tau)\right), \quad k = \overline{1,e}, \tag{2}$$

де f_k – задана функція, яка визначає ціль технологічного нагріву.

Вибір функції керування $h(\tau)$ здійснюється виходячи з технологічних можливостей керування наявними фізико-механічними процесами в конкретній технології термообробки.

Вимоги, які ставляться до якості виробів і параметрів технологічного процесу термообробки, приводять до обмежень, які пов'язують параметри стану і технологічні умови процесу термообробки. Ці обмеження складаються з нерівностей, які можна подати у вигляді:

$$\varphi_j\left(\vec{r}, \tau, t, \hat{\sigma}, \hat{\varepsilon}, \vec{p}, \vec{u}, h\right) \le 0, \quad j = \overline{1,l}. \tag{3}$$

Тут φ_j – задані функції, які описують обмеження на параметри процесу.

Таким чином, задача оптимізації полягає у визначенні функції керування $h(\tau)$, яка забезпечує мінімум (максимум) функціоналу (2), при в'язях (1) і обмеженнях (3).

Оптимальний розв'язок (функцію керування) на проміжку часу $\left[\tau_n, \tau_{n+1}\right]$ шукаємо на множині кусково-лінійних або кусково-постійних функцій. Значення h_{n+1} функції керування h в момент часу τ_{n+1} визначаємо згідно з наступною залежністю

$$h_{n+1} = h_n + a_n \Delta\tau_n \quad \text{або} \quad h_{n+1} = b_n \quad , \tag{4}$$

де a_n, b_n – шукані параметри, які окреслюються з заданих крайових даних.

Таким чином мінімізація функціоналів J_k на проміжку часу $\left[\tau_n, \tau_{n+1}\right]$ зводиться до задачі пошуку мінімуму відповідної функції однієї змінної $J_k = J_k\left(a_n\right)$ або $J_k = J_k\left(b_n\right)$ (аргументом якої є параметр a_n або b_n).

Комп'ютерне моделювання процесу оптимізації полягає у створенні розрахункової програмної оболонки для персональних комп'ютерів на основі запропонованого числового алгоритму.

З використанням даного алгоритму досліджено оптимальний термонапружений стан порожнистого циліндра при відпалі.

NUMERICAL MODEL OF OPTIMIZATION OF THERMAL-STATE CONDITION OF STRUCTURAL ELEMENTS AT TECHNOLOGICAL HEATING

The numerical model of optimization of modes of technological heating of structural elements is offered.

The solution of the formulated extremal problem is based on the principle of stepwise parametric optimization.

УДК 539.3

ДО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЧАСТКОВО ПРОЗОРОЇ ДВОШАРОВОЇ ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ ЗА ТЕПЛОВОГО ОПРОМІНЕННЯ

Євгеній Ірза, Орест Гуменчук, Анджей Маринович, Валентин Можаровський

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України;
Політехніка Опольська, Польща;
Гомельський державний університет ім. Ф. Скорини, Республіка Білорусь

dept13@iapmm.lviv.ua

Широке застосування функціональних та конструкційних шаруватих елементів з частково прозорих для теплового випромінювання матеріалів в різноманітних приладах та обладнанні спричинює необхідність дослідження їх термомеханічної поведінки як при виготовленні, так і експлуатації. При цьому такі вироби можуть зазнавати дії стороннього теплового випромінювання. Об'ємні тепловиділення, зумовлені поглинанням енергії випромінювання, викликають нагрів тіла та його деформування. Напруження, що виникають при цьому, можуть перевищити допустимі рівні і змінити функціональні параметри елементів.

Відомо ряд праць [3], в яких досліджено термонапружений стан шаруватих тіл з плоскопаралельними границями за стороннього теплового опромінення. Проте в літературі недостатньо висвітлено термомеханічну поведінку шаруватих тіл з частково прозорих матеріалів сферичної геометричної конфігурації за теплового опромінення. Тому актуальним є дослідження впливу теплового опромінення на теплові і механічні властивості частково прозорих тіл за їх нагріву.

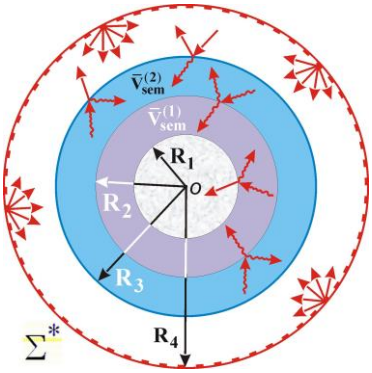


Рис. 1. Схема опромінення.

В даній роботі досліджено термомеханічну поведінку двошарової порожнистої вакуумованої кулі із частково прозорими складниками $\bar{V}^1_{sem}$ та $\bar{V}^2_{sem}$ різної прозорості (рис. 1) за стороннього теплового опромінення, дже-

релом якого поверхня Σ^*, в залежності від радіаційних, теплових і механічних характеристик кулі.

При моделюванні процесів, що відбуваються в кулі за теплового опромінення, прийнято припущення про прозорість для випромінювання зовнішнього середовища, в умовах конвективного теплообміну з яким перебуває куля; незалежності від температури та рівності середнім на часовому проміжку значенням характеристик матеріалу кулі; постійності температури випромінювача T_{rad} та зовнішнього середовища T_c в процесі нагріву; дифузності для випромінювання поверхонь розділу середовищ.

При постановці задачі про визначення термонапруженого стану даної порожнистої кулі за умов дії стороннього теплового випромінювання за наявних допущень прийнято наступну розрахункову схему [2]:

– із задачі теорії випромінювання, у якій вихідними є закон Планка та рівняння переносу в наближенні невипромінюючого та нерозсіюючого частково прозорого матеріалу, визначаємо в областях складників кулі спектральні інтенсивності випромінювання та відповідні їм тепловиділення [2,3];

– із задачі теплопровідності, в якій окреслені на першому етапі тепловиділення є питомою потужністю просторово розподілених теплових джерел, знаходимо температурне поле [2,3];

– за відомим температурним полем із квазістатичної задачі термопружності визначаємо параметри спричиненого ним напружено-деформованого стану тіла [2].

Як приклад, проведено числові дослідження термомеханічної поведінки двошарової порожнистої вакуумованої кулі із частково прозорими складниками різної прозорості за стороннього теплового опромінення для конкретних матеріалів випромінювача та складників кулі. За матеріал випромінювача, який розглянуто за температури 3000 К, взято вольфрам [3]. Матеріалами складників кулі V є скла IR-11 та C95-3 [2]. Розглянуто 2 варіанти взаємного розташування матеріалів складників, коли внутрішнім складником є скло C95-3, а зовнішнім - скло IR-11, і навпаки.

1. *Гачкевич А.Р.* Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. – Киев: Наук. думка, 1992. – 192 с.
2. *Зигель Р., Хауэлл Д.* Теплообмен излучением. – М.: Мир, 1975. – 935 с.
3. *Терлецький Р.Ф., Турій О.П.* Термонапружений стан частково прозорої шаруватої пластини при тепловому опроміненні // Мат. методи та фіз.-мех. поля – 2006. - **49**, No. 3. – С. 177-187.

TRANSIENT THERMOSTRESSED STATE OF SEMITRANSPARENT TWO-LAYER HOLLOW SPHERE SUBJECTED TO EXTERNAL THERMAL IRRADIATION

The thermomechanical behavior of a two-layer hollow evacuated sphere with semitransparent constituents with their different transparency subjected to external thermal radiation, whose source is a heated surface coaxial to the surface of the sphere, is investigated.

УДК 539.386:622.647.2

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОНВЕЙЕРНОЙ ЛЕНТЫ С ФУТЕРОВАННЫМ БАРАБАНОМ

Руслан Кирия, Григорий Ларионов

Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова НАН Украины

kiriya.igtm@gmail.com, larionovgrigoriydtn@gmail.com

Вопросами взаимодействия упругой ленты с футерованным барабаном занимались многие исследователи [1–2]. Однако в настоящее время этот вопрос еще недостаточно изучен. Полученные в этих работах зависимости приводят к противоречивым выводам, т.е. в случае отсутствия футеровки на барабане на дуге сцепления тяга не передается, что противоречит экспериментальным данным.

В данной работе согласно [3] на основании асимптотического метода возмущения Прандтля получена модель взаимодействия упругой ленты с футерованным барабаном. При этом лента рассматривается как тонкий упругий растянутый слой толщиной на порядок меньше радиуса барабана. Футеровка барабана также рассматривается как тонкий упругий слой толщиной на порядок меньше радиуса барабана. При этом при взаимодействии ленты с футерованным барабаном на дуге контакта ленты с барабаном возникают зона сцепления и зона скольжения. На дуге сцепления в точке контакта ленты с футеровкой скольжение отсутствует, а на дуге скольжения в точках контакта ленты с футеровкой возникает скольжение.

Кроме того, как и в работе [3], в ленте вблизи дуги сцепления существует граничный слой малой толщины (на порядок меньше толщины ленты), в котором возникают только нормальные и касательные напряжения, а растягивающие напряжения малы и намного меньше растягивающих напряжений в остальной части поперечного сечения ленты.

В работе получены уравнения относительно растягивающих напряжений в ленте $\sigma_\theta(\theta)$ на дуге скольжения [3]:

$$\sigma'_\theta(\theta) = \mu\sigma_\theta(\theta)\,, \tag{1}$$

где θ – угловая координата, рад; μ – коэффициент трения скольжения ленты по футерованному барабану конвейера;

на дуге сцепления [4]: $$\sigma''_\theta(\theta) = k_ф^2\sigma_\theta(\theta)\,, \tag{2}$$

где $k_ф = \sqrt{\left(\dfrac{1-\nu_л^2}{E_л} - \dfrac{1-\nu_ф^2}{E_ф}\cdot\dfrac{h_ф}{R}\right) \Bigg/ \dfrac{2\left(1+\nu_л\right)}{E_л} + \dfrac{1-\nu_ф^2}{E_ф}\cdot\dfrac{h_ф}{R}}$.

Здесь $E_л$, $E_ф$ – модули упругости ленты и футеровки соответственно, Н/м^2; $\nu_л$, $\nu_ф$ – коэффициенты Пуассона ленты и футеровки; $h_ф$ – толщина футеровки, м; R – радиус барабана, м. Решая эти уравнения относительно σ_θ при граничных условиях в точках набегания ленты на барабан и сбегания с барабана, получим значения σ_θ в зоне сцепления и в зоне скольжения.

Приравнивая эти значения σ_θ в точке на границы этих зон, в результате получим уравнение относительно величины дуги сцепления θ^* в виде:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left[1 + \frac{\mu}{k_ф}\,\mathrm{th}(k_ф\theta^*)\right]e^{\mu(\alpha-\theta^*)}. \qquad (3)$$

Анализ уравнения (3) показал, что с увеличением отношения T_1/T_2 дуга θ^* уменьшается, а при уменьшении $k_ф$ дуга θ^* увеличивается и при $k_ф = 0$ принимает максимальное значение θ_m^*, определяемое из уравнения

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(1 + \mu\theta_m^*\right)e^{\mu(\alpha-\theta_m^*)}. \qquad (4)$$

При этом должны выполняться соотношения $\dfrac{h_ф}{R} = \dfrac{(1-\nu_л^2)}{(1-\nu_ф^2)}\cdot\dfrac{E_ф}{E_л}$ (5)

Следовательно, если выполняется условие (5), то величина дуги сцепления ленты с футерованным барабаном принимает максимальное значение θ_m^*, определяемое из уравнения (4).

1. *Жуковский Н. Е.* О скольжении ремня на шкивах // Собрание сочинений. – М.-Л.: Госиздат, 1949. Т. 3. – С. 497–514.
2. *Моссаковский В. И., Рудяков Г. З., Салитренник В. Б.* Исследование взаимодействия ленты и упругой футеровки // Горная механика и машиностроение: Межвед. сб. науч. тр. – М.: Недра, 1967 – Т.18 – С. 320–329.
3. *Кирия Р. В., Стаховский Е. А.* Применение метода возмущений Л. Прандтля к разрешению парадокса Н. Е. Жуковского // Вісник Дніпропетровського Університету: Механіка: Зб. наук. пр. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2002. – №6. – Т.2. – С. 59–66.
4. *Кирия Р. В., Ларионов Г. И. , Пазынич А. В.* Определение дуги сцепления при взаимодействии ленты конвейера с футерованным барабаном // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2017. – Вып. 133. – С. 136–147.

CONVEYOR BELT AND COVER DRAW INTERACTION

Analytical dependencies of rest arch conveyor belt with cover drum on belt, cover parameters and drum radius are achieved with Prandtl disturbance method.

УДК 539.3

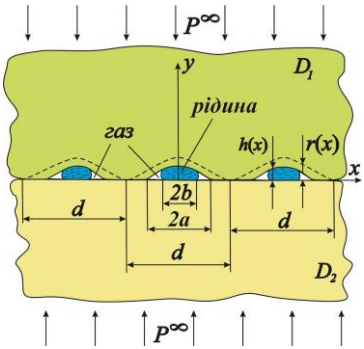
ВЗАЄМОДІЯ ТЕКСТУРОВАНИХ ГЛАДКИМИ ВИЇМКАМИ ГІДРОФОБНИХ ПРУЖНИХ ТІЛ З УРАХУВАННЯМ РІДИННОГО МІСТКА ТА ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

Олег Козачок

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

OlegKozachok@ukr.net

Розглянемо безфрикційну контактну взаємодію двох пружних ізотропних півнескінченних тіл D_1 і D_2 із різних матеріалів за умов плоскої деформації. Межа одного з тіл прямолінійна, а іншого – текстурована гладкими виїмками однакової форми завдовжки $2c$ кожна, розташованими з періодом d вздовж всієї межі. В основній смузі періодів $-d/2 \le x \le d/2$ форма виїмки задається парною неперервно-диференційованою функцією $r(x) = A\left(1 - tg^2\left(\pi x/d\right)/tg^2\left(\pi c/d\right)\right)^{3/2}$, $r(x) << c$. Такі виїмки в їх крайніх точках плавно переходять в пряму ($r(\pm c) = 0$, $r'(\pm c) = 0$).



Тіла вступають у контакт під дією рівномірно розподілених на нескінченності стискальних навантажень P^∞. Внаслідок того, що поверхня одного з тіл є текстурованою, інтерфейс між ними складається з періодичної системи ділянок контакту та періодичної системи просвітів завширшки $2a$ (рис.). Вважаємо, що вони заповнені частково ідеальним газом та частково нестисливою рідиною, що не змочує їх поверхні. Під дією поверхневого натягу σ рідина зосереджується там, де висота просвітів найбільша – в середніх частинах зазорів на ділянках $|x - kd| \le b$, а газ – на крайніх ділянках просвітів $b < |x - kd| \le a$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Тиск ідеального газу P_1 описує рівняння Клапейрона-Менделєєва. Об'єм нестисливої рідини V_0, що припадає на одиницю довжини зазору у поздовжньому напрямі, є сталою величиною ($V_0 = const$). Перепад тисків у рідині і газі описує формула Лапласа

$P_1 - P_2 = -2\sigma / h(b)$, де $h(b)$ – висота просвіту на межі рідини і газу.

Використовуючи метод функцій міжконтактних зазорів [1], задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння (СІР) з ядром Коші відносно функції $h'(x)$, яке трансформовано в СІР з ядром Коші [2]:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta = \frac{dK\left(P^{\infty} - P(\xi)\right)}{2\left(1+\xi^2\right)} + \frac{3A\pi}{\gamma}\left(\frac{\xi^2}{\gamma^2} - \frac{1}{2}\right), \ |\xi| \le \alpha,$$

де $P(\xi) = \begin{cases} P_1, & \beta < |\xi| \le \alpha, \\ P_1 + 2\sigma / h(\beta), & |\xi| \le \beta, \end{cases}$ $K = (1+\kappa_1)/2G_1 + (1+\kappa_2)/2G_2$;

$\kappa_n = 3 - 4\nu_n$; G_n, ν_n – модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона матеріалу тіла D_n ($n = 1, 2$).

Внаслідок гладкості виїмок береги зазорів плавно змикаються. Тому похідна від висоти зазору в точках змикання повинна задовольняти умову $h'(-\alpha) = h'(\alpha) = 0$, яка забезпечує обмеженість контактних напружень.

З умови збереження кількості рідини в просвітах з урахуванням її нестисливості, з рівняння Клапейрона-Менделєєва, з формули Лапласа та з умови існування обмеженого розв’язку СІР отримано систему чотирьох трансцендентних рівнянь для визначення ширини просвітів, ширини рідинних містків, тиску рідини та тиску газу. Запропоновано аналітично-числову процедуру розв’язання цієї системи рівнянь і СІР та досліджено вплив маси ідеального газу та поверхневого натягу рідини на контактні параметри розглянутої структури.

1. *Kozachok O. P., Martynyak R. M.* Contact problem for wavy surfaces in the presence of an incompressible liquid and a gas in interface gaps // Mathematics and Mechanics of Solids. – 2018. – DOI: 10.1177/1081286518781679.
2. *Козачок О.П., Мартиняк Р.М., Слободян Б.С.* Взаємодія тіл з регулярним рельєфом за наявності міжконтактного середовища. – Львів: Растр-7, 2018. – 200 с.

INTERACTION OF HYDROPHOBIC ELASTIC BODIES TEXTURED WITH SMOOTH GROOVES TAKING INTO ACCOUNT LIQUID BRIDGE AND IDEAL GAS

The model of contact interaction between two elastic hydrophobic solids in the presence of a ideal gas and a not wetting liquid inside interface gaps is proposed. The difference between a gas pressure and a liquid pressure is described by the Laplace formula. The non-linear problem of elasticity is reduced to a singular integral equation with Hilbert kernel for a height of the gaps. For calculating a length of the gaps and a length of a liquid bridge and gas and liquid pressures, four transcendent equations are obtained.

УДК 539.3

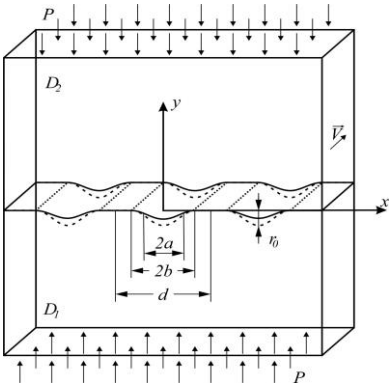
ЛОКАЛЬНЕ ЗНОШУВАННЯ ПРУЖНИХ ПІВПРОСТОРІВ ІЗ СИСТЕМОЮ ПЕРІОДИЧНИХ ВИСТУПІВ

Олег Козачок, Ростислав Мартиняк, Наталія Маланчук, Богдан Слободян

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

labmtd@iapmm.lviv.ua

Розглянемо взаємодію двох ізотропних пружних півнескінченних тіл D_1 і D_2 з однакових матеріалів, одне з яких (D_2) має регулярний рельєф у вигляді пологих гладких виступів однакової форми



$$r(x) = r_0\left(1 - tg^2\left(\pi x/d\right)/tg^2\left(\pi b/d\right)\right)^{3/2}$$

завдовжки $2b$ кожний, розташованих з періодом d вздовж всієї межі. Тіла взаємно притискаються під дією рівномірно розподіленого на нескінченності навантаження P, за якого відбувається повний контакт спряжених поверхонь. Одне з тіл нерухоме, а інше рухається зі швидкістю V в напрямі твірної виступів. Сили тертя на поверхні спряження τ підпорядковані закону Амонтона: $\tau = fP$, де f – коефіцієнт тертя, P – контактний тиск. Досліджуватимемо зношування виступів, виходячи із моделі фрикційно-втомного руйнування, згідно з якою, стирання розпочинається на тих ділянках, де питома сила тертя перевищує порогове значення τ_0. Вважаємо навантаження таким, що в початковий момент часу $t = 0$ умова $\tau > \tau_0$ виконується лише на деякій центральній ділянці кожного виступу завширшки $2a$ ($a < b$), на якій виникає найбільший контактний тиск. Періодично розташовані ділянки локального зношування розширюватимуться з часом внаслідок зменшення виступів.

Швидкість зношування описуватимемо законом

$$\partial h(x)/\partial t = r_0 V(fP(x) - \tau_0),\ x \in L(t),$$

де $h(x)$ – товщина спрацьованого матеріалу, $L(t)=\left[-a(t),a(t)\right]$ – коефіцієнт тертя, A – стала.

Використовуючи метод функції міжконтактних зазорів [1], задачу зведено до сингулярного інтегро-диференціального рівняння з ядром Гільберта відносно товщини зношеного матеріалу $h(x,t)$:

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t}-\frac{2r_0 fV}{dK}\int\limits_{L(t)} h'(s,t)\operatorname{ctg}\frac{\pi(s-x)}{d}ds=r_0 fVF(x),\quad x\in L(t), \tag{1}$$

де $F(x)=\dfrac{2}{dK}\displaystyle\int\limits_{-b}^{b} r'(s)\operatorname{ctg}\frac{\pi(s-x)}{d}ds+P-\frac{\tau_0}{f}$, $K=4(1-\nu)/G$; G, ν – модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона матеріалу тіл.

Функція $h(x,t)$ задовольняє умови:

$$h(x,0)=0,\ x\in L(0);\ h(\pm a_\infty,\infty)=0,\ h'_x(\pm a_\infty,\infty)=0. \tag{2}$$

Після припрацювання (при $t\to\infty$) контактний тиск на всій ділянці $L(\infty)$ дорівнюватиме τ_0/f і зношення припиняється. В цьому разі в рівнянні (1) зліва зникає перший член. Отримано аналітичний розв’язок цього рівняння та визначено товщину зношеного матеріалу, форму виступів і контактний тиск після припрацювання поверхонь.

1. *Козачок О.П., Мартиняк Р.М., Слободян Б.С.* Взаємодія тіл з регулярним рельєфом за наявності міжконтактного середовища. – Львів: Растр-7, 2018. – 200 с.

LOCAL WEAR OF ELASTIC HALF-SPACES WITH PERIODIC SYSTEM OF PROTRUSIONS

The contact interaction of two moving solids, one of which has a regular surface texture in the form of periodically arranged protrusions, is considered. The materials of the solids are supposed to be identical. The formulation of the corresponding plane contact problem is based on the friction fatigue fracture model, according to which the wear initiates when the friction force reaches some critical value. The region of the wear initiation is found. The profile of the surfaces and contact pressure after running-in are investigated.

УДК 539.3

МІЖФАЗНА ТРІЩИНА В БІМАТЕРІАЛЬНОМУ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМУ КВАЗІКРИСТАЛІЧНОМУ ПРОСТОРІ

Олександр Комаров, Дмитро Білий, Володимир Лобода

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

avikomarov@dnu.dp.ua, biliy.dmitry@gmail.com, loboda@dnu.dp.ua

Нещодавно виявлені структури, названі квазікристалами, які відрізняються від звичайних кристалів і некристалічних структур, мають багато позитивних властивостей, таких як висока міцність, висока зносостійкість, низька тепловіддача. Це відкриває суттєві перспективи розвитку і широкого їх застосування в області технологій та машинобудування.

В даній роботі розглянуто плоску задачу для електропроникної тріщини між двома жорстко зв'язаними напівнескінченними 1D п'єзоелектричними квазікристалами. Вважається, що напрям поляризації збігається з квазіперіодичним напрямом матеріалів і є ортогональним до інтерфейсу. Фононні нормальні та зсувні напруження, а також напруження фазону та електрична індукція прикладені на нескінченності. Отримано матрично-векторні представлення для вказаних напружень та електричної індукції, а також для похідних переміщень та електричних потенціалів через кусково-голоморфну вектор-функцію. Використовуючи ці співвідношення та задовольняючи умови на тріщині, сформовано векторну задач лінійного спряження, для якої отримано точний розв'язок. Стрибки фононних та фазонних переміщень вздовж лінії тріщини, фононні та фазонні напруження вздовж з'єднаних частин матеріалу по інтерфейсу, а також коефіцієнти інтенсивності напружень отримані у вигляді аналітичних виразів. Числовий аналіз був проведений для комбінації різних 1D п'єзоелектричних квазікристалів та результати представлені у графічній формі.

AN INTERFACE CRACK IN A BIMATERIAL PIEZOELECTRIC QUASICRYSTAL SPACE

A plane problem for an electrically permeable crack between two bonded semi-infinite 1D piezoelectric quasi-crystals is considered. Uniformly distributed phonon normal and shear stresses and also phason stress and electric displacement are applied at infinity. The matrix-vector representations for these stresses and the electrical displacement via the sectionally-holomorphic vector-function are derived. Using these relations the problems of linear relationship are formulated and solved exactly. All required quantities at the material interface and their stress intensity factors are given in the simple analytical form.

УДК 539.3

ЗМІШАНА ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ МІЖФАЗНОГО ВКЛЮЧЕННЯ В КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНОМУ ПРОСТОРІ

Олександр Кривий[1], Юрій Морозов[2]

[1] *Національний університет «Одеська морська академія»*

[2] *Одеський національний політехнічний університет*

kryvyi-od@math.onma.edu.ua, morozovyu@gmail.com

Розглянута неосесиметрична змішана задача термопружності про кругове міжфазне включення, верхня грань якого $z=+0$ зчеплена з трансверсально-ізотропним півпростором, а нижня грань $z=-0$ знаходиться в умовах гладкого контакту з іншим трансверсально-ізотропним півпростором. Задача методом сингулярних інтегральних співвідношень [1,2], відносно невідомих функцій

$$\tau = h_3 + ih_2, \quad u = h_4 + ih_5,$$

$$\{h_k(x,y)\}_{k=1}^{6} = \{\chi_1^-(x,y), \xi_2^+, \xi_3^+, \xi_4^-, \xi_5^-, \chi_7^-\},$$

$$\{\zeta_k^{\pm}\}_{k=1}^{8} = \{\sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, u, v, w, T, Q\}\big|_{z=\pm 0},$$

зведена до двовимірної системи СІР, наступного виду

$$(q_{22}^+ - 2)\tau + 2q_{21}\,\mathrm{D}\,\mathrm{K}\left[h_1\right] + q_{22}^-\,\mathrm{D}\,\bar{\mathrm{K}}_0\left[\bar{\tau}\right] + +q_{23}^+\,\mathrm{D}\bar{\mathrm{D}}\,\mathrm{K}\left[u\right] + \frac{q_{23}^-}{2}\mathrm{D}^2\,\mathrm{K}\left[\bar{u}\right] = g_1,$$

$$(q_{22}^+ - 2)\bar{\tau} + 2q_{21}\,\bar{\mathrm{D}}\,\mathrm{K}\left[h_1\right] + q_{22}^-\,\bar{\mathrm{D}}\,\mathrm{K}_0\left[\tau\right] + q_{23}^+\,\mathrm{D}\bar{\mathrm{D}}\,\mathrm{K}\left[\bar{u}\right] + q_{23}^-\,\bar{\mathrm{D}}^2\,\mathrm{K}\left[u\right] = \bar{g}_1,$$

$$(q_{33}^+ + 2)u - 2q_{31}\bar{\mathrm{K}}_0\left[h_1\right] + q_{32}^+\mathrm{K}\left[\tau\right] + q_{32}^-\,\mathrm{D}\,\mathrm{K}\left[\vartheta\bar{\tau}\right] - \frac{q_{33}^-}{2}\mathrm{D}\,\bar{\mathrm{K}}_0\left[\bar{u}\right] = g_2,$$

$$(q_{33}^+ + 2)\bar{u} - 2q_{31}\mathrm{K}_0\left[h_1\right] + q_{32}^+\mathrm{K}\left[\bar{\tau}\right] + q_{32}^-\,\bar{\mathrm{D}}\,\mathrm{K}\left[\bar{\vartheta}\tau\right] - q_{33}^-\,\bar{\mathrm{D}}\,\mathrm{K}_0\left[u\right] = \bar{g}_2,$$

$$2q_{41}\mathrm{K}\left[h_1\right] + q_{42}\left[\mathrm{K}_0\left[\tau\right] + \bar{\mathrm{K}}_0\left[\bar{\tau}\right]\right] - q_{43}\left[\bar{\mathrm{D}}\,\mathrm{K}\left[u\right] + \mathrm{D}\,\mathrm{K}\left[\bar{u}\right]\right] = g_3,$$

$$-\frac{q_{65}}{2\pi}\mathrm{D}\bar{\mathrm{D}}\,\mathrm{K}[h_1] = \chi_8^+, \quad (x,y) \in \Omega. \tag{1}$$

де

$$\mathrm{K}[f] = \frac{1}{2\pi}\iint_{\Omega}\frac{f(t,\tau)}{r_0}dtd\tau, \quad \mathrm{K}_0[f] = \frac{1}{2\pi}\iint_{\Omega}\frac{f(t,\tau)}{\vartheta}dtd\tau.$$

$$\vartheta = (x-t)+i(y-\tau),\ \ r_0^2 = \vartheta\bar{\vartheta}, \mathrm{D} = \partial_1 + i\partial_2, \partial_1 \equiv \partial/\partial x,\ \partial_2 \equiv \partial/\partial y,$$

Двовимірна система сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) (1), після переходу до полярної системи координат, зведена за допомогою підходу, описаному в роботах [3-6], до сукупності одновимірних СІР, що дозволило отримати розв'язки системи (1) для кругового включення в явному вигляді. В результаті отримано розподіл полів напружень та переміщень в околі включення. Досліджено асимптотику напружень і визначено напрямки найбільшої і найменшої концентрації напружень.

1. *Kryvyy O.* The Discontinuous Solution for the Piece-homogeneous Transversal Isotropic Medium // Operator Theory: Advances and Applications. – 2009 Vol. 191.– P. 387 – 398.
2. *Kryvyy O.F.* Singular integral relations and equations for a piecewise homogeneous transversally isotropic space with interphase defects// Journal of Mathematical Sciences – 2011, Volume 176, Issue 4, pp 515- 531.
3. *Kryvyy O.F.* Interface circular inclusion under mixed conditions of interaction with a piecewise homogeneous transversally isotropic space// Journal of Mathematical Sciences – 2012, Volume 184, Issue 1, pp 101-119.
4. *Kryvyi O.F.* Interface crack in the inhomogeneous transversely isotropic space // Materials Science- 2012. – **47**, № 6, -P. 726-736
5. *Kryvyi O.F.* Delaminated Interface Inclusion in a Piecewise Homogeneous Transversely Isotropic Space.In: Materials Science iss.2,vol. 3, pp.245–253 (2014).
6. *Кривой А.Ф., Морозов Ю.А.* Решение задачи теплопроводности для кусочно-однородного ортотропного пространства с межфазными дефектами //Вісник Одеськ.нац.ун-ту. Математ. і мех. –2012. –Т.17, вип. 3(15). – С. 107-119.

THE MIXED PROBLEM OF THERMOELASTICITY FOR INTERFACIAL INCLUSION IN A PIECEWISE HOMOGENEOUS TRANSVERSELY ISOTROPIC SPACE

The problem of the circular absolutely rigid inclusion of an arbitrary form, which is located with one transversally isotropic half-space under conditions of complete grip and in conditions of smooth contact with another, is reduced to a system of two-dimensional singular integral equations. Obtained solutions of this system in explicit form, which made it possible to determine the field of stress and displacement in the neighborhood of inclusion under an arbitrary load. The dependences of translational and circular displacement of inclusion from the resultant stress, main moments and thermo-elastic half-space properties are determined. The asymptotics of stresses in the neighborhood of the inclusion is investigated and the directions of the largest and the least stresses concentration are determined.

УДК 539.3

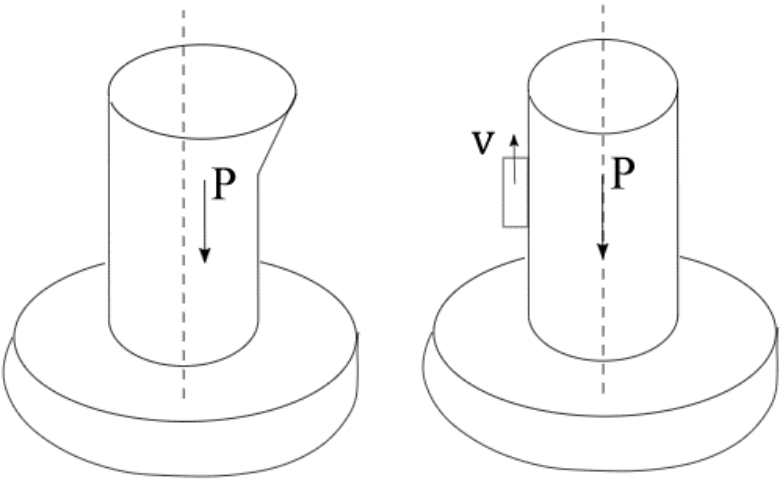
ЗВ'ЯЗАНІ КОНТАКТНІ ЗАДАЧІ ПРО ЗВОРОТНІЙ ВПЛИВ ДЕФОРМУВАННЯ НА ДІЮ ЗОВНІШНІХ СИЛ

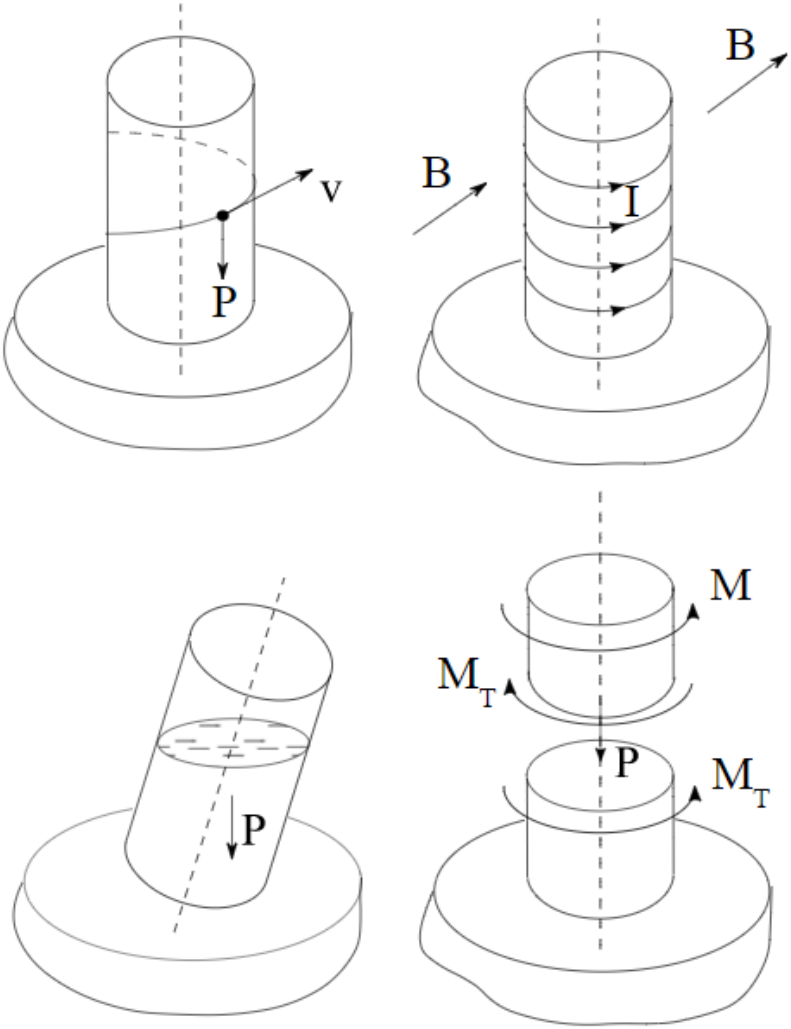
Василь Кузьменко, Сергій Плашенко

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

sergey.plashenko@gmail.com

Розглядається клас задач про дію штампів на пружне тіло, коли сили та моменти, прикладені до штампу заздалегідь невідомі і залежать від переміщень та поворотів штампів, тобто від деформування тіла. На рисунках показані схеми зв’язаних задач, для яких отримано точні розв’язки. Встановлено, що, на відміну від класичних контактних задач, розподіл контактного тиску залежить від характеристик пружного тіла. Досліджено умови, за яких втрачається рівновага штампу та виділено критичні значення характерних параметрів.





COUPLED CONTACT PROBLEMS ABOUT REVERSE INFLUENCE OF DEFORMATION ON EXTERNAL FORCES ACTION

A class of problems about action of stamps on the elastic body when forces and moments applied to the stamp are unknown beforehand and depend on the stamp rotations and displacements is considered. It was found that contact pressure distribution depends on the elastic body characteristics in such problems. Conditions when stamp equilibrium is lost were investigated and critical parameter values were found.

УДК 539.3

ПРО ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ПОЛІЕТИЛЕНОВИХ ОБОЛОНОК

Максим Левченко[(1)], Олександр Михаїл[(1)], Марина Садова-Квітка[(2)], Ігор Квітка[(2)]

[(1)]*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара* ,
[(2)]*ООО «Крафт Корпорейшн»*

Levchencko.maks2010@gmail.com

В інженерній практиці широке застосування знаходять такі конструкції, як цистерни, водонапірні резервуари, повітряні і газові балони, куполи будинків, апарати хімічного машинобудування, частини корпусів турбін і реактивних двигунів та ін. Усі ці конструкції з погляду їх розрахунку на міцність і жорсткість можуть бути віднесені до тонкостінних оболонок. При створенні ємностей великого об’єму виникає необхідність з’єднувати тонкостінні елементи різної товщини, що може привести виникнення областей концентрації напружень у місцях стику.

В роботі виконано дослідження напружено-деформованого стану поліетиленових ємностей з використанням методу скінченних елементів, реалізованого в програмному пакеті SOLIDWORKS, а також запропоновані підходи до визначення НДС в околі кутових точок, що можуть виникати в областях з’єднання тонкостінних елементів різної товщини та способи пониження концентрації напружень, що може мати місце при таких з’єднаннях.

Розглядаються ємності об’ємом 750 л., одна з яких виготовлена методом ротаційного формування з поліетилену марки DOWLEX 2631.10 UE, інша методом екструзійного зварювання листового поліетилену марки POLYSTONE G. Вони знаходиться на поверхні землі під дією внутрішнього гідростатичного тиску, який лінійно змінюється по висоті ємності. Обидві ємності наповнені карбамідно-аміачною сумішшю з густиною 1,35 т/м^3.

При розрахунку напружено деформівного стану ємності методом скінчених елементів, програма використовує лінійний 3-х-вузловий скінчений елемент. Для ємності, виготовленої методом ротаційного формування, отримані результати, які наведені на Рис.1.

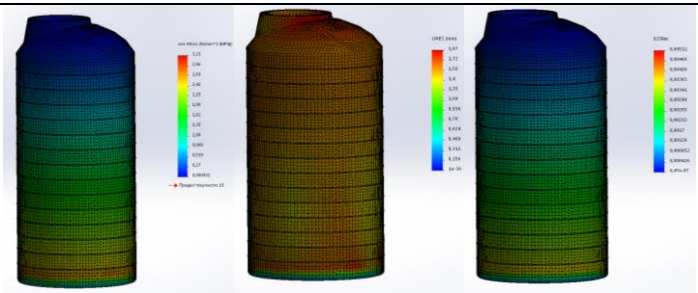
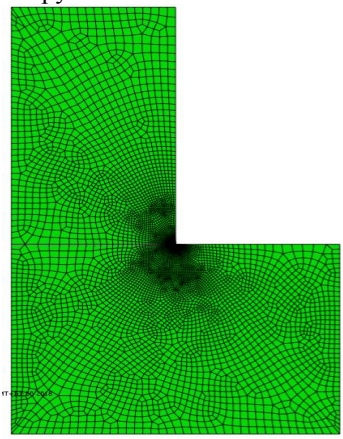


Рис.1 Напруження, переміщення, деформації.

Створена модель ємності дозволяє виконувати дослідження напружено-деформівного стану для різних типів рідин. На основі аналізу НДС конструкції виявлені локалізації в моделі, де виникають найбільші напруження.



Проведено аналіз концентрації напружень, яка може виникати при з’єднанні тонкостінних елементів різної товщини. Переріз вузла стику показано на Рис. 2. Його розрахунок проводився МСЕ, сітка для якого згущувалась при наближенні до кутової точки і показана на цьому ж рисунку. Проаналізовані способи пониження концентрації напружень в околі особливих точок шляхом використання закруглень різного радіусу, та порівняно з конфігураціями, які найчастіше мають місце при зварюванні поліетиленових тонкостінних елементів різної товщини.

Рис. 2. Скінченно-елементна сітка
в околі кутової точки вузла з'єднання

ON PECULARITIES OF DEFORMATION OF POLYETHYLENE SHELLS

In this work the stress-strain state of polyethylene containers is investigates using the finite element method implemented in SOLIDWORKS software package. The magnitude of stresses are found and the regions of its concentrations are shown. The approach to the reducing of the stress concentrations at the mentioned regions is suggested.

УДК 539.3

ПРО НАУКОВИЙ ДОРОБОК ПРОФЕСОРА С.О. СМИРНОВА

Володимир Лобода, Вольєн Мусіяка, Володимир Рибка

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

loboda@dnu.dp.ua, mvg@dsu.dp.ua, vrybka@ukr.net

Доктор фізико-математичних наук, професор, член Національного комітету України з теоретичної та прикладної механіки Сергій Олександрович Смирнов (07.01.1951 – 17.05.2017) – відомий український учений у галузі механіки деформівного твердого тіла та в галузі економіки, автор низки ґрунтовних праць з проблем механіки руйнування композиційних матеріалів, прикладної математики та математичних методів в економіці.

Під час навчання в аспірантурі кафедри прикладної математики фізико-технічного факультету під керівництвом доцента В.О. Зюзіна його наукові дослідження були спрямовані на розв’язання складних задач про сферичні розрізи у пружних тілах. Деякі з одержаних у цьому напрямі результатів опубліковані в роботах [1, 2], а також підсумовані у кандидатській дисертації «Застосування методу парних рядів-рівнянь до розв’язування деяких задач теорії пружності», яка була захищена в 1979 році.

Високий рівень наукових досліджень в галузі класичної теорії пружності та володіння англійською мовою сприяли успішному проходженню С.О. Смирновим у 1981-1982 рр. 10-ти місячного наукового стажування в Кембриджському університеті (Велика Британія). Тут він не тільки займається науково-дослідницькою роботою, а навіть часом читає лекції замість свого наукового супервайзера.

При увазі та підтримці академіка НАН України В.І. Моссаковського наукові пошуки С.О. Смирнов продовжив у докторантурі Дніпропетровського державного університету (1989 – 1992 рр.). Докторант став займатись ще більш складними проблемами про сферичні розрізи проміж двома пружними матеріалами. Як відомо, за наявності розрізів в околі їх вершин виникають так звані осцилюючі особливості, які характеризуються фізично нереальним взаємопроникненням матеріалів. С.О. Смирнову вперше в світовій літературі вдалося усунути таку особливість для випадку сферичного розрізу. Задачі вказаного класу він звів до систем сингулярних інтегральних рівнянь з ядрами типу Коші і досить складними регулярними складовими цих ядер. В результаті він побудував низку нових розв’язків, до рівня яких нікому не вдалось наблизитись в наступні десятиліття. Частина результатів цих досліджень опублікована в роботах [3 - 6].

У 1993 р. С.О. Смирнов захистив дисертацію «Просторові мішані задачі теорії пружності для однорідних і кусково-однорідних тіл зі сферичними

поверхнями» на здобуття ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла.

Учений мав творчу вдачу і був наполегливим у науковому пошуку. Його учні також досягли міжнародного визнання і публікували свої роботи зі всесвітньо відомими вченими [7]. Колеги називали С.О. Смирнова людиною енциклопедичних знань.

В останні десятиліття С.О. Смирнов основну увагу приділяв організаційно-керівній роботі, працюючи деканом фінансово-кредитного факультету (1995 – 2002 рр.), директором Інституту економіки, а після його реорганізації – деканом економічного факультету Дніпропетровського національного університету. У цей період він продовжує наукову роботу як в галузі механіки, так і економіки, незмінно працює членом докторської спеціалізованої вченої ради з механіки деформівного твердого тіла, виступає опонентом кандидатських і докторських дисертацій. Під його керівництвом захищено три кандидатські та дві докторські дисертації економічного напрямку.

За час своєї наукової діяльності ним опубліковано декілька монографій і понад 150 наукових і методичних праць.

1. *Зюзин В.А., Смирнов С. А.* К решению задачи о сферическом разрезе в упругом пространстве // Доклады АН УССР. – 1977. – №6. – С. 428–431.
2. *Смирнов С. А.* Об одной контактной задаче для пространства со сферической полостью // Доклады АН УССР. – 1979. – №2. – С. 115-119.
3. *Смирнов С. А.* Об одной контактной задаче для неоднородного тела с разрезом // Доклады АН УССР. – 1991 . – №6. – С. 46-50.
4. *Смирнов С. А.* Напряженное состояние двухслойной толстостенной сферической оболочки с разрезами // Доклады АН УССР. – 1991. – № 9. – С. 97–101.
5. *Смирнов С. А.* Об одном подходе к решению задачи о сферическом разрезе в неоднородном теле // Доклады АН Украины. – 1992. – № 7. – С. 66–70.
6. *Смирнов С. А.* Некоторые контактные задачи теории упругости для частично отслоившегося сферического включения в упругой среде //Доклады АН Украины. – 1992. – № 8. – С. 68–71.
7. *H. Altenbach, S. A. Smirnov, V. Kulyk.* Analysis of a spherical crack on the interface of a two-phase composite // Mechanics of Composite Materials. – January 1995. – **31**, No 1. – P. 11–19.

ON SCIENTIFIC CONTRIBUTION OF PROFESSOR S.O. SMIRNOV

The brief survey of scientific contribution of Professor S.O. Smirnov in fracture mechanics of composite materials with special attention to interface cracks on spherical surfaces is presented.

УДК 539.3

ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ПРОСТОРОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

Євгеній Макаренков, Андрій Сясєв

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

dniproevgen@gmail.com, syasev@i.ua

Розглянута просторова квазістатична задача визначення термонапруженого стану фундаментної конструкції під турбогенератори в різних умовах експлуатації.

Для розв'язування задачі застосовували принцип незалежності теплових і механічних впливів, тобто окремо розв'язувалась задача теплопровідності, а потім для визначеного температурного поля у фіксований момент часу визначали напружений стан.

Визначення температурного поля зводилося до розв'язку стаціонарного рівняння теплопровідності з граничними умовами першого і третього роду [1]. Для цього був використаний метод скінченних елементів в поєднанні з методом Гальоркіна. Для всієї конструкції в цілому розв'язок задачі еквівалентний розв'язку інтегрального рівняння

$$\sum_{l=1}^{M}\left\{\int_V \left[N^{(l)}\right]^T \left[\operatorname{div}\left(\lambda^T \operatorname{grad} t\right)+Q\right] dV - \int_S \left[N^{(l)}\right]^T \left(\lambda^T \frac{\partial t}{\partial n}\right) dS - \right.$$

$$\left. - \int_S \left[N^{(l)}\right]^T \left[\alpha\left(t-\theta\right)\right] dS \right\} = 0 ,$$

де M – число елементів, T – індекс транспонування, $N^{(l)}$ – функції форми, α, θ – коефіцієнт теплообміну і температура навколишнього середовища відповідно, V – об'єм скінченого елемента, S – поверхня елемента.

Дискретна модель для розв'язання задачі методом скінченних елементів представлена кубічним елементом до якого прив'язувалася локальна система координат з початком у центрі ваги елемента.

Визначення температурних полів в елементах зводилося до розв'язку системи алгебраїчних рівнянь в матричному виді

$$\left[K^{(l)}\right]\left\{t_i\right\} = \left\{f^{(l)}\right\},$$

де $\left[K^{(l)}\right]$ – матриця теплопровідності, $\left\{f^{(l)}\right\}$ – вектор теплового навантаження,

$\{t_i\}$ – вектор вузлових значень температур $(i = 1, \ldots, 8)$.

Термонапружений стан розглянутої конструкції при коефіцієнтах Ляме λ, μ і коефіцієнті лінійного теплового розширення α_t, залежних від температури і від координат, описувався рівнянням рівноваги [2]

$$\mu\Delta\bar{u} + (\lambda + \mu)\mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\bar{u}) + 2\,\mathrm{grad}\,\mu\Pi_\varepsilon + \mathrm{grad}\,\lambda\,\mathrm{div}\,\bar{u} - \mathrm{grad}(3\lambda + 2\mu)\alpha_t t = 0,$$

де $\bar{u}$ – вектор переміщень, $\lambda = \dfrac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $\mu = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$, E – модуль пружності, ν – коефіцієнт Пуассона, Π_ε – тензор деформацій.

Граничні умови на поверхні задавалися у напруженнях $\sigma_{ij} n_j = F_i(x, y, z)$, де σ_{ij} – компоненти тензора напружень, F_i – складові вектора поверхневих сил.

Розрахунок напружено-деформованого стану розглянутої просторової конструкції здійснювався методом скінченних елементів з використанням теореми про потенційну енергію.

За пропонованим методом проводились розрахунки термонапруженого стану фундаментних конструкцій під турбогенератори на працюючих атомних електростанціях.

В якості розрахункової схеми була вибрана половина фундаментної конструкції, тому що вона знаходиться під осесиметричним тепловим навантаженням. Глобальна система координат X, Y, Z, розташована так, щоб розглянута частина фундамента знаходилась в першому октанті. Крім того жорсткість арматури фундамента не враховувалась.

Наданий математичний метод дозволяє розв’язувати задачі визначення термонапруженого стану фундаментів під енергообладнання великої потужності. його також можна використовувати для мінімізації робіт на стадії проектування фундаментів турбогенераторів для атомних електростанцій і підвищення надійності їх експлуатації.

1. *Макаренков Є.А.* Математична модель розрахунку термонапруженого стану фундаментних конструкцій / *Є.А. Макаренков, М.В. Матяш, В.О. Сясєв* // XXXIII Міжнародна конференція « Розвиток науки в XXI столітті ». Харків. –2018.-С. 86-92.
2. *Коваленко А.Д.* Термоупругость. – К.: Высшая школа, 1975.– 150с.

THERMOELASTIC STATE OF SPACE CONSTRUCTIONS

Using the finite element method, a mathematical model for calculating the thermo-stressed state of spatial structures of the type of foundations under power equipment in different operating conditions was developed.

УДК 531.6

ВАРІАЦІЙНІ НЕРІВНОСТІ В КОНТАКТНИХ ЗАДАЧАХ МЕХАНІКИ НЕІДЕАЛІЗОВАНИХ СТРУКТУРНО НЕОДНОРІДНИХ ГІДРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Олег Мачуга, Олег Яхно

Національний лісотехнічний університет України, Національний технічний університет «КПІ ім. І. Сікорського»

oleg_mach@ukr.net; oleg.yakhno@gmail.com

Контактна взаємодія складників структурно неоднорідних механічних та гідромеханічних систем із урахуванням дисипативних перетворень є незворотнім процесом, що зазвичай не охоплюється математичними моделями, які базуються на застосуванні відповідних систем рівнянь. До таких проблем відносяться задачі механіки руйнування неоднорідних структур [2], гідромеханіки в'язких рідин [4] тощо. Подолання таких методологічних недосконалостей вбачається шляхом формулювання задачі у вигляді варіаційної нерівності стосовно ексергії та анергії [3].

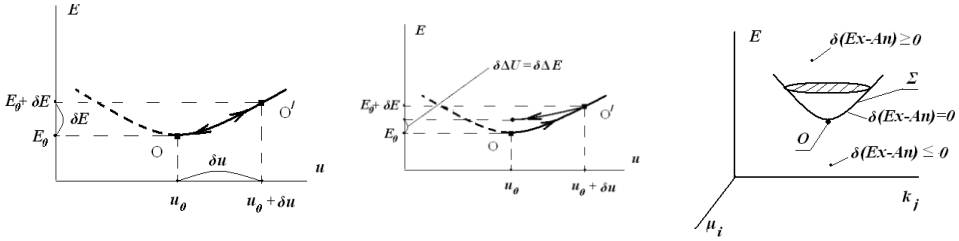
Для гідромеханічної системи запроваджується енергетичний простір станів [3], кожна точка якого відповідає певним значенням параметрів та характеристик системи. У випадку ідеалізованих реологічних властивостей системи будь-яке кінематично можливе (віртуальне) відхилення системи від її дійсного стану характеризується стаціонарністю її енергетичного ресурсу. У середовищах, здатних до істотних дисипативних трансформацій, віртуальне відхилення не допускає повернення системи в її початковий енергетичний стан (див. рис. 1 а, б). Застосування такого представлення разом із першим та другим законами термодинаміки стосовно ексергії системи - Ex та її анергії - An призводить до формулювання нерівності:

$$\delta\left(Ex - An\right) \le 0, \tag{1}$$

як основного відношення для постановки і розв'язування контактних задач механіки структурно неоднорідних гідромеханічних систем, здатних до деструкції складників та відповідних енергоперетворень.

Фізичний сенс постановки задачі у вигляді варіаційної нерівності (1) в наступному. Точка O енергетичного простору визначає дійсний стан гідромеханічної системи (див. рис. 1 в). Віртуальне відхилення стану системи від точки O у випадку граничної рівності у нерівності (1) визначає поверхню Σ, яка є поверхнею стаціонарності та визначає стан системи у випадку зворотних енергетичних трансформацій. Частина простору енергетичних станів (на рис. 1 в – нижче поверхні Σ), в якій виконується варіаційна нерівність (1), визначає параметри і характеристики рівноважного стану.

Точки простору енергетичних станів, які знаходяться вище граничної поверхні й не задовольняють варіаційній нерівності (1) є недопустимими. Однак, якщо фактори зовнішнього впливу (граничні та початкові умови) спонукають систему до перебування власне в такому стані, це призведе до зміни внутрішньої конфігурації структури системи. Зупинка процесу деструкції відбудеться в конфігурації системи, що задовольнить (1).



а б в

Рисунок 1

Підхід визначає окремий напрям до моделювання та постановок задач, пов'язаних із деструкційними змінами в складниках багатокомпонентних механічних систем, що викликаються їхнім безпосереднім взаємним механічним контактом. Це задачі мікро і макророзтріскування, зносу, течіння в'язких рідин, фазових переходів тощо, в яких дисипація енергії породжується різними за природою фізичними процесами. За використання запропонованого енергетичного підходу у формі варіаційної нерівності стосовно ексергії та анергії, розв'язано низку класів контактних задач для структурно неоднорідних механічних та гідромеханічних систем.

1. *Мачуга О. С.* Розвиток наукових засад енергетичного підходу в розв'язуванні проблем взаємодії машин із робочим середовищем : автореф. дис. д. т. н : 05.05.04 / НЛТУ України. – Львів: ФОП Кепещук П. М., 2019. – 48 с.
2. *Моссаковский В. И., Качаловская Н.Е., Голикова С.С.* Контактные задачи математической теории упругости / В.И. Моссаковский,. – Киев: Наук. Думка, 1985. – 176 с.
3. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Т.1. – Москва: Наука, 1976. – 535 с.
4. *Яхно О. М.* Основы реологии полимеров. – Киев: «Вища школа», 1978. – 188 с

VARIATIONAL INEQUALITIES IN CONTACT PROBLEMS OF MECHANICS OF THE NON-IDEALIZED STRUCTURALLY INHOMOGENEOUS HYDROMECHANICAL SYSTEMS

The methodology of the energy approach in the form of variational inequalities with respect to exergy and anergy is developed. Contact interaction problems for the hydromechanics' system components with the dissipation are solved. These are the strengths and dynamics of multilayer structures, soil rutting and many other classes of tasks.

УДК 539.3

ДИНАМІЧНА ЗАДАЧА КРУЧЕННЯ ДВІЧІ-ЗРІЗАНОГО ПРУЖНОГО КОНУСУ

Костянтин Мисов, Наталя Вайсфельд

Одеський Національний Університет ім. І. І. Мечникова

kmysov2309@gmail.com, vaysfeld@onu.edu.ua

Двічі-зрізаний пружний конус $a < r < b, -\psi \le \theta \le \psi, -\pi \le \varphi < \pi$ розглядається в сферичній системі координат. Проблему поставлено для випадку встановлених коливань.

Верхню сферичну поверхню конуса $r = b, -\psi \le \theta \le \psi, -\pi \le \varphi < \pi$ защемлено

$$u_\varphi(b, \theta, t) = 0 \tag{1}$$

Нижня сферична поверхня конуса $r = a, -\psi \le \theta \le \psi, -\pi \le \varphi < \pi$ вважається вільною від напружень

$$\tau_{r\varphi}(a, \theta, t) = 0 \tag{2}$$

До бокової поверхні конуса $a < r < b, \theta = \psi, -\pi \le \varphi < \pi$ прикладено крутильні коливання

$$\tau_{\theta\varphi}(r, \psi, t) = F(r), \tag{3}$$

де $F(r)$ відома функція.

Необхідно визначити переміщення, які задовольняють крайові умови (1)-(3) та рівняння кручення

$$(r^2 u_\varphi{}')' + \frac{(\sin\theta u_\varphi{}^\bullet)^\bullet}{\sin\theta} - \frac{u_\varphi}{\sin^2\theta} = -r^2 q^2 u_\varphi, \tag{4}$$

де $u_\varphi{}^\bullet = \dfrac{\partial u_\varphi(r,\theta)}{\partial\theta}$, $u_\varphi{}' = \dfrac{\partial u_\varphi(r,\theta)}{\partial r}$, $q = \dfrac{\omega}{c}$ – хвильове число, $c = \sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$ – швидкість поперечної хвилі, ρ – густина та G – модуль зсуву.

Для визначення переміщень потрібно застосувати інтегральне перетворення Г. Я. Попова [1] до крайової задачі (1)-(4). Таким чином, у просторі трансформант отримано піводнорідну векторну крайову задачу. Її можна розв’язати за допомогою апарату функції Гріна [2]. Переміщення у

просторі трансформант мають подання $u_{\varphi k}(r)=\int_a^b R(\xi)G_k(r,\xi)d\xi$, де $R(\xi)$ є правою частиною диференціального рівняння піводнорідної векторної крайової задачі, $G_k(r,\xi)$ є функція Гріна. Її побудовано за допомогою базисної системи розв'язків $\{\Psi_{0k}(r),\Psi_{1k}(r)\}$ [2]. Після застосування оберненого перетворення Г. Я. Попова визначено хвильове поле вихідної крайової задачі. Знайдено та проаналізовано власні частоти тіла та їх залежність від куту отвору та лінійного розміру конуса.

1. *Попов Г.Я.* О новых преобразованиях разрешающих уравнений теории упругости и новых интегральных преобразованиях и об их применении к краевым задачам механики // Прикл. мех. – 2003. – № 12. – С. 12–46.
2. *Попов Г.Я., Абдымапанов С. А., Ефимов В. В.* Функции и матрицы Грина одномерных краевых задач. – Алматы: Изд-во Рауан, 1999. – 113 с.

THE DYNAMIC TORSION PROBEM FOR A TWICE-TRUNCATED ELASTIC CONE

The problem of an elastic twice-truncated cone wave field estimation is investigated in case of steady state oscillations. The G. Ya. Popov integral transform with regard to an angular coordinate is applied. Thus reducing the original problem to heterogeneous boundary value problem in the transform's domain with the help the of Green's function solution of heterogeneous problem is constructed in an explicit form. The G. Ya. Popov inverse transformation helped to derive the solution in original domain in form of an infinite sum. With it's help dependence of the eigenfrequencies from the cone's geometric parameters is investigated.

УДК 539.3

КОНТАКТ БЕРЕГІВ ПРЯМОЛІНІЙНОЇ ТРІЩИНИ ЗА СКЛАДНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ТА РІЗНИХ УМОВ КОНТАКТУ

Володимир Острик

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

v.i.ostryk@gmail.com

Дослідження контактної взаємодії берегів тріщини було започатковано в роботах В. І. Моссаковського і П. А. Загубиженка [1, 2], в яких розглянуто задачу про стиснення пружної площини з прямолінійною щілиною скінченної ширини за умови входження у контакт берегів щілини у середній її частині як без урахуванням сил тертя [1], так і з їх урахуванням [2]. У роботі Н. Д. Гриліцького і Г. С. Кіта [3] вивчено частковий контакт берегів тріщини у заданому полі напружень і температур.

У даному повідомленні розв'язано задачу про частковий контакт берегів прямолінійної тріщини ($-a < x < a$, $y = 0$) в однорідній пружній площині за дії розтягувальних σ_y^∞ і зсувних τ_{xy}^∞ напружень, заданих на нескінченності, та двох стискальних зосереджених сил P, прикладених поблизу тріщини – у точках $x = x_0$, $y = \pm y_0$ (рис. 1). Розглянуто три варіанти постановки задачі, коли між берегами тріщини на відрізку $b \le x \le c$ відбувається гладкий контакт, ковзний контакт, або контакт зі зчепленням і проковзуванням ($b' \le x \le c'$ – зона зчеплення, $b \le x < b'$, $c' < x \le c$ – зони проковзування).

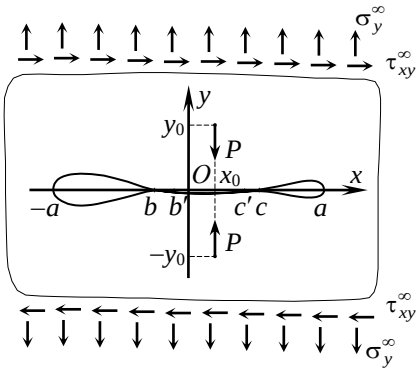


Рис. 1

Із використанням комплексних потенціалів Колосова – Мусхелішвілі задачу зведено до задачі спряження, розв'язок якої знайдено в аналітичному вигляді. Отримано трансцендентні рівняння для визначення меж області контакту та зони зчеплення. Знайдено умови, за яких область контакту берегів тріщини або вироджується в точку, або займає всю тріщину. Показано, що при перевищенні відношення дотичних і нормальних напружень, заданих на нескінченності, певного значення зона зчеплення зникає і взаємне проковзування берегів тріщини відбувається уздовж усієї області контакту.

Обчислення проведено для коефіцієнта Пуассона $\nu = 0.3$ у випадку си-

метричного нормального навантаження ($x_0 = 0$, $2y_0 = 1$, $b = -c$). При цьому найменше відносне значення сил $P/(\sigma_y^\infty a) = 1.509$ відповідає точковому контакту (у точці $x = 0$, $y = 0$), а їх найбільше значення 13.744 – повному контакту берегів тріщини ($c = a$). Відносні координати $\bar{c} = c/a$ правого краю області контакту та нормалізовані коефіцієнти інтенсивності нормальних напружень $\bar{K}_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I}}(\pm a)/(\sqrt{a}\sigma_y^\infty)$ для різних відносних значень сил $\bar{P} = P/(\sigma_y^\infty a)$ подано у табл. 1. За відсутності зосереджених сил ($P = 0$) $\bar{K}_{\mathrm{I}} = \sqrt{\pi} = 1.772$, а у випадку точкового контакту ($\bar{c} = 0$) $\bar{K}_{\mathrm{I}} = 0.902$, тобто майже вдвічі зменшується. Із подальшим збільшенням сил величина $\bar{K}_{\mathrm{I}}$ зменшується. Коли тріщина повністю закривається, $\bar{K}_{\mathrm{I}} = 0$. У випадку гладкого контакту обчислено також нормальні контактні напруження, а у випадку контакту зі зчепленням і проковзуванням – нормальні та дотичні контактні напруження, відносні розміри зони зчеплення і коефіцієнти інтенсивності дотичних напружень.

Таблиця 1

$\bar{P}$	1.6	2	3	4	6	8	10	12	13
$\bar{c}$	0.083	0.204	0.361	0.464	0.616	0.735	0.836	0.927	0.970
$\bar{K}_{\mathrm{I}}$	0.874	0.783	0.624	0.505	0.326	0.194	0.096	0.029	0.008

1. *Моссаковский В. И., Загубиженко П. А.* Об одной смешанной задаче теории упругости для плоскости, ослабленной прямолинейной щелью // Докл. АН СССР. – 1954. – **94**, № 3. – С. 409–412.
2. *Моссаковський В. І., Загубиженко П. А.* Про стиснення пружної ізотропної площини, ослабленої прямолінійною щилиною // Доп. АН УРСР. – 1954. – № 5.
3. *Грилицкий Н. Д., Кит Г. С.* О напряженном состоянии в окрестности трещины с частично контактирующими берегами // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1978. – Вып. 8. – С. 35–39.

CONTACT OF FACES OF A RECTILINEAR CRACK UNDER COMPLEX LOADING AND VARIOUS CONTACT CONDITIONS

The problem on partial contact of faces of a rectilinear crack in uniform elastic plane under given at infinity tensile and shear stresses as well as two compressive concentrated forces applied near the crack is considered. Three variants of problem statement are considered: smooth contact, sliding contact and contact with slip and adhesion between the faces of a crack. Using Kolosov – Muskhelishvili complex potentials the problem is reduced to a conjugation problem, whose solution is obtained in analytic form. The results of calculation of boundaries of contact area, stress intensity factors and distributions of normal and tangential contact stresses are presented.

УДК 539.3

ВПЛИВ ПАМ'ЯТІ ФОРМИ МАТЕРІАЛУ НА ПОВЕДІНКУ СТРИЖЕНЯ

Олександр Петров[1], Юрій Черняков[1], Павло Стеблянко[2]

[1]*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара;*
[2]*Дніпровський державний технічний університет*

caf-vmi@ukr.net

У запропонованій доповіді сформульовано феноменологічну модель для опису властивостей матеріалів з пам'яттю форми. Встановлено конкретні залежності для механічних параметрів. Показано, що межа розділу фаз переміщається з постійною для обраної температури швидкістю.

Деформація в точці представляється у вигляді суми пружною складової; стрибка деформації при фазовому переході; пластичної деформації, яка підпорядковується теорії течії з кінематичним і трансляційним зміцненням; деформації, викликаної температурними змінами. При цьому передбачалося, що властивості матеріалу залежать від температури. Для опису пружної деформації і деформації фазового перетворення використовувалася діаграма пружного матеріалу, що складається з трьох прямолінійних ділянок.

На основі описаної моделі розглянуто задачу про навантаження, розвантаження одновимірного стриженя та його подальше нагрівання, в якій моделюється вплив пам'яті форми матеріалу в матеріальній точці на поведінку стриженя в цілому. Наведені результати демонструють поведінку стриженя зі сплаву Ni-Ti. З ростом температури деформації, які обумовлені попереднім фазовим переходом, суттєво зменшуються. Практично вздовж всього стриженя вони дорівнюють нулю. Залишкові деформації в деяких точках тіла обумовлені тим, що при підвищенні температури в матеріалі можуть виникати і пластичні деформації.

THE INFLUENCE OF SHAPE MEMORY MATERIAL ON THE BEHAVIOR OF THE ROD

The present paper formulates a phenomenological model for describing the properties of shape memory at a specify point. The deformation at the point is represented as a sum of the elastic component; deformation jump in the phase transition; plastic deformation, which obeys the theory of flow with kinematic and translational hardening and deformation caused by temperature changes. It is assumed that the properties of the material depend on the temperature. On the basis of the described model the problem of loading, unloading of one-dimensional rod and its subsequent heating is considered.

УДК 539.3

ЗВ'ЯЗАНІ ЗАДАЧІ ПРО ВЗАЄМОВПЛИВ ДЕФОРМУВАННЯ ПРУЖНИХ ТІЛ ТА ТИСКУ РІДИНИ АБО ГАЗУ

Сергій Плашенко, Василь Кузьменко

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

sergey.plashenko@gmail.com

Розглядаються зв`язані задачі взаємодії пружних тіл з рідиною і газом.

1. Пружна мембрана прогинається під дією рідини, що налита на ній. Деформація мембрани призводить до концентрації рідини в її центрі, що в свою чергу викликає більші прогини. Така задача є зв’язана.

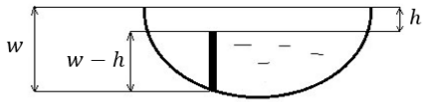


Рис.1 Схема навантаження мембрани.

Було побудовано математичну модель прогину мембрани використовуючи рівняння Пуассона. Задачу було зведено до безрозмірного вигляду. Запропоновано ітераційний підхід розщеплення зв’язаної задачі. Проведено аналіз збіжності ітераційного процесу. Досліджено вплив вхідних параметрів на площу поверхні залитої рідиною.

2. Розглядається ускладнена модель прогину мембрани під дією снігу, що лежить на ній і поступово розтає.

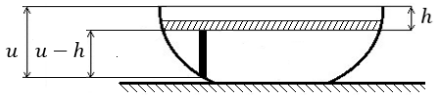


Рис.2 Схема навантаження мембрани зі снігом.

Додаткові умови були добавлені в модель розглянуту в задачі 1. Задача була розв’язана аналогічними підходами. Було проведено аналіз прогинів мембрани в залежності від кількості снігу, що розтанув. Проаналізовано умову наявності перешкоди, що обмежує прогини мембрани.

3. Розглядається ламінарна течія рідини в нескінченно нелінійно-пружній труби. Під дією тиску в середині труби, площа поперечного перерізу збільшується, що призводить до зменшення швидкості в трубі та відповідно до зростання тиску. В свою чергу, зростання тиску призводить до деформацій труби. Маємо зв'язану задачу.

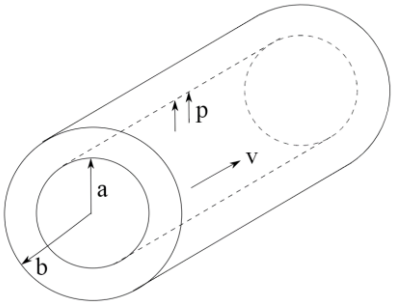


Рис.3 Деформація труби під дією тиску всередині неї.

Задачу було зведено до операторного рівняння. Було побудовано математичну модель використовуючи модель матеріалу Муні. Отримане трансцендентне рівняння, яке було розв'язано числено. Проведено аналіз області допустимих значень та встановлено зв'язок між властивостями матеріалу та параметрами течії рідини, за яких можлива рівновага.

4. Розглядається гумова куля заповнена газом. Під дією внутрішнього тиску збільшується об'єм порожнини, що призводить до зміни тиску. Таким чином маємо зв'язаний процес.

Задачу було зведено до операторного рівняння. Провівши перетворення було отримано трансцендентне рівняння, яке було розв'язано числено. Проведено аналіз зміни товщини стінки залежно від маси та тиску газу.

COUPLED PROBLEMS ABOUT MUTUAL INFLUENCE OF THE ELASTIC BODIES DEFORMATION AND PRESSURE OF LIQUID OR GAS

Four problems are considered. The first problem describes membrane deformation under the liquid pressure. Deformation of the membrane leads to faster liquid concentration in its center and as a result to higher deformations. In the second problem, the model is extended. Melting snow is considered instead of liquid. Influence of the percentage of melted snow on the deformation was investigated. In the third problem, tube with liquid flowing through it is investigated. Under the inner pressure of liquid, the tube deforms, which leads to liquid velocity decreasing and as a result pressure increasing. The forth problem describes sphere deformation under inner gas pressure.

УДК 539.375

О РАСЧЕТЕ ЗОНЫ ПРЕДРАЗРУШЕНИЯ ВБЛИЗИ ВЕРШИНЫ КЛИНОВИДНОГО ВЫРЕЗА, ВЫХОДЯЩЕГО НА НЕГЛАДКУЮ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА СРЕД

Татьяна Полищук, Анатолий Каминский

Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины
Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины

polischuk_t@ukr.net, fract@inmech.kiev.ua

В условиях плоской симметричной задачи в рамках модели с линиями разрыва касательного смещения осуществляется расчет зоны предразрушения вблизи угловой точки клиновидного выреза в кусочно-однородном изотропном упругом теле, выходящего на негладкую границу раздела двух различных сред. Предполагается, что тело, составлено из различных однородных частей, соединенных между собой тонким связующим слоем, материал которого более пластичный, чем материалы контактирующих частей. Предположим, что одна из составных частей тела содержит клиновидный вырез, вершина которого совпадает с угловой точкой границы раздела сред. Рассматриваемая область считается симметричной относительно прямой, содержащей биссектрисы соответствующих углов.

Уже при сколь угодно малых внешних нагрузках вблизи угловой точки появляется и развивается зона предразрушения. Будем изучать лишь начальную стадию ее развития, считая внешние нагрузки достаточно малыми. Тогда размер зоны предразрушения будет значительно меньше размеров тела. В силу свойства материала связующего слоя зона предразрушения будет развиваться вдоль границы раздела сред в виде пары узких полосок, исходящих из угловой точки. Связующий слой предполагается настолько тонким, что его можно считать линией, на которой формулируются соответствующие граничные условия.

Поскольку в зоне предразрушения преимущественные деформации развиваются по механизму сдвига, полоску-зону будем моделировать линией разрыва касательного смещения, на которой касательное напряжение равно пределу текучести на сдвиг τ_s.

Учитывая малость зоны предразрушения приходим к соответствующей статической задаче теории упругости для кусочно-однородной плоскости содержащей клиновидный вырез с прямолинейными разрезами в вершине. На

бесконечности формулируется условия, позволяющее учитывать влияние внешнего поля.

Для построения решения задачи теории упругости используется метод Винера-Хопфа в сочетании с аппаратом интегрального преобразования Меллина [1, 2].

Рассматриваемая задача сводится к следующему функциональному уравнению Винера-Хопфа:

$$\Phi^{+}(p)+\frac{\tau_1}{p+1}+\frac{\tau}{p+\lambda+1}=-A\,\mathrm{tg}(p\pi)G(p)\Phi^{-}(p) \qquad (1)$$

Подобные уравнения решены, например, в [3].

С помощью решения уравнения (1) определяется длина зон предразрушения. Она выражается формулой вида

$$l=L(\alpha,\beta,e_0,\nu_1,\nu_2)\left(\frac{|C|}{\tau_s}\right)^{-1/\lambda}, \qquad (2)$$

где L – известная функция. Формула (2) устанавливает закон развития начальной зоны предразрушения вблизи вершины клиновидного выреза. С помощью решения уравнения (1) и формулы обращения Меллина определяются напряжения в рассматриваемой задаче.

1. *Нобл Б.* Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. - М. : 1962. - 279 с.
2. *Уфлянд Я.С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. - Л.: 1967. - 402 с.
3. *Каминский А.А., Кипнис Л.А., Хазин Г.А.* Исследование напряженного состояния вблизи угловой точки при моделировании начальной пластической зоны линиями скольжения // Прикл. механика. – 2001.– 37, № 5.– С. 93 – 99.

ON CALCULATION OF THE PREFRACTURE ZONE AT THE CORNER POINT OF THE WEDGE-SHAPED CUT OUTLIMITING THE INTERFACE OF MEDIA

The plane symmetrical problem on calculation of the prefracture zone at the corner point of the wedge-shaped cut outlimiting the interface of isotropic elastic media is considered. The prefracture zone is modeled by lines of rupture of tangential displacement located on the interface. The solution of the corresponding problem of the theory of elasticity is constructed by the Wiener-Hopf method.

УДК 539.3

ПОБУДОВА РОЗВ'ЯЗКУ РІВНЯНЬ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ДЕЯКИХ ОРТОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ

Віктор Ревенко

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України

victorrev@ukr.net

Розв’язання рівнянь теорії пружності та знаходження подання напружень для ортотропних тіл є важливою задачею [1, 2]. На даний час загальний розв’язок знайдено тільки для деяких часткових випадків: ізотропного та трансверсально-ізотропного тіла [2].

За відсутності об’ємних сил розв’язок задач теорії пружності ортотропного тіла зводиться до інтегрування трьох рівнянь рівноваги. Виключено з них почергово переміщення $\mathrm{u_j}$ і одержано систему рівнянь

$$\frac{\partial}{\partial x_2}\mathrm{L}_1^1\mathrm{u}_1=\frac{\partial}{\partial x_1}\mathrm{L}_2^1\mathrm{u}_2\,,\ \frac{\partial}{\partial x_3}\mathrm{L}_1^1\mathrm{u}_1=\frac{\partial}{\partial x_1}\mathrm{L}_3^1\mathrm{u}_3\,,\ \frac{\partial}{\partial x_3}\mathrm{L}_2^1\mathrm{u}_2=\frac{\partial}{\partial x_2}\mathrm{L}_3^1\mathrm{u}_3\,, \tag{1}$$

де

$$\mathrm{L}_\mathrm{j}^1=D_{km}L_j-D_{jk}D_{jm}\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\,,\quad k\neq j\neq m\,,\ L_\mathrm{k}=\sum_{j=1}^{3}\mathrm{T}_\mathrm{kj}\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\,,$$

$$T_\mathrm{kk}=B_\mathrm{kk}\,,\ T_\mathrm{kj}=G_\mathrm{kj}\,,\ D_{kj}=B_{kj}+G_{kj},\ \ k\neq j\,,\ k=\overline{1,3}\ [1].$$

Розв'язок системи рівнянь (1) суттєво спрощується, якщо виконується операторна залежність

$$\mathrm{L}_2^1=s_1\mathrm{L}_1^1\,, \tag{2}$$

де s_1 – коефіцієнт. Умова (2) дозволила виразити перше рівняння (1)

$$\Omega_1\mathrm{u}_1=-\frac{1}{\mathrm{s}_1\mathrm{G}_{13}}\mathrm{L}_3^1\Lambda_3\frac{\partial\phi_1}{\partial x_2}\,, \tag{3}$$

де ϕ_1 задовольняє рівняння $\mathrm{L}_1^1\phi_1=0$,

$$\Omega_1=d_1\frac{\partial^4}{\partial x_1^4}+d_2\frac{\partial^4}{\partial x_1^2\partial x_2^2}+d_3\frac{\partial^4}{\partial x_1^2\partial x_3^2}+d_4\frac{\partial^4}{\partial x_2^4}+d_5\frac{\partial^4}{\partial x_3^4}+d_6\frac{\partial^4}{\partial x_2^2\partial x_3^2}\,,$$

$$d_1 = \mathrm{B}_{11}, \quad d_2 = [\mathrm{B}_{11}\frac{\mu_1}{\omega_1} + G_{12} + \frac{D_{12}}{s_1}], \quad d_3 = \mathrm{B}_{33}\frac{B_{11}}{G_{13}} + G_{13} - \frac{D_{13}^2}{\mathrm{G}_{13}},$$

$$d_4 = \frac{\mu_1}{\omega_1}(\mathrm{G}_{12} + \frac{D_{12}}{s_1}), \quad d_6 = \mathrm{B}_{33}\mu_1 + G_{23} + \frac{1}{s_1 G_{13}}(\mathrm{B}_{33}D_{12} - D_{13}\mathrm{D}_{23}),$$

$$d_5 = \mathrm{B}_{33}, \quad \mu_1 = \frac{G_{12}}{G_{23}}, \quad \omega_1 = \frac{G_{12}}{G_{13}}, \quad s_1 = \frac{D_{13}G_{23}}{D_{23}G_{13}}.$$

Загальний розв'язок вихідної системи рівняння знайдено у вигляді

$$\mathrm{u}_1 = \frac{\partial}{\partial x_1}\frac{\partial}{\partial x_3}(\Phi + \psi_1),$$

$$\mathrm{u}_2 = \frac{1}{s_1}\frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3}[(\Phi + \psi_1) + \phi_1], \tag{4}$$

$$\mathrm{u}_3 = -\frac{1}{D_{13}}\{L_1(\Phi + \psi_1) + D_{12}\frac{1}{s_1}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}[(\Phi + \psi_1) + \phi_1]\},$$

де $\Omega_1\Phi = 0$, Φ – однорідний, ψ_1 – частковий розв'язок рівняння (3).

Показано, що явна побудова функцій Φ, ψ_1 ускладнюється, так як оператор Ω_1, в загальному випадку, не розкладається на множники.

Встановлено, що якщо крім умов (2) також покласти $G_{23} = G_{13}$, $B_{23} = B_{13}$, $B_{22} = B_{11}$, то із залежностей (2)–(4) будуть випливати відомі співвідношення трансверсально-ізотропного тіла [2].

Виражено переміщення і напруження через подання (2)–(4). Показано, як знаходити напружено-деформований стан ортотропних тіл.

1. *Амбарцумян С.А.* Общая теория анизотропных оболочек – Москва: Наука, 1974. – 446 с.
2. *Чен В.Т.* Некоторые задачи трансверсально изотропных упругих материалов // Тр. Американского общества инженеров-механиков. Сер. Е, Прикладная механика. – 1966. – **33**, № 2. – С. 98–107.

CONSTRUCTION OF THE SOLUTION OF EQUATIONS OF THE ELASTICITY THEORY FOR SOME ORTHOTROPIC MATERIALS

The solution of three-dimensional equations of orthotropic bodies is constructed for some cases of orthotropy. The stress components are expressed in terms of three-dimensional displacement functions that satisfy the second or fourth order equations in partial derivatives. The stress-strain state for some loads of orthotropic bodies is determined.

УДК 539.3

КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ ПОБЛИЗУ ТРІЩИНИ

Віктор Реут, Юрій Молоканов

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

reut@onu.edu.ua, molokanov9@gmail.com

Розглядається плоска задача теорії пружності концентрації напружень біля кінців скінченної тріщини всередині смуги $\{-a < x < b, |y| < \infty\}$. До смуги прикладене довільне фінітне (за змінною y) навантаження. Усередині смуги вздовж відрізка $\{x = 0, |y| < 1\}$ розташована тріщина, на береги якої діють нормальне та дотичне навантаження. Береги смуги знаходяться у стані гладкого контакту.

Показано, що така задача за умов затухання рішень при $|y| \to \infty$ зводиться до такої крайової задачі:

$$\begin{cases} \Delta^2\sigma_x = -[\Delta X' + (1+\nu)X'^{\bullet\bullet\bullet}] + [\Delta Y^{\bullet} - (1+\nu)Y^{\bullet\bullet\bullet}], \quad -a < x < b, \quad |y| < \infty, \\ x = -a, b: \quad \tau_{xy} = v = 0, \\ x = \pm 0, |y| < 1: \quad \sigma_x = p(y), \quad \tau_{xy} = t(y). \end{cases} \tag{1}$$

Тут $\sigma_x(x,y)$, $\tau_{xy}(x,y)$ — нормальне та дотичне навантаження відповідно; $u(x,y)$, $v(x,y)$ — переміщення точок смуги вздовж осей OX та OY відповідно, що пов'язані співвідношеннями

$$\begin{cases} \tau_{xy}^{\bullet} = -\sigma_x' - X, \\ Ev^{\bullet\bullet\bullet} = [\Delta\sigma_x - (1+\nu)\sigma_x^{\bullet\bullet}] + X' - Y^{\bullet}, \\ Eu^{\bullet\bullet\bullet\bullet} = -[\Delta\sigma_x' + (1+\nu)\sigma_x'^{\bullet\bullet\bullet}] - [\Delta X + (1+\nu)X^{\bullet\bullet}] - \nu X + Y'^{\bullet}. \end{cases} \tag{2}$$

Крапкою в (1) та (2) позначено похідну за змінною y, штрихом — похідну за змінною x.

Зазначимо, що хоча й задача розв'язувалась для випадку гладкого контакту берегів смуги, її можна узагальнити на випадок довільних крайових умов.

Після застосування повного інтегрального перетворення Фур'є за змінною y задачу було зведено до одновимірної крайової, що дозволило після побудови функції Гріна звести її до системи двох сингулярних інтегральних рівнянь відносно невідомих стрибків нормальних і дотичних

напружень при переході через тріщину:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2}{dy^2}\displaystyle\int_{-1}^{1}\chi(\eta)\ln\frac{1}{|y-\eta|}d\eta+\int_{-1}^{1}\chi(\eta)K_{11}(y,\eta)d\eta+\int_{-1}^{1}\mu(\eta)K_{12}(y,\eta)d\eta=p(y), \quad |y|<1, \\ \dfrac{d^2}{dy^2}\displaystyle\int_{-1}^{1}\mu(\eta)\ln\frac{1}{|y-\eta|}d\eta+\int_{-1}^{1}\chi(\eta)K_{21}(y,\eta)d\eta+\int_{-1}^{1}\mu(\eta)K_{22}(y,\eta)d\eta=t(y), \quad |y|<1. \end{cases}$$

Цю систему за допомогою метода ортогональних поліномів було зведено до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь типу Пуанкаре — Коха відносно коефіцієнтів розкладення шуканих стрибків за поліномами Чебишова другого роду.

Було побудовано графіки коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) біля кінців тріщини в залежності від геометричних параметрів задачі. Наведемо графіки КІН для випадку задачі $X(x,y)=Y(x,y)\equiv 0$, $a=0.2$ та а) $p(y)\equiv 1, t(y)\equiv 0$; б) $p(y)\equiv 1, t(y)\equiv 1$ (рис. 1):

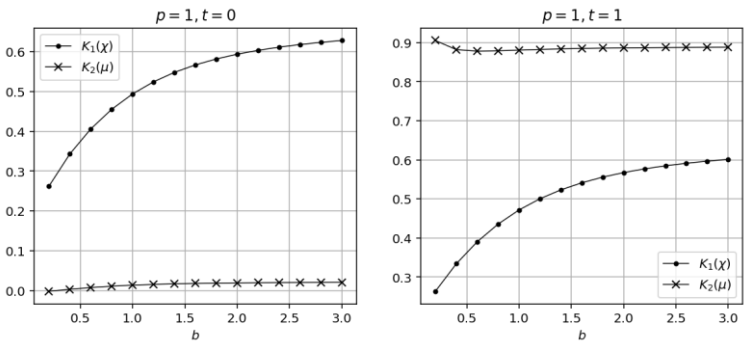


Рис. 1

1. *Моссаковский В. И., Рыбка М. Т.* Обобщение критерия Грифитса-Снеддона на случай неоднородного тела // Прикл. матем. и мех. – 1964.– **28**, № 6. – С. 1061–69.
2. *Попов Г. Я.* Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. / Г. Я. Попов. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 344 с.

THE STRESS CONCENTRATION NEAR THE CRACK

A plane elasticity problem of the stress concentration at the tips of a finite crack inside an infinite strip is considered. An arbitrary finite (by variable y) load is applied to the strip. Normal and shear loads are applied to the crack faces. A case of a slider joint of the strip sides is considered. A graph of dependence of the stress intensity factor (SIF) near the crack tips on geometric parameters of the problem is plotted.

УДК 539.3

МЕТОД СИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ КВАЗІОРТОТРОПНОГО ТІЛА

Михайло Саврук[1], Анджей Казберук[2], Андрій Чорненький[1]

[1] *Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України,*
[2] *Білостоцька політехніка, Польща*

savruk@ipm.lviv.ua, a.kazberuk@pb.edu.pl, a.b.chornenkyi@gmail.com

Вироджений ортотропний матеріал, модуль зсуву якого зв'язаний з іншими характеристиками матеріалу певною залежністю, що призводить до кратних коренів характеристичного рівняння, називають квазіортотропним [1, 2]. Це клас матеріалів, до якого також належать ізотропні тіла.

З рівняння сумісності деформацій отримаємо еліптичне диференційне рівняння четвертого порядку, ввівши функцію напружень $F(x, y)$

$$\frac{\partial^4 F}{\partial y^4} + 2\gamma^2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \gamma^4 \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = 0\,, \tag{1}$$

характеристичне рівняння якого має вигляд $\mu^4 + 2\gamma^2\mu^2 + \gamma^4 = 0$. Тут γ – параметр ортотропії ($\gamma = \sqrt[4]{E_x / E_y}$ – плоский напружений стан). Характеристичне рівняння має комплексно спряжені кратні корені: $\mu_1 = \mu_2 = i\gamma$, $\bar{\mu}_1 = \bar{\mu}_2 = -i\gamma$.

Загальний розв'язок рівняння (1) для квазіортотропного тіла можна подати через аналітичні функції $\varphi_1(z_1)$ і $\chi_1(z_1)$ від допоміжного комплексного аргументу $z_1 = x + i\gamma y$ у вигляді $F(x, y) = \mathrm{Re}[\bar{z}_1\varphi_1(z_1) + \chi_1(z_1)]$. Компоненти вектора переміщення u і v виражаються через комплексні потенціали $\Phi_1(z_1) = \varphi_1'(z_1)$ та $\Psi_1(z_1) = \psi_1'(z_1) = \chi_1'(z_1)$

$$2G\frac{d}{dt_1}\left(u + (i/\gamma)v\right) = \kappa\Phi_1(t_1) - \overline{\Phi_1(t_1)} - \frac{d\bar{t}_1}{dt_1}\left(t_1\overline{\Phi_1'(t_1)} + \overline{\Psi_1(t_1)}\right),\ t_1 \in L_1\,, \tag{2}$$

де $\kappa = (3\gamma^2 - \nu_{xy})/(\gamma^2 + \nu_{xy})$ – для плоского напруженого стану; L_1 – контур у площині z_1, що відповідає межовому контуру тіла L у комплексній площині $z = x + iy$.

Використовуючи подання (2), знайдено

$$\left((i/\gamma)X_n - Y_n\right)\frac{ds}{dt_1} = \Phi_1(t_1) + \overline{\Phi_1(t_1)} + \frac{d\bar{t}_1}{dt_1}\left(t_1\overline{\Phi_1'(t_1)} + \overline{\Psi_1(t_1)}\right),\ t_1 \in L_1\,, \tag{3}$$

де X_n і Y_n – декартові компоненти вектора напружень, що діють зі сторони додатної нормалі n на криволінійному контурі L; s – дугова абсциса на контурі L, що відповідає точці $t = x + iy \in L$.

Знайдемо розв'язок допоміжної задачі, коли на розімкненому криволінійному контурі тіла L в квазіортотропній площині напруження неперервні, а переміщення розривні:

$$\left[(i/\gamma)X_n - Y_n\right]^+ - \left[(i/\gamma)X_n - Y_n\right]^- = 0, \left[u + (i/\gamma)v\right]^+ - \left[u + (i/\gamma)v\right]^- = \frac{4i\gamma^2}{E_x} g(t), t \in L, \quad (4)$$

і на нескінченності напруження і поворот відсутні.

Нехай на берегах розрізу L задані зрівноважені напруження

$$\left[(i/\gamma)X_n^{\pm} - Y_n^{\pm}\right]\frac{ds}{dt_1} = \tilde{P}(t) = \tilde{P}_1(t_1) = \frac{1}{2\gamma}\left[(1+\gamma)p(t) - (1-\gamma)\overline{p(t)}\frac{d\overline{t}}{dt}\right]\frac{dt}{dt_1}. \quad (5)$$

З крайових умов (4), для визначення невідомої функції $g_1'(t_1)$ отримаємо сингулярне інтегральне рівняння

$$\frac{1}{\pi}\int_{L_1}[K(\tau_1, t_1)g_1'(\tau_1)d\tau_1 + L(\tau_1, t_1)\overline{g_1'(\tau_1)}d\overline{\tau}_1] = \tilde{P}_1(t_1). \quad (6)$$

Тут ядра $K(\tau_1, t_1)$; $L(\tau_1, t_1)$, такі самі як у сингулярному інтегральному рівнянні для ізотропного тіла тільки записані в допоміжній площині z_1. Розв'язок рівняння (6) повинен задовольняти умову однозначності переміщень за обходу контуру тріщини L.

Виявлено аналогію між задачами теорії пружності для ізотропного та квазіортотропного тіл, яка полягає в тому, що сингулярні інтегральні рівняння в квазіортотропному тілі такі самі як в ізотропному тільки записані в допоміжній площині комплексного змінного, що залежить від основного механічного параметра ортотропії (відношення модулів Юнга). Враховуючи цю аналогію отримано низку аналітичних та числових результатів.

1. *Savruk M. P., Kazberuk A.* Stress Concentration at Notches. – Cham (Switzerland): Springer, 2017. – 516 p.
2. *Kazberuk A., Savruk M.P., Chornenkyi A.B.* Stress distribution at sharp and rounded V-notches in quasi-orthotropic plane // Int. J. Solids Struct. – 2016. – **85**. – P. 134 –143.

SINGULAR INTEGRAL EQUATION METHOD IN ELASTICITY PROBLEM FOR QUASI-ORTHOTROPIC BODY

An analogy between the problems of the theory of elasticity for isotropic and quasi-orthotropic bodies is revealed, which consists in the fact that singular integral equations in a quasi-orthotropic body are the same as in an isotropic only written in the auxiliary plane of a complex variable depending on the basic mechanical parameter of the orthotropic relation. Considering this analogy, a number of analytical and numerical results were obtained.

УДК 539.3

КОНТАКТ БЕРЕГІВ МІЖФАЗНОЇ ТЕПЛОІЗОЛЬОВАНОЇ ЩІЛИНИ В РІЗНОРІДНОМУ БІМАТЕРІАЛІ ПІД ДІЄЮ ТЕРМОМЕХАНІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Христина Середницька, Ростислав Мартиняк

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстрича НАН України

labmtd@iapmm.lviv.ua

Розглянемо біматеріальну (композитну) площину, складену з різнорідних матеріалів, які характеризується коефіцієнтами Пуассона (ν_1, ν_2), модулями зсуву (G_1, G_2), коефіцієнтами лінійного теплового розширення (α_1, α_2), коефіцієнтами теплопровідності (λ_1, λ_2). На межі з'єднання матеріалів розташована міжфазна теплоізольована щілина з довжиною $2a$ та початковою висотою $h_0(x)$, береги якої плавно змикаються в крайніх точках ($h_0'(\pm a)$). На нескінченності біматеріал підданий дії стискальних зусиль p і стаціонарного однорідного теплового потоку q, перпендикулярних до міжфазної лінії. Під дією стискальних зусиль береги щілини контактують на привершинних ділянках $[-a,-b]$ і $[b,a]$, довжина яких заздалегідь невідома.

Використовуючи методику розв'язування задач термопружності для біматеріалів з міжфазними тріщинами [1], сформульовану задачу зведено до системи двох сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно стрибка температури $\gamma(x)$ між берегами щілини і її розкриття $h(x)$:

$$-\frac{\lambda}{2\pi}\int_{-a}^{a}\frac{\gamma'(t)}{t-x}dt = q\,,\quad |x|<a\,; \tag{1}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{-b}^{b}\frac{\left[1-\beta^2\dfrac{\sqrt{a^2-t^2}}{\sqrt{a^2-x^2}}\right]h'(t)}{t-x}dt+\lambda\left(\eta^+\beta+\eta^-\right)\gamma(x)-\frac{\lambda\beta\eta^+}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}\int_{-a}^{a}\gamma(t)dt=$$

$$=G^*p+\frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{h_0'(t)}{t-x}dt\,,\quad |x|<b\,; \tag{2}$$

де $\gamma(\pm a)=0$, $h(\pm b)=0$; $\lambda=\dfrac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}$, $\beta=\dfrac{G_2(1-\kappa_1)-G_1(1-\kappa_2)}{G_2(1+\kappa_1)+G_1(1+\kappa_2)}$,

$$\eta^-=\frac{(G_2+G_1\kappa_2)\eta_2-(G_1+G_2\kappa_1)\eta_1}{G_2(1+\kappa_1)+G_1(1+\kappa_2)},\quad \eta^+=\frac{(G_2+G_1\kappa_2)\eta_2+(G_1+G_2\kappa_1)\eta_1}{G_2(1+\kappa_1)+G_1(1+\kappa_2)},$$

$$G^*=\frac{(G_2+G_1\kappa_2)(G_1+G_2\kappa_1)}{G_1G_2\left(G_2(1+\kappa_1)+G_1(1+\kappa_2)\right)}.$$

Довжину ділянки контакту визначено з умови плавного змикання берегів щілини:

$$h'(\pm b)=0. \tag{3}$$

Рівняння (1) має аналітичний розв’язок [1], який підставляємо у рівняння (2). Розв’язок рівняння (2) визначаємо за допомогою методу колокацій, подаючи функцію $h'(x)$ у вигляді ряду за поліномами Чебишева І роду. В результаті, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів при поліномах Чебишева, яку розв’язуємо числово. Підставляючи визначену функцію $h'(x)$ в умову (3), отримаємо нелінійне рівняння відносно невідомого параметра b.

Проведено числові розрахунки для конкретних матеріалів композиту і заданої початкової висоти щілини. Проаналізовано залежності коефіцієнта інтенсивності дотичних міжфазних напружень, розкриття щілини та ділянки контакту її берегів від стискального навантаження та теплового потоку.

1. *Мартиняк Р.М., Середницька Х.І.* Контактні задачі термопружності для міжфазних тріщин в біматеріальних тілах. – Львів: Растр-7, 2017. – 168 с.

CONTACT OF FACES OF THERMALLY INSULATED CRACK IN THE DISSIMILAR BIMATERIAL BY THERMOMECHANICAL LOADING

The mechanical contact of the faces of thermally insulated crack, which located on the interface dissimilar biomaterial, are investigated. The thermoelastic problem is reduced to a system of singular integro-differential equations for a temperature jump between crack surfaces and a crack opening. The length of the contact zone is determined from the condition of smooth closure of the faces of the crack. The dependences of the stress intensity factor mode II, the opening of the crack and the length of the contact zone on the compressive loads are given at infinity and the heat flow are analyzed.

УДК 539.3

МІЖФАЗНА ТРІЩИНА НА МЕЖІ СПОЛУЧЕННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З ЕЛІПТИЧНИМ ОТВОРОМ І ЗАМКНЕНОГО ПРУЖНОГО РЕБРА

Андрій Сяський, Наталія Шевцова, Олег Дейнека

Рівненський державний гуманітарний університет;
Національний університет водного господарства та природокористування

AndriySyasky@gmail.com; Shevtsova_nv@ukr.net; Dejneka_7@ukr.net

Пропонується розв’язок мішаної контактної задачі для нескінченної ортотропної пластинки товщиною $2h$ з еліптичним отвором, контур якого підсилений замкненим пружним кільцем сталого прямокутного поперечного перерізу $2h_1 \times 2\eta_1$, за наявності на межі їх зварювання симетричного міжфазного розрізу малої ширини, береги якого в процесі деформації не контактують. Підкріплена пластинка перебуває в умовах однорідного напруженого стану на нескінченності, створеного зусиллями p і q, що діють вздовж осей еліпса у головних напрямках ортотропії.

Моделюючи ребро замкненим пружним стрижнем, поверхня сполучення якого з пластинкою не співпадає з його серединною поверхнею, а зварювальний шов – частиною тонкої безмоментної циліндричної оболонки товщиною b_0 і висотою $2h$, отримано умови сумісного деформування пластинки, зварювального шва і підсилювального ребра

$$C(\lambda)S_{\rho\lambda}(\lambda)+\frac{1}{\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}\left[\Phi_3(\lambda,\,t)S_{\rho\lambda}(\lambda)+\Phi_4(\lambda,\,t)T_\lambda(\lambda))\right]dt+\alpha\tilde{V}^0-\beta\tilde{\varepsilon}_\lambda^0=$$

$$=\delta(\lambda)\int_0^\lambda\left[-N_0\cos\theta+\tilde{N}+(\rho-\eta_1)\left(L_b^0+(x-x_0-\eta_1(1+\cos\theta))N_0+\tilde{L}_b\right)/\,\omega_0\right]|\,\omega'(\sigma)\,|\,d\lambda,$$

$$GN^{(0)}(\lambda)=-N_0\cos\,\theta+\tilde{N}+(\eta_1+\eta_c)(\rho-\eta_1)\left(L_b^0+(x-x_0-\eta_1(1+\cos\,\theta))N_0+\tilde{L}_b\right)/\,(\rho\omega_0),$$

$$C(\lambda)T_\lambda(\lambda)-\frac{1}{\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}\left[\Phi_1(\lambda,\,t)T_\lambda(\lambda)+\Phi_2(\lambda,\,t)S_{\rho\lambda}(\lambda)\right]dt+\alpha\tilde{\varepsilon}_\lambda^0+\beta\tilde{V}^0=$$

$$=G\delta(\lambda)N^{(0)}(\lambda)\,;\quad \delta(\lambda)=2Eh(\alpha^2+\beta^2)\,/\,(E_0F_0)\,;\quad G=E_0F_0\,/\,E_1F_1 \qquad (1)$$

та диференціальні рівняння рівноваги елемента стрижня

$$T_\rho(\lambda)\rho d\,\theta = (\tilde{N}(\lambda) + N^{(0)}(\lambda))d\,\theta - d\,\tilde{Q}(\lambda);$$

$$\tilde{L}_b(\lambda) - \eta_1\tilde{N}(\lambda) - \int_{-\alpha_0}^{\lambda} \tilde{Q}(\lambda)\,|\,\omega'(\sigma)\,|\,d\lambda = 0;$$

$$S_{\rho\lambda}(\lambda)\rho d\,\theta + dN^{(0)}(\lambda) = -\tilde{Q}(\lambda)d\theta - d\tilde{N}(\lambda); \qquad \lambda \in [-\alpha_0;\,\alpha_0], \qquad (2)$$

де T_ρ, $S_{\rho\lambda}$ – контактні зусилля на межі сполучення зварювального шва і пластинки; $N^{(0)}$ – поздовжня сила у шві; $\tilde{N}$, $\tilde{Q}$, $\tilde{L}_b$ – поздовжня і поперечна сили та згинальний момент, що виникають у поперечних перерізах стрижня, які викликані контактними зусиллями; N_0, L_b^0 – поздовжня сила і згинальний момент в умовному поперечному перерізі стрижня площиною $\theta = -\pi$; E_1F_1 – жорсткість шва на розтяг (стиск). Решта позначень наведені в [2].

Співвідношення (1), (2) разом із умовами однозначності зміщень і кутів повороту осі стрижня [2] утворюють повну систему рівнянь для визначення функцій T_ρ, $S_{\rho\lambda}$, $N^{(0)}$, $\tilde{N}$, $\tilde{Q}$, $\tilde{L}_b$, сталих N_0, L_b^0 та складають математичну модель поставленої задачі.

У процесі розв’язання задачі встановлено, що функції $N^{(0)}$, $\tilde{N}$, $\tilde{Q}$, $\tilde{L}_b$ обмежені та неперервні на проміжку $[-\alpha_0;\,\alpha_0]$, а на його кінцях дорівнюють нулю. Контактні зусилля на кінцях проміжку сполучення пластинки і шва мають кореневу особливість, на яку накладається локальна осциляція.

Наближений розв’язок побудовано методом механічних квадратур і колокації [1].

1. *Сяський А.О., Батишкіна Ю.В.* Контактна взаємодія розімкнених стрижнів змінної жорсткості з еліптичним отвором нескінченної ортотропної пластинки // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2004. – Т. 9, № 3. – С. 17 – 24.
2. *Сяський А.О., Шевцова Н.В., Дейнека О.Ю.* Міжфазний розріз в ортотропній з еліптичним контуром, підсиленим замкненим пружним ребром // Вісник Хмельницького національного університету. – 2019. – №1 (269). – С. 31 – 39.

INTERPHASE CRACK ON THE LIMIT COMBINATION OF ISOTHOTROPIC PLATE WITH ELIPTIC HOLE AND CLOSED ELASTIC RIB

The mathematical model of the mixed contact problem for an infinite orthotropic plate with an elliptic hole, whose contour is amplified by a closed elastic rib, is considered in the presence of a symmetric interfacial section of a small width at the boundary of their weld, the shores of which in the process of deformation are not in contact. By the method of mechanical quadratures and collocation investigated t the influence of the orthotropic of the plate material on the distribution of the components of the stressed state along the contour of the hole in the plate in the welding joint and the reinforcing rib.

УДК 539.3

ТРІЩИНА ІЗ ЗОНОЮ КОНТАКТУ МІЖ ДВОМА П'ЄЗОЕЛЕКТРОМАГНІТНИМИ МАТЕРІАЛАМИ

Тетяна Ходанен

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

thod@ua.fm

Розглядається тріщина з зоною контакту без тертя в околі її правої вершини між двома напівнескінченними п'єзоелектромагнітними просторами під дією віддаленого механічного навантаження, магнітного та електричного потоків. Враховуються зосереджені електричні зміщення, а також зосереджені сили на берегах тріщини.

Припускається, що всі поля незалежні від координати x_2, що співнаправлена з фронтом тріщини. Тоді напруження, похідні від стрибків переміщень, електричні та магнітні потенціали подаються через вектор-функцію, аналітичну у площині (x_1, x_3) з вирізом уздовж області тріщини.

Розглядаються два випадки магніто-електричних умов на берегах тріщини. Перший випадок передбачає, що тріщина є електрично і магнітно проникною, а у другому випадку тріщина вважається електрично проникною, тоді як її відкрита частина є магнітноізольованою. Для обох цих випадків через вищезазначене подання побудовано комбіновані крайові задачі Діріхле-Рімана для яких виписано точні аналітичні розв'язки. На основі цих розв'язків необхідні механічні, електричні та магнітні характеристики на межі поділу матеріалів, а також коефіцієнти інтенсивності напружень, електричної та магнітної індукцій знайдено в простому аналітичному вигляді. Для обох випадків магнітних умов в області тріщини сформульовано трансцендентні рівняння та наближена аналітична формула для визначення реальної довжини зони контакту.

Для числової ілюстрації отриманих результатів використовували біматеріал $BaTiO_3$ – $CoFe_2O_4$ з різними об'ємними частками $BaTiO_3$. Показано вплив механічного навантаження та інтенсивності магнітного потоку на довжину зони контакту, коефіцієнти інтенсивності, а також швидкість вивільнення енергії.

A CRACK WITH A CONTACT ZONE BETWEEN TWO PIEZO-ELECTROMAGNETIC MATERIALS

An interface crack with a contact zone in an infinite piezoelectromagnetic bimaterial under the action of a mixed-mode mechanical loading, electrical and magnetic fluxes at infinity as well as a concentrated loading at the crack faces has been considered.

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕПРУЖНИХ БАГАТОШАРОВИХ ТІЛ

Сергій Чернецький, Ольга Філіпова

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

sergalexch@ukr.net, olgafs@ukr.net

Розглядаються варіаційні постановки, методи чисельного розв'язання контактних задач для багатошарових пружнопластичних тіл при різноманітних умовах контакту: жорстких або гладких шарів в умовах зчеплення, можливого розшарування та проковзування. Використовуються умови контакту у вигляді системи рівностей та нерівностей.

За допомогою теорії варіаційних нерівностей [1] узагальнене формулювання задачі має вигляд квазіваріаційної нерівності [2]:

$$\sum_{k=1}^{N}\int_{\Omega_k}\left[W_k\left(x,\xi_{ij}\right)-W_k\left(x,\varepsilon_{ij}\right)\right]d\Omega_k-\int_{\Omega_k}F_i^{(k)}\left(v_i-u_i\right)d\Omega_k-$$
$$-\int_{S_k^p}P_i^{(k)}\left(v_i-u_i\right)dS+$$
$$+\sum_m\int_{S_{km}}f^{(km)}\left|\sigma_v\right|\left(\left|v_\tau^{(km)}\right|-\left|u_\tau^{(km)}\right|\right)dS\geq 0\,,\ \forall v\left(x\right)\in V \qquad (1)$$

на множені допустимих переміщень V, які задовольняють умовам контакту шарів. Нерівності (1) за допомогою ітераційного процесу, на кожному кроці якого нормальні напруження σ_v на поверхні контакту визначаються за попереднім кроком, ставиться у відповідність послідовність варіаційних задач

$$\sum_{k=1}^{N}\int_{\Omega_k}W_k\left(x,\xi_{ij}\right)d\Omega_k-\int_{\Omega_k}F_i^{(k)}v_i\,d\Omega_k-\int_{S_k^p}P_i^{(k)}v_i\,dS+$$
$$+\sum_m\int_{S_{km}}f^{(km)}\left|\sigma_v^{(n-1)}\right|\cdot\left|v_\tau^{(km)}\right|dS\to\min\,,\ \forall v\left(x\right)\in V \qquad (2)$$

У разі контакту гладких шарів задача формулюється [2] як варіаційна пошуку мінімуму одного функціоналу типу (2) у якого відсутній останній інтеграл.

Дискретизація варіаційних задач (2) здійснюється методом скінченних елементів. Для розв'язку пружнопластичної задачі використовується метод

змінних параметрів пружності.

Доведено, що отримана задача умовної мінімізації функції вузлових переміщень є задачею мінімізації квадратичної функції яка має неперервну першу похідну.

Для розв'язку задачі нелінійного програмування використовується багатосітковий варіант [3] блочної верхньої релаксації, що є подальшим розвитком алгоритму [4]. В алгоритмі [4] суттєво використовується квазісепарабельність функції вузлових переміщень. В алгоритмі [3] додатково застосовується метод розрахунків на послідовності вкладених сіток скінчених елементів. На початкових сітках (при достатньо великих розмірах комірок) достатньо двох - трьох ітерацій для отримання задовільного початкового поля переміщень. Це поле використовується для наступного кроку на вкладеній сітці. У нових вузлах сітки переміщення знаходяться методом інтерполяції. Такий прийом дозволяє суттєво збільшити швидкість отримання розв'язку задачі.

Алгоритми реалізовані у вигляді пакету програм на алгоритмічній мові Compaq Visual Fortran, який дозволяє отримати розв'язки термопластичних задач для багатошарових тіл обертання з невідомими областями при вказаних умовах контакту, які можливо задавати.

1. *Гловински Р., Лионс Ж.-Л., Тремольер Р.* Численное исследование вариационных неравенств – М.: Мир, 1979, -574 с.
2. *Чернецький С.О., Швайко М.Ю.* Варіаційні принципи і математичні методи вирішення граничних задач для кусково-однорідних нелінійних середовищ // Мат. методи та фіз.-мех. поля. –1988. – Вип. 27.-С. 64- 67.
3. *Чернецкий С.А*. К решению задач нелинейного программирования при численном исследовании контактного взаимодействия деформируемых тел с учетом сил трения // Диференціальні рівняння та їх застосування.– Дніпропетровськ: ДНУ, 2000, С.56-59.
4. *Кузьменко В.І., Чернецький С.О.* До вирішення задач нелінійного програмування, що виникають при чисельному дослідженні контактної взаємодії деформованих тіл // Стійкість і міцність елементів конструкцій –Дніпропетровськ, 1980, С. 10-17.

MATHEMATICAL MODELING OF CONTACT PROBLEMS FOR INELASTIC MULTILAYER BODIES

Variational statements and methods of numerical solution for multilayer elastoplastic bodies under various conditions of contact between layers: adhesion, possible lagging and slippage, taking into account friction forces and conditions of smooth contact are considered.

УДК 539.3

ПРО ПРОСТОРОВУ КОНТАКТНУ ВЗАЄМОДІЮ ПО ДВОЗВ'ЯЗНИМ ОБЛАСТЯМ З УРАХУВАННЯМ ТЕРТЯ

Ганна Шишканова, Тетяна Зайцева, Олександр Фридман

Національний університет «Запорізька політехніка»,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

shganna@ukr.net, ztan2004@ukr.net, afridman@i.ua

Сучасний рівень техніки характеризується різноманітністю форм контактної взаємодії, яка супроводжується або можлива тільки при наявності тертя. Навантаження, що призводить до руйнування, в значній мірі залежить від тертя. У зв'язку з виникаючими математичними труднощами, часто розглядають спрощені постановки таких задач, де використовується закон тертя в лінійній формі, однак врахування зчеплення, адгезії та нелінійні закони тертя є більш актуальними для реальних завдань [1,2]. Математичною моделлю контакту деталей складної конфігурації може бути контакт з пружним півпростором штампів, що мають двозв'язну основу.

Розглядається задача про рух жорсткого штампа з двозв'язною основою по межі пружного півпростору з урахуванням нелінійного закону тертя. На штамп діють вертикальна і горизонтальна сили, остання врівноважується силою тертя. Діючі на штамп сили забезпечують стан рівноваги або рівномірного руху. Під дією навантаження штамп переміститься поступально і зробить поворот. Подана задача зводиться до розв'язання системи рівнянь рівноваги і основного інтегрального рівняння крайової умови для переміщень [3]. Регуляризація основного рівняння призводить до вирішення рівняння другого роду. Як параметр регуляризації пропонується розглядати коефіцієнт шорсткості, при цьому ми нехтуємо вертикальними переміщеннями мікровиступів, обумовлених дією дотичній сили.

За допомогою застосування розвинення за малим параметром двовимірних інтегралів зі слабкою особливістю [3,4] розроблено метод розв'язання контактних задач для нелінійних законів тертя. Пропонується розвинення в ряд потенціалу простого шару, розподіленого по двозв'язній області, на внутрішню точку цієї області з використанням перетворення полюса ядра інтегрального оператора. Використано розкладання потенціалу простого шару для області в формі кругового кільця, коли щільність не має симетрії. Окремі випадки такого розкладення запропоновані в [3].

Визначено функції розподілу нормального тиску, величини заглиблення штампа і кутів повороту. Розв'язані конкретні приклади, з яких видно, що наявність тертя, співвідношення координат точок прикладання зусиль і

розмірів штампа впливає на несиметричність розподілу тиску, яка за певних умов може призвести до відриву або перекидання штампа. Знайдено граничні значення, зазначених величин. Для малих коефіцієнтів тертя отримані перші два наближення аналітичного розв‘язку задачі з урахуванням степеневого закону тертя для двозв‘язної області контакту. Приклад поверхні розподілу нормального тиску під кільцевим плоским штампом при степеневому законі тертя у випадку відсутності поворотів та відривів штампа наведено на рис.1.

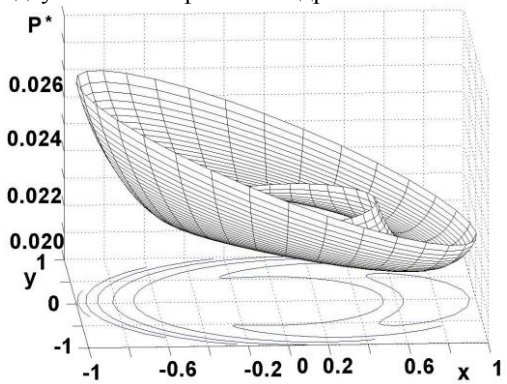


Рисунок 1: Поверхня розподілу тиску під кільцевим плоским штампом

1. *Моссаковский В. И., Бискуп А. Г.* Вдавливание штампа при наличии трения и сцепления // Докл. АН СССР. – 1972. – **206**, № 5. – С. 1068–1070.
2. *Моссаковский В.И., Качаловская Н.Е., Голикова С.С.* Контактные задачи математической теории упругости. – Киев: Наукова думка, 1985. – 175 с.
3. *Шишканова Г.А., Мелешко В.В.* Розв’язання двовимірного інтегрального рівняння зі слабкою особливістю для двозв’язних областей // Прикл. проблеми мех. і мат. – 2007. –Вип. 5. –С.178-185.
4. *Шишканова С.Ф.* О вдавливании в упругое полупространство эллиптического штампа со скругленным краем // Изв. АН СССР. Мех. тв. тела. – 1987. –№3. –С. 77-80.

ABOUT THREE-DIMENSIONAL CONTACT INTERACTION BY DOUBLY-CONNECTED DOMAINS TAKING INTO ACCOUNT FRICTION

Three-dimensional contact problems are researched taking into account linear and nonlinear laws of roughness, friction. Main equation of the problem contains integrals with weak singularity. The computational-analytical technique is developed on the synthesis of expansion by small parameter and reducing the system of two-dimensional integral equations to algebraic equation systems. The method is acceptable for engineering practice. Concrete problems are solved for doubly-connected punches with annular ring and polygonal contact domains. Normal stresses of contact domain, its shape, penetrations and angles of rotation are determined.

УДК 539.3

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЗБУРЕНЬ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ДЕЯКИХ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ

Анна Шпорта, Тетяна Кагадій

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

shportaanna@ukr.net, kagadiy@i.ua

Розв'язання контактних задач не втрачає актуальність багато десятирічь. Ускладнюються постановки, розробляються нові підходи та методи, враховуються властивості, що все більше наближують моделі до поведінки реальних конструкцій та взаємодіючих деталей.

Розроблений раніше А.В. Павленком та Л.І. Маневичем метод малого параметра успішно використовувався для отримання розв'язків контактних задач плоскої теорії пружності [1].

В подальшому авторами наданої роботи метод було узагальнено на випадки в'язкопружних матеріалів, для задач, в яких враховується фізична або геометрична нелінійність матеріалів. Запропонований асимптотичний метод дозволяє перейти від розв'язання складних мішаних задач механіки до послідовного дослідження крайових задач теорії потенціалу. У якості малого параметру використовують відношення характеристик жорсткості [2].

Розроблений метод дає гарні та апробовані результати при розв'язанні великого класу контактних задач в плоскій та просторовій постановках (задачі про дію штампа на межі областей різних конфігурацій з різними видами навантаження та умовами контакту), а також задач про передачу навантаження від підкріплюючих елементів до одношарових та багатошарових тіл.

Розглядались також питання про напружено-деформований стан композиційного матеріалу з тріщинами.

В даній роботі представлений ряд нових контактних задач, в яких враховується складна геометрія області контакту, а також анізотропні властивості матеріалу пластини.

Побудована математична модель задачі про взаємодію жорсткого штампу та кругового сектору з циліндричною анізотропією. При розв'язанні враховується тертя, що виникає в процесі взаємодії жорсткого штампу та пружної пластини під дією системи сил, а також визначений закон розподілу напружень під штампом. Запропонований раніше метод узагальнений на випадок циліндричної анізотропії матеріалу.

Розглянуто задачу про втискання жорсткого штампу у вільну грань

пружного ортотропного напівнескінченного кругового сектору. Головні напрямки анізотропії співпадають з полярними координатами. Пластину закріплено за бічними кромками. В області контакту штампу з пластиною існує дві ділянки ковзання, що примикають до кінцевих точок області контакту, а також ділянка зчеплення між ними.

Наведено також розв’язання задачі про дію жорсткого штампу на вільну грань пружного ортотропного кругового сектора скінченних розмірів з циліндричною анізотропією. Передбачається наявність ділянок ковзання, де враховується тертя, а також ділянки зчеплення.

У процесі розв’язання поставленої задачі авторами встановлений зв'язок між розмірами області зчеплення, площею контакту та кутом розкриття сектора. Також враховується вплив коефіцієнта тертя та характеристик жорсткості матеріалу. Зі зростанням коефіцієнта тертя ділянка зчеплення збільшується. Крім того, розмір ділянки зчеплення залежить від характеристик жорсткості матеріалу пластини.

1. *Маневич Л.И., Павленко А.В.* Асимптотический метод в микромеханике композиционных материалов. К.: Вища шк., 1991. 131 С.
2. *Павленко А.В.* Плоская задача теории упругости для пластинок с криволинейной анизотропией// Изв. АН СССР. МТТ, 1979, №3, С. 70-82.

APPLICATION OF PERTURBATION METHOD TO SOLVING SOME CONTACT PROBLEMS

To solve the problem, an asymptotic method is used. This method allows us to decompose the stress-strain state of the plate into two components, each of which is found in the sequential solution of boundary value problems of potential theory.

The perturbation method considered by the authors of this article made it possible to reduce the solution of complex problems of linear elasticity to subsequently solved boundary value problems of potential theory. We study new linear problems that are currently relevant. In particular, the work addressed the problem of A.A. Galin about transferring the load from a stamp to a round plate.

In the process of problem solving, a relationship is established between the dimensions of the coupling area, the contact area, the sector opening angle. A relationship is also established between the friction coefficient and the stiffness characteristics of the plate material.

With the help of the approach proposed by the authors, analytical solutions of various practically important problems can be obtained. It is possible to carry out assessments of the stress-strain state of structures, mechanisms, or parts in the event that, during interaction, areas of sliding and adhesion appear.

УДК 539.3

ПРО ГРАНИЧНІ ІНТЕГРАЛЬНІ ПОДАННЯ ДЛЯ РІВНЯННЯ НАВ'Є-КОШІ

Микола Ясько

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

nick.yasko@gmail.com

Одним з сучасних методів чисельного розв'язування крайових задач механіки деформованого твердого тіла є метод граничних елементів. Але він використовується значно рідше ніж метод скінченних елементів. Це пов'язане в першу чергу з більшою математичною складністю та нижчою точність отримуваних даних. Тому актуальним є пошук нових інтегральних рівнянь для підвищення ефективності даного метода.

В даній роботі отримане нове граничне інтегральне подання для стаціонарних задач лінійної теорії пружності записаних у вигляді рівняння Нав'є-Коші: $(\lambda+\mu)\nabla(\nabla\cdot\vec{U})+\mu\Delta\vec{U}=0$.

Дане рівняння за допомогою метода зважених нев'язок було перетворене у граничне інтегральне подання для вектора переміщення $\vec{U}$:

$$(\lambda+3\mu)\vec{U}+\int_S 2\mu\vec{U}\frac{\partial F}{\partial n}+(\lambda+\mu)(U_n\nabla F-(\vec{U}\times\vec{n})\times\nabla F)dS=$$

$$=\int_S \vec{\sigma}_n F dS-(\lambda+\mu)\nabla\int_S(\theta\frac{\partial G}{\partial n}-G\frac{\partial\theta}{\partial n})dS$$

де $\vec{\sigma}_n=\lambda\vartheta\vec{n}-\mu(\nabla\times\vec{U})\times\vec{n}+2\mu(\vec{n}\nabla)\vec{U}-$ проекція тензора напруги на нормаль, $\theta=\nabla\cdot\vec{U}$ гармонічна функція, $F-$ фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа, а $G-$ фундаментальний розв'язок тривимірного бігармонічного рівняння.

Отримані граничні інтегральні рівняння для першої та другої крайових задач теорії пружності. Чисельне розв'язування інтегральних рівнянь здійснювалося методом коллокацій. Порівняння отриманих результатів з аналітичними розв'язками показало високу точність даного метода.

ABOUT BOUNDARY INTEGRAL REPRESENTATION FOR EQUATION LÁME-NAVIER

New boundary integral representation obtained for the equation Láme-Navier by the by the method of weighted residuals. The results of numerical solution by the boundary element method and comparison with analytical solutions are shown.

UDC 539.3

A PROCEDURE FOR GENERATING 3D MICROSTRUCTURES FROM 2D SCANS

Paul Knysh[1], Kanta Sasaki[2], Tsuyoshi Furushima[3], Marko Knezevic[1] and Yannis P. Korkolis[4]

[1]*Department of Mechanical Engineering, University of New Hampshire, 33 Academic Way, Durham, NH, 03824, USA*
[2]*Department of Mechanical Engineering, Tokyo Metropolitan University, 1-1 Minami-Osawa, Hachioji-shi, Tokyo 192-0397, Japan*
[3]*Institute of Industrial Science, University of Tokyo Komaba 4-6-1, Meguro, Tokyo 153-8505, Japan*
[4]*Department of Integrated Systems Engineering, The Ohio State University, 234 Baker Systems, 1971 Neil Avenue, Columbus, OH, 43210, USA*

paul.knysh@gmail.com, sasaki.kanta.tmu@gmail.com, tsuyoful@iis.u-tokyo.ac.jp, marko.knezevic@unh.edu, korkolis.1@osu.edu

In this work a robust shape interpolation procedure for constructing a voxel-based model from a set of parallel 2D sections is proposed. The procedure utilizes morphing technique and is suitable for grains of compact shapes that show up in at least two consecutive sections. A set of images of the same resolution and containing the same sets of colors that represent different phases is an input to the procedure. Besides a simple toy example, the procedure is successfully applied to reconstructing the volumetric grain structure morphology of a thin Al-Mg oligocrystal specimen based on two electron-back-scatter-diffraction scans of two parallel faces. For verification purposes the same physical specimen was machined down and two interior sections, parallel to the faces, were scanned. A good matching between actual and reconstructed grain morphologies at these two sections is observed. For illustration purposes, the 3D shapes of several grains are extracted and shown. A reconstruction from multiple sections using a dual-phase, martensite-ferrite representative volume element is demonstrated. The discussion of applicability of this method for grain reconstruction in a given material is provided.

1. *Bors, A.G., Kechagias, L. and Pitas, I.* Binary morphological shape-based interpolation applied to 3-D tooth reconstruction // IEEE transactions on medical imaging. – 2002. – *21*(2). – P.100-108.
2. *Knysh, P., Sasaki, K., Furushima, T., Knezevic, M. and Korkolis, Y.P*. A shape interpolation procedure: Application to creating explicit grain structure models based on partial data sets // Computational Materials Science. – 2019. – *167*. – P.42-51.

UDC 539.3

APPLICATION OF CONTINUUM MECHANICS LANDIS MODEL FOR ANALYSIS OF ELECTROMECHANICAL FIELDS AROUND A CRACK IN FERROELECTRIC CERAMICS

Sergii Kozinov, Meinhard Kuna

Institute of Mechanics and Fluid Dynamics, TU Bergakademie Freiberg, Germany

sergii.kozinov@imfd.tu-freiberg.de, meinhard.kuna@imfd.tu-freiberg.de

Due to their piezoelectric properties, polycrystalline ferroelectric ceramics are widely used in sensors, actuators, microelectromechanical systems, etc. The macroscopic piezoelectric behavior of the $BaTiO_3$, PZT and other syntered ceramics can be observed after the poling process, during which high electrical field is applied. Such loading leads to reorientation of the ferroelectric domains at the microlevel, causing change in remanent polarization and remanent strain. If ferroelectric ceramics possesses some defects or cracks, their reliability is severely reduced. Strong concentrations of the electromechanical fields at the crack tips lead to high intensity of the switched domains near these areas. In order to better understand the influence of the nonlinear processes taking place at the crack tips on the macroscopic fracture characteristics, the electromechanical fields in the boundary-layer model are calculated by FEM analysis using continuum mechanics model suggested by C. Landis [1] and numerically implemented by [2]. The piezoelectric semi-analytical near-field solution for the crack [3] is applied to the circular outer edge of the model, i.e. the displacement field u_i and the electric potential φ as a function of the predefined IFs K_I, K_{II} and K_{IV}. As a result of the FE simulations the shape and size of the domain switching zone are evaluated and the configuration forces and J-integral on different integration paths are calculated. Singularity and asymptotics of the electric field and electric displacement in the different regions (zone of K-factors validity, switching zone, fracture process zone) are studied.

1. *Landis C.* Fully coupled, multi-axial, symmetric constitutive laws for polycrystalline ferroelectric ceramics // J Mech Phys Solids – 2002. – **50(1)**. – P. 127-152.
2. *Stark S., Neumeister P., Balke H.* Some aspects of macroscopic phenomenological material models for ferroelectroelastic ceramics // Int J Solids Struct – 2016. – **80**. – P. 359-367.
3. *Ricoeur A., Kuna M.* Influence of electric fields on the fracture of ferroelectric ceramics // J Eur Ceram Soc – 2003. – **23**. – P. 1313-1328

UDC 539.3

EXACT SOLUTION FOR A PIEZOELECTRIC BI-MATERIAL WITH PERIODICAL SET OF INTERFACE CRACKS UNDER COMPRESSIVE-SHEAR LOADING

[a]**Sergii Kozinov**, [b]**Alla Sheveleva**

[a] *Institute of Mechanics and Fluid Dynamics, TU Bergakademie Freiberg, Germany*
[b]*Oles Honchar Dnipro National University*

sergii.kozinov@imfd.tu-freiberg.de, shevelevaae@dnu.dp.ua

The periodic set of interface cracks in piezoelectrics within the framework of the contact zone model in case of limited electric permeability under tension field was considered in [1]. A single crack under the action of a compressive or a compressive-shear loading between piezoelectric materials was considered in [2]. In the present study the similar problem, but for a set of cracks is considered.

Using the complex functions approach, the electromechanical quantities are presented via piecewise analytic functions and the considered problem is reduced to the combined periodic Dirichlet-Riemann problem. The problem is solved analytically and on the base of this solution the simple presentations of mechanical and electrical characteristics along the interface are derived. The contact zone length is found and the numerical illustration of the obtained solution is carried out.

As a result of the numerical analysis of the obtained solution, the change of size of contact zones and stress intensity factor are illustrated, depending on the length of the bonded part and the angle of action of the applied tension-shear loading. Using the obtained results for the SIF one can draw a conclusion about the degree of strength reduction of the composite material along the partially bonded interface. As a partial case of the current solution the classical “oscillatory” model can be easily derived meaning that the parts of the interface that are not bonded must be completely opened under any loading. A comparison of the normal and shear stresses along the interface that were obtained in the framework of the both models was carried out.

1. *Kozinov S., Loboda V., Lapusta Y.* Periodic set of limited electrically permeable interface cracks with contact zones // Mech Res Commun. – 2013. – **48**. – P. 32-41.
2. *Sheveleva A., Lapusta Y., Loboda V.* Opening and contact zones of an interface crack in a piezoelectric bimaterial under combined compressive-shear loading // Mech Res Commun. – 2015. – **63**. – P. 6-12.

UDC 539.3

AN INTERFACE CRACK WITH MIXED ELECTRICAL CONDITIONS AT THE FACES UNDER ANTIPLANE MECHANICAL AND IN-PLANE ELECTRICAL LOADINGS

Oleg Onopriienko[a], Volodymyr Loboda[b], Yuri Lapusta[c]

[a] *Dnipro State Agrarian And Economic University*
[b] *Oles Honchar DniproNational University*
[c] *Université Clermont Auvergne, SIGMA Clermont (ex- IFMA, French Institute of Advanced Mechanics), Clermont-Ferrand, France*

onopriienko.oleg@gmail.com, loboda@dnu.dp.ua, yuri.lapusta@sigma-clermont.fr

Consider a soft double-layered electrode situated at the interval $c \le x_1 \le a$ of the interface $x_2 = 0$ between two semi-infinite spaces $x_2 > 0$ and $x_2 < 0$. Assume that the electrode itself and the part $a < x_1 < b$ of the interface without electrode are exfoliated. This situation results in an interface crack (c,b), which faces are partially covered with electrodes. The crack is electrically conductive at $c \le x_1 \le a$ and it is electrically permeable at $a < x_1 < b$ because the absence of the normal crack opening. It means that the boundary conditions at the crack faces can be written in the form

$$\sigma_{23}^{(1)} = \sigma_{23}^{(2)} = 0\,,\ E_1^{(1)} = E_1^{(2)} = 0 \ \text{ for } \ c < x_1 < a\,,$$
$$\langle D_2 \rangle = 0\,, \langle E_1 \rangle = 0\,, \sigma_{23}^{(1)} = \sigma_{23}^{(2)} = 0 \ \text{ for } \ a < x_1 < b\,,$$

where the upper indexes (1) and (2) are related to the upper and lower materials, respectively and the corner brackets mean the jump of the respective function.

With use of the presentations of electromechanical quantities [1]

$$\sigma_{23}^{(1)}(x_1,0) - im_1 E_1^{(1)}(x_1,0) = t_1\left[F_1^+(x_1) + \gamma_1 F_1^-(x_1)\right], \tag{1}$$
$$\langle D_2(x_1,0)\rangle + is_1\langle u_3'(x_1,0)\rangle = F_1^+(x_1) - F_1^-(x_1)$$

via sectionally-analytic function $F_1(z)$ the following combined Dirichlet-Riemann boundary value problem

$$F_1^+(x_1) + \gamma_1 F_1^-(x_1) = 0 \ \text{ for } \ c < x_1 < a\,,\ \operatorname{Re} F_1^{\pm}(x_1) = 0 \ \text{ for } \ a < x_1 < b\,. \tag{2}$$

is formulated. Assuming that the vector $\boldsymbol{P}^\infty = \left[\sigma_{23}^\infty, E_1^\infty\right]^T$ is prescribed at infinity, the condition for the function $F_1(z)$ at infinity is formulated on the base of presentation (1).

The exact solution of the problem of linear relationship (2) under the mentioned condition at infinity is presented in an analytical form for any position of the point *a* separating the parts of the crack face covered by electrode and their parts free from the surface electrodes. Analytical expressions for stress and electric field as well as for the crack faces displacement jump are obtained in a closed form. Analysis of these results shows that the stress $\sigma_{32}^{(1)}(x_1,0)$ is singular for $x_1 \to b+0$, $E_1^{(1)}\left(x_1,0\right)$ is singular for $x_1 \to a+0$ and $x_1 \to b-0$, and also $\left\langle D_2\left(x_1,0\right)\right\rangle$ is singular for $x_1 \to a-0$. In all mentioned cases, a square root singularity takes place.

The stress and electric field intensity factors are presented in figure and table forms. The dependence of stress and electrical intensity factors on the magnitude of the electric field at infinity is shown for certain values of external mechanical loading and the length of the electrode. Particularly the variation of the normalized stress intensity factors $\tilde{K}_3 = K_3 / (\sigma_{23}^{\infty}\sqrt{b-c})$ for $c=-10mm$, $b=10mm$, $\sigma_{23}^{\infty}=10MPa$ with respect to the intensity of the electric field and the position of the point *a* is shown in the Table.

Table

The variation of the normalized stress intensity factors $\tilde{K}_3 = K_3 / (\sigma_{23}^{\infty}\sqrt{b-c})$ for different values of $\lambda = (b-a)/(b-c)$ and $E_1^{\infty}\left[V/m\right]$

λ \ E_1^{∞}	-10^5	2×10^5	4×10^5	7.51×10^5
0.1	1.42107	0.919866	0.585733	0
0.2	1.36142	1.0466	0.833384	0.462705
0.3	1.32795	1.1125	0.968876	0.716806

It is seen that a certain applied electric field can induce zero stress intensity factor.

1. *Onopriienko O., Loboda V., Sheveleva A., Lapusta Y.,* Interaction of a conductive crack and of an electrode at a piezoelectric bimaterial interface // Comptes Rendus Mécanique. – 2018. − **346,** No. 6. – P. 449-459.

UDC 539.3

TEMPERATURE DEPENDENCE OF CYCLIC PROPERTIES OF THE TRANSVERSELY ISOTROPIC NANOCOMPOSITE MATERIAL

Yaroslav Zhuk

Taras Shevchenko National University of Kyiv

y.zhuk@i.ua

The wide application of polymeric composites in engineering solutions, especially in aircraft, automotive, medical and ship-building industry, could be observed in the last decades. The desire to replace the structures made of metal alloys by nanofibre-reinforced polymeric composites was caused mainly by their high specific strength and stiffness properties with a simultaneous significant mass reduction. These properties of nanocomposite allow for the application of such materials in the most responsible engineering constructions like bodies of vehicles, turbine blades etc.

Structures and elements made of the composite materials are often subjected to cyclic loading and vibrate with high stress/strain amplitudes, which may cause the time dependent or inelastic behavior and consequently the self-heating effect occurrence. Therefore, it is necessary to carry out a detailed analysis of an influence of the self-heating effect on evolution of operational properties and consequently fatigue of polymeric nanocomposites.

In this study a micromechanical model is developed to determine effective inelastic properties of nanocomposite under monoharmonic deformation by taking into account detailed micro-structural geometries and constitutive models of the constituents. The mechanical response of the nanoinclusions is assumed to be predominantly elastic. The effective elastic properties for nanofiber composed of unidirectionally oriented carbon nanotubes (CNTs) are considered to be transversely isotropic. By using the Hill's notation, symmetric fourth-order stiffness tensor for nanofiber can be represented by the equation:

$$\mathbf{L}^P = \mathbf{L}^P\left(2k_p, \ell_p, n_p, 2m_p, 2p_p\right),$$

where $\mathbf{L}^P$ is the elastic stiffness tensor and n_p, k_p, ℓ_p, m_p and p_p are the Hill's elastic moduli for particle, namely the uniaxial tension modulus, the plane-strain bulk modulus, the associated cross modulus, the transverse shear modulus and the axial shear modulus, respectively. It can be presented in terms of the common engineering constants as

$$\mathbf{L}^P = \mathbf{L}^P\left(2K_{23}, C_{12}, C_{11}, 2G_{23}, 2G_{12}\right).$$

Nonlinear inelastic behavior of polymer matrix is represented by Goldberg [1] model under kinematic harmonic loading at different temperatures and wide range

of amplitudes in constant frequency. By using the Correspondence Principle in Viscoelasticity and the modified Mori–Tanaka method, the effects of interface between inclusion and matrix is taken into account.

The approximate model of nonlinear inelastic behavior developed in [2] for the case of proportional kinematic harmonic loading has been used. The model is based on the complex moduli concept in the frame of monoharmonic approximation.

By applying the presently developed model, a numerical analysis for determination of complex moduli for polymeric nanocomposite reinforced by nanofibers composed from carbon nanotubes (CNTs) is conducted at the isothermal conditions. Analysis of the complex moduli dependence on temperature and amplitude of strain intensity is performed. Typical results are shown in Fig. 1 and 2 for the effective storage and loss moduli of the nanocomposite.

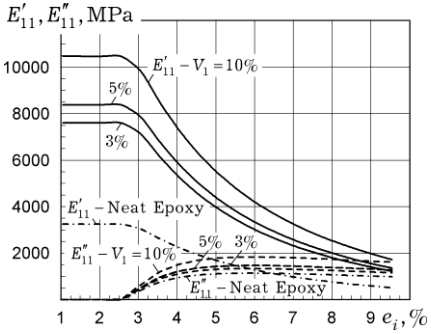


Fig. 1

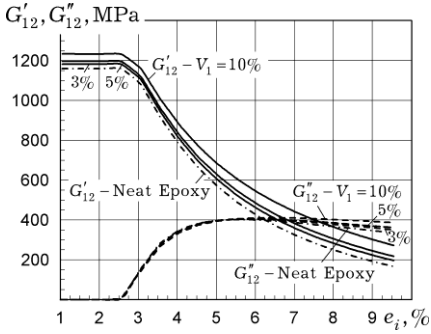


Fig. 2

Composites reinforced with unidirectionally aligned nanofibers are considered. Results demonstrate a significant dependence of storage and loss moduli on the temperature within the wide range of it. The storage and loss moduli are found to increase monotonically with the increase of the nanofiber volume fraction while decrease with increasing temperature. The results show that, the strength of material decreases with increasing temperature in elastic and inelastic regions and the inelastic behavior occurs at lower strain amplitude with increase of temperature.

1. *Gilat A., Goldberg R. K., Roberts G. D.* Incorporation of the effects of temperature and unloading into the strain rate dependent analysis of polymer matrix materials utilizing a state variable approach // J. Earth & Space. – 2006. – **4**. – P. 1–8.
2. *Senchenkov I. K., Zhuk Y. A., Karnaukhov V. G.* Modeling the thermomechanical behavior of physically nonlinear materials under monoharmonic loading // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, No. 9. – P. 943–969.

Секція

Теоретичні і експериментальні дослідження, оптимізація та комп'ютерні технології в задачах динаміки і міцності конструкцій

УДК 62-987:621.921.34

КОМП’ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГРАНИЧНОГО СТАНУ ПУАНСОНІВ ШЕСТИПУАНСОННОГО АПАРАТА ВИСОКОГО ТИСКУ

Олесь Бовсунівський*, Сергій Полотняк, Валентин Лисаковський, Олександр Лєщук, Сергій Івахненко

Інститут надтвердих матеріалів ім. В. М. Бакуля НАН України

*olesbov@gmail.com

У наш час одним з основних елементів електроніки є досконалі монокристали алмазу. Для їх вирощування використовують шестипуансонні кубічні апарати високого тиску (АВТ). Завдяки розробці пуансонів з подвійно скошеною робочою поверхнею у вигляді двоступінчастих пірамідальних площадок АВТ, цього типу можуть створювати в достатньо великих об’ємах високий квазігідростатичний тиск 6–8 ГПа.

В таких АВТ ростовий контейнер має форму куба, що розміщують між робочими поверхнями шести пуансонів. Рівень максимально можливого граничного тиску в АВТ обумовлений як розмірними параметрами пуансонів і кубічного контейнера, так і фізико-механічними властивостями матеріалу, з якого вони виготовлені. Так як пуансони АВТ у найбільш навантажених та небезпечних з точки зору руйнування зонах перебувають в умовах всебічного стиснення, при оцінюванні їх міцності потрібно враховувати вплив гідростатичного тиску на границю текучості матеріалу пуансонів.

Приклад розрахованого розподілу інтенсивності напружень в пуансоні АВТ при стисненні пірофілітового контейнера наведено на рис. 1. Можна виділити три області можливого руйнування пуансона при навантаженні: *I* – на осі симетрії над плоскою ділянкою робочої поверхні, *II* – на ребрі плоскої ділянки, *III* – на бічній поверхні поблизу лінії зміни кута її нахилу.

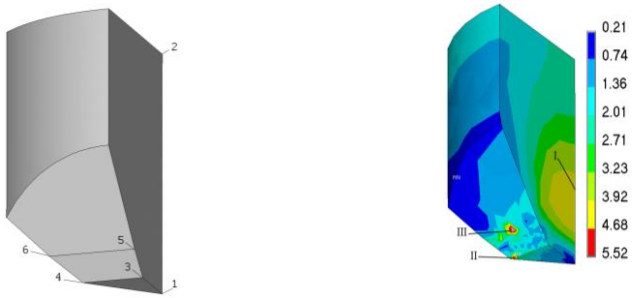


Рис. 1. Схема розрахункової частини пуансона і розподіл інтенсивності напружень (ГПа) в ньому при стисненні пірофілітового контейнера.

На рис. 2 показано як змінюються в процесі стиснення максимальні значення еквівалентних напружень вздовж ліній 1–2, 3–4, 5–6 (див. рис. 1) пуансона (області його можливого руйнування), гідростатичний тиск в центрі кубічного контейнера, товщина деформуючої прокладки.

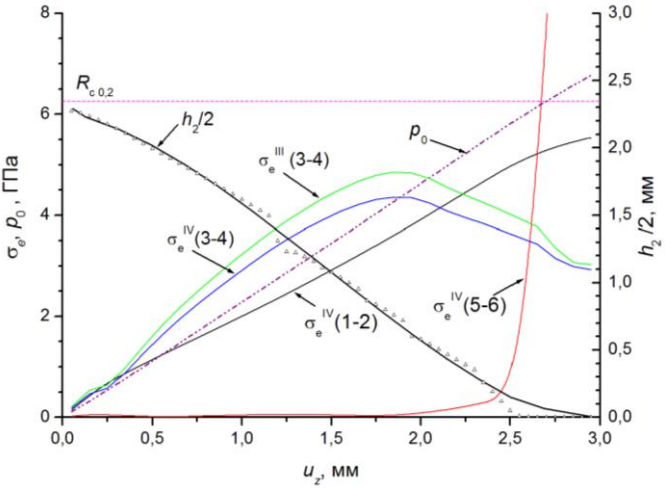


Рис. 2. Залежності максимальних значень еквівалентних напружень σ_e на лініях 1–2, 3–4, 5–6 пуансона, гідростатичного тиску p_0 в центрі контейнера, товщини деформуючої прокладки $h_2/2$ в кінці зони її контакту з бічною поверхнею пуансона в процесі стиснення контейнера.

Аналіз наведених графіків показує, що збільшення довжини ребра контейнера (за умови практично однакового тиску в його центрі) призводить до значного зростання рівня еквівалентних напружень на лінії 3–4 плоскої ділянки робочої поверхні пуансона та незначного їх зменшення на осі симетрії пуансона (лінія 1–2).

Таким чином, в представленій роботі запропоновано методику дослідження напружено-деформованого та граничного станів елементів шестипуансонного АВТ та проведено комп’ютерне моделювання процесу стиснення кубічного контейнера.

NUMERICAL SIMULATION OF THE LIMIT STATE OF THE PUNCHES OF A SIX-PUNCH HIGH PRESSURE APPARATUS

The finite element technique for determination of mechanical state of heavy loaded elements of a six-punch high pressure apparatus has been developed. The stress-strain and limit state of the punches at the high pressure generation process are analyzed.

УДК 517.11+519.92+539.3

НЕЧІТКЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ОПТИМАЛЬНОМУ ПРОЕКТУВАННІ СТРІЖНЕВИХ СИСТЕМ

Денис Волчок

ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури

Denys.l.volchok@pgasa.dp.ua

Поняття невизначеність інтуїтивно зрозуміло кожній людині. Проте її формалізація викликає певні труднощі. В теорії проектування конструкцій оптимальні задачі формулюються, в основному, у вигляді детермінованих (чітких) моделей математичного програмування. Невизначеність, якщо враховується, то здебільшого вважається, що вона має випадкову природу [3, 6, 8, 9]. Проте не завжди використання стохастичних методів можливо та навіть адекватно. В сучасній механіці цій проблемі вже починають приділяти значну увагу. Так, в роботі [5] зазначається, що параметри розрахункової моделі, якими оперує дослідник завжди є величинами неточними і можуть бути випадковими. Проте, інколи, значення детермінованих параметрів невідомо, або знання про них розпливчасті в силу обмежених знань, тобто їх природа вже не стохастичного характеру.

Як свого часу теорія ймовірності беручі початок в азартних іграх та страховому бізнесі стала поштовхом до розвитку будівельної механіки, так і зараз нові підходи м'яких обчислень [7, 10 -13] відкривають нові можливості в адекватному прогнозуванні поведінки конструкцій та відображені їх реальних властивостей.

На прикладі статично визначеної ШСС з n елементами розглянуто оптимальне проектування в умовах нечітких даних. Враховано умови міцності і стійкості розтягнутих і стиснених елементів ШСС, які сприймають зовнішнє навантаження. Умова жорсткості - вертикальне переміщення деякого вузла k ШСС, задається формулою Мора.

Значення осьових сил визначають із рівнянь рівноваги системі (за допомогою методу матриці сил).

Множини Ω_i, $i = 1, 2, ..., n$ утворюються із вказаних вище умов і у випадку, коли навантаження має нечіткий опис $\xi = P$, змінні зусилля N_i^{fuz}, величини перерізів A_i^{fuz} та величина обсягу V^{fuz} є також нечіткими величинами. Задача оптимізації прийме вигляд:

$$\left(V^{fuz}, A^{fuz}\right) = \arg\left\{ \min_{A_i \in \Omega_i(\xi)} \sum_{i=1}^{n} l_i A_i \left| \sum_{i=1}^{n} D_{ik}(\xi) / A_i \le [y] \right. \right\}; \; i = 1, 2, ..., n \qquad (1)$$

Для її розв'язання залучено математичний апарат теорії нечітких множин [4] та метод динамічного програмування (ДП) [1, 2]. Виконано етапи нечіткого моделювання такі, як фазифікація, оптимізація та дефазифікація. Нечітке моделювання дозволило оцінити вплив степеню "розмитості" вихідних даних на кінцевий результат. Наведено задача проектування, коли інформація про навантаження має невизначеність другого роду, а саме: нечітко-випадковий опис. Виконано числові експерименти для різноманітних комбінацій нечіткого навантаження. Пропонований підхід застосовано для оцінки показника коефіцієнту надійності по навантаженню. Оцінено вплив форми функції належності модуля пружності на обєм конструкції.

1. *Беллман Р., Дрейфус С.* Прикладные задачи динамического программирования - М.: Наука. Главная редакция Физико-математической литературы, 1965. - 460 с.
2. *Бараненко В.А.* Динамическое программирование и последовательные приближения // Придніпровський науковий журнал. Фізико-математичні науки, грудень 1998 №12 (179). 1998. С. 38-44
3. *Болотин В.В.* Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Изд-во лит-ры по строительству. – 1971. – 255 с.
4. *Борисов В.В. Федулов А.С., Зернов М.М.* Основы нечёткой математики // Кн.1. Теория нечётких множеств. - М.: Горячая линия – Телеком 2014. – 88 с.
5. *Перельмутер А.В. Сливкер В.И.* Расчётные моделы сооружений и возможность их анализа — М.: ИАСВ, SCAD Soft, 2011. - 732 с.
6. *Augusti G., Baratta A., Casciati F.* Probabilistic Methods in Structural Engineering. L-N-Y Chapman and Hall. – 1984 . – 582 p.
7. *Dubois D. Prade H.* Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, San Diego. –1980. – 393 p.
8. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with incomplete information// Mechanics Based Design of Structures and Mashines. –2007. – V.35. №1. – P.76-95.
9. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with Uncertainties. Springer. – 2009. – 245 p.
10. *Bellman R.E., Zadeh L.A.* Decision – Making in Fuzzy Environment. Management Science. – 1970. – V.17. №4 pp.141-164
11. *Liu Baoding* Theory and Practice of Uncertain Programming. Physica-Verlag A Springer – Verlag Company Heidelberg . 2002. -416 p
12. *Pawlak Z.* Rough sets, International journal of information and computer science, vol. 11, №5. -1982. - p 341-356.
13. *Zadeh L.* Fuzzy sets . Information and Control, 8.- 1965 P. 338 - 353.

FUZZY MODELING IN OPTIMAL DESIGN OF ROD SYSTEMS

The optimal problem of rod systems is considered. Fuzzy modeling and dynamic programming were used to account uncertainties of data.

УДК 539.3

КОЛИВАННЯ ЛОПАТОК КОМПРЕСОРІВ ГАЗОТУРБІННИХ ДВИГУНІВ ПРИ ЇХ ВЗАЄМОДІЇ З ГАЗОДИНАМІЧНИМ ПОТОКОМ

Юрій Воробйов[1], Наталія Овчарова[1], Сергій Кулішов[2], Олександр Скрицький[2]

[1]Інститут Проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України,
[2]ДП НВКГ «Зоря»-«Машпроект»

[1]vorobiev@ipmach.kharkov.ua, [2]anskri@i.ua

Аналіз взаємодії коливань компресорних лопаток ГТД з газодинамічним потоком є актуальною та досить складною проблемою. В роботі враховуються зворотні зв'язки збуджуючих сил газодинамічного потоку з параметрами коливань лопаток. Компресор включає в себе направляючі та робочі лопатки, а також стійку. Враховуються зазори між робочими лопатками та поверхнею проточного каналу. Розроблено тривимірні скінченно-елементні моделі лопаткового апарату та пов'язану з нею модель тривимірного газодинамічного потоку. Вважається, що робочі лопатки деформуються на відміну від направляючих. Враховуються дії відцентрових сил. Проведено розрахунки статичної деформації робочих лопаток в полі відцентрових сил, що враховується при їх коливаннях. Проведено модальний аналіз робочого лопаткового апарату. На його основі будуються частотні діаграми Кемпбела. З їх допомогою проводиться аналіз збуджуючих гармонік на всіх резонансних режимах. На першому етапі визначено параметри газодинамічного потоку в компресорі на основі k-ε моделі. Це дає можливість отримати сили, що діють на робочі лопатки та оцінити їх динамічні переміщення та напруження. Робота відрізняється тим, що за допомогою нової ітерації виконується уточнення параметрів газодинамічного потоку в компресорі з урахуванням коливань лопаток (рис. 1). Таким чином практично враховуються зворотній зв'язок збуджуючих сил гармонічного потоку та коливань робочих лопаток. Параметри газодинамічного потоку після уточнення дозволяють виявити розподіл динамічних навантажень на лопатки компресора. Далі проведено аналіз динамічних переміщень та навантажень лопаток четвертого ступеня компресора при різних режимах його роботи. Показано вплив демпфування коливань лопаток механічного та аеродинамічного характеру. Результати представлені у вигляді полів переміщень та розподілу вібраційних напружень в лопатках.

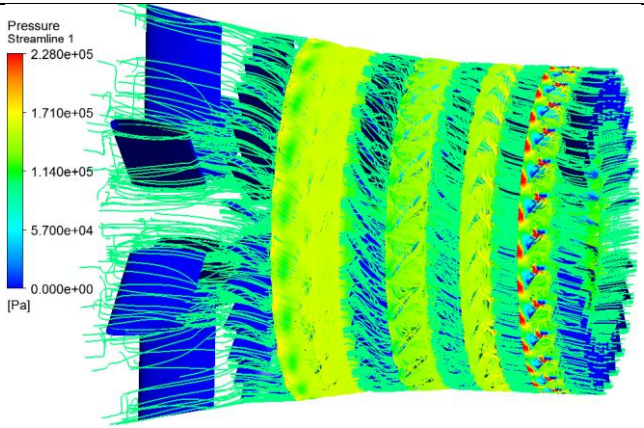


Рис. 1 – Поле тиску в компресорі з урахуванням коливань лопаток

Проведено аналіз напружень при різних частотах та формах коливань. Рівень вібраційних напружень порівнюється з відомими результатами.

1. *Воробьев Ю.С., Овчарова Н.Ю., Кулаков П.Н., Кулишов С.Б., Скрицкий А.Н.* Проблема анализа динамических напряжений в лопаточном аппарате компрессора ГТД в газодинамическом потоке // Вестник двигателестроения. – 2015, №2. – С. 58 – 61.
2. *Воробьев Ю.С., Овчарова Н.Ю., Кулаков П.Н., Кулишов С.Б., Скрицкий А.Н.* Анализ вибрационных напряжений в лопатках компрессора низкого давления ГТД // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2016. – **45**, №3. – С. 14 – 20.

VIBRATIONS OF COMPRESSOR BLADES FOR GAS TURBINE ENGINES WHEN THEY INTERACT WITH A GAS-DYNAMIC FLOW

The work is devoted to the analysis of the interaction of vibrations of gas turbine engine compressor blades with gas-dynamic flow. A modal analysis of the working blade apparatus was carried out. Frequency Campbell diagram were built on the basis of it. With their help, an analysis of the excitation harmonics was carried out at all resonant modes. At the first stage, the parameters of the gas-dynamic flow in the compressor are determined on the basis of the k-ε model. The work differs in that with the help of a new iteration, the parameters of the gas-dynamic flow in the compressor are refined with taking into account vibrations of the blades. Thus, the feedback of the exciting forces of a harmonious flow and vibrations of the working blades is practically taken into account. Next, the analysis of the dynamic displacement and loads of the blades of the 4th stages of the compressor with different modes of its operation was carried out. The level of vibration stresses is compared with known results.

УДК 539.3

МЕТОД РОЯ ЧАСТИЦ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ С ДЕМПФЕРАМИ СУХОГО ТРЕНИЯ

Анастасия Гайдар, Владислав Данишевский

Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры»

vladyslav.danishevskyy@gmail.com, nastuel_gaidar@ukr.net

Обеспечение сейсмостойкости зданий и сооружений – проблема, актуальность которой не убывает уже несколько десятилетий. Одним из распространенных методов сейсмической защиты, который позволяет достичь значительного гашения колебаний, является установка демпферов различных типов [1]. Такие устройства обладает повышенными диссипативными свойствами за счет работы сил пластического деформирования, сухого или вязкого трения. Демпферы сухого трения считаются одними из наиболее приемлемых с точки зрения эксплуатации и практической реализации. В качестве основы их конструкции применяются трущиеся пары элементов из различных материалов.

При проектировании важной задачей является определение свойств и мест расположения демпферов в здании. Это задача нелинейной оптимизации и для ее решения могут использоваться различные подходы. В последние годы интенсивно развиваются методы коллективного интеллекта, которые не требуют нахождения градиента целевой функции, позволяют равномерно исследовать все заданное пространство решений и избегают «зависания» в области локальных экстремумов. Одним из таких методов является метод роя частиц (МРЧ) [2].

МРЧ имитирует поведение биологической самоорганизующейся системы, состоящей из отдельных агентов (частиц). Положение каждой частицы отвечает одному из возможных решений. Частицы перемещаются в пространстве решений, обмениваясь информацией друг с другом, и постепенно стремятся к наилучшему положению, которое соответствует глобальному экстремуму целевой функции. В данной работе выполнена программная реализация МРЧ в системе компьютерной алгебры с открытым кодом «Maxima». Для анализа практической сходимости метода и выбора оптимальных значений его параметров рассмотрены тестовые функции Розенброка и Растригина.

Расчет здания на действие сейсмических нагрузок производился в программном комплексе «ЛИРА-САПР». Работа демпферов сухого трения моделировалась при помощи нелинейного конечного элемента типа 255. Для

численного интегрирования нестационарной динамической задачи использовалась подсистема «Динамика плюс».

Рассмотрена 2D модель десятиэтажного железобетонного каркасного здания с тремя демпферами. В качестве целевой функции принята амплитуда колебаний верхнего пояса. Для решения задачи оптимизации использована популяция из восьми частиц. Работа МРЧ иллюстрируется на рис. 1, где в таблицах показано положение частиц на каждой итерации. Каждая строчка таблицы отвечает отдельной частице. Варианты конфигурации демпферов представлены последовательностью из десяти символов 0 или 1, которые обозначают отсутствие или наличие демпферов на этажах. На последней итерации все частицы заняли одно положение, которое соответствует минимуму целевой функции. Таким образом, найдено оптимальное расположение демпферов на 2, 5 и 6 этажах.

Развитый метод может быть эффективно применен для решения различных задач оптимального проектирования строительных конструкций.

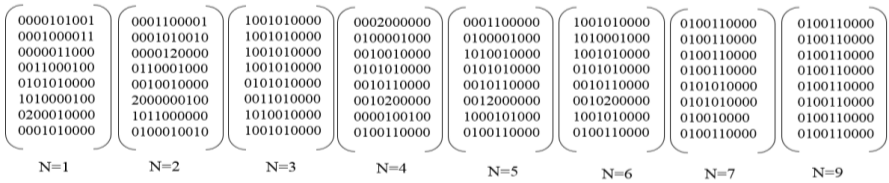


Рис. 1. Результаты работы МРЧ.

1. *Soong T.T., Dargush G.F.* Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering. – Chichester: Wiley, 1997. – 356 pp.
2. *Bonyadi M.R., Michalewicz Z.* Particle swarm optimization for single objective continuous space problems: a review // Evolutionary Computation. – 2017. – **25**, No. 1. – P. 1–54.

PARTICLE SWARM OPTIMIZATION FOR THE OPTIMAL DESIGN OF FRAME BUILDINGS WITH FRICTION DAMPERS

The method of particle swarm optimization (PSO) is developed to predict the optimal placement of friction dampers for the seismic protection of frame buildings. The PSO algorithm is implemented in the open-source computer algebra system “Maxima”. The dynamic response of buildings is modelled using the FEM software “LIRA-SAPR”. As an illustrative example, the 2D model of a ten-storey concrete building with three friction dampers is considered. The objective function is the amplitude of displacements at the top of the structure. The population of eight particles is employed and the optimal solution is derived by nine iterations. The developed approach can be applied to various problems of the optimal design in Structural Engineering.

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ НЕОДНОРОДНЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ КОЛЕЦ И ШАРОВ

Юлий Годес, Инна Кочеткова

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

mechn@meta.ua

Рассматривается многослойное кольцо (в условиях плоской осесимметричной деформации) или многослойный шар (в условиях центрально-симметричной деформации), образованные N изотропными вязкоупругими концентрическими слоями $r_{n-1} < r < r_n$, $n = 1, 2, \ldots, N$, где r – полярный радиус в случае кольца или сферический радиус в случае шара. Радиальные напряжения и перемещения непрерывны при переходе через границы смежных слоев. Механические свойства многослойного тела задают мгновенный модуль сдвига $G(r)$, мгновенный коэффициент Пуассона $\nu(r)$, плотность $\rho(r)$ и ядро ползучести при одноосном растяжении $K(r,t)$, которые непрерывны внутри каждого из слоев и могут претерпевать конечные разрывы при переходе через их границы. Предполагается, что объемное деформирование описывается упругим законом. На внешней границе $r = r_N$ отсутствуют перемещения, внутренняя граница $r = r_0$ свободна. Предлагаемый подход к моделированию свободных колебаний многослойных вязкоупругих колец и шаров базируется на идеях метода функций податливости.

Радиальные напряжения и перемещения выражаются через неизвестные комплекснозначные функции $\tau(r)$, $s(r)$:

$$\sigma_{rr} = \tau(r)e^{i\omega t}, \; u_r = \frac{rs(r)}{2G(r)}e^{i\omega t}.$$

Интегро-дифференциальные уравнения линейной теории вязкоупругости в области n-го слоя приводят к однородным линейным дифференциальным уравнениям относительно функций $\tau(r)$, $s(r)$. Коэффициенты этих уравнений являются функциями радиуса r и частоты ω, их выражения содержат комплексные модули $G'(r,\omega)$, $\nu'(r,\omega)$, которые полностью определены мгновенными модулями $G(r)$, $\nu(r)$ и трансформантой Фурье ядра ползучести $K(r,t)$.

Общее решение дифференциальных уравнений в области n-го слоя выражается через начальные параметры напряженно-деформированного

состояния этого слоя τ_n, s_n, представляющие собой значения функций $\tau(r)$, $s(r)$ на внутренней границе $r = r_{n-1}$ слоя, и имеет следующий вид:

$$\tau = S_{\tau\tau}(\omega, r)\tau_n + S_{\tau s}(\omega, r)s_n, \; s = S_{s\tau}(\omega, r)\tau_n + S_{ss}(\omega, r)s_n, \; r_{n-1} < r < r_n.$$

Нормированные решения системы дифференциальных уравнений $S_{\tau\tau}$, $S_{s\tau}$ и $S_{\tau s}$, S_{ss} получаются в результате численного решения двух задач Коши.

Удовлетворение условиям сопряжения слоев приводит к рекуррентным соотношениям, связывающим начальные параметры n-го и ($n+1$)-го слоев. Из условия отсутствия перемещений на внешней границе $r = r_N$ следует, что начальные параметры всех слоев связаны соотношением $\tau_n = -B_n(\omega)\, s_n$, где $B_n(\omega)$ – функции жесткости, представляющие собой механические характеристики многослойного тела. На основе известных приемов метода функций податливости разработан рекуррентный процесс построения функций жесткости.

Удовлетворение условию свободной внутренней границы $r = r_0$ приводит к уравнению частот $B_1(\omega) = 0$. Корни этого уравнения представляют собой частоты собственных колебаний рассматриваемого многослойного тела. Для каждой собственной частоты начальные параметры напряженно-деформированного состояния слоев определяются при помощи рекуррентных соотношений с точностью до произвольной мультипликативной постоянной, задающей амплитуду перемещения внутренней границы. Излагается алгоритм определения собственных форм колебаний. Исследуется влияние неоднородности и вязкоупругих свойств материалов на частоты и формы собственных колебаний.

VIBRATIONS OF THE INHOMOGENEOUS VISCOELASTIC RINGS AND SPHERES MODELLING

A problem concerning free vibrations of viscoelastic multilayered ring (under conditions of plane axisymmetric deformation) and spheres (under conditions of central symmetric deformation) is considered. For some layers instantaneous modulus, densities and creep kernels change continuously in the radial direction. The bulk creep is assumed to be absent. Under conditions of free vibrations the viscoelasticity equations for the ring and sphere with arbitrary continuous heterogeneity are reduced to linear differential equations with variable coefficients containing complex modulus which are fully determined by the instantaneous modulus and Fourier transforms of the creep kernels. Normalized solutions of the differential equations are obtained solving Cauchy problems numerically. Algorithm for evaluation of the vibration frequencies and shapes based on the use of rigidity functions is proposed. Recurrent relationships are applied to determine the rigidity functions. Influence of the heterogeneity and viscoelastic properties on the frequencies and shapes of free vibrations is investigated.

УДК 539.3

УЗАГАЛЬНЕННЯ МЕТОДУ ВІДОКРЕМЛЕННЯ ЗМІННИХ ТА ДЕЯКІ ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ ПРУЖНИХ СИСТЕМ З РУХОМИМ ІНЕРЦІЙНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Анатолій Дем'яненко, Вікторія Гурідова

Дніпровський державний аграрно-економічний університет

anatdem@ukr.net

Відомо, що метод Фур'є належить до методів математичної фізики, які дають можливість отримати розв'язки певного класу диференціальних рівнянь у частинних похідних. Лише у порівняно простих випадках маємо можливість побудувати явні розв'язки рівнянь у частинних похідних як суми часткових розв'язків у вигляді добутку відокремлених функцій. До таких рівнянь належать рівняння коливань струни, мембрани, балки та деякі інші. Пряме застосування такого методу до задач динаміки пружних систем з рухомим інерційним навантаженням у загальному випадку не є можливим. У зв'язку з цим зроблені спроби застосування цього методу шляхом його модифікації та узагальнення [4-7]. Однією з перших відомих публікацій була праця [7], в якій загальний розв'язок диференціального рівняння у частинних похідних, що описує пружні коливання об'єкта за дії рухомого інерційного навантаження, являє лінійну комбінацію часткових розв'язків, які містять як симетричні, так і антисиметричні, зсунуті по фазі на прямий кут, форми коливань. Причому антисиметричні форми коливань обумовлені наявністю змішаної похідної непарної за часом, тобто силами інерції Коріоліса рухомого навантаження, і зв'язані через неї з симетричними формами. Симетричні ж форми коливань при нерухомому навантаженні являють собою власні форми коливань навантаженої системи. Власне роботою [7] започатковано метод двохвильового подання коливань пружних систем за дії рухомого інерційного навантаження, розвиток та фізична інтерпретація якого вперше була наведена О. О. Горошко [1,2]. При застосуванні до дослідження таких систем методу двохвильового подання коливань, який дозволяє у деяких випадках отримати точні розв'язки задач, загальний розв'язок диференціального рівняння подається у вигляді суми двох рядів, один з яких являє собою класичну частину розв'язку, а другий ту частину, яка обумовлена наявністю змішаної непарної за часом похідної а, саме, інерційністю рухомого навантаження і не виявляється при традиційному застосуванні прямих методів математичної фізики. Форми першої групи названо власними формами, а форми другої групи – супровідними формами коливань пружної системи. Супровідні коливання обумовлені і нетривіальні лише при наявності рухомого інерційного навантаження. Дослідження

якісних та кількісних характеристик руху таких об'єктів зводиться до аналізу математичної моделі [3,5]

$$L\left(x,t,\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)w = L_1\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial t}\right)\cdot q(x,t) \qquad (1)$$

з відповідними крайовими та початковими умовами, де при сталій швидкості руху навантаження

$$q(x,t) = -\frac{q_0+q_1}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2\frac{q_1 v}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t\partial x} - \frac{q_1 v^2}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \qquad (2)$$

У роботі розглянуто особливості математичних моделей задач динаміки пружних об'єктів за дії рухомого інерційного навантаження та застосування методу двохвильового подання до дослідження коливань і стійкості одновимірних пружних об'єктів за дії розподіленого рухомого інерційного навантаження. Розглянуто різні вихідні механічні і відповідні їм математичні моделі, наведено деякі аналогії математичних моделей цього класу задач та результати досліджень.

1. *Горошко О.А.* Собственные и сопровождающие колебания в системах с подвижными инерционными нагрузками // Тр. V междунар. конф. по нелинейным колебаниям. 1970, т.3, С.215-220.
2. *Горошко О. О.* Двохвильові процеси в механічних системах/ О.О.Горошко, А.Г.Дем'яненко, С.П.Киба. - К.: Либідь, 1991. С.83-94.
3. *Дем'яненко А. Г.* Механічні і математичні моделі деяких задач динаміки пружних систем з рухомим інерційним навантаженням та їх дослідження// Вібрації в техніці та технологіях.- 2014.- № 2(74). - С. 12-22.
4. *Каленюк П.І., Скоробогатько В.Я.* Якісні методи теорії диференціальних рівнянь. К., 1977,-122 с.
5. *Пановко Я. Г.* Устойчивость и колебания упругих систем / Я. Г.Пановко, И. И Губанова. – М.: Наука, 1987.- С. 277-294.
6. *Housner G. W.* Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid. Journal of Applied Mechanics. / G. W. Housner // Trans ASME – 1952. - vol.19, №2 p. 205-209/
7. *Steuding H.* Die Schwingung von Trager bei bewegten Lasten / H. Stending // Jng.Archiv. 1934- p.275-305.

GENERALIZATION OF THE METHOD OF SEPARATION OF VARIABLES AND SOME OF ITS APPLICATION IN THE PROBLEMS OF THE DYNAMICS OF ELASTIC SYSTEMS WITH MOBILE INERTIAL LOADING

This paper describes some features of the mathematical models for the elastic elements with movable load. In these systems two forms of own oscillations - the own component and the accompanying one, displaced in phase to the right angle correspond to every frequency of the system. The accompanying component is caused by the mobile inertia load and they are not trivial only when this factor exists.

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ РОЗПОДІЛУ НАПРУЖЕНЬ В ОКОЛІ ВЕРШИНИ ТРІЩИНИ В ОПТИЧНО-АКТИВНОМУ МАТЕРІАЛІ

Анатолій Дзюба, Анатолій Пацюк

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

dzb@ua.fm

Подані результати числового (методом скінченних елементів) та експериментального (оптичними методами) дослідження особливостей розподілу напружень в околі концентраторів напружень (отворів, вирізів та вершин реальних тріщин), отриманих з використанням розробленого авторами варіанту системного поєднання поляризаційно-оптичного методу, тіньового методу каустик та муарового методу у вигляді картин ізохром, картин каустик та муарових смуг.

Отримані та проаналізовані картини передруйнування, зародження і розвитку тріщин та особливості руйнування досліджуваного оптично-активного матеріалу. Наведені результати числового порівняльного скінченно-елементного нелінійного аналізу, відповідні експериментальні дані розподілу напружень в околі прямокутного і прямокутного з закругленими вершинами вирізу в пластинчатому зразку та продемонстровані нові механічні ефекти у вигляді картин результатів експериментального та числового (методом скінчених елементів) моделювання пружних та пластичних деформацій в зоні отвору, як концентратора напружень.

Розроблена методика дозволяє спостерігати появу зон пластичності матеріалу, процесу передруйнування, утворення тріщин та їх розвиток у вигляді візуально видимих в експерименті областей, розвиток яких підтверджується результатами скінченно-елементного аналізу.

RESEARCH OF FEATURES OF THE CRACR-TIP OF STRESS DISTRIBUTION IN OPTICAL ACTIVE MATERIAL

The method of creation, research of behavior and development of real cracks in optically active material is developed.

The results of the numerical (finite element method) and experimental (optical methods) of the research of the stress distributions in the crack-tip of stress concentrators (openings, cutouts and vertices of real cracks) obtained using the author's proposed variant of the system combination of the polarization-optical method, the shadow method of caustic and moire method in the form of pictures of isochromine, pictures of caustic and moiré stripes.

УДК 539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СОЕДИНИТЕЛЬНОГО ШВА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Анатолий Дзюба[1], Пётр Дзюба[1], Анатолий Тонконоженко[2]

[1]Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара,
[2]Государственное предприятие КБ «Южное»

dzb@ua.fm

Одной из важнейших инженерных задач механики оболочек является обеспечение их устойчивости при различных видах нагружения: продольном сжатии, кручении, изгибе и др.

Поскольку такие задачи являются существенно нелинейными, особенно при наличии отверстий различной формы, размеров и расположения, то для обеспечения достоверности расчёта их критических нагрузок существенное значение имеют экспериментальные исследования.

Очевидно, что результаты этих исследований также имеют свою погрешность. Она связана как с известными трудностями изготовления «идеальных», а в серии и идентичных, моделей, так и с технологией их изготовления, связанной с наличием сварного или клеевого соединительного шва. Поскольку изготовить модели гладких (без соединительного шва) и при наличии такого шва цилиндрических оболочек в одинаковых условиях и из одинакового материала весьма проблематично, вопросы влияния такого шва на процесс устойчивости является открытым.

В представленной работе изучение влияния шва осуществляется путём экспериментального исследования устойчивости серии оболочек при наличии кругового отверстия различного диаметра, расположенного в среднем поперечном сечении оболочки на различном (в круговом направлении) расстоянии от шва при продольном сжатии и кручении. Такое исследование позволило определить разброс значений критической силы потери устойчивости в зависимости от угла расположения отверстия различного диаметра относительно шва (включая случаи расположения отверстия непосредственно на шве и в диаметрально противоположном направлении) и его влияния на значение критической нагрузки потери устойчивости.

THE EXPERIMENTAL RESEARCH OF INFLUENCE OF THE CONNECTING SUTURES ON STABILITY OF CYLINDRICAL SHELLS

Influence of sutures on the results of experimental researches of stability of cylindrical shells at a longitudinal compression and twisting is investigation.

УДК 539.3

РАЗРАБОТКА КОНЦЕПЦИИ ПОСТРОЕНИЯ МЕТОДИКИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАЗРУШАЮЩИХ ИСПЫТАНИЙ

Анатолий Дзюба[1], Владимир Сиренко[2]

[1]Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара,
[2] Государственное предприятие КБ «Южное»

dzb@ua.fm

Процесс проектирования, расчёта и создания конструкций новой техники на текущий момент неизбежно связан как с необходимостью разработки достоверных математических моделей и выполнения далее соответствующих расчётных работ, так и с проведением экспериментальных испытаний (как правило, разрушающих) создаваемых фрагментов конструкции. При растущей конкуренции на рынке услуг ракетно-космической техники, и в частности ракет-носителей, разрушающие испытания отдельных узлов, а во многих случаях и конструкции в целом, существенно повышают стоимость создания таких изделий, что влечёт за собой снижение их конкурентоспособности. Разрешение этой коллизии является одной из приоритетных задач в этой отрасли.

Предлагается концепция (суть которой состоит в системном оценивании (контроле) погрешности, накапливаемой в процессе создания конструкции) построения методики прогнозирования экстремальных значений напряжённо-деформированного состояния таких конструкций, в частности несущих корпусов (баков), без проведения их разрушающих испытаний с целью замены таких дорогостоящих испытаний на менее затратное, хотя и достаточно трудоёмкое, дополнительное компьютерное и экспериментальное (на образцах) моделирование.

Предполагается, что существующие возможности конечноэлементного анализа, при их корректном использовании, позволяют произвести расчёт таких конструкций с достаточно высокой, а главное с контролируемой, точностью. Поэтому влияние вычислительной погрешности самого метода конечных элементов, связанные, в частности, с построением конечноэлементной сетки, количеством элементов, способами учёта неоднородностей и др., в работе преднамеренно не обсуждаются. Анализируются другие причины существующего недоверия к результатам таких конечноэлементных расчётов, что как раз и побуждает к проведению дорогостоящих разрушающих экспериментальных испытаний.

Среди таких причин следует назвать степень идеализации конструкции при построении расчётных схем, куда в первую очередь следует отнести упрощающие предположения при построении математических соотношений,

выборе граничных условий, условий взаимодействия подконструкций и др.

Накопление погрешностей в процессе расчёта происходит также и вследствие неточностей в задании исходных данных. Ими являются, в частности, механические характеристики материала, которые часто принимаются из стандартных таблиц или как результат испытаний образцов, материал которых не является материалом-свидетелем при изготовлении конструкции, величины и направления внешних воздействий и геометрические параметры, включая размеры сечений, толщины стенок оболочек, расположение их срединной поверхности, направление армирования и др. Эти погрешности часто вносятся в конструкцию уже при её изготовлении и, естественно, в расчётах не учитываются. Таким образом, реальные значения исходных параметров находятся в некоторых промежутках (допусках), а погрешности результатов, получаемые в процессе расчёта с их использованием, находятся в так называемых «трубках траекторий» погрешностей.

Предлагаются следующие этапы выявления и контроля погрешности.

- Проведение параллельного сравнительного неразрушающего испытания реального объекта в рамках упругого расчета ($\sigma_{\max} \leq k\sigma_{кр}$).

- Дальнейший контроль погрешности численного расчёта и установление критерия разрушения при нелинейном деформировании производится путём сравнения результатов численного анализа с данными параллельных разрушающих испытаний моделей-свидетелей маломерных изделий.

- Системное выявление влияния погрешности исходных данных производится с применением элементов теории чувствительности путём численного исследования влияния отклонений исходных данных от принятых для расчёта на критические параметры оценки прочности и надёжности.

- Такой поход позволяет установить коэффициент запаса прочности (безопасности) реально согласованный с полученными оценочными результатами с учётом влияния неточностей исходных данных, технологии, погрешностей расчёта и неразрушающих испытаний. Изложение концепции иллюстрируется результатами численных и экспериментальных исследований.

DEVELOPMENT OF CONCEPTION OF METHODOLOGY OF PROG NOSTICATION OF BEARING STRENGTH OF CONSTRUCTIONS OF SPACE-ROCKET TECHNIQUE WITHOUT THE USING OF DESTROYING TESTS

Conception of methodology of prognostication of extreme values of the stress-strain state of rockets constructions, in particular bearing corps (tanks), without destroying tests is offered.

Essence of methodology consists of evaluation (control) of errors, which was accumulated in the process of creation with the purpose of substituting of expense destroying tests by a less expense, though labour intensive enough, additional calculations and experimental (on standards) design.

УДК 539.4:539.3

НАПРУЖЕННЯ, ВИКЛИКАНІ КОНЦЕНТРАЦІЄЮ ВОДНЮ У СУЦІЛЬНОМУ МЕТАЛЕВОМУ ТІЛІ

Богдан Калиняк[1], Микола Стащук[2]

[1] *Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я.С. Підстригача НАН України,*
[2] *Фізико-механічний інститут імені Г.В. Карпенка НАН України*

b-kalynyak@litech.net, stashchuk@ipm.lviv.ua

За наводнення металевого тіла змінюються лінійні розміри його елементів та об’єм [1]. Водночас зміна об’єму тіла, за певних умов, викликає внутрішні напруження. Приймаємо, що взаємодія між атомами водню незначна. Потрібно встановити напружено-деформований стан металевого тіла, обумовлений концентрацією водню у ньому.

Повне деформування елемента суцільного металевого циліндра зі зміною концентрації водню на величину $C_{\text{Н}}$ схематично зображене на рис.1.

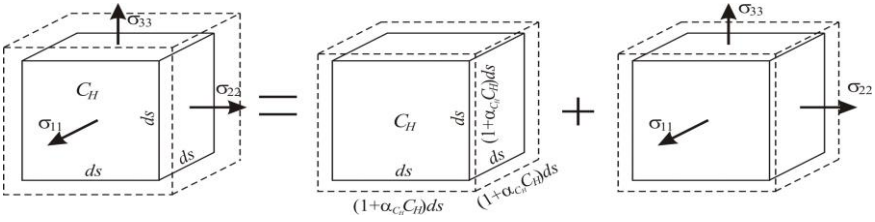


Рис. 1. Схема повних деформацій з врахуванням водневих напружень.

Тоді ребро паралелепіпеда довжини ds (рис.1) матиме нову довжину $\left(1+\alpha_{C_{\text{Н}}}C_{\text{Н}}\right)ds$. Параметр $\alpha_{C_{\text{Н}}}$ є коефіцієнтом концентраційного водневого розширення [1–2]. Для ізотропного і однорідного тіла $\alpha_{C_{\text{Н}}}$ не залежить від напрямку елемента ds. Якщо припустити також, що коефіцієнт $\alpha_{C_{\text{Н}}}$ не залежить від концентрації, то він буде сталою величиною. В цьому випадку початковий прямокутний нескінченно малий паралелепіпед залишається бути прямокутним. Видовження у всіх напрямках матимуть однакове значення. Зміна концентрації водню на величину $C_{\text{Н}}$ призведе до деформацій

$$\varepsilon_{ii}^{\text{Н}} = \alpha_{C_{\text{Н}}} C_{\text{Н}}\,,\ i = 1,2,3\,;\ \varepsilon_{ij}^{\text{Н}} = 0 \quad i \neq j\,. \tag{1}$$

Також за дії зовнішніх навантажень у тілі виникають напруження σ_{ik} $(i=1,2,3)$. Згідно з класичною теорією пружності, напруження такого характеру обумовлюють відповідні видовження та зсуви. Тому напруження σ_{ik} викликають деформації

$$\varepsilon_{ii}^{P}=\frac{1}{2G}\left(\sigma_{ii}-\frac{\nu}{1+\nu}\left(\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33}\right)\right),\ i=1,2,3;\quad \varepsilon_{ij}^{P}=\frac{\sigma_{ij}}{2G},\ i\neq j. \quad (2)$$

Тут G – модуль зсуву; ν – коефіцієнт Пуассона.

За законом суперпозиції повні деформації рівні сумі деформацій (1), викликаних зміною концентрації водню, та деформацій, обумовлених напруженнями в тілі, що входять у рівняння (2), тобто

$$\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ij}^{\mathrm{H}}+\varepsilon_{ij}^{P}. \quad (3)$$

Тоді рівняння (3) запишемо так:

$$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2G}\left(\sigma_{ij}-\frac{\nu}{1+\nu}\left(\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33}\right)\delta_{ij}\right)+\alpha_{C_{\mathrm{H}}}C_{\mathrm{H}}\delta_{ij},$$

де δ_{ij} - символ Кронекера.

Міра ініціації воднем напружень у металі визначена розглядом деформації циліндричного металевого тіла зі сталою осьовою деформацією за наявності у ньому концентрації водню C_{H} методикою [3].

1. *Stashchuk M.H.* Mutual influence of the stress-stain state and hydrogen concentration in the metal-hydrogen system //Materials Science. – 2011. – **47,** №4. – P. 499–508.
2. *Stashchuk M.H., Dorosh M.I.* Evaluation of hydrogen stresses in metal and redistribution of hydrogen around crack-like defects // International journal of hydrogen energy. – 2012. – **37**. – P. 14687 –14696.
3. *Kalynyak B. M.* Attainment of Zero Radial Stresses in Inhomogeneous Long Hollow Cylinders by Stationary Temperature Fields //Materials Science. – 2016. – **52**. №1– P. 99–107.

STRESS CAUSED BY HYDROGEN CONCENTRATION IN A SOLID METAL BODY

The equations that allow to estimate the additional stress components in the material due to hydrogen concentration by modeling the stress-strain state of the "metal-hydrogen" system have been proposed. The stress components caused by the hydrogen in a solid metal body were calculated.

УДК 539.3

ЭФФЕКТЫ ВЛИЯНИЯ ОТВЕРСТИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ КРУЧЕНИИ. ЧИСЛЕННЫЕ И МОДЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Анатолий Колодяжный[1], Маргарита Медникова[2]

[1]Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара
[2]Государственное предприятие «КБ «Южное»

ankol4517@gmail.com, e-mail: Mednikova1990@gmail.com

Представлены результаты широкомасштабного экспериментального исследования устойчивости майларовых цилиндрических оболочек разной длины и толщины, с отверстиями различных размеров и конечно-элементного нелинейного анализа их докритического и закритического деформирования. Сравнительный анализ численных и модельных экспериментов показал весьма близкие результаты при определении несущей способности оболочек. Для малых отверстий происходит потеря устойчивости с достаточно резким переходом к закритическому состоянию, максимальный уровень нагрузки достигается в точке бифуркации. В диапазоне так называемых средних отверстий появляется эффект образования локальной вмятины, которая расположена в окрестности области концентрации напряжений. Локальное выпучивание существенно снижает несущую способность оболочек. Для оболочек со средними и большими отверстиями исчерпание несущей способности определяется предельными точками.

THE IMPACT EFFECTS OF THE OPENING ON THE BUCKLING OF CYLINDRICAL SHELLS UNDER TORSION. NUMERICAL AND MODEL EXPERIMENTS

The results of a large-scale experimental research of the buckling of Mylar cylindrical shells of different lengths and thicknesses, with openings of various sizes and a finite-element nonlinear analysis of their subcritical and postcritical behavior are presented. A comparative analysis of numerical and model experiments showed very close results in determining the load bearing capacity of the shells. For small holes, a buckling collapse occurs with a rather abrupt transition to a postbuckling state; the maximum level of load is reached at the bifurcation point. In the range of so-called middle holes, the effect of formation of local dent, which is situated in the vicinity of the stress concentration region, appears. Local buckling significantly reduces the load bearing capacity of the shells. For shells with medium and large openings, the exhaustion of the load bearing capacity is determined by the limiting points.

УДК 539.3

СТАБІЛІЗАЦІЯ ТА НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ КОНСОЛЬНОГО СТРИЖНЯ З ЗАКРИТИЧНОЮ ЖОРСТКІСТЮ НА ЗГИН

Тетяна Краснопольська

Інститут гідромеханіки Національної Академії Наук України

t.krasnopolskaya@tue.nl

Досліджується стабілізація гнучкого стрижня, який у статичних умовах тільки під дією рівномірно розподіленої по довжині сили тяжіння втрачає стійкість і згинається під своєю вагою. Для цього будується математична модель нелінійних коливань консольного стрижня малої жорсткості на згин при вертикальних вібраціях. Використовуються такі припущення: поперечні перетини стрижня залишаються плоскими та перпендикулярними до здеформованої вісі, нормальні напруження на площинках паралельних осі дуже малі порівняно з повздовжніми напруженнями, вісь стрижня залишається нерозтяжною (гіпотеза Кірхгофа). Стрижень в стані спокою в полі сил тяжіння зігнутий під власною вагою. Точка закріплення стрижня коливається вертикально по гармонійному закону.

Теоретичні висновки стабілізації і резонансних коливань підтверджуються експериментальними результатами, для чого побудована експериментальна модель, в якій досягнуто ефект стабілізації та знайдені частоти, при яких виникає стабілізація. Експериментальні дослідження проводились в лабораторії механіки спряжених хвильових полів при кафедрі теоретичної та прикладної механіки КНУ ім. Тараса Шевченка механіко математичного факультету. Теоретичні результати добре і цілком співпадають з отриманими експериментальними.

Побудуванні власні моди та знайденні експериментально власні частоти консольно закріпленого стрижня малої жорсткості на згин свідчать про наявність внутрішнього резонансу між другою та третьою власними частотами, а саме: друга частота майже втричі менша за третю. Запропонована модель динамічної системи, в якій внутрішній резонанс реалізується за параметричних коливань, коли резонансний прогин стрижня апроксимується двома власними домінуючими (другою та третьою) резонансними модами. Методами сучасної теорії динамічних систем встановлено основні класи режимів усталених коливань в побудованих моделях: регулярні та хаотичні.

Аналізуючи показники Ляпунова, фазові портрети, спектральні щільності усталених режимів доведено існування і визначено характеристики регулярних і хаотичних режимів моделей. Показано, що урахування

початкових напружень призводить до зменшення частот, коли реалізуються хаотичні усталені режими та до зменшення амплітуд коливань по третій формі. Визначено та проаналізовано власні форми і власні частоти згинних коливань стрижня із закритичним статичним станом, що консольно закріплений. Показано, що ефекти стабілізації і резонансних згинних коливань стрижня із закритичним статичним станом підтверджуються експериментальними результатами.

Експериментально отримані частоти стабілізації добре співпадають з обрахованими за теоретичним критерієм стабілізації, аналітично побудованому у роботах Шамні і Фрейсера.

1. *Гуськов А.М., Пановко Г.Я.* Вибрационная стабилизация вертикальной оси гибкого стержня // Проблемы мшиностроения и надежности машин, - №5, 2006. - с. 13-19.
2. *Краснопольська Т.С., Приходько Д.Ф. Гуржій О.А.* Динамічні характеристики консольного стрижня з малою жорсткістю на згин // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка Серія фізико-математичні науки, - №4, 2012. - с. 52-55.

OSCILLATIONS AND STABILIZATION OF THE ROD WITH SUPERCRITICAL BENDING RIGIDITY

Stabilization of a flexible rod which only under the action of uniformly distributed gravity loses stability and bends under its own weight is investigated. For this purpose, a mathematical model of nonlinear oscillations of the cantilever rod of low bending rigidity under vertical vibrations is constructed. The following assumptions are used: the cross sections of the rod remain flat and perpendicular to the deformed axis, the normal stresses on the platforms of the parallel axes are very small compared to the longitudinal stresses, the axis of the rod remains unstretched (Kirghoff hypothesis). The rod at rest in the field of gravity is bent under its own weight. The pivot point of the rod varies vertically according to the harmonic law.

The theoretical conclusions of stabilization and resonance oscillations are confirmed by the experimental results, for which an experimental model is constructed in which the effect of stabilization is achieved and the frequencies at which stabilization occurs. Experimental studies were conducted in the Laboratory of Coupled Wave Field Mechanics at the Department of Theoretical and Applied Mechanics of Kiev National Taras Shevchenko University at the Mechanics of Mathematical Faculty. The theoretical results are in good agreement with the experimental results. A mathematical model of non-linear parametric resonance vibrations of a supercritical rod at their two-mode approximation, which is caused by an internal resonance of eigenfrequencies and results of experimental observations, as taking into account of the initial stress, and with its absence is derived. Shifts the resonance frequencies in the model with the initial stress are analytically obtained. A series of numerical experiments were conducted in order to identify and analyze the following two main classes of steady-state regimes: regular (which correspond to quasi-periodic oscillations) and chaotic (with positive largest Lyapunov exponents and continuous spectral densities). Chaotic steady-state regimes in the system with the initial stress are realized in the system with the initial stress.

УДК 539.3

ДО ВЕРИФІКАЦІЇ ТЕНЗОМЕТРИЧНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ НА РЕЄСТРАТОРІ LMS SCADAS MOBILE

Володимир Максимюк, Євген Сущенко

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

desc@inmech.kiev.ua

Впродовж десятиліття в Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України у центрі колективного користування «Аналізатор динамічних процесів» [1] успішно використовується портативний 8-канальний реєстратор вібраційних, акустичних і тензосигналів LMS SCADAS Mobile (Бельгія) з програмним забезпеченням (ПЗ) LMS Test.Xpress.

Реєстратор комплектується двома змінними блоками, один з яких налаштований на різні мостові схеми тензовимірювання, а другий – на вимірювання заряду. Реєстратор дозволяє вимірювати, записувати й аналізувати квазістатичні та динамічні процеси за допомогою різного типу датчиків: тензорезисторів, акселерометрів, мікрофонів та ін. ПЗ дозволяє виконувати математичну обробку сигналів, включаючи спектральний аналіз, в режимі реального часу, а також перегляд і пост-обробку сигналів в режимі офф-лайн.

З використанням реєстратора було виконано ряд експериментальних досліджень динамічних процесів деформування елементів конструкцій під дією ударних хвиль, які генеруються за допомогою діафрагменної ударної труби [2]. В гуманітарному аспекті на основі тензометричних досліджень часових та амплітудних характеристик виконання музичних творів на ударних інструментах було виявлено нові амплітудно-часові закономірності ритмів в українській танцювальній народній музиці [3].

Реєстратор LMS SCADAS Mobile разом з програмним забезпеченням LMS Test.Xpress має влаштовану процедуру калібрування вимірювального моста з тензорезисторами. Проте для перевірки підсилювачів, перетворювачів та іншої електроніки реєстратора необхідне додаткове ПЗ, точні вимірювальні прилади та регламентована методика. Такі роботи може виконувати або постачальник приладу або користувач за наявності методики від метрологічної служби. З аналізу відгуків на продукцію фірми-виробника LMS International, що славилась високою надійністю, Інститут відмовився від додаткових недешевих послуг постачальника щодо поточної перевірки реєстратора.

Впродовж десятилітньої експлуатації реєстратора верифікація експериментів ґрунтувалась на відтворюваності раніше отриманих даних.

Наразі назріла потреба виконати комплексну верифікацію реєстратора в режимі тензостанції шляхом вимірювання заздалегідь відомих деформацій.

Раніше в 70-х в Інституті був виготовлений тарувальний столик для калібрування пневмодатчиків переміщень [4]. Мікрометричні гвинти столика забезпечували точність переміщень до 2 мкм. Передбачається модернізувати тарувальний столик оснасткою для заздалегідь відомого деформування розтягом тонкої полоси з наклеєним тензорезистором. Порівняння виміряних реєстратором LMS SCADAS Mobile деформацій із заданими на столику дозволить оцінити похибки вимірювань. Такий спосіб дозволить перевірити експеримент комплексно, включаючи перевірку тензодатчика, вимірювального моста, з'єднувального кабелю з роз'ємами, підсилювачів реєстратора, запис результатів на комп'ютер. Спосіб не потребує спеціального фірмового ПЗ та додаткових прецензійних вимірювальних приладів. Очікується, що така модернізація полегшить досить складну процедуру налаштування установки та сприятиме надійності отримання експериментальних даних.

Модернізований тарувальний столик має забезпечити деформування розтягом тонкої полоси довжиною 100 мм в межах від нуля до 3000 мкε (1мкε=10^{-6}) з точністю 1%, що відповідає межі неруйнівного деформування тензорезистора. Для цього рухливий кінець полоси має зміщуватися до 0,3 мм з точністю відліку не менше 3мкм.

Наразі реєстратор впроваджується в підприємства різних галузей. Успішне оволодіння реєстратором й ПЗ ускладнюється великою кількістю опцій налаштування та багатофункціональним інтерфейсом і можливе під керівництвом досвідчених фахівців.

1. www.inmech.kiev.ua/rus/center2.html.
2. *Anik'ev I.I., Maksimyuk V.A., Mikhailova M.I., Sushchenko E.A.* Incidence of a Shock - Wave on a Cantilever Plate Coupled with an Elastic Rod // Int. Appl. Mech.– 2013. – 49, N 4. – P. 482 – 487.
3. *Анік'єв І.І., Максимюк В.А., Сущенко Є.О., Фетисов І.Б.* Про вимірювання часових характеристик виконання музичних творів на ударних за допомогою аналізатора LMS SCADAS Mobile // Матеріали XVI Міжн. наук.-техн. конф. «Фізичні процеси та поля технічних і біологічних об'єктів».–Вид-во: КрНУ, 2017.–С. 7–9.
4. *Дадамухамедов Э.У, Дышель М.Ш., Чекин О.Н., Чернышенко И.С.* Пневматические тензометры для измерения больших деформаций // Прикл. механика. – 1978. – 14, №4. – С. 79–84.

TO THE VERIFICATION OF TENSOMETRIC EXPERIMENTS ON THE LMS SCADAS MOBILE RECORDER

Modernization of the available tare table for complex testing of the LMS SCADAS Mobile recorder is described.

УДК 539.3

ВЯЗКОУПРУГАЯ БАЛКА ТИМОШЕНКО С ДИНАМИЧЕСКИМ ГАСИТЕЛЕМ КОЛЕБАНИЙ

Аркадий Маневич, Вероника Демедецкая

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

armanevich2@gmail.com, nika.demetezkaja@gmail.com

Рассматривается задача о вынужденных колебаниях балок с присоединёнными к ним динамическими гасителями колебаний (ДГК), которая представляет большой практический интерес в связи с проблемой гашения колебаний конструкций и сооружений (башен, мостов и др.). Для многих конструкций применима одномерная (балочная) модель, но необходимо учитывать сдвиговую податливость, а также внутреннее и внешнее трение. Достаточно точный подход к этой проблеме связан с использованием модели балки Тимошенко (БТ) и модели Фохта для вязкоупругого материала.

Математическая модель задачи о вынужденных колебаниях балки Тимошенко из вязкоупругого материала, на которую действует переменная нагрузка $q_0(x,t)$ (включающая распределённую внешнюю нагрузку $q_e(x,t)$ и сосредоточенные силы) и моменты $m_0(x,t)$, в безразмерных переменных и параметрах сводится к системе двух дифференциальных уравнений относительно нормализованного поперечного перемещения Y и угла поворота поперечного сечения ψ :

$$\left(1+\mu_2^*\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\partial Y}{\partial\xi}-\psi\right)-\chi\frac{\partial^2 Y}{\partial\tau^2}-\beta_1^*\chi\frac{\partial Y}{\partial\tau}+\chi q^*(\xi,\tau)=0, \qquad (1)$$

$$\left(1+\mu_2^*\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\left(\frac{\partial Y}{\partial\xi}-\psi\right)-\chi\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}+\chi\left(1+\mu_1^*\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2}-\beta_2^*\chi\frac{\partial\psi}{\partial\tau}+\chi m(\xi,\tau)=0 \qquad (2)$$

где $\xi=\dfrac{x}{r_0}$, $Y=\dfrac{y}{r_0}$, $\tau=\dfrac{c}{r_0}t$, $r_0=\sqrt{\dfrac{J}{A}}$, $c=\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$, $\chi=\dfrac{E}{k'G}$, $\mu_j^*=\dfrac{c}{r_0}\mu_j$,

$$\beta_j^*=\frac{cr_0}{EA}\beta_j,\ q^*=\frac{q_0 r_0}{E\,A},\ m=\frac{m_0}{E\,A}$$

(ρ - плотность материала балки, A – площадь поперечного сечения, k' - коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения, μ_j, β_j (j=1,2) – коэффициенты внутреннего и внешнего вязкого трения в балке). Граничные условия могут быть легко получены из известных граничных условий для БТ

При наличии гасителя нагрузка на балку $q_0(x,t)$ включает не только внешние силы, но также силу от гасителя F_a^i (силу инерции гасителя). Эта сила определяется из ДУ, связывающего перемещения гасителя $y_a(t) \equiv y(x_a,t)$ с перемещениями точки его крепления к балке $y_d(t) \equiv y(x_d,t)$. Решение уравнения даёт зависимость $y_a = h_a y_d$, где h_a - в общем случае линейный оператор. В случае одночастотных колебаний с частотой Ω коэффициент динамичности h_a является комплексным числом:

$$h_a = \frac{1 + i\,\beta_a^* \widehat{\Omega}}{1 - \widehat{\Omega}^2 + i\,\beta_a^* \widehat{\Omega}}\ ,\ \ \widehat{\Omega} = \frac{\Omega}{\omega_a},\ \ \beta_a^* = \frac{\beta_a}{m_a \omega_a},\ \omega_a = \sqrt{k_a / m_a}\ , \qquad (3)$$

где m_a, ω_a, k_a и β_a - масса, парциальная частота и коэффициенты жёсткости и вязкого трения гасителя, соответственно. Сила, передаваемая на балку от гасителя, равна: $F_a^i = -m_a h_a\, d^2 y_d / dt^2$. Полная нормализованная нагрузка $q^*(\xi,\tau)$ при действии сосредоточенной силы в точке $x = x_P \equiv \xi_P r_0$ равна ($\delta(\xi)$ - дельта-функция, $m_a^* = m_a / (\rho A r_0)$, $P^*(\tau) = P(\tau) / EA$)

$$q^*(\xi,\tau) = q_e^*(\xi,\tau) + P^*(\tau)\,\delta(\xi - \xi_P) - m_a^* h_a \frac{d^2 Y}{d\,\tau^2}\,\delta(\xi - \xi_d) \qquad (4)$$

Для решения системы применяется метод разложения решения задачи о вынужденных колебаниях *вязкоупругой* БТ с ДГК по собственным формам колебаний *упругой* БТ без внутреннего и внешнего демпфирования и ДГК. Показано, что этот подход обладает определёнными преимуществами по сравнению с методами строительной механики (метод начальных параметров, методы сил и перемещений), которые применялись ранее в аналогичных задачах в рамках классической модели балки.

Получено общее решение задачи об установившихся вынужденных колебаниях БТ с ДГК при гармоническом возбуждении и выполнен его параметрический анализ на примере шарнирно опёртой и консольной балок. Изучено влияние сдвиговой податливости, внутреннего вязкого трения и параметров гасителя на характеристики вынужденных колебаний. Обсуждаются вопросы оптимального выбора параметров гасителя колебаний.

VISCOELASTIC TIMOSHENKO BEAM WITH DYNAMIC VIBRATION ABSORBER

An analytical solution is obtained for the problem of stationary forced oscillations of a viscoelastic Timoshenko beam with a dynamic vibration absorber under the action of harmonic disturbing loads. The effects of shear deformability, viscous internal friction and absorber parameters on characteristics of the forced oscillations and the absorbers efficiency are studied.

УДК 539.3

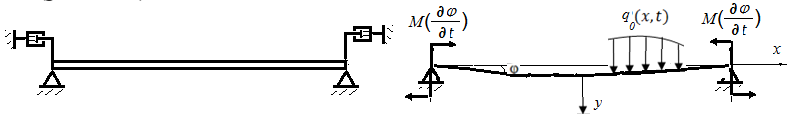
ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ДЕМПФЕРАМИ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ НА КРАЯХ

Аркадий Маневич, Наталия Погасий

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

armanevich2@gmail.com, pohasii@gmail.com

Для гашения колебаний балочных конструкций, в частности, пешеходных мостов, применяются демпферы вязкого трения (гидравлические амортизаторы, рис. 1, *а*), расположенные на их краях, которые создают изгибающие моменты, пропорциональные скоростям поворота крайних поперечных сечений (рис. 1, *б*).



а) *б)*

Рис. 1

Соответствующие граничные условия оказываются неконсервативными, что приводит к существенному усложнению анализа динамики конструкций, главным образом, вследствие невозможности обычного разделения переменных (в действительной форме) и неортогональности собственных форм колебаний. Поэтому в расчётной практике для таких систем используются простейшие модели с одной степенью свободы. В данной работе получено аналитическое решение задачи о вынужденных колебаниях балки с учётом внутреннего вязкого трения при действии гармонической внешней нагрузки, с использованием разделения переменных в комплексной форме.

Основное уравнение и граничные условия задачи о вынужденных изгибных колебаниях вязкоупругой балки длиной L, изгибной жёсткостью EJ с демпферами на краях под действием произвольной поперечной нагрузки $q_0(x,t)$ (включающей, в частности, сосредоточенные переменные силы), могут быть представлены в виде (ζ_0 - коэффициент вязкого трения в демпфере, μ_0 - параметр внутреннего вязкого трения в балке):

$$\frac{\partial^4 Y}{\partial \xi^4} + \mu \frac{\partial^5 Y}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \pi^4 \frac{\partial^2 Y}{\partial \tau^2} = q\ (\xi, \tau)$$

$$Y(\xi = \mp 0.5) = 0\,,\ \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial \xi^2} + \mu \frac{\partial^3 Y}{\partial^2 \xi\, \partial \tau} \right)_{\xi = \mp 0.5} = \pm \zeta \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial \xi\, \partial \tau} \right)_{\xi = \mp 0.5} \tag{1}$$

$$\xi = \frac{x}{L}\,,\ Y = \frac{y}{L}\,,\ \tau = \omega_0 t\,,\ \mu = \mu_0\omega_0\,, \omega_0 = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}\,,$$

$$\zeta = \zeta_0 \frac{L\,\omega_0}{E\,J}\,, q = \frac{q_0 L^3}{EJ}\,.$$

Задача решается для случая действия гармонической (во времени) поперечной нагрузки $q(\xi,\tau) = e^{i\,\Omega\tau} q^*(\xi)$, где $q^*(\xi)$ - полином не выше 3-й степени. Установившиеся колебания ищутся в виде $Y(\xi,\tau) = e^{i\,\Omega\tau} Y^*(\xi)$.

Для случаев симметричной и антисимметричной (относительно центра балки) нагрузки задача сводится к определению двух комплексных произвольных постоянных из системы линейных алгебраических уравнений. В общем случае решение получается в виде комбинации симметричной и антисимметричной составляющих. В отличие от колебаний балок с классическими граничными условиями (защемление, шарнир, свободный край), в случае демпферов на краях колебания оказываются не стоячими, а бегущими волнами, и именно в этом состоит физическая причина невозможности обычного разделения переменных.

В численном анализе рассмотрены два случая: (1) постоянная по длине гармоническая нагрузка; (2) сосредоточенная гармоническая сила в центре балки. Изучено влияние параметра вязкого трения в демпферах на амплитуды перемещений и изгибающие моменты в балке и показано, что оптимальное значение этого параметра соответствует равенству изгибающих моментов в среднем и концевых сечениях. Для обоих рассмотренных случаев определено оптимальное значение нормализованного параметра вязкого трения в демпферах для упругой балки и его зависимость от внутреннего трения для вязкоупругой балки.

SUPPRESSION OF OSCILLATIONS OF BEAM STRUCTURES BY VISCOUS FRICTION DAMPERS AT THE EDGES

An analytical solution of the problem of forced oscillations of a viscoelastic beam with dampers at the edges giving rise to bending moments proportional to velociiies of the edge sections rotation is obtained with using of separation of variables in the complex form. By contrast to beams with classical boundary conditions, oscillations of beams with dampers on the edges are not standing waves, they include running waves components. Some results of the numerical analysis are presented, and optimal normalized viscous friction parameter in the dampers is determined.

УДК 539.3

САМОСИНХРОНИЗАЦИЯ ВРАЩЕНИЯ НЕУРАВНОВЕШЕННЫХ РОТОРОВ НА УПРУГОЙ ОПОРЕ

Аркадий Маневич, Елизавета Прокопьева

Днепровский национальный университет им. Олеся Гончара

armanevich2@gmail.com, prokopyeval22@gmail.com

Исследуется синхронизация движений в нелинейной механической системе, состоящей из осциллятора (упругой опоры) с установленными на нём двумя роторами, которые вращаются под действием приложенных к ним вращающих моментов. Явление самосинхронизации *вращающихся* объектов (имеющих в общем случае различные парциальные угловые скорости и различные вращающие моменты) на упругих опорах было обнаружено сравнительно недавно (через 300 лет после наблюдения Гюйгенсом синхронизации *колеблющихся* тел). Это явление изучалось в работах И.И. Блехмана, Б.П. Лаврова, В.Н. Потураева и др. в связи с исследованиями динамики вибрационных машин, и были установлены основные закономерности синхронизации вращений.

В данной работе предложен приближённый аналитический способ определения характеристик синхронных режимов в рассматриваемой системе, который с высокой точностью подтверждается численным моделированием исходной системы уравнений.

Рассматриваемая механическая система состоит из осциллятора (опоры) с массой m_0 и пружинами с суммарной жёсткостью c, колебания которого возбуждаются установленными на нём неуравновешенными роторами (вибраторами) массой m_1 и m_2, соответственно. К роторам от внешнего источника приложены вращающие моменты M_1 и M_2. Для простоты роторы рассматриваются как математические маятники длиной r.

Математическая модель задачи сводится к системе нелинейных ОДУ относительно трансляционного перемещения опоры Y и углов вращения роторов φ_j (с соответствующими начальными условиями):

$$\frac{d^2Y}{d\tau^2}+\beta_0^*\frac{dY}{d\tau}+Y-\sum_{j=1,2}\mu_j\left[\frac{d^2\varphi_j}{d\tau^2}\sin\varphi_j+\left(\frac{d\varphi_j}{d\tau}\right)^2\cos\varphi_j\right]=0$$

$$\frac{d^2\varphi_j}{d\tau^2}+\beta_j^*\frac{d\varphi_j}{\partial\tau}+(p^2-\frac{d^2Y}{d\tau^2})\sin\varphi_j=M_j\left(\frac{d\varphi_j}{\partial\tau}\right)\quad (j=1,2)$$

где $Y = \dfrac{y}{r}$, $\tau = \omega_0 t$, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{c}{m}}$, $m = m_0 + m_1 + m_2$, $\mu_j = \dfrac{m_j}{m}$, $\beta_j^* = \dfrac{\beta_j}{m_j r^2 \omega_0}$,.

$$\beta_0^* = \frac{\beta_0}{m\omega_0}, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{g}{r}}, \quad p = \frac{\omega_p}{\omega_0}, \quad M_j^* = \frac{M_j}{m_j r^2 \omega_0^2}$$

(β_0 и β_j - коэффициенты демпфирования тела и роторов).

Изучаются стационарные синхронные режимы вращения роторов (ССРВ), при которых средние (за период) угловые скорости вращения роторов одинаковы (и равны циклической частоте колебаний опоры). Для этих режимов получена система трансцендентных уравнений, определяющих синхронную угловую скорость, амплитуду колебаний опоры и фазовые соотношения между вращениями роторов и колебаниями опоры.

Эти уравнения позволяют построить области существования синхронных стационарных режимов в пространстве параметров, которые имеют сложную структуру. При данных параметрах системы могут существовать несколько стационарных синхронных режимов (в рассмотренных примерах – от 0 до 6, в зависимости от соотношения приложенных к роторам моментов), отличающихся указанными характеристиками. Была выполнена проверки точности аналитического решения для осредненных стационарных синхронных режимов с помощью численного моделирования в пакете Maple на основе исходной системы ДУ. Аналитическое решение очень хорошо подтверждается численным моделированием для устойчивых ССРВ. Исследовались устойчивость и области притяжения устойчивых режимов. Устойчивые ССРВ могут быть аттракторами, т.е. при различных начальных условиях, приводящих в общем случае к нестационарным и несинхронным движениям, в конечном счёте, как правило, устанавливаются стационарные синхронные режимы.

Аналитическое решение, подтверждённое результатами численного моделирования, позволило существенно пересмотреть некоторые выводы предыдущих исследований о характеристиках синхронных режимов.

SELF-SYNCHRONIZATION OF ROTATION OF UNBALANCED ROTORS ON AN ELASTIC FOUNDATION

An approximate analytical approach is proposed to determine characteristics of synchronous rotational regimes in system of two rotors (vibrators) on elastic supports. The solution is confirmed by the numerical simulation with high accuracy. The results of these analytical and numerical solutions enable us to refine some results of previous works.

УДК 539.3

К ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОГО ГАСИТЕЛЯ КОЛЕБАНИЙ С УЧЁТОМ ДЕМПФИРОВАНИЯ В ГЛАВНОЙ МАССЕ

Аркадий Маневич, Владислав Шамаханов

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

armanevich2@gmail.com, 1luckyminerfriends1@gmail.com

Известное решение Я. П. Ден-Гартога для оптимальных параметров динамического гасителя колебаний, вошедшее в учебники по теории колебаний, получено для недемпфированной главной массы. Вопрос о влиянии трения в главной массе на оптимальные параметры гасителя до настоящего времени исследован недостаточно. В данной работе приведены результаты анализа оптимальных параметров динамического гасители колебаний с учётом двух параметров вязкого трения β_1 и β_2, зависящих от скорости движения главной массы и относительной скорости гасителя, соответственно.

Рассматривается двухмассовая механическая система, которая состоит из главной массы m_1, установленной на опоре, которая передаёт гармоническое кинематическое возбуждение $\xi(t) = \xi_0 \sin \Omega t$, и расположенной на этом теле массы m_2 - динамического гасителя колебаний. Оба тела и опора соединены упругими элементами с жёсткостями c_1 и c_2 и коэффициентами вязкого трения β_1 и β_2, соответственно.

Система уравнений движения зависит от 4-х безразмерных параметров – относительной массы гасителя $\mu = m_2 / m_1$, отношения парциальных собственных частот гасителя и главной массы (настройки гасителя) и двух безразмерных параметров вязкого трения β_1^* и β_2^*.

Полученное решение этой системы позволяет определить оптимальные параметры гасителя - настройку и параметр демпфирования. В отличие от частного случая $\beta_1^* = 0$, рассмотренного Ден-Гартогом, в общем случае на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) для главной массы нет т.н. «неподвижных», или «инвариантных», точек (на анализе которых было построено определение оптимальных параметров гасителя). Однако сохраняется важное свойство, связанное с двумя локальными максимумами на АЧХ, соответствующими двум собственным частотам системы. Оптимальные параметры гасителя колебаний в случае осциллятора с собственным вязким трением также отвечают двум равным локальным

максимумам на АЧХ, но это равенство достигается при параметрах, отличных от найденных Ден-Гартогом. При учёте демпфирования в осцилляторе оптимальное значение параметра настройки зависит от коэффициента трения β_1^*. В работе приведены эти зависимости для различных значений относительной массы гасителя μ.

Уточнение настройки заметно влияет на максимальные амплитуды главной массы. Сравнение АЧХ для тела без гасителя, с гасителем по Ден-Гартогу и с уточненным оптимальным гасителем дано на рис. 1 (для μ=0.1 и β_1^*=0.05). Гаситель эффективен именно в зоне резонанса. Максимальный коэффициент динамичности благодаря гасителю падает в несколько раз, и выбор параметров по Ден-Гартогу заметно занижает эффективность гасителя.

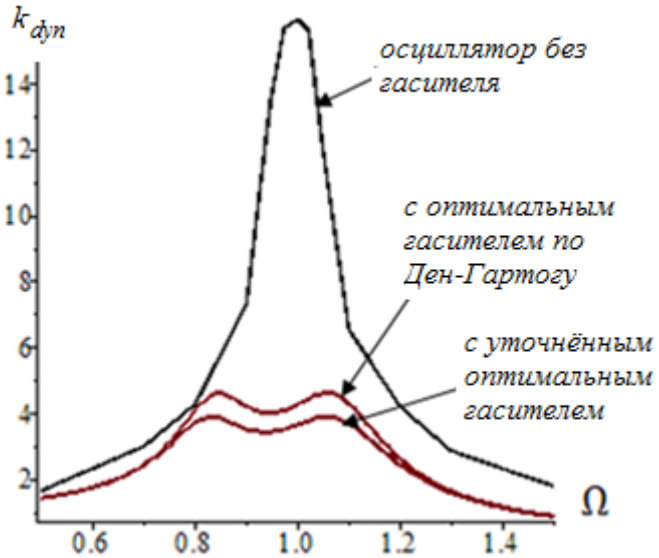


Рис. 1

ON OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF DYNAMICAL VIBRATION ABSORBERS WITH ACCOUNT OF VISCOUS FRICTION IN THE MAIN MASS

Results of analysis of optimal parameters of dynamical vibration absorber mounted on an damped oscillator under the harmonic kinematical excitation with account of viscous friction in the oscillator are presented and compared with the known J. P. Den Hartog solution for undamped oscillator.

УДК 539.3

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ТРЕХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИ ЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

Владимир Мейш, Юлия Мейш, Сергей Орленко

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины

vfmeish@gmail.com, juliameish@gmail.com

В работе рассматриваются динамические задачи теории трехслойных цилиндрических оболочек с кусочно-однородным заполнителем при распределенных нестационарных нагрузках. Конструкция рассматривается с внутренним дискретным ребристым заполнителем, между которым находится некий мягкий заполнитель (в данной работе материал типа пенопласт). Для описания всех слоев конструкции используется модель уравнений типа Тимошенко в геометрически линейной постановке [1]. Исходя из вариационного принципа Гамильтона-Остроградского, получены уравнения колебаний неоднородной конструкции: уравнения колебаний в гладкой области (уравнения колебаний трехслойной оболочки в рамках теории пакета трехслойных оболочек) и уравнения колебаний дискретного подкрепляющего ребра с учетом внутренних сил соответственных срединных поверхностей обшивок. Также получены соответствующие начальные и граничные условия для решения исходной задачи. Таким образом, приведена корректная математическая и механическая постановка исходной задачи. Для численного решения задачи применяется интегро – интерполяционный метод построения разностных схем [1]. Получены числовые результаты, позволяющие проводить характеристику НДС исходной конструкции в определенные моменты времени.

1. *Головко К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф.* Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках / под ред. Акад. НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. – полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.

DYNAMIC PROBLEMS OF THE THEORY OF THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELLS WITH A PIECEWISE-HOMOGENEOUS FILLER

The dynamic problems of the theory of three-layer cylindrical shells with a piecewise-homogeneous filler under distributed non-stationary loads are considered. To describe all the layers of the structure, a model of Timoshenko type equations in a geometrically linear formulation is used. The mathematical formulation of the problem is given. Numerical results have been obtained that allow to investigate the mechanical characteristics of the structure at certain points in time.

УДК 539.3

КОЛИВАННЯ МАЛОЗАГЛИБЛЕНОГО ФУНДАМЕНТУ НА ШАРУВАТІЙ ВОДОНАСИЧЕНІЙ ҐРУНТОВІЙ ОСНОВІ

Олег Савицький

Інститут гідромеханіки НАН України

osavitsky@ukr.net

Динамічна взаємодія з ґрунтовою основою фундаментів споруд та механізмів актуалізує розвиток методів оцінки параметрів коливань таких об'єктів з врахуванням особливостей контакту та властивостей ґрунтового середовища. Огляд методів розв'язку контактних задач для пружного півпростору для площі контакту, наближеної до кругової, було опубліковано В.І. Моссаковським та А.Б. Ковурою [3]. Різноманітність динамічних властивостей ґрунтових матеріалів та інженерно-геологічної структури основ обмежує та значно ускладнює застосування числових методів у програмних комплексах. Для опису хвильових явищ в основі необхідно використовувати все більш складні моделі, зокрема з врахуванням шаруватості [1], багатофазності [2, 5] та інших факторів. Для аналізу основних закономірностей динамічної взаємодії в системі фундамент-основа в сучасних дослідженнях використовуються комплексні передаточні функції або (обернені до них) функції геотехнічного імпедансу [2]. Такі функції можуть бути визначені експериментально, або зі застосуванням методу граничних інтегральних рівнянь, наприклад - у формі методу ортогональних поліномів [2, 4], який використовується для розв'язку інтегральних рівнянь динамічних контактних задач для ідеалізованих умов контакту з основою, наприклад, постійної контактної площі. Представленням контактних тисків (або функцій для їх визначення [2]) рядами по ортогональних поліномах з врахуванням особливостей на контакті підошви моделі фундаменту з основою та застосуванням інтегральних перетворень до інтегральних рівнянь задача зводиться до розв'язку нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів рядів методом усічення. Ефективність розв'язку обумовлюється також виділенням на етапі символьних перетворень асимптотик переміщень та рівнодіючих контактних зусиль, достатністю використання незначного числа членів рядів для отримання достовірного результату розрахунків.

Тут для ґрунтової основи використовується модель Біо [2, 5] пористопружного насиченого рідиною (ППНР) середовища, а граничні умови взято для шару з затисненою тильною гранню. Контактні умови на підошві визначаються не тільки її формою, але й умовою проникності підошви для

порової рідини водонасиченого ґрунту (дренування основи під підошвою). Підошву приймаємо непроникною для порової рідини. В роботі [2] представлено дослідження теоретичних особливостей розподілу тисків на поверхні ППНР основи під непроникним штампом для твердої та рідинної фаз. Виконано вибір функцій з рядами по ортогональних поліномах з невідомими коефіцієнтами.

Розглядаються методики для вертикальних коливань прямокутної підошви та моделей ППНР півпростору та ППНР шару з затисненою тильною гранню. З диференційних рівнянь руху моделі Біо, контактних та граничних умов знаходяться (за допомогою комп'ютерних символьних перетворень) подвійні трансформанти Фур'є переміщень (та відповідних асимптотичних розв'язків) поверхні основи від дії тисків на тверду пористу та рідинну фази. Розроблено алгоритми та програми розрахунку вертикальних коливань жорстких штампів (полоса та прямокутна плита, недренована підошва) на ППНР шарі з затисненою тильною гранню. Проведено аналіз імпедансних функцій (які включають величини пружної жорсткості двофазної основи та загасання коливань) в залежності від частоти вимушених коливань, геометрії системи та фізико-механічних параметрів моделі ґрунту.

У застосуваннях може бути розглянуто коливання масивних споруд чи окремих малозаглиблених фундаментів при сейсмічних або технологічних навантаженнях. Явища розрідження чи повзучості ґрунтової основи тут не розглядаються, але визначаються параметри коливань, які дозволяють оцінити відповідні ризики.

1. *Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зінченко Ж.Ф.* Динамика неоднородных линейно-упругих сред. – М. : Наука, 1989. – 343 с
2. *Гомилко А. М., Савицкий О. А., Трофимчук А. Н.* Методы суперпозиции, собственных функций и ортогональных многочленов в граничных задачах теории упругости и акустики. – К. : Наук. думка, 2016. – 436 с.
3. *Моссаковский В.И., Ковура А.Б.* Контактные задачи для упругого полупространства с круговыми или близкими к круговым линиями раздела граничных русловий / Динамика и прочность тяжелых машин. – 1980. – Вып. 5. – С. 132–135.
4. *Сеймов В.М.* Динамические контактные задачи. – К. : Наук. думка, 1976. – 284 с.
5. Yuanqiang Cai and Honglei Sun (2017) *Solutions for Biot's Poroelastic Theory in Key Engineering Fields. Theory and Applications*, Elsevier, 2017, 176 p.

SHALLOW FOUNDATION FORCED VIBRATION ON THE LAYERED LIQUID-SATURATED SOIL BASE

Methods have been developed for analysis the vertical oscillations of rigid plate with a liquid-impermeable sole rested on the layer (Biot's model) with a rigidly restrained lower edge. The analysis of the impedance functions depending on the oscillation frequency, the geometry of the system and the mechanical parameters of the soil model is carried out.

УДК 539.3

АЛГОРИТМ ПРИСКОРЕННЯ ЗБІЖНОСТІ МЕТОДУ ПРЯМИХ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ

Інга Сафронова, Лариса Левитіна, Євген Рябченко

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

sagni@ua.fm

Одним із ефективних підходів до вирішення задач дослідження напружено-деформованого стану оболонок обертання з неоднорідними у двох напрямках параметрами є дискретно-континуальний метод прямих, суть якого полягає в заміні частинних похідних в окружному напрямку скінченними різницями, а у повздовжньому – формуванням сукупності систем звичайних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами.

Пропонується алгоритм прискорення збіжності розв'язування послідовності систем таких крайових здач, суть якого полягає в зменшенні кількості етапів ітераційного процесу шляхом екстраполяції значень різницевих складових похідних в окружному напрямку за результатами їх обчислень на трьох попередніх кроках ітераційного процесу для кожної із вузлових точок інтегрування відповідних крайових задач. Для екстраполяції у певній послідовності використовуються формули Ейткена – Стеффенсена та Лагранжа і Ньютона (за аналогією методу Адамса). Такий підхід дозволяє уникати необхідності «зайвого» розв'язування відповідної крайової здачі на кожному третьому кроці. Крім того, обчислені прогнозні значення часто є більш близькими до відшукуваного розв'язку, ніж отримані за основним ітераційним процесом розв'язування задачі в цілому.

За результатами числового експерименту встановлено, що запропоновані алгоритми дозволяють суттєво (в рази) скоротити обчислювальні витрати в задачах розрахунку та оптимізації неоднорідних оболонок.

THE ALGORITHM OF ACCELERATION OF CONVERGENCE OF METHOD OF LINES FOR DECISION OF REGIONAL TASKS OF MECHANICS OF ROTATION SHELLS

The approach to accelerating the convergence of solving nonlinear problems of calculation and optimization of heterogeneous elements of shell designs was proposed. The essence of the approach is reduction of the number of stages of the iterative process by simulating this iterative process with using periodic extrapolations of the values of nonlinear components and (or) variables based on the results of successful previous calculation steps and constructing forecast points instead without carrying out all calculations of the k-th step of approximation.

УДК 535.31 + 621.658.011

РАЗВИТИЕ МЕТОДОЛОГИИ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ КОНСТРУКЦИЙ

Юрий Селиванов

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

selivanov-dnu@i.ua

Представлены метод и некоторые характерные результаты исследования нестационарных состояний конструкций с применением комбинированных голографических интерферограмм.

Суть метода состоит в экспонировании двух состояний контролируемой конструкции: статического в течение времени $T_C = \alpha T$, где $\alpha \le 1$ – коэффициент, и нестационарного – в течение времени $T_Д = (1-\alpha)T$; тогда очевидно $T_C + T_Д = T$ – продолжительность экспозиции. При таком экспонировании выражение для освещенности точки наблюдаемой поверхности конструкции на ее восстановленном изображении имеет вид [2]

$$I \approx I_0 \left| \alpha + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T(1-\alpha)} \exp\left[-i \int_{t_0}^{t} \left(\bar{K} \cdot \bar{V}(\tau) \right) d\tau \right] dt \right|^2, \qquad (1)$$

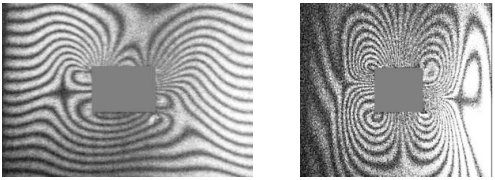
где $I_0(x, y, z)$ – освещенность изображения поверхности в стационарном состоянии; t и $\tau \in t$ – время; t_0 – время начала экспонирования; i – мнимая единица; $\bar{V}(\tau) = \bar{V}(x, y, z, t)$ – скорость движения поверхности во время экспонирования; $\bar{K}(x, y, z)$ – вектор чувствительности оптической схемы, величина которого определяется выражением $|\bar{K}| = (4\pi \cdot \cos\theta)/\lambda$; θ – половина угла между направлениями освещения и наблюдения точки; λ – длина волны используемого излучения.

Используя соотношение (1) можно получить формулы и графики для освещенности изображения поверхности на комбинированной интерферограмме при различных законах ее движения во время голографирования.

Из графиков, получаемых с использованием (1), следует, что максимальная яркость интерференционных полос убывает с ростом параметра X, который связывает вектор перемещения $\bar{L}$ с вектором $\bar{K}$ в точке поверхности. Количество порядков различающихся полос существенно зависит от величины коэффициента α и других параметров эксперимента.

Для определения величины перемещения в некоторой точке M поверхности по ее интерферограмме находится порядок интерференционной полосы в заданной точке (ξ_M) и по графику – соответствующее значение величины $X(X_M)$. Далее по значению X_M с учетом закона движения поверхности вычисляется величина скорости или амплитуды перемещения точки, а затем – и величина вектора $\overline{L}$ на заданный момент времени.

На рисунке представлены фрагменты комбинированных интерферограмм стальной оболочки с вырезом при ее равномерном нагреве изнутри от 21 ºС до 60 ºС (слева) и свободном охлаждении от 60 ºС до 25 ºС (справа).



Эти и другие [1] результаты показывают, что метод комбинированных интерферограмм может успешно применяться для бесконтактного измерения нестационарных полей перемещений сложных неоднородных конструкций при воздействии на них тепловых полей, силовых и вибрационных нагрузок, других факторов и таким образом существенно расширяет прикладные возможности голографической интерферометрии. Его применение дает возможность получать высокоинформативные качественные и количественные данные о поле неустановившихся перемещений конструкции на любой момент ее деформирования, используя для этого лазеры непрерывного излучения небольшой выходной мощности вместо традиционно применяемых дорогостоящих мощных источников.

1. *Гудрамович В. С., Дзюба А. П., Селиванов Ю. М.* Методы голографической интерферометрии в механике неоднородных тонкостенных конструкций: монография. – Днепр: Лира, 2017. – 288 с.
2. *Селиванов Ю. М.* Применение комбинированных голографических интерферограмм к исследованию неустановившихся деформаций // Доп. НАН України. Сер. А. – 2007. – № 6. – С. 56–60.

DEVELOPMENT OF METHODOLOGY OF HOLOGRAPHIC RESEARCH OF NON-STATIONARY STATES OF STRUCTURES

The method and results of research of non-stationary states of structures with applying of combined holographic interferograms are present.

УДК 531, 534

FORCED NONLINEAR NORMAL MODES IN THE ONE DISK ROTOR DYNAMICS

Yuri Mikhlin, Nikolay Perepelkin

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

muv@kpi.kharkov.ua

Nonlinear normal vibrations modes (NNMs) are a generalization of the normal vibrations in linear systems. By the Shaw-Pierre concept [4,7], the NNM is such a regime when all generalized coordinates and velocities are univalent functions of the selected so-called "master" phase variables, which are dominant generalized coordinates and corresponding generalized velocities. The master coordinates can be chosen as new independent ones instead of time. For the case of both external and internal resonances, the Shaw-Pierre approach together with the Rauscher method [6,8] permits to reduce the n-DOF non-autonomous dynamical system to a two-DOF nonlinear system for each NNM of forced vibrations. Analysis of nonlinear effects in the rotor system dynamics can be found in different publications, in particular, in [2,3]. A model of the rotor dynamics with an asymmetrical disposition of the disk in the shaft is considered (Fig.1). Gyroscopic effects, nonlinear flexible base and internal resonance are taken into account.

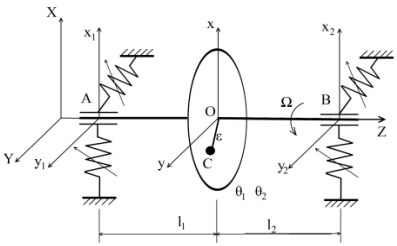


Fig.1. Principal model of the rotor system.

The forced NNMs are constructed here for the rotor system with the internal resonance by means of the NNM approach and the modified Rauscher method.

Equations of the rotor motion [1,5] can be written as eight nonlinear ODEs describing the displacements and rotations of the disc and displacements at the supports, where the cubic nonlinearity in the restoring forces is taken. Frequency responses near the first resonance (Fig.2). Analysis of the forced NNMs stability

shows that in some frequency range the resonance regimes having the cyclic symmetry trajectories in the system configuration space can be unstable, and a pair of new solutions having center symmetry trajectories bifurcates (Fig.2).

Additional analysis shows that an accounting of the dissipation in the shaft material by the Voigt hypothesis in the equations of motion leads to a narrowing of the region where the solutions having the center symmetry trajectories exist.

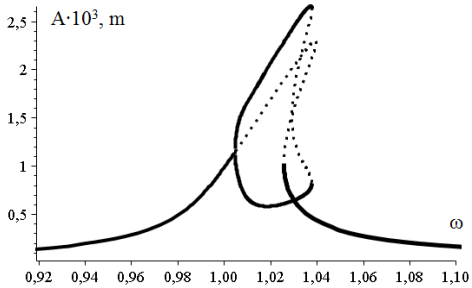


Fig. 2. Frequency response for the first harmonic of the disk displacement x. Results of the stability analysis are presented.

1. *Avramov K.V.* Asymptotic analysis of forced vibrations of a one-disc rotor on a non-linear flexible base // Proc. of the Institution of Mech. Engineering. Part C: J. of Mech. Engineering Sci. – 2010. – **224,** №8. – P. 1593-1604.
2. *Bolotin V.V.* Nonconservative Problems of the Theory of Elastic Stability. – NY: Pergamon Press. – 1963. – 324 p.
3. *Genta G.* Dynamics of Rotating Systems. – Berlin: Springer, 2005. – 658 p.
4. *Mikhlin Yu.V., Avramov K.V.* (2010) Nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems. Review of theoretical developments // Appl. Mech. Review.- 2010. – **63. –** P. 4-20.
5. *Perepelkin N.V., Mikhlin Yu.V., Pierre C.* Non-linear normal forced vibration modes in systems with internal resonance // Int. J. of Non-Linear Mechanics. – 2013. – **57. –** P. 102-115.
6. *Rauscher M.* Steady oscillations of system with nonlinear and unsymmetrical elasticity // J. of Appl. Mech. – 1938. – **5. –** P. A-169.
7. *Shaw S., Pierre C.* Nonlinear normal modes and invariant manifolds // J. of Sound and Vibration. – 1991. - **150. -** P. 170–173, 1991.
8. *Vakakis A., Manevitch L., Mikhlin Yu., Pilipchuk V., Zevin A.* Normal Modes and Localization in Nonlinear Systems. – NY: Wiley. – 1996. -552 p.

НЕЛІНІЙНІ НОРМАЛЬНІ МОДИ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ В ДИНАМІЦІ ОДНОДИСКОВОГО РОТОРУ

З використання концепції нелінійних нормальних мод коливань розглядаються резонансні вимушені коливання однодискового ротору. Гіроскопічні ефекти, нелінійність у пружних опорах та внутрішні резонанси взято до уваги. Отримано амплітудно-частотні характеристики в околі першого резонансу.

УДК 531, 534

RESONANCE BEHAVIOUR OF THE SYSTEM WITH LIMITED POWER SUPPLY HAVING NONLINEAR ABSORBER

Yuri Mikhlin, Anton Onizhuk

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

muv@kpi.kharkov.ua

The systems with a limited power supply are characterized by interaction of source of energy and elastic sub-system which is under action of the source. Such systems are named also as the non-ideal systems (NIS). The most important effect observed in the NIS is the Sommerfeld effect [7], when the large amplitude regime is appeared in the elastic sub-system, and the large part of the vibration energy passes from the energy source to the resonance vibrations. Resonance dynamics of such systems was first analytically described by V.O.Kononenko [5]. Investigations on the subject were continued in different publications. In particular, overviews on numerous studies of the non-ideal systems dynamics can be found in [3,4,6]. Here a resonance behavior of NIS containing the source of energy (motor), the linear elastic sub-system and the nonlinear absorber, is considered. The Mises girder and/ or the nonlinear oscillator, are chosen as the absorbers. The Mises girder as absorber of free and forced vibrations is analyzed in [1,2].

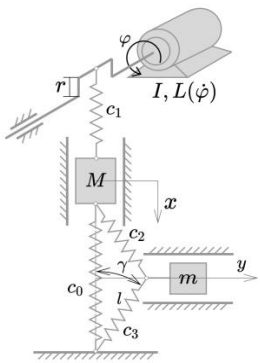


Fig.1. NIS with Mises girder as absorbers.

In the analysis a small parameter characterizes a smallness of the angle γ, corresponding to the girder's stable equilibrium, the ratio μ of the absorber mass with respect to the elastic sub-system mass, the normalized values of springs stiffness c_2, and c_3, the dissipation coefficients and the normalized radius of the

shaft r Besides, it is assumed that the vibration components in function of the angular velocity are small with respect to the constant component.

Then the multiple scales method is used to describe the system behavior near resonances between the rotation frequency and two fundamental frequencies, namely, fundamental frequency of the elastic sub-system (the first resonance), and fundamental frequency of the Mises girder small vibrations (the second resonance). The same system is also considered without the assumption that frame stiffness is small. Corresponding frequency responses of the system are constructed. We can obtain that in presence of the Mises girder amplitudes of vibrations of the elastic sub-system can be made essentially smaller than ones of the sub-system without absorber. Vibrations of the Mises girder are significant. It is possible to obtain both essential reduction of the elastic vibrations, and fast passage of the motor to the maximal frequency of rotation. It is obtained also that regime of snap-through motions is very effective for the absorption of the elastic vibrations.

1. *Avramov K.V., Mikhlin Y.V.* Snap-through truss as a vibration absorber // J. of Vibration and Control. – 2004. – **10.** – P**.** 291–308.
2. *Avramov K.V., Mikhlin Y.V.* Snap-through truss as an absorber of forced oscillations // J. of Sound and Vibrations. – 2006. - **290.** – P. 705–722.
3. *Balthazar J.M. et al.* An overview on the appearance of the Sommerfeld effect and saturation phenomenon in non-ideal vibrating systems (nis) in macro and mems scales // Nonlinear Dynamics. – 2018. – **93,** №1. – P. 19–40.
4. *Eckert M.* The Sommerfeld effect: theory and history of a remarkable resonance phenomenon // European J. Phys. – 1996. - **17,** №5. – P. 285–289
5. *Kononenko V.O.* Vibrating Systems with Limited Power Supply. – London: Illife Books, 1969.
6. *Nayfeh, A.H., Mook, D.T.* Nonlinear Oscillations.- NY: Wiley, 1979. – 704 p.
7. *Sommerfeld, A.* Beiträge zum dynamischen ausbau der festigkeitslehe // Physikal Zeitschr. – 1902. - **3**: - P. 266-286.

РЕЗОНАНСНА ПОВЕДІНКА СИСТЕМИ З ОБМЕЖЕНИМ ЗБУДЖЕННЯМ, ЩО МІСТИТЬ НЕЛІНІЙНИЙ ГАСИТЕЛЬ КОЛИВАНЬ

Розглядається резонансна поведінка систми, що містить джерело енергії обмеженої потужності, пружну підсистему та ферму Мізеса як нелінійний гаситель коливань. Отримано, що нелінійний гаситель коливань дозволяє суттєво зменшити резонансні коливання пружної підсистеми та за деяких умов вийти з резонансного режиму та отримати максимальну частоту обертання мотору.

UDC 539.3

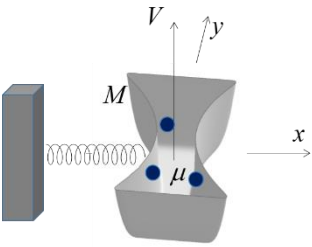
ENERGY ABSORBERS USING STOCHASTIC PROPERTIES OF SOFT WALL BILLIARDS

Valery Pilipchuk

Department of Mechanical Engineering, Wayne State University, Detroit, MI, USA

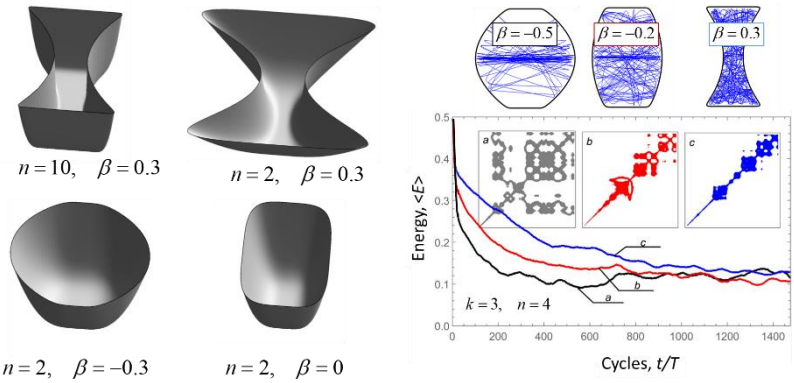
pilipchuk@wayne.edu

A few-degrees-of-freedom Hamiltonian model exhibiting one-directional long-term trends in energy exchange flows is introduced. The model includes a massive potential well - a container with one or few light non-interacting particles - attached to a linearly elastic spring. No phenomenological dissipation is imposed. Nonetheless, due to the similarity of container shapes to various types of stochastic soft-wall billiards, the energy is transferred from the container to the inner particle(s) in almost irreversible way during physically reasonable time intervals. The potential well is introduced in such a way that, in the rigid-body limit, it resembles one of the two most common types of billiards, with either dispersing [1]- or stadium-type [2] boundaries, as the main geometrical parameter of the well changes its sign. In particular, we found conditions of stochasticity of the model' dynamics based on the nonlinear normal mode stability concept. Such an approach points to the link between stability properties of normal modes and the typical dynamics of billiards. Possible applications to energy harvesters and the design of artificial energy absorbing materials are discussed. The illustrating model is described with the Lagrangian [3]



$$L=\frac{1}{2}\dot{X}^2-\frac{1}{2}X^2+\sum_{j=1}^{k}\left\{\frac{\mu}{2}\left[\left(\dot{X}+\dot{x}_j\right)^2+\dot{y}_j^2\right]-V(x_j,y_j)\right\}$$
$$V(x,y)=\frac{\gamma}{2n}\left[\left(\frac{x}{\alpha+\beta(y^2-1)}\right)^{2n}+y^{2n}\right] \quad . \qquad (1)$$

where $X(t)$ is the absolute horizontal displacement of the container, $\{x_j(t), y_j(t)\}$



are relative Cartesian coordinates of the inner particles, and $V(x, y)$ is the potential well whose shapes at different parameters are shown on the left of the above figure. Note that positive β in (1) give the potential contours $V(x, y) = const$ with scattering segments, whereas negative β correspond to the 'stadium' type of contours. According to the above assumptions, collisions with the container's walls affect also the dynamics of container however in a less dramatic way. Nevertheless the presence of such a feedback is a key assumption for analyzing the recurrence effects versus the contour shapes. Let us emphasize that the number of particles is rather insufficient to provide the statistics of large numbers. The long-term energy absorption effect is therefore due to the stochastic properties of particles. The left part of the above figure illustrates the energy decay of the main oscillator and the corresponding requrance diagrams [4] at different shapes of the potential contours with sample particle' trajectories inside. It is seen that the stochastic behaviours appeared to provide conditions for the essential increase of Poincaré recurrence time.

1. *Sinai Y.G.* Dynamical systems with elastic reflections: ergodic properties of dispersing billiards // Russian Math. Surveys. – 1970. – **25**. – P. 137-189.
2. *Bunimovich L.A.* Decay of correlations in dynamical systems with chaotic behaviour//Sov. Phys. JETP. – 1985. – **62**. – P. 842-852
3. *Pilipchuk V.N.* Stochastic energy absorbers based on analogies with soft wall billiards //Nonlinear Dynamics. – 2019. – https://doi.org/10.1007/s11071-019-05109-z
4. *Marwan N.* A historical review of recurrence plots // *The European Physical Journal Special Topics*. – 2008. – **164**. – P. 3-12.

Секція

Математичне та комп'ютерне моделювання в задачах механіки деформівного твердого тіла, аерогідромеханіки, біомеханіки, тепломасообміну і геомеханіки

Підсекція МДТТ

УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВПЛИВУ ТЕХНОЛОГІЧНИХ І ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ПОШКОДЖЕНЬ НА НЕСУЧУ ЗДАТНІСТЬ НАФТОГАЗОВИХ РЕЗЕРВУАРІВ

Володимир Блажко, Олексій Репринцев

Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України,

vladblag@ukr.net

Розглянуто вертикальні та горизонтальні резервуари для збереження нафтопродуктів. Проведено класифікацію технологічних і експлуатаційних пошкоджень, що з'являються в конструктивних елементах резервуарів на етапах виготовлення та експлуатації. Проаналізовано закономірності їх появи та ступінь впливу на несучу здатність. Встановлено найбільш небезпечні пошкодження: недосконалості форми циліндричних стінок, дефекти зварних швів, стоншування стінок в результаті корозійного зносу.

Наявність геометричних недосконалостей циліндричної стінки резервуара призводить до збільшення її деформативності і викликає появу додаткових згинальних моментів і відповідних їм згинальних напружень. Величини цих напружень в деяких випадках такі ж, як основні напруження і тому повинні враховуватися при оцінці міцності [1].

Одними з найбільш небезпечних і маловивчених є пошкодження, що виникають при впливі на конструкцію резервуара агресивного середовища.

Дослідження процесів поведінки конструктивних елементів, що експлуатуються в агресивному середовищі, показують, що основними факторами, що впливають на таку поведінку є умови середовища, властивості матеріалів і параметри напружено-деформованого стану цих елементів.

Розроблено підхід для розрахунку несучої здатності конструкцій резервуарів з урахуванням впливу пошкоджень і дефектів, який заснований на розробці і використанні еквівалентних моделей.

1. *Hudramovich V., Demenkov A., Egorov E., Reprintsev A.* On the influence of the technology of manufacturing on the load-bearing capacity of steel tanks // Strength of Materials. – 2006. – V. 38, Iss. 4. – P. 423 – 427.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF TECHNOLOGICAL AND OPERATIONAL DAMAGES ON THE-BEARING CAPACITY OF OIL AND GAS TANKS

A numerical analysis of the effect of various damages on the stress-strain state of storage tanks for petroleum products has been carried out. Methods and algorithms have been developed that make it possible to assess the load-bearing capacity of cylindrical tanks based on monitoring data of the technical condition of tanks.

УДК 539.3

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПЛАСТИН МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Сергій Буцикін, Віктор Волошко

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

bvgers@gmail.com, VVL56@i.ua

Для постановки і розв'язування складних задач оптимізації, теорії керування, механіки необхідні ефективні обчислювальні алгоритми розв'язку лінійних граничних задач рівнянь математичної фізики [4].

Розглянемо задачу статичного згину затисненої по краям пружної пластини, математична постановка якої має вид

$$\Delta\Delta w(x,y) = f(x,y) = \frac{q(x,y)}{D},$$

$$w\big|_{\Gamma} = 0, \qquad \left.\frac{dw}{dn}\right|_{\Gamma} = 0, \tag{1}$$

де $w = w\,(x,y)$ – невідома функція згину точок серединної площини пластини, Γ – складний контур пластини, який обмежує область Ω, $D = \dfrac{Eh^2}{12\left(1-\sigma^2\right)}$ – циліндрична жорсткість пластини; h, E, σ – товщина пластини, модуль пружності першого роду, коефіцієнт Пуасона її матеріалу, відповідно. Цю задачу можемо звести до послідовного розв'язування двох задач :

1. За теоремою Гільберта наближено знаходимо частинний розв'язок неоднорідного рівняння [1]

$$w_1(x,y) = \frac{1}{8\pi}\iint\limits_{\Omega} r^2(x,y;\xi,\eta)\cdot\ln r(x,y;\xi,\eta)\cdot f(\xi,\eta)d\Omega(\xi,\eta),$$

де $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$, і, таким чином, $\Delta\Delta w_1(x,y) = f$ в Ω. Далі обчислюємо значення цієї функції та її похідної на контурі Γ: $w_1\big|_{\Gamma}$, $\left.\dfrac{dw_1}{dn}\right|_{\Gamma}$.

2. Розглянемо однорідну задачу з неоднорідними граничними умовами:

$$\Delta\Delta w_2(x,y) = 0 \ \text{ в } \Omega, \qquad w_2\big|_{\Gamma} = -w_1\big|_{\Gamma}, \quad \left.\frac{dw_2}{dn}\right|_{\Gamma} = -\left.\frac{\partial w_1}{\partial n}\right|_{\Gamma} \tag{2}$$

Тоді розв`язок задачі (1) : $w(x,y) = w_1(x,y) + w_2(x,y)$

Розв'язок задачі (2) будемо шукати у вигляді суми бігармонічних потенціалів [3, 4]:

$$w(x,y)=\int_{\Gamma}\left[r^2\ln r\cdot\mu_1(s)+\frac{\partial}{\partial\nu}(r^2\ln r)\mu_2(s)\right]d\Gamma(s),$$

де μ_1,μ_2 – невідомі функції щільності, а ядро першого потенціалу є фундаментальним розв'язком однорідного бігармонічного рівняння.

Задоволення граничним умовам задачі (2) приводить до системи :

$$\begin{cases}\int\limits_{\Gamma} r^2\ln r\mu_1(s)d\Gamma(s)+\int\limits_{\Gamma}\frac{\partial}{\partial\nu}(r^2\ln r)\mu_2(s)d\Gamma(s)=-w_1\big|_{\Gamma}\\ \int\limits_{\Gamma}\frac{\partial}{\partial n}(r^2\ln r)\mu_1(s)d\Gamma(s)+\int\limits_{\Gamma}\frac{\partial^2}{\partial n\partial\nu}(r^2\ln r)\mu_2(s)d\Gamma(s)=-\frac{\partial w_1}{\partial n}\Big|_{\Gamma}.\end{cases}$$

Цю систему інтегральних рівнянь за допомогою формули Сімпсона [2] зводимо до системи алгебраїчних: для цього контур Γ розбиваємо на n елементарних дуг, використовуємо інтегральну теорему про середнє і замінюємо інтеграли по елементарним дугам. Розв'язавши цю СЛАР знайдемо невідомі значення функцій щільності, і потім значення $w(x,y)$ у внутрішніх точках області.

Приклади чисельної реалізації даного методу свідчать про його високу обчислювальну ефективність (точність у модельних задачах становить понад 99%). Таким чином, у випадку контуру неканонічної форми можна продуктивно застосувати ефективність створених програм, а також їх пристосованість до складної форми області.

1. *Арсенін В.Я.* Методы математической физики и специальные функции.– М.:Наука, 1984.– 430 с.
2. *Бойко Л.Т.* Основи чисельних методів. – Д..: ДНУ, 2009 –244 с.
3. *Кісельова О.М., Ламзюк В.Д., Волошко Л.В*. Щодо розв'язування крайової задачі для неоднорідного бігармонічного рівняння для області складної форми // «ВІСНИК ДНУ», серія «Моделювання» – 2011.– вип. 3, №8. – С.20 –28.
4. *Melnikov Yuri A., Melnikov Max Y.* Green's Functions. Construction and Applications. – Berlin-Boston: DeGruyter, 2012. – 440 p.

SOLVING OF LINEAR PROBLEM IN PLATE THEORY WITH METHOD OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATIONS

Linear problem for inhomogeneous biharmonic equation was solved with the help of potential method. This linear problem has been reduced to the system of Fredholm first kind integral equations. The effectiveness of algorithm was confirmed by high accuracy of obtained calculations.

УДК 539.3

ТЕРМОМЕХАНІЧНА ПОВЕДІНКА ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ТІЛ ЗА ДІЇ ІМПУЛЬСНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ З МОДУЛЯЦІЄЮ АМПЛІТУДИ ПРИ ВРАХУВАННІ ТЕРМОПРУЖНОГО РОЗСІЮВАННЯ ЕНЕРГІЇ

Любов Гаєвська, Роман Мусій, Христина Дрогомирецька, Галина Стасюк, Стефан Моринь

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України;
Політехніка Опольська, Польща;
Національний університет «Львівська політехніка»

Dept13@iapmm.lviv.ua

Елементи конструкцій сучасної техніки в процесі їх експлуатації зазнають високоінтенсивних швидкозмінних фізичних дій – механічних, теплових, електромагнітних. Такі зовнішні дії створюють в елементах конструкцій різної геометричної конфігурації нестаціонарні об'ємно розподілені фізико-механічні поля, які в загальному випадку є взаємопов'язані [1]. Ця пов'язаність за механічної і теплової дії належним чином вивчена і висвітлена в літературі. Відомі також дослідження впливу зв'язаності полів деформації і температури на механічну поведінку електропровідних тіл за дії усталених і квазіусталених електромагнітних полів (ЕМП) [2]. В цих дослідженнях з використанням експериментальних даних задача електромеханіки електропровідних тіл зведена до послідовності задач електродинаміки і термопружності, в яких відповідно внутрішніми джерелами виступають джоулеві тепловиділення Q (зумовлені індукованими струмами провідності), а об'ємними силами $\vec{F}$ – пондеромоторні сили (дії поля на струми провідності). Вирази функцій Q і $\vec{F}$ отримувались на основі знайдених розв'язків задачі електродинаміки. Однак вплив імпульсних ЕМП на термонапружену поведінку тіл за розглядуваних вище припущень вивчений недостатньо.

Розглянуто зв'язані динамічні задачі термомеханіки для електропровідних неферомагнітних шару [3] та довгого порожнистого циліндра за однорідної нестаціонарної електромагнітної дії. З використанням апроксимацій визначальних функцій (відповідної компоненти дотичної до шару і осьової для циліндра) вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$, температури T та нормальної компоненти σ_{zz} тензора напружень для шару (віднесеного до

декартової системи координат $Oxyz$), і радіальної компоненти u_r вектора переміщень для циліндра (віднесеного до циліндричної системи координат $Or\varphi z$), кубічними поліномами за товщинною змінною для шару і радіальною для циліндра побудовано загальні розв'язки сформульованих задач термомеханіки. На основі цих розв'язків отримано розв'язки розглядуваних зв'язаних задач термомеханіки за дії імпульсних ЕМП характерних типів – в режимі з імпульсним модулівним сигналом (РІМС), режимі згасної синусоїди (РЗС) та у режимі одиничного немодулівного електромагнітного імпульсу (РНЕМІ). Проведено комп'ютерний аналіз розв'язків як за врахування зв'язаності полів деформації і температури ($\varepsilon_* \neq 0, \varepsilon_*$ – параметр зв'язаності [2, 3]) так і без такого врахування ($\varepsilon_* = 0$).

Для розглядуваних електропровідних тіл і характерних типів імпульсних ЕМП виявлено нові закономірності термомеханічної поведінки, основними з яких є: температура T у випадку $\varepsilon_* \neq 0$ має значення на 2-3% ніж при $\varepsilon_* = 0$; компоненти σ_{ik} ($i, k = x, y, z$ – для шару та $i, k = r, \varphi, z$ – для циліндра) тензора напружень $\hat{\sigma}$ у випадках $\varepsilon_* = 0$ і $\varepsilon_* \neq 0$ практично співпадають; амплітуда коливань компонент σ_{ik} тензора $\hat{\sigma}$ у випадку $\varepsilon_* = 0$ за час $t \geq 0{,}5t_i$, де t_i – тривалість імпульсної дії, ЕМП виходить на режим власних коливань, а у випадку $\varepsilon_* \neq 0$ – згасають до нуля. Отримано, що за дії імпульсних ЕМП з модуляцією амплітуди тривалістю $t_i \leq 10ms$ при $H_0 \leq 10^7 A/m$, де H_0 – максимальне значення напруженості магнітного поля в тілі, впливом процесу термопружного розсіювання енергії на термомеханічну поведінку електропровідних тіл можна знехтувати.

1. В.І. Моссаковський - вчений, ректор, особистість. /Під. ред. М.В. Полякова, В.С. Гудрамович, А.П. Дзюби. – Д: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту. 2009. – 664с.
2. *Подстригач Я.С., Бурак Я.И., Гачкевич А.Р., Чернявская Л.В.* Термоупругость электропроводных тел. – Киев: Наук. думка, 1977. – 248 с.
3. *Гачкевич О.Р., Мусій Р.С., Стасюк Г.В.* Звязана задача термомеханіки для електропровідного шару за однорідної імпульсної електромагнітної дії // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – Т. 45, № 4, 2009. – С. 60-66.

THERMOMECHANICAL BEHAVIOR OF ELECTROCONDUCTIVE SOLIDS UNDER THE IMPACT OF PULSE ELECTROMAGNETIC FIELDS WITH MODULATION OF AMPLITUDESTAKING INTO ACCOUNT OF THERMOELASTIC DISSIPATION OF ENERGY

The thermomechanical behavior of electroconductive solids taking into account thermoelastic energy dissipation under the action of pulsed electromagnetic fields are given.

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ В ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ У ВИРОБАХ З ТИТАНОВИХ СПЛАВІВ ПРИ НАГРІВІ – ОХОЛОДЖЕННІ

Олександр Гачкевич, Ігор Чупик, Стефан Моринь

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С.Підстригача НАН України;
Політехніка Опольська, Польща

dept13@iapmm.lviv.ua

У сучасних конструкціях широко використовують елементи із високоміцних матеріалів, в тому числі титанових сплавів. При їх виготовленні часто використовують технології пов’язані з нагрівом [1,2]. За такого цільового технологічного нагріву виробів з титанових сплавів чи їх частин та наступному охолодженні, зокрема відпалі, з метою зменшення залишкових напружень, у них виникають фазові перетворення, які можуть викликати істотні зміни властивостей таких виробів.

У даному досліджені розвинуто варіант моделювання залишкового фазового складу і напруженого стану конструкцій з $\alpha+\beta$ титанових сплавів за охолодження до натуральної температури (від стану з повною β - фазою до стану з $\alpha+\beta$ - фазою (поліморфні $\beta \rightleftarrows (\alpha+\beta)$ перетворення при нагріві та наступному охолодженні)). Такі перетворення характерні для отриманих за стандартною технологією промислових сплавів ВТ20, ВТ22, ВТ23, ВТ30, ТС6 та ін., які відрізняються різними хімічними складовими, зокрема процентним вмістом Al, Cr, V та ін. Кінцевий вміст фазових складових (процентний вміст фаз) пов’язаний із швидкістю охолодження до натуральної температури від стану з повною β - фазою у зоні найбільшого термічного впливу та хімічним складом сплаву (який відповідає згаданим типам промислових сплавів). Процентний вміст α і β - фаз після охолодження за фіксованої його швидкості окреслено через відомі в літературі експериментальні дані чи термокінетичні діаграми стану сплавів.

Приймається, що за нагріву ступінь повноти фазового перетворення ξ згідно з експериментальними даними [2] змінюється так як проілюстровано на рис.1. (t_{f0} - температура початку фазових перетворень; ξ_{f0} - рівноважне значення функції повноти фазових перетворень). Після швидкого (миттєвого) охолодження зі стану повної β - фази, характерного для процесу гартування,

залежність ступеня повноти фазового перетворення ξ за нормальної температури $t = 20^{\circ}C$ описується графіком, який приведено на рис.2. (ξ_{f1} - експериментально встановлене залишкове значення функції повноти фазових перетворень для взірця зі сплаву ВТ22, що практично миттєво охолоджується від стану повної β -фази до стану нової $\alpha + \beta$ -фази (для точок тіла з температурою, яка міститься на проміжку $[t_{f0}, t_{f1}]$ прийнята вказана на графіку лінійна апроксимація)) [2].

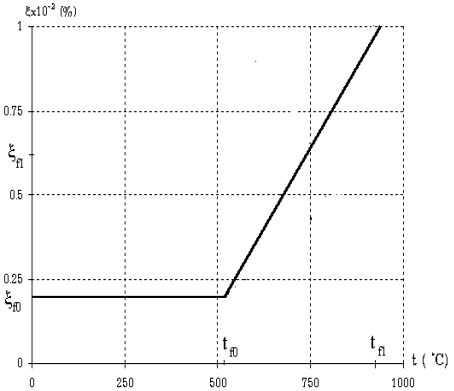


Рис.1

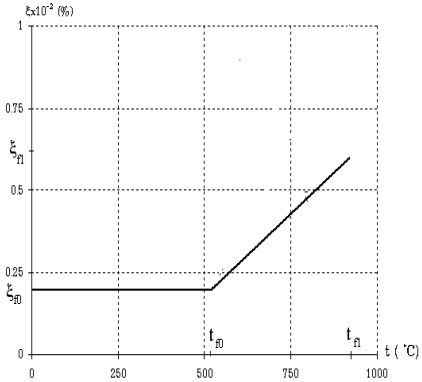


Рис.2

Опрацьовано та досліджено конкретний режим локального нагріву для циліндричної оболонки за наступних геометричних і фізичних параметрах: радіус серединної поверхні оболонки $R = 0.0245$ м, товщина $2h = 0.001$ м, $E = 106$ MPa, $\nu = 0.3$.

1. В.І. Моссаковський- вчений, ректор, особистість. /під. Ред. М.В. Полякова, В.С. Гудрамович, А.П. Дзюби.-Д.: вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту. 2009.-664с.
2. *Ильин А.А., Коллеров М.Ю., Засыпкин В.В., Майстров В.И.* Объемные изменения, происходящие в (α-β) титановых сплавах при полиморфном превращении. Металловедение и термическая обработка, 1986, №1, С.52-55.с.

MATHEMATICAL MODELING OF RESIDUAL STRESSES IN CONSTRUCTIONS ELEMENTS OF TITANIUM ALLOY PRODUCTS SUBJECTED TO HEATING-COOLING

Methodic based on finite element method for definition of residual stress state of local heated axis symmetric shell made from titanium alloy is developed. Polymorphic transition in homogeneous non equilibrium phase state are taken into account.

УДК 539.3:537.22:669.778

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ВОДНЮ НА НАГРОМАДЖЕННЯ ПОШКОДЖЕННЯ В МЕТАЛІ ЗА ПОВЗУЧОСТІ

Оксана Гембара, Ольга Чепіль, Назар Гембара, Ярослав Сапужак

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

hembara@ipm.lviv.ua, oljach0409@gmail.com, nazar@botscrew.com, yaragsap@gmail.com

Під час оцінювання залишкового ресурсу тривало експлуатованого обладнання особливо актуальною є проблема визначення домінуючого механізму пошкодження і його вплив на формування технічного стану об’єкта. Одними з основних чинників такого механізму є вплив навантажень, температур і агресивних робочих середовищ, при цьому в багатьох випадках агресивним середовищем є воденьвмісне [1]. Тому сьогодні проводяться численні дослідження, спрямовані на розробку єдиного і найбільш узагальненого критерію граничного стану, який враховує вплив всіх механізмів і на основі якого залишковий ресурс вдасться спрогнозувати з високою точністю і за короткий проміжок часу.

У роботі пропонується методика оцінювання ресурсу елементів енергетичного обладнання за термосилового навантаження та наводнювання, основу якої складає енергетичний критерій руйнування та модель деформування елементів конструкцій в умовах взаємодії матеріалу цих конструкцій із воденьвмісним середовищем.

Енергетичний підхід, який ми використовуємо, враховує зміну напружень та деформацій в елементі конструкцій за складних умов термомеханічного навантаження, тому це дозволяє більш обґрунтовано оцінити термін роботи. За міру енергетичного пошкодження прийнято відношення енергії пружно-пластичного деформування локального об’єму до її критичного значення у водні W_C^{H} [1]

$$\omega = \mathrm{W}\left(\mathrm{x,y,z,t}\right)/W_C^{\mathrm{H}}\ , \tag{1}$$

де $W\left(x,y,z,t\right)=\int_0^t \sigma_{eq}\left(x,y,z,\tau\right)\dot{\varepsilon}_{ij}^{cr}\left(x,y,z,\tau\right)d\tau$ – енергія деформування локального об’єму за один цикл навантаження; W^* – енергія руйнування матеріалу; σ_{eq} – еквівалентні напруження; $\dot{\varepsilon}_{ij}^{cr}$ – швидкість деформацій повзучості локального об’єму елемента

Руйнування елементу об'єму матеріалу настане в результаті виконання рівності

$$\omega\left(x_*, y_*, z_*, t_*\right) = 1. \qquad (2)$$

Проведено дослідження зразка Бріджмана, виготовленого зі сталі 0.5Cr0.5Mo0.25V, за умов простого розтягу за температури 640 ºС, для трьох рівнів навантаження σ: 40 МПа, 54 МПа та 70 МПа на повітрі та у водні. Задачу розв'язували методом скінченних елементів за допомогою програмного пакету MSC Marc Mentat 2014.0.0. У результаті побудовано криві, що характеризують зміну з часом нагромадження пошкоджень за різних рівнів навантаження (рис.1) та їх вплив на довговічність зразка (рис.2).

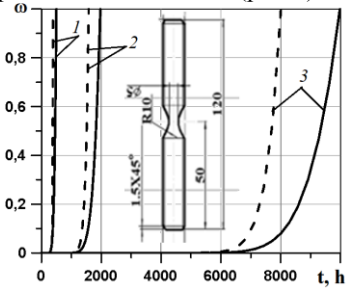


Рис.1 Зміна з часом параметра пошкодження ω у водні (штрихові криві) та на повітрі (суцільні) для різного рівня навантаження: 75 МПа (*1*); 54 МПа (2) та 40 МПа (3).

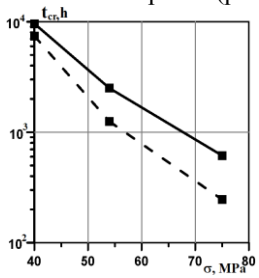


Рис. 2. Залежність довговічності зразка Бріджмана від рівня навантаження на повітрі (суцільна крива) та у водні (штрихова)

Як показують отримані результати, наводнювання зразка суттєво впливає на його довговічність. Так, за σ= 40 МПа для ненаводненого зразка час до руйнування становив 9560 h, а для наводненого – зменшується до 8242 h, що є на 14% менше. Зі збільшенням навантаження втрата довговічності збільшується. Так за 54 МПа це буде вже 16%, а за 70 МПа вже майже 21%.

1. *Андрейків О.Є., Гембара О.В.* Механіка руйнування та довговічність металічних матеріалів у водневмісних середовищах. – К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.
2. *Fabing Qin., Гембара О.В., Чепіль О.Я.* Моделювання впливу водню на несучу здатність елементів енергетичного обладнання в умовах температурної повзучості//Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2017. – 53, № 4.– С. 99-106.

MODELING OF THE EFFECT OF HYDROGEN ON THE ACCUMULATION OF DAMAGE IN THE METAL BY CREEP

The effect of different stress of hydrogen on the Bridgman sample durability had been analyzed using the energy criterion proposed by the authors. It has been established that hydrogen reduces the durability of structural elements by 14-21%, depending on the level of stress in the conditions of material creep.

УДК 539.3

ПРО НАУКОВИЙ ДОРОБОК ПРОФЕСОРА Н.І. ОБОДАН

Наталія Гук

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

natalyguk29@gmail.com

Доктор технічних наук, професор, член Президії Асоціації «Надійність» Національної академії наук України Ободан Наталія Іллівна (09.06.1939 – 15.07.2018) – відомий український учений у галузі механіки деформівного твердого тіла, автор низки ґрунтовних праць з проблем створення моделей і методів розрахунку нелінійної поведінки і руйнування тонкостінних конструкцій, розробки систем діагностики живучості деформівних систем та прогнозування їх залишкової працездатності, розробки ідентифікаційного підходу до розв’язання обернених та біфуркаційних задач механіки.

Здобувши вищу освіту в Дніпропетровському інженерно-будівельному інституті (нині Придніпровська державна академія будівництва та архітектури), з 1961 року Н.І. Ободан працювала в КБ "Південне" на посаді інженера. Під керівництвом академіка НАН України В.І. Моссаковського успішно навчалась в аспірантурі при кафедрі прикладної теорії пружності Дніпропетровського державного університету та в 1969 році захистила кандидатську дисертацію на тему «Стійкість тонкостінних елементів космічних апаратів в умовах невісесиметричного навантаження».

Працювала в проблемній науково-дослідній лабораторії міцності та надійності конструкцій Дніпропетровського державного університету на посаді старшого наукового співробітника. З 1977 року очолила відділ лабораторії та працювала доцентом кафедри прикладної теорії пружності, в 1978 році одержала наукове звання старшого наукового співробітника.

Дисертацію на здобуття наукового ступеню доктора технічних наук на тему “Нелінійне деформування та стійкість циліндричних оболонок при невісесиметричній деформації” Н.І. Ободан захистила в 1982 році. В роботі запропоновано модель нелінійного деформування тонкостінних оболонок з урахуванням моментності вихідного напружено-деформованого стану, досліджено вплив моментності на появу додаткових напружень у серединній поверхні оболонки та місцевих викривлень її елементів. Розв’язано низку задач стійкості оболонок під дією невісесиметричного зовнішнього навантаження, доведено, що ступень неоднорідності початкового стану суттєво впливає на амплітуди значень критичних навантажень.

Результати досліджень [1, 2] було узагальнено у монографії [3], у якій для нелінійних тонкостінних оболонок при невісесиметричній деформації побудовано розв'язки у всьому діапазоні навантажень, визначено і класифіковано особливі точки розв’язків, встановлено їх зв'язок з

критичними навантаженнями і несучою здатністю конструкцій. Доведено, що існує нелінійна залежність значень критичних навантажень від змінюваності напружено-деформованого стану, яка пов'язана з резонансною взаємодією вихідних і власних форм нелінійних крайових задач та є загальною властивістю невісесиметричних систем.

Поряд з теоретичними дослідженнями під керівництвом Н.І. Ободан було проведено експериментальні дослідження деформування та несучої здатності оболонок з пошкодженнями при механічному та термосиловому навантаженні [5], дослідження технологічних залишкових напружень та їх впливу на міцність та довговічність лопаток компресорів, розроблено методики підвищення втомної міцності елементів авіаційних конструкцій, зміцнення лопаток газотурбінних двигунів, результати досліджень впроваджено в практику провідних підприємств України. Було запропоновано методики діагностики пошкодження теплозахисного покриття тонкостінних систем, методи прогнозування залишкової працездатності деформівних систем з дефектами на основі інтелектуального аналізу параметрів їх деформування [6]. Результатом дослідницької роботи прикладного характеру стали 23 авторських свідоцтва на винаходи.

З 2000 року наукові дослідження професора Н.І. Ободан присвячені розробці ідентифікаційного підходу для оцінки технічного стану спостережуваних тонкостінних систем. У роботах [7, 8] розвинено метод обернених задач до спостережуваних тонкостінних оболонкових систем для визначення невідомих навантажень, геометричних параметрів, дефектів суцільності, граничних умов, фізико-механічних властивостей матеріалу. Для розв’язання обернених задач механіки твердого тіла професором Н.І. Ободан запропоновано застосування сучасних обчислювальних технологій, таких як нейронні мережі та генетичні алгоритми [9]. Запропоновані методи та методики розрахунку використовуються у процесі моніторингу реальної несучої здатності оболонкових конструкцій при експлуатації.

У роботах [10, 11] для двовимірних систем сформульовано й розв’язано обернені задачі теорії біфуркацій двох типів: задачі визначення значень параметрів та моделей систем, що призводять до біфуркацій та задачі прогнозування біфуркацій на основі спостереження за станом системи в часі.

Науково-дослідну роботу професор Н.І. Ободан не відокремлювала від виховання майбутніх фахівців. З 1991 року Наталія Іллівна Ободан – професор кафедри обчислювальної математики і математичної кібернетики факультету прикладної математики. Під її науковим керівництвом захищено 15 кандидатських та 2 докторські дисертації. Результати наукових досліджень впроваджено у навчальний процес. В 2007 році Н.І. Ободан присвоєно почесне звання “Заслужений професор ДНУ”.

Н.І. Ободан відрізняла висока освіченість та досвід практичної роботи, широкий кругозір та системний підхід до розв’язання будь-якої проблеми. Проявом її життєствердної вдачі було різноманіття захоплень та уподобань:

література, музика, театр, живопис та архітектура.

За час наукової діяльності професором Н.І. Ободан опубліковано три монографії, розділи декількох колективних монографій і понад 500 наукових і методичних праць.

1. *Андреев Л.В., Ободан Н.И., Лебедев А.Г.* Анализ поведения геометрически нелинейных цилиндрических оболочек при неосесимметричном нагружении // Известия вузов. Машиностроение. – 1976. – № 5. – С. 5-8.
2. *Андреев Л.В., Ободан Н.И., Лебедев А.Г.* О резонансных свойствах и параметризации нелинейных решений в неосесимметричных задачах устойчивости. В кн.: Устойчивость пластин и оболочек // Саратов: изд-во Саратовск. университета. – 1981. – С. 5-8.
3. *Андреев Л.В., Ободан Н.И., Лебедев А.Г.* Устойчивость оболочек при неосесимметричной деформации. – М.: Наука. – 1988. – 208 с.
4. *Моссаковский В.И., Ободан Н.И., Железко И.П.* Влияние геометрической нелинейности на разрушение тонкостенных конструкций с трещинами // ДАН СССР, 1989. – Т. 308, № 5. – С. 1079–1081.
5. *Ободан Н.И., Адлуцкий В.Я., Пацюк А.Г., Шерстюк Г.Г.* Влияние кривизны тонкостенных элементов с трещинами на параметры разрушения // Проблемы прочности. – 2006. – № 3. – С. 75-84.
6. *Ободан Н.И., Гук Н.А.* Интеллектуальная система управления технологическим процессом с распределенными параметрами // Управляющие системы и машины. – 2007. – № 6. – С. 3-8.
7. *Ободан Н.И., Гук Н.А.* Обратные задачи в теории тонких оболочек. – Lap Lambert Academic Publishing. – 2012. – 241 p.
8. *Obodan N.I., Guk N.A.* An Algorithm for the Solution of the Inverse Problem of the Theory of Shells // J. of Mathematical Sciences. – 2014. – Volume 198. – P. 192-203.
9. *Obodan N.I., Guk N.A., Magas A.S.* Selection of the Informative Input Parameters for the Inverse Neural-Network Models of Observed Systems // J. of Mathematical Sciences. – 2018. – Volume 231, Issue 5. – Pp. 678-689
10. *Obodan N.I. Lebedeyev O.G., Gromov V.A.* Nonlinear Behaviour and Stability of Thin-walled Shells // Springer. – 2013. – 180 p.
11. *Obodan N.I., Gromov V.A.* The Complete Bifurcation Structure of Nonlinear Boundary Problem for Cilindrical Panel Subjected to Uniform External Pressure // Thin-walled structure. – 2016. – Vol. 107. – P. 612-619.

ON SCIENTIFIC CONTRIBUTION OF PROFESSOR N.I. OBODAN

A brief survey of scientific contribution of Professor N.I. Obodan in the study of thin-walled systems under non-axisymmetric deformation and development of identification approach to solving inverse and bifurcation problems is presented.

УДК 539.3

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ДЕФОРМУВАННЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ РУЙНІВНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ СКЛАДНОЇ ФОРМИ

Богдан Дробенко[1], Михайло Марчук[1],
Дмитро Клименко[2], Володимир Сіренко[2], Володимир Харченко[2],

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України
[2]Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» імені М.К. Янгеля»

drobenko@ukr.net, mv_marchuk@ukr.net, volod.kharchenko@meta.ua

Точність оцінки міцності тонкостінних конструкцій за дії інтенсивних силових експлуатаційних факторів істотно залежить від достовірності даних про їх напружено-деформований стан у процесі навантаження. Тому актуальними є дослідження процесів деформування таких конструкцій на основі уточнених теорій тонкостінних елементів і просторової моделі з урахуванням геометричної та фізичної нелінійностей. З огляду на зазначене для оцінювання міцності тонкостінних конструкцій використано методику розв’язування задач теорії пружнопластичності в приростах на основі Лагранжевого підходу в скінченно-елементному формулюванні.

Як приклад застосування такого підходу, досліджено напружено-деформований стан тонкостінного циліндричного баку високого тиску зі сферичними днищами. Циліндрична частина баку складається з великої кількості циліндричних обичайок різних типів з регулярними системами зміцнювальних стрингерів і шпангоутів на їх внутрішніх поверхнях.

Комп'ютерне моделювання процесів деформування баку за дії внутрішнього тиску виконано в рамках різних модельних припущень. Зокрема досліджено його напружено-деформований стан з використанням оболонкової, осесиметричної та тривимірної теорії пружнопластичності. Визначено найнавантаженіші зони баку, якими є відносно невеличкі околи поєднання колових шпангоутів з внутрішньою циліндричною поверхнею. Отримано оцінки знизу для руйнівного навантаження в рамках розглянутих моделей.

COMPUTER MODELING OF DEFORMATION PROCESSES AND DETERMINATION OF DESTRUCTIVE LOADS FOR THIN-WALLED CONSTRUCTIONS OF COMPLEX FORM

The stress-strain state of a thin-walled structure of complex geometric shape under pressure is studied within the model of a geometrically and physically non-linear three-dimensional solid. The destructive pressure is determined. The results obtained within the theory of shells and the approach of an axisymmetric body are also given. The comparative analysis of obtained results is fulfilled.

УДК 539.3

АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ПРУЖНОГО ЗГИНУ БАГАТОШАРОВОЇ КРУГОВОЇ АРКИ ПІД ДІЄЮ РІВНОМІРНО РОЗПОДІЛЕНОГО НОРМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Станіслав Ковальчук[a], Олексій Горик[b]

Полтавська державна аграрна академія

[a]stanislav.kovalchuk@pdaa.edu.ua, [b]oleksii.goruk@pdaa.edu.ua

Кругові арки та бруси є достатньо поширеними елементами будівельних і машинобудівних конструкцій. Заміна однорідного матеріалу багатошаровою структурою, за умови правильного підбору матеріалів шарів, їх черговості та товщини, може забезпечити необхідний рівень міцності таких елементів одночасно із значним зниженням ваги. Однак, недостатній рівень розвитку аналітичної теорії згину багатошарових кругових брусів є додатковою перешкодою на шляху їх ефективного проектування.

Серед відомих робіт, присвячених задачам теорії пружності багатошарових кругових брусів [1-4], найбільш загальною можна вважати роботу [3], де отримано розв'язок задачі згину ділянки багатошарового бруса під дією рівномірного нормального навантаження на зовнішній циліндричній поверхні. Застосований у даній роботі пошаровий підхід є природним для багатошарових елементів, проте призводить до громіздких співвідношень.

Метою даної роботи є отримання аналітичного розв'язку подібної до [3] задачі для кругової арки, але у випадку навантаження обох циліндричних поверхонь. При цьому передбачається застосування континуального підходу розвинутого у [4], що дозволяє зменшити кількість невідомих сталих та отримати співвідношення відразу для усього пакету шарів.

Задача розглядалась у наступній постановці: ділянка вузького ($b << h$) багатошарового бруса із круговою віссю, який складається з m шарів ортотропних матеріалів, однорідних або неперервно-неоднорідних у радіальному напрямі, перебуває в рівновазі під дією нормальних рівномірних навантажень інтенсивністю p_ς ($\varsigma = 1, 2$) та зусиль $N_{\theta\varsigma}, Q_{r\varsigma}, M_{y\varsigma}$ у крайніх перерізах. Шари бруса з'єднані абсолютно жорстко, деформації пружні.

Розв'язок задачі отримано як суперпозицію розв'язку [4] та побудованого, із застосуванням аналогічного підходу, розв'язку для багатошарової кругової консолі із рівномірним нормальним навантаженням на циліндричних поверхнях. Обидва згадані розв'язки отримані із допущенням узагальненого плоского напружено-деформованого стану (НДС), як розв'язки рівнянь плоскої задачі теорії пружності.

Отримані співвідношення містять 6 початкових параметрів: 3 кіне-

матичні ($u_r|_{\theta=0,r=r_1}, u_\theta|_{\theta=0,r=r_1}, u_\theta|_{\theta=0,r=r_2}$) та 3 статичні ($N_{\theta 1}, Q_{r1}, M_{y1}$), які дають можливість задати 6 незалежних переміщень для 4-х точок ділянки. Це дозволило застосувати побудований розв'язок для розгляду задач згину кругових багатошарових арок із різними типами закріплень торців.

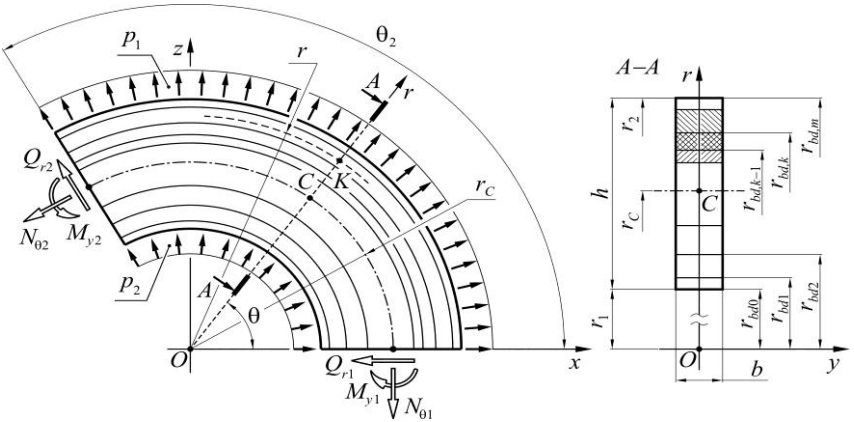


Рис. 1. Ділянка багатошарового кругового бруса та його поперечний переріз

Побудований розв'язок може бути безпосередньо застосований для прогнозування міцності та жорсткості кругових багатошарових арок, а також для побудови прикладних методів визначення НДС кругових багатошарових брусів із більш складними комбінаціями навантажень.

1. *Tolf G.* Stresses in a Curved Laminated Beam // Fibre Science and Technology. − 1983.− 19(4) .− P. 243–267.
2. *Ko W. L., Jackson R. H.* Multilayer Theory for delamination Analysis of a Composite Curved Bar Subjected to End Forces and End Moments // Composite Structures 5. − 1989. − P. 173–198.
3. *Wang M., Liu Y.* Elasticity solutions for orthotropic functionally graded curved beams // European Journal of Mechanics. – A/Solids. − 2013. − 37. −P. 8–16.
4. *Koval'chuk S. B., Goryk A. V.* Elasticity Theory Solution of the Problem on Bending of a Narrow Multilayer Cantilever with a Circular Axis by Loads at its End // Mechanics of Composite Materials. − 2018. − 54(5) . − P. 605–620.

ANALYTICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF ELASTIC BENDING OF A MULTILAYERED CIRCULAR ARC UNDER THE ACTION OF A UNIFORMLY DISTRIBUTED NORMAL LOAD

An analytical solution of the plane problem of the elasticity theory for a multilayered arc with a circular axis bending in its own plane under the action of a normal load uniformly distributed on cylindrical surfaces is obtained

УДК 539.3

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗЕМНОЇ КОРИ У ПРОЦЕСІ ЗАПОВНЕННЯ ВОДОСХОВИЩА

Наталія Козакова

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

kozakova.natali@gmail.com

Затоплення і підтоплення прибережних земель водосховищ, заболочення і заростання їх берегів викликають трансформацію земель, деградацію рослинного і тваринного світу, відмирання і загнивання рослинних решток, заболочування акваторій і узбережь, що загрожують населеним пунктам і народногосподарським об'єктам, обмежують можливості рекреаційного використання водосховищ. Дослідження актуальних проблем підтоплення і затоплення земель в зоні впливу водосховищ з метою стабілізації розвитку і управління такими природно-антропогенними процесами і є предметом досліджень. У геомеханіці і при проектуванні земельних споруд доводиться виконувати розрахунок напружено-деформованого стану масиву порід, який в більшості випадків включає пошук розв'язку крайової задачі теорії пружності в постановці плоскої деформації.

Розглядається система, що займає плоску область

$$\Omega = \bigcup_{k=1}^{3} \Omega^{(k)},\ \Omega^{(1)} = \{(x,y),\ x \in [-L, L],\ y \in [-h_2, 0]\},$$

$$\Omega^{(2)} = \{(x,y),\ x \in [L-l, L],\ y \in [0, -h_1]\},$$

$$\Omega^{(3)} = \{(x,y),\ x \in [-L, l-L],\ y \in [0, -h_1]\}.$$

На межу Γ_q області з питомою вагою ρ діє розподілене поверхневе нормальне навантаження

$$\tilde{q}(x,y) = \begin{cases} -q_{\max}, & \text{якщо} \quad 0 \le x \le L-l,\ y = 0, \\ \dfrac{h-y}{h} q_{\max}, & \text{якщо} \quad x = L-l,\ 0 \le y \le h. \end{cases}$$

Крайові умови введемо так:
на верхній межі області ($y = h_1$)

$$\sigma_{22} = 0,\ \sigma_{12} = 0,\ \text{для всіх} \quad l \le x \le L-l.$$

Для всіх $y = -h_2$, $-L \le x_1 \le L$, маємо

$$u = 0,\ v = 0.$$

За умови симетрії маємо

$$u = 0, v = 0, \sigma_{12} = 0, \text{ для } \ x = 0, -h_2 \le y \le 0.$$

Крайовій задачі відповідає варіаційна постановка: необхідно знайти вектор $W = \left\{u,\ v, \varepsilon_{ij}\right\}, i,\ j = 1, 2,$ такий, що

$$W = \arg\min_{W \in \overline{W}} J(W)\ ,$$

де повний функціонал

$$J\left(W\right) = \int_{\Omega} (\frac{1}{2}\ \lambda\theta^2\ + 2\mu\varepsilon_{ij}\ \varepsilon_{ij} + \rho g v) d\Omega - \int_{\Gamma_q} \overline{q} \cdot \overline{u} d\Gamma\ ;$$

ε_{ij} – значення деформацій, що виражені через переміщення;

$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y;\ \ \lambda = \dfrac{\upsilon E}{\left(1+\upsilon\right)\left(1-2\upsilon\right)},\ \mu = \dfrac{E}{2\left(1+\upsilon\right)}$ – коефіцієнти Ляме;

E – модуль Юнга; υ – коефіцієнт Пуассона.

Для розв’язання варіаційної задачі, яка моделює напружено-деформований стан земної кори у процесі заповнення водосховища, застосовується підхід, заснований на скінчено-елементних апроксимаціях і процедурах локального варіювання. Розв’язок варіаційної задачі будується методом послідовних наближень [1]. Після вибору початкового наближення, що задовольняє обмеженням, кожна з ітерацій виконує послідовно локальне варіювання шуканого розв’язку для всіх вузлів і здійснює мінімізацію функціоналу.

1. *Моссаковский В.И., Гудрамович В.С., Макеев Е.М., Никитин П.И.* Контактное взаимодействие оболочечных конструкций с опорными основаниями при усложненных условиях эксплуатации // Проблемы прочности. – 1985. – № 10. – С. 108–114.

MODELING OF THE STRESS-STRESSED STATE OF THE CRUST IN THE PROCESS OF FILLING THE RESERVOIR

A variational problem that models the stress-strain state of the crust in the process of filling a reservoir is solved. An approach based on finite element approximations and local variation procedures was applied. The solution of the variational problem is constructed by the method of successive approximations.

УДК 539.3

ДО ПИТАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ ТРИШАРОВИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ МЕТОДОМ ПРОДОВЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗА ПАРАМЕТРОМ

Олексій Кудін, Сергій Чопоров

Запорізький національний університет

avk256@gmail.com, s.choporoff@gmail.com

Сучасні дослідження напружено-деформованого стану, стійкості та несучої здатності шаруватих оболонкових елементів конструкцій характеризуються тенденцією до побудови уточнених математичних моделей [4].

Метою роботи є побудова функціоналу повної потенціальної енергії тришарових оболонок обертання з нелінійним за Г. Каудерером [2] заповнювачем та розв'язання задачі статичної стійкості при дії комбінованих навантажень.

Введення безрозмірних параметрів, аналогічно [1], дозволяє представити геометричні та фізичні співвідношення теорії оболонок в найбільш загальному вигляді.

Для розв'язання задачі визначення критичних навантажень використовується підхід на базі методу Рітца та методу продовження розв'язку за параметром [3].

Виконано числові розрахунки для циліндричних та конічних оболонок та порівняння отриманих результатів з відомими в літературі

1. *Карпов В.В., Семенов А.А.* Безразмерные параметры в теории подкрепленных оболочек // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2015. - №3. – С. 74-94.
2. *Каудерер Г.* Нелинейная механика. – М.: Изд–во иностр. лит., 1961. – 777 с.
3. *Петров В.В.* Нелинейная инкрементальная строительная механика. – М.: Инфра-Инженерия, 2014. – 480 с.
4. *S.M.R. Khalili*. Buckling analysis of composite sandwich plates with flexible core using improved high-order theory // Mechanics of Advanced Materials and Structures. – 2015. – vol. **22(4)**.

TO THE QUESTION OF STUDYING THE STATIC STABILITY OF SANDWICH SHELLS OF REVOLUTION USING PARAMETER CONTINUATION METHOD

Full energy functional for sandwich shells of revolution with anisotropic outer layers and a nonlinearly elastic isotropic core are proposed. A technique for solving the static buckling problem is described, which includes the Ritz method and the method of consecutive loading. The obtained solution is compared with other works.

УДК 539.3

ВАРІАЦІЙНО-СТРУКТУРНИЙ МЕТОД ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНОГО ЗГИНУ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ ПЛАСТИН СКЛАДНОЇ ФОРМИ

Лідія Курпа, Ганна Лінник, Катерина Любицька, ІринаМорачковська

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

lyubitska@gmail.com, kurpalidia@gmail.com, linnik2105@gmail.com, i.morachkovska@gmail.com

В останні роки функціонально-градієнтні матеріали (ФГМ) завдяки своїм властивостям доволі широко застосовуються при виготовленні різних елементів сучасних конструкцій. Тому є актуальними питання, які пов’язані з розрахунком пластинчатих елементів на згин, коливання, міцність тощо.

В даній роботі запропоновано метод дослідження геометрично-нелінійного згину тонких ФГ пластин із складною геометрією плану, які спочивають на пружній основі типу Вінклера, та знаходяться під впливом поперечного нерівномірно розподіленого навантаження. Математична постановка ґрунтується на класичній геометрично-нелінійній теорії пластин Кармана з урахуванням пружної основи. Вважається, що властивості ФГМ змінюються вздовж товщини пластини від металу до кераміки за степеневим законом. Вихідну систему рівнянь лінеаризовано методом послідовних навантажень [1]. Одержані при цьому розв’язки уточнюються методом Ньютона-Канторовича. На кожному кроці навантаження для розв’язання крайової задачі застосовано варіаційний метод Рітця в поєднанні з теорією R-функцій [2], яка дозволяє будувати послідовності координатних функцій для довільних областей та граничних умов.

Проведено тестування та виконано чисельний експеримент для пластин складної геометричної форми при варіюванні геометричних, механічних параметрів пластин та типу їх навантаження.

1. *Петров В.В.* Метод последовательных нагружений в нелинейной теории пластин и оболочек. Саратов, 1975. – 119 с.
2. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. К., 1982. - 552 с

VARIATION-STRUCTURAL METHOD FOR THE BENDING INVESTIGATION OF FUNCTIONAL-GRADIENT PLATES WITH COMPLEX GEOMETRY

Nonlinear bending analysis for thin FGM plates with complex plan form on the Winkler type foundation subjected to a transverse load is presented. The proposed approach is based on the combination of the step-by-step loading, Newton-Kantorovich and the R-function methods. The effectiveness of the method offered is illustrated by example of the FGM plate of complex planform at different boundary conditions and load types.

УДК 539.3

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ R-ФУНКЦІЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ШАРУВАТИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК АСИМЕТРИЧНОЇ БУДОВИ

Лідія Курпа, Галина Тимченко, Андрій Осетров, Тетяна Щербініна

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

kurpalidia@gmail.com, gntimchenko2000@gmail.com, andy.osetrov@gmail.com

Широке використання багатошарових пологих оболонок різної геометричної форми, як конструктивних елементів багатьох сучасних конструкцій, спонукає розвинення числових або аналітично-числових методів для їх дослідження. Останні особливо привабливі для багатоваріантних розрахунків, які необхідні при проектуванні конструкцій.. Більш ніж 50 років тому академіком НАН України В.Л. Рвачовим було запропоновано теорію R- функцій [2], застосування якої для вирішення задач математичної фізики у разі складних областей, виявилось досить ефективним. Раніш метод R-функцій було використано для дослідження багатошарових оболонок симетричної будови. У даній роботі представлено алгоритм розв’язання задач про геометрично нелінійні коливання пологих оболонок асиметричної будови. Для зведення вихідної нелінійної системи рівнянь руху з частинними похідними до системи звичайних диференціальних рівнянь використано такий же підхід, як і в роботі [1], але для його реалізації було побудовано нові варіаційні постановки допоміжних задач. Розроблений метод програмно реалізовано та застосовано для вирішення як тестових задач, так для дослідження пологих оболонок складної геометричної форми з різними типами граничних умов.

1. *Kurpa Lidiya, Timchenko Galina, Osetrov Andrey, Shmatko Tetyana.* Nonlinear vibration analysis of laminated shallow shells with clamped cutouts by the R-functions method // Journal of Nonlinear Dynamics. – 2018. – **93** (1). – P. 133–147.
2. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.

APPLICATION OF THE R_FUNCTIONS THEORY FOR INVESTIGATION OF GEOMETRICALLY NONLINEAR VIBRATIONS OF ASYMMETRICAL LAMINATED SHALLOW SHELLS

Approach based on joint application of the R-functions theory and variational method is developed in order to study geometrically nonlinear vibrations of the laminated shallow shells in asymmetrical arrangement of layers. Mathematical formulation has used classical and Timoshenko’s theories. Created software is applied to investigate open shallow shells with complex plan form and different boundary conditions.

УДК 539.3

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНОЇ ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ ЗА НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ ПРО ТЕПЛОВЕ НАВАНТАЖЕННЯ

Роман Кушнір, Анатолій Ясінський, Юрій Токовий

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України

dyrector@iapmm.lviv.ua; yasinskyy.anatoliy@gmail.com; tokovyy@gmail.com

Визначення теплового і термонапруженого станів деталей працюючого технологічного обладнання часто ускладнюється через відсутність повної інформації про їх теплове навантаження. Це може бути зумовлене, зокрема, обмеженням доступу до частини межової поверхні.

У роботі сформульовано задачу визначення теплового і термонапруженого станів радіально-неоднорідної порожнистої кулі, коли теплове навантаження на одній із її межових поверхонь невідоме. За додаткову інформацію для розв’язування сформульованої задачі використано поведінку в часі радіальних переміщень межової поверхні кулі, теплове навантаження на якій є відомим. З використанням методу безпосереднього інтегрування диференціальних рівнянь термопружності [1] запропоновано методику зведення сформульованої задачі до оберненої задачі термопружності [2]. На основі методу скінченних різниць розроблено числовий алгоритм побудови розв’язку отриманої оберненої задачі. Досліджено і обґрунтовано коректність побудованого числового алгоритму та його стійкість до малих похибок вхідних даних. Для конкретних залежностей теплових і механічних характеристик матеріалу від радіальної координати проведено числову апробацію запропонованої методики.

1. *Tokovyy Yu*. Direct integration method // Encyclopedia of Thermal Stresses / R. B. Hetnarski (ed.). – Dordrecht: Springer, 2014. – **1**. – P. 951–960.
2. *Yasinskyy A*. Determination and optimization of stress state of bodies on the basis of inverse thermoelasticity problems // Encyclopedia of Thermal Stresses / R.B. Hetnarski (ed.). – Dordrecht: Springer, 2014. – **3**. – P. 916–924.

DETERMINATION OF THERMO-STRESSED STATE OF A FUNCTIONALLY-GRADED HOLLOW SPHERE UNDER INCOMPLETE INFORMATION ABOUT THE THERMAL LOADING

A problem on the identification of thermal and thermo-stressed states of a functionally-graded hollow sphere is formulated for the case when the thermal loading on one of the limiting surfaces is unknown. By means of the finite difference method, a numerical algorithm is suggested for the inverse thermoelasticity problem, to which the original problem was reduced. The algorithm has proven to be stable to small errors in the input data.

УДК 539.3

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН СКЛАДЕНИХ ТІЛ ПРИ ДІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

Денис Лавінський, Олег Морачковський

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

denis.lavinsky@ukr.net; morachko@ukr.net

Електромагнітне поле (ЕМП) є невід'ємною умовою роботи для великої кількості технічних та технологічних систем. У технологічних процесах енергія ЕМП використовується, наприклад, для здійснення високо інтенсивного теплового та силового впливу. Велика група технологічних операцій, які використовують енергію ЕМП для створення силового впливу на заготовку, об'єднується під назвою магнітно-імпульсна обробка матеріалів (МІОМ). Один із класів технологічних операцій МІОМ передбачає притягнення металевих заготовок. Для притягнення електропровідних заготовок із не феромагнітних матеріалів (із відносною магнітною проникністю менше одиниці) з метою виправлення дефектів (вм'ятин) у роботі [2] показано, що можна використовувати індуктор із допоміжним екраном. Ефективність технологічних систем магнітно-імпульсної обробки матеріалів (МІОМ) визначається працездатністю індуктора, оцінювання якої є можливим лише на основі аналізу розподілу векторних характеристик ЕМП та тензорних характеристик напружено-деформованого стану (НДС). У роботі [1] запропоновано ефективний комплексний підхід до подібного аналізу.

У даній роботі надані результати із застосування запропонованого підходу до аналізу НДС системи «багатовитковий індуктор із допоміжним екраном – заготовка». На рис. 1 наведено розрахункову схему багатовиткового індуктора із допоміжним екраном разом із заготовкою, яка має вм'ятину. Розрахункова схема містить: 1 – багатовитковий струмопровід (мідь); 2 – допоміжний екран (немагнітна сталь); 3 – діелектричний бандаж (капролон); 4 – заготовка (немагнітна сталь), 5 – оточуюче середовище (повітря). На першому етапі проводились розрахунки з визначення просторово-часових розподілів основних векторних характеристик ЕМП, джерелом ЕМП розглядався струм, рівномірно розподілений по перерізу кожного витка струмопроводу. На другому етапі проводився аналіз НДС елементів розрахункової схеми при максимальних (у часовому діапазоні) значеннях векторних характеристик ЕМП. Розрахунки проводились методом скінченних елементів, в якості базового використовувався трикутний вісесиметричний скінченний елемент із лінійною апроксимацією векторного

магнітного потенціалу та переміщень.

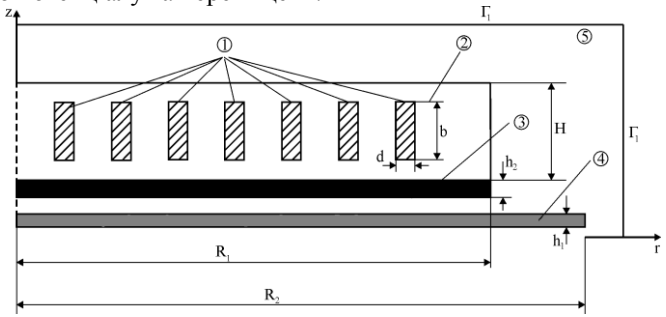


Рисунок 1

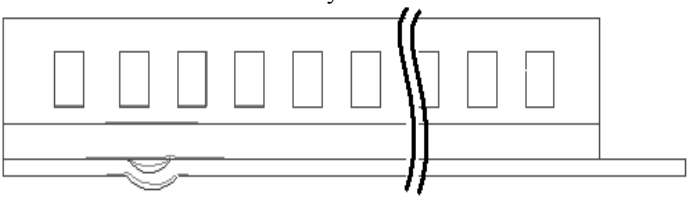


Рисунок 2

На рис. 2 наведена змінена форма елементів розрахункової схеми. Видно, що найбільш інтенсивно деформування відбувається безпосередньо в околі вм'ятини. Було проведено серію розрахунків, у яких варіювались деякі конструкційні та експлуатаційні параметри індуктора. Аналіз розрахункових даних дозволив визначити раціональні значення параметрів, за яких індуктор залишається працездатним та, одночасно, досягається мета технологічної операції.

1. *Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Lavinsky D.* Inelastic deformation of conductive bodies in electromagnetic fields // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2016. – **28**, № 5. – P. 1421–1433.
2. *Batygin Y. V., Golovashchenko S. F., Gnatov A. V.* Pulsed electromagnetic attraction of nonmagnetic sheet metals // Journal of Materials Processing Technology. – 2014.– **214**, № 2. – P. 390–401.

STRESS-STRAIN STATE OF COMPOUND BODIES UNDER THE ACTION OF ELECTROMAGNETIC FIELD

The article considers the deformation of compound bodies under the action of electromagnetic field. As an example the deformation of the compound multi turn coil with an assistant screen and the workpiece under the technological operation of electromagnetic forming is studied. The problem was solved by numerical method which based on the finite element method. The distribution of electromagnetic field is defined and deformation of the coil and workpiece is analyzed.

УДК 539.3, 616.717.51-089.28

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СТРУКТУРНЫХ 3D ИМПЛАНТАТОВ ИЗ ПОЛИАКТИДА НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ФИКСАЦИИ ТРЕХФРАГМЕНТАРНОГО ПЕРЕЛОМА ПЛЕЧЕВОЙ КОСТИ

Владимир Липовский[1], Василий Макаров[2]

[1]Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара
[2]ГУ Специализированная многопрофильная больница №1 МЗ Украины, г. Днепр

lealvi@ukr.net, vasylmakarov2010@gmail.com

В биомеханическом расчетно-экспериментальном исследовании рассмотрен метод фиксации смоделированного перелома проксимального отдела плечевой кости (тип 11-C1 по классификации AO/OTA), а именно: - накостный металлоостеосинтез пластиной с угловой стабильностью PHILOS и 3,5 мм блокируемыми кортикальными и спонгиозными винтами с дополнительным армированием и без армирования фрагмента головки двумя структурными 3D имплантатами. Структурный 3D имплантат изготовлен из полилактида Ingeo™ Biopolymer 4032D.

В исследовании в качестве плечевой кости использована композитная модель #3404 плечевой кости фирмы «Sawbones». Экспериментальная оценка различных методов фиксации представлена в работе [1]. Как показал эксперимент, рассматриваемый в работе метод фиксации перелома плечевой кости является наилучшим из рассмотренных. Изучение влияния вида структурных 3D имплантатов для лучшей фиксации трехфрагментарного перелома выполнено при помощи численного моделирования для двух форм 3D имплантатов.

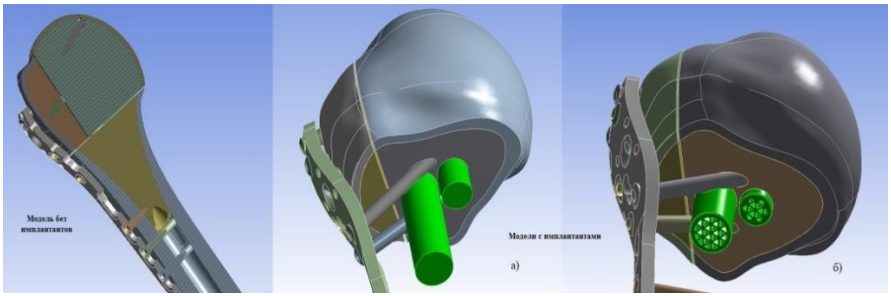


Рис. 1. Фрагменты моделей анализируемых конструкций

Рассмотрены две формы 3D имплантата: цилиндрическая и модифицированная с решетчатыми пустотами, полученная при помощи 3D печати. На рис. 1 представлены фрагменты 3D моделей без имплантатов и с

различными имплантатами: а) цилиндрический и б) модифицированный. Физическое моделирование всех материалов выполнено при помощи изотропной линейной модели со следующими физико-механические характеристиками: для кортикальной кости (модуль Юнга E= 12,65 ГПа, коэффициент Пуассона ν=0.3, плотность ρ=1640 кг/м^3, допускаемое напряжение [σ]= 157 МПа), для спонгиозной кости (E=47 МПа, ν=0.48, ρ=200 кг/м^3, [σ]=3,9МПа), для структурного имплантата из полимолочной кислоты (PLA) (E=1,28 ГПа, ν=0.36, ρ=1252 кг/м^3, [σ]= 70МПа) и для стали EN14301 (E=200 ГПа, ν=0.28, ρ=7800 кг/м^3, [σ]=220,0 МПа).

При помощи пакета прикладных программ Ansys выполнено расчетно-экспериментальное сравнение оценки жесткости моделей в диапазоне нагружения до 500Н при угле 0^0 наклона кости во фронтальной плоскости. Анализ влияния структурных 3D имплантатов выполнен для расчетного случая, которое повторяет физиологические нагрузки на проксимальную часть плечевой кости при отведении на 90º. Анализ сравнения экспериментального и численного моделирования позволяет сделать следующие выводы: - имплантаты позволяют разгрузить силовые элементы соединения, а именно пластину и винты; - имплантаты в рассматриваемом диапазоне нагружения не изменяют жесткость системы; - имплантаты в соединении выполняют дополнительную функцию фиксации винтов соединения; - рассмотренные модели и все ее элементы удовлетворяют требованиям прочности.

Замена цилиндрической формы имплантата на модифицированную форму является целесообразной, так как в этом случае уменьшается зона разрушения для спонгиозной кости от верхней кромки края цилиндра. Предлагаемая модифицированная форма позволяет увеличить площадь контакта имплантата с спонгиозной костью, что увеличивает скорость его растворения, а его пустоты использовать для размещения дополнительного лекарства, например, плазмы крови.

1. *Макаров В.Б., Липовский В.И., Левадный Е.В., И. Бойко И.В., Лазаренко Г.О.* Экспериментальное исследование жесткости фиксации трехфрагментарного перелома проксимального отдела плечевой кости. Ортопедия, травматология и протезирование – 2018 - № 4, с. 115-121.

CALCULATION-EXPERIMENTAL STUDY OF THE EFFECT OF STRUCTURAL 3D POLYACTIC IMPLANTS ON THE STRENGTH AND HARDNESS OF THE FIXATION OF THREE FRAGMENTARY FRACTURE OF THE HUMERUS

The results of an experimental study and numerical simulation of fixation of a fracture of the humeral head with the plate osteosynthesis plate with PHILOS angular stability and 3.5 mm blockable cortical and spongy screws of stainless steel with additional reinforcement of the head fragment with various structural 3D polylactic acid implants are presented.

УДК 539.3

ЗАСТОСУВАННЯ МОМЕНТНОЇ СХЕМИ СКІНЧЕННОГО ЕЛЕМЕНТУ У КОНТАКТНИХ ЗАДАЧАХ

Наталія Манько, Оксана Спиця, Сергій Гоменюк, Сергій Гребенюк

Запорізький національний університет

manko.nataly2017@gmail.com, spytsa.o.g@gmail.com, gserega71@gmail.com, gsm1212@ukr.net

Контактні задачі є одними з найскладніших задач механіки деформівного твердого тіла. Це пов'язане з необхідністю враховувати зміну граничних умов у процесі взаємодії двох і більше тіл. Як правило, зона контакту тіл є невідомою і визначається в ітераційному процесі розв'язання задачі. Зважаючи на це основними методами розв'язання контактних задач є чисельні методи, такі як метод скінченних елементів.

Однак, не завжди можливо точно описати постановку задачі за допомогою дискретного представлення методом скінченних елементів. Так, одним із основних типів контактних задач є задачі взаємодії штампів із основами, напівпросторами тощо. Тобто коли взаємодіючий об'єкт має один або більше нескінченних розмірів. Точне відтворення постановки задачі неможливе тому що потребує дискретизації об'єкту нескінченних розмірів нескінченною кількістю традиційних скінченних елементів. У цьому випадку штучно зменшують розміри об'єкту до скінченних розмірів, так щоб вплив відкинутої частини об'єкту був незначним. Це потребує додаткових чисельних досліджень для підбору раціональних розмірів моделі об'єкту.

Крім того певних труднощів додає дослідження деяких класів матеріалів із специфічними властивостями. Одним із таких матеріалів є гума, якій притаманні слабка стисливість, здатність випробовувати значні деформації без руйнування, в'язкопружність та інші. Врахування цих особливостей призводить до громіздких математичних моделей, а деякі особливості неможливо врахувати із використання традиційних методів. Так, при слабкій стисливості коефіцієнт Пуассона прямує до 0,5 і, відповідно, деякі коефіцієнти тензора пружності прямують до нескінченності, що унеможливлює розв'язок задачі.

Для подолання вищезазначених математичних складнощів модифікують існуючі методи та підходи та розроблюють нові. Так, для врахування слабкої стисливості матеріалу, а також уникнення інших негативних властивостей традиційного методу скінченних елементів (зміщення скінченного елементу як абсолютно жорсткого цілого, ефект «хибного» зсуву) запропоновано моментну схему скінченного елементу для слабкостисливих матеріалів [2]. Суть цієї модифікації полягає у потрійній апроксимації компонентів вектору

переміщень, компонентів тензору деформацій та функції зміни об'єму.

Для паралелепіпедного скінченного елементу компоненти вектору переміщень, компоненті тензору деформацій та функція зміни об'єму розкладаються у ряд Маклорена у околі початку системи координат скінченного елементу $Ox_1x_2x_3$:

$$u_{k'} = \sum_{pqr} \omega_{k'}^{(pqr)} \psi^{(pqr)} ; \tag{1}$$

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{stg} e_{ij}^{(stg)} \psi^{(stg)} ; \tag{2}$$

$$\theta = \sum_{\alpha\beta\gamma} \xi^{(\alpha\beta\gamma)} \psi^{(\alpha\beta\gamma)} , \tag{3}$$

де $\omega_{k'}^{(pqr)}$, $e_{ij}^{(stg)}$, $\xi^{(\alpha\beta\gamma)}$ – коефіцієнти розкладання, $\psi^{(pqr)}$ – степеневі функції.

Для опису нескінченних розмірів у одному із напрямів запропоновано тривимірний «напівнескінченний» скінченний елемент на основі моментної схеми із спеціальними функціями форми для моделювання нескінченності.

Крім того, враховуючи те що модуль пружності гуми значно менше модуля пружності металевих елементів, металеві елементи можна вважати абсолютно жорсткими і врахувати ці особливості у підходах до розв'язання контактних задач.

На основі описаних моделей створено пакет програм у програмному комплексі «МІРЕЛА+» [1], за допомогою якого розв'язано низку контактних задач.

1. *Дырда В. И., Гребенюк С. Н., Гоменюк С. И.* Аналитические и численные методы расчета резиновых деталей. – Днепропетровск-Запорожье: Запорожский национальный университет, 2012. – 370 с.
2. *Киричевский В. В.* Метод конечных элементов в механике эластомеров. – К.: Наукова думка, 2002. – 655 с.

APPLICATION OF THE MOMENT FINITE ELEMENT SCHEME IN CONTACT PROBLEMS

Based on the moment finite element scheme, an approach to solving contact problems is proposed. The weak compressibility of the material is modeled. Special finite element is designed to simulate infinite construction dimensions.

УДК 539.3; 678.067

ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕХРЕСНО АРМОВАНИХ КОМПОЗИТІВ З УРАХУВАННЯМ ПРОСТОРОВОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

Михайло Марчук[1,2], Володимир Харченко[1,3], Микола Хом'як[1,4], Віра Пакош[1]

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України
[2]Національний університет «Львівська політехніка»
[3]Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля»
[4]Львівський національний університет імені Івана Франка

mv_marchuk@ukr.net, volod.kharchenko@meta.ua, v_pakosh@ukr.net

Армовані композиційні матеріали на полімерній основі є невід'ємною та значною складовою сучасних конструкцій ракетно-космічної техніки. Розрахунок на міцність конструкцій із таких матеріалів потребує детальної інформації про їх фізико-механічні характеристики, оскільки їм притаманні такі особливості деформування, як податливість до трансверсального зсуву та стиснення. Особливо це актуально для випадку шаруватих композитів при використанні програмних пакетів скінченно-елементного аналізу.

Для знаходження фізико-механічних характеристик перехресно армованого полімерного композитного матеріалу на основі даних про термопружні властивості шарів побудована тривимірна модель з урахуванням просторового характеру напружено-деформованого стану.

Шляхом використання матричної форми співвідношень термопружності Дюамеля-Неймана отримані уточнені формули для визначення ефективних пружних констант і коефіцієнтів температурного розширення.

Показана адекватність відображення побудованою моделлю специфічних ефектів при деформуванні сучасних композитів, зокрема, можливість визначати діапазон кутів армування, при яких проявляються ауксентичні властивості.

Побудована структурна модель шаруватого композиційного матеріалу дозволяє шляхом розрахунків на міцність повною мірою показати переваги композиційних матеріалів у порівнянні з традиційними.

PHYSICAL-MECHANICAL CHARACTERISTICS OF CROSS REINFORCED COMPOSITES TAKING INTO ACCOUNT THE SPATIAL STRENGTH-STRESSED STATE

The structural model of layered composite material, which allows to reveal specific effects at deformation of modern composites, is constructed.

УДК 539.3

ВПЛИВ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ТЕПЛОВИХ І МЕХАНІЧНИХ УМОВ НА ПЕРЕРОЗПОДІЛ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У ВІДПАЛЕНИХ ВИРОБАХ ТА ЙОГО РОЗРАХУНОК МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Віра Михайлишин

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України

vira.mykhailyshyn@gmail.com

Відпал виробів є поширеним способом релаксації небажаних залишкових напружень. Прогнозування поведінки виробів із залишковими напруженнями в різних технологічно передбачуваних умовах, пов'язаних з впливом температури чи прикладенням механічних зусиль, є важливою практичною та прикладною проблемою. В даній роботі запропоновано підхід до оцінки напружень в процесі їх формування від початку впливу відомих термічних і (або) механічних факторів до їх завершення в тілах, виробах, елементах конструкцій з попередньо набутими залишковими напруженнями. Цей підхід включає як формулювання задачі теплопровідності для шуканих нестаціонарних теплових процесів та задачі термопластичності [1] про визначення параметрів механічних процесів, так і наближений на основі методу скінченних елементів спосіб розв'язування цих задач.

Сформульовано в два наступних етапи квазістатичну геометрично лінійну задачу про термонапружений стан для ізотропних пластично деформівних, термочутливих та зміцнюваних тіл при їх відпалі та наступній дії температурних та (або) силових факторів, що моделюють експлуатаційні умови відпалених виробів. Цими етапами є: 1) оцінка релаксованих в кінці відпалу напружень; 2) оцінка напружень у навантажених після відпалу тілах.

Використана в даній роботі теорія пластичності базується на рівнянні стану [1] для ізотропних анізотропно зміцнюваних термочутливих матеріалів:

$$\{d\sigma\} = \left([D]^{t+dt} - \frac{9}{4\left(\bar{\sigma}_i^{\,t}\right)^2} \cdot \frac{[D]^{t+dt} \{\bar{s}\}^t \{\bar{s}\}^{t\,\prime} [D]^{t+dt}}{H^t + 3G^{t+dt}} \right) \left(\{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^T\} \right) +$$

$$+ \left([dD] - \frac{9}{4\left(\bar{\sigma}_i^{\,t}\right)^2} \cdot \frac{[D]^{t+dt} \{\bar{s}\}^t \{\bar{s}\}^{t\,\prime} [dD]}{H^t + 3G^{t+dt}} \right) \left(\{\varepsilon\}^t - \{\varepsilon^p\}^t - \{\varepsilon^T\}^t \right) + \qquad (1)$$

$$+\frac{3}{2\bar{\sigma}_i^{\,t}}\cdot\frac{[D]^{t+dt}\,\{\bar{s}\}^{t}\,\dfrac{\partial\tilde{\tilde{\sigma}}_i^{\,t}}{\partial T}}{H^{t}+3G^{t+dt}}dT \quad .$$

У формулі (1) позначено через $[D]$ матрицю пружних сталих; через $[dD]$ – матрицю приросту пружних сталих матеріалу, зумовлених зміною температури; через G – модуль пружності при зсуві; через H – поточне значення тангенса кута нахилу кривої деформування матеріалу. Величини $\{\sigma\}$, $\{\varepsilon\}$, $\{\bar{s}\}$, σ_i означають відповідно вектори напружень Піоли-Кіргофа II роду, деформацій Гріна, девіаторних напружень, віднесених до центру поверхні текучості, та інтенсивність напружень. Через $\bar{\sigma}_i$ позначено інтенсивність напружень, віднесених до центру поверхні текучості; через $\tilde{\tilde{\sigma}}_i$ – інтенсивність напружень Коші, через ε_i – інтенсивність деформацій. Верхні індекси t, p, T вказують відповідно на момент часу, на пластичні та температурні складові вектора деформацій. Сформульована на основі рівняння стану (1) фізично нелінійна задача включає рівняння (1), рівняння рівноваги, геометричні лінійні співвідношення, критерій пластичності та відповідні крайові умови.

Розроблено відповідне програмне забезпечення на основі методу скінченних елементів.

Досліджено напружений стан у тонкому круглому диску з концентричним отвором для трьох варіантів силового і (або) температурного навантаження після відпалу: 1) силове навантаження прикладене до границі отвору; 2) дія стаціонарного логарифмічно розподіленого в радіальному напрямку температурного поля із відомою температурою на границі отвору та нульовою температурою на зовнішній границі диску; 3) сумісний вплив тиску на границю отвору та стаціонарного температурного поля.

1. *Морозов Е.М., Никишков Г.П., Черныш Т.А.* Неизотермическая модель упругопластического тела с комбинированным законом упрочнения и ее применение для МКЭ-расчета тел с трещинами // Аналитические и численные методы решения краевых задач пластичности и вязкоупругости. – Свердловск: Уральск. научн. центр, АН СССР, – 1986. – С. 87–94.

INFLUENCE OF THE WORKING THERMAL AND MECHANICAL CONDITIONS ON REDISTRIBUTION OF THE RESIDUAL STRESSES IN ANNEALED PRODUCTS AND THEIR CALCULATING BY MEANS OF THE FINITE ELEMENT METHOD

The approach to prediction of the mechanical states in annealed products is proposed. This approach is based on the formulating of the applicable mathematical problem within heat conduction theory, thermoplasticity theory and calculating schemes of the finite element method. The three variant of the thermal and mechanical loading for thin circular disc with coaxial hole are considered.

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОСТОРОВОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ ШАРУ З ЦИЛІНДРИЧНОЮ ПОРОЖНИНОЮ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ

Віталій Мірошніков

Харківський національний університет будівництва та архітектури

m0672628781@gmail.com

За допомогою узагальненого методу Фур'є [1–3] розв'язана суттєво просторова задача теорії пружності для шару, розташованого на пружній основі та який має нескінченну повздовжню кругову циліндричну порожнину. Побудований алгоритм розв'язування задачі при різних типах граничних умов. Проведено аналіз напружено – деформованого стану шару із циліндричною порожниною при заданих граничних умовах у вигляді напружень.

Постановка задачі. Пружний ізотропний шар жорстко зчеплений з пружним півпростором, матеріал якого відмінний від шару. Шар має порожнину радіусом *R*. Межі шару відносно центра порожнини розташовані на відстані $y=h$ та $y=-\tilde{h}$. Шар і півпростір будемо розглядати у декартовій системі координат (x, y, z), порожнину у циліндричній системі координат (ρ_p, φ_p, z), яка однаково орієнтована та поєднана з системою координат шару. Потрібно знайти розв'язок рівняння Ламе за умов, що на верхній межі шару задано переміщення $\vec{U}(x,z)\big|_{y=h} = \vec{U}_h^0(x,z)$ або напруження $F\vec{U}(x,z)\big|_{y=h} = \vec{F}_h^0(x,z)$, на поверхні циліндричної порожнини переміщення $\vec{U}_p(\varphi_p,z)\big|_{\rho_p=R_p} = \vec{U}_p^0(\varphi_p,z)$ або напруження $F\vec{U}_p(\varphi_p,z)\big|_{\rho_p=R_p} = \vec{F}_p^0(\varphi_p,z)$, на межі шару та півпростору задані умови з'єднання

$$\vec{U}_1(x,z)\big|_{y=-\tilde{h}} = \vec{U}_2(x,z)_{y=-\tilde{h}}, \quad F\vec{U}_1(x,z)\big|_{y=-\tilde{h}} = F\vec{U}_2(x,z)_{y=-\tilde{h}}, \tag{1}$$

де $\vec{U}_1$ – переміщення в шарі; $\vec{U}_2$ – переміщення в півпросторі;

$$\begin{aligned}
&\vec{U}_h^0(x,z) = U_x^{(h)}\vec{e}_1^{(1)} + U_y^{(h)}\vec{e}_2^{(1)} + U_z^{(h)}\vec{e}_3^{(1)},\\
&\vec{F}_h^0(x,z) = \tau_{yx}^{(h)}\vec{e}_1^{(1)} + \sigma_y^{(h)}\vec{e}_2^{(1)} + \tau_{yz}^{(h)}\vec{e}_3^{(1)},\\
&\vec{U}_p^0(\varphi_p,z) = U_\rho^{(\tilde{h})}\vec{e}_1^{(2)} + U_\varphi^{(\tilde{h})}\vec{e}_2^{(2)} + U_z^{(\tilde{h})}\vec{e}_3^{(2)},\\
&\vec{F}_p^0(\varphi_p,z) = \sigma_\rho^{(p)}\vec{e}_1^{(2)} + \tau_{\rho\varphi}^{(p)}\vec{e}_2^{(2)} + \tau_{\rho z}^{(p)}\vec{e}_3^{(2)}
\end{aligned} \tag{2}$$

відомі функції; $\vec{e}_j^{(k)}$, $(j=1,2,3)$ – орти декартової (k=1) і циліндричної (k=2) систем координат;.

Метод розв'язання. Розв'язок задачі шукаємо у вигляді

$$\vec{U}_1=\sum_{k=1}^{3}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(H_k(\lambda,\mu)\cdot\vec{u}_k^{(+)}(x,y,z;\lambda,\mu)+\tilde{H}_k(\lambda,\mu)\cdot\vec{u}_k^{(-)}(x,y,z;\lambda,\mu)\right)d\mu d\lambda+$$

$$+\sum_{p=1}^{N}\sum_{k=1}^{3}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}B_{k,m}^{(p)}(\lambda)\cdot\vec{S}_{k,m}(\rho_p,\varphi_p,z;\lambda)d\lambda,$$

$$\vec{U}_2=\sum_{k=1}^{3}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(H_k^{(2)}(\lambda,\mu)\cdot\vec{u}_k^{(+)}(x,y,z;\lambda,\mu)\right)d\mu d\lambda,$$

де $\vec{S}_{k,m}(\rho_p,\varphi_p,z;\lambda)$, $\vec{u}_k^{(+)}(x,y,z;\lambda,\mu)$ і $\vec{u}_k^{(-)}(x,y,z;\lambda,\mu)$ базисні розв'язки рівняння Ламе [1], а невідомі функції $H_k(\lambda,\mu)$, $\tilde{H}_k(\lambda,\mu)$, $B_{k,m}^{(p)}(\lambda)$ і $H_k^{(2)}(\lambda,\mu)$ необхідно знайти із крайових умов (2) та умов з'єднання (1).

При розв'язанні задачі скористаємось спеціальними формулами переходу в базисних розв'язках між локальними системами координат [3].

Задача зводиться до сукупності нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь, до яких застосовується метод редукції.

1. *Николаев А.Г., Проценко В.С.* Обобщенный метод Фурье в пространственных задачах теории упругости// Х.: Нац. аэрокосм. университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2011. –344 с.
2. *Protsenko V., Miroshnikov V.* Investigating a problem from the theory of elasticity for a half-space with cylindrical cavities for which boundary conditions of contact type are assigned // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – Vol 4, № 7 (94). – P. 43 – 50.
3. *Проценко В. С., Попова Н.А.* Вторая основная краевая задача теории упругости для полупространства с круговой цилиндрической полостью // Доповіді НАН України. – 2004. – № 12. – С. 52-58.

INVESTIGATION OF THE SPATIAL PROBLEM OF THE THEORY OF ELASTICITY FOR A LAYER WITH A CYLINDRICAL CAVITY ON AN ELASTIC BASIS

On the basis of the generalized Fourier method, a substantially spatial problem of elasticity theory for a layer located on an elastic basis and having an infinite longitudinal circular cylindrical cavity is solved. An algorithm for solving a problem with different types of boundary conditions is constructed. The analysis of stressed - deformed state of a layer with a cylindrical cavity at given boundary conditions in the form of stress is carried out.

УДК 539.3

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОСТНО-МОЗГОВОГО КАНАЛА ТРУБЧАТЫХ КОСТЕЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОБЛЕМЕ ЭНДОПРОТЕЗИРОВАНИЯ

Леонид Науменко[1], Андрей Маметьев[1], Олег Погребной[2]

[1]Днепропетровская медицинская академия МОЗ Украины,
[2]Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

pogrebnoyov@gmail.com

Проблема замены суставов, повреждённых в результате травм или заболеваний, искусственными имплантами является весьма актуальной [1, 2]. Объектом исследования являются трубчатые кости, а именно те части скелета, в которых устанавливаются элементы крепления имплантов. Учитывая различия анатомических параметров пястный костей и фаланг пальцев человека, нами рассмотрена задача создания математической модели для получения геометрических характеристик кости, позволяющих сформировать индивидуальные элементы крепления имплантов. Таким образом достигается совпадение конфигурации костно-мозгового канала (КМК) и элемента крепления эндопротеза – его ножки.

Рассматриваются два похода к построению геометрической модели костно-мозгового канала (КМК). Оба подхода основаны на использовании изображений данных (цифровых изображений), получаемых с помощью мультиспиральной компьютерной томографии.

В первом подходе используются продольные сечения изучаемого объекта. Для случая пястных костей используются сагиттальные сечения. Граничными точками, положение которых выбирает опытный оператор, отмечается граница между КМК и кортикальной костной тканью. С использованием вычислительных средств системы компьютерной математики находится система полиномов Безье для описания границы – замкнутого, чаще всего выпуклого, контура. При помощи разработанной [3] итерационной процедуры вычисляется уравнение оси КМК. Через заданные промежутки в точках на оси определяются расстояния до границы КМК, на основании которых строятся круговые поперечные сечения КМК. Поперечные сечения объединяются в пространственную геометрическую фигуру, моделирующую форму КМК.

Второй подход основан на использовании изображений поперечных сечений трубчатой кости, полученных через заданное (1-2 мм) расстояние. На каждом поперечном сечении также с помощью граничных точек конкретизируется (визуализируется) граница между КМК и кортикальной

тканью. Выбирается адекватный (с точки зрения соответствия площади фигуры, отмеченной граничными точками и гладкой фигуры, получаемой после аппроксимации) способ описания (аппроксимации) системы граничных точек. Полученная система плоских контуров объединяется в 3D-модель поверхности КМК.

При первом подходе к построению поверхности КМК требуется незначительное время для подготовки исходных данных, для применения итерационной процедуры необходимо 10-20 мин. (в зависимости от сложности формы контура границы и производительности компьютера). Во втором случае значительно больше времени необходимо для подготовки исходных данных, а вычислительные затраты значительнее меньше. Целесообразность применения того или иного способа определяется на основании требований практики.

Оба приведенных способа построения 3D-модели поверхности КМК разработаны для проектирования индивидуального элемента крепления эндопротеза [4].

Предложенная математическая модель позволяет получить точные параметры оси и ширины КМК и создаёт условия для индивидуального изготовления имплантов.

1. *Науменко Л.Ю., Маметьев А.А., Погребной О.В.* Моделирование геометрической формы конструкции внутрисуставных фиксирующих элементов имплантов / XVII з'їзд ортопедів-травматологів України, Київ, 5-7 жовтня 2016 г., – С. 225–226.
2. Патент на корисну модель № 134542. Спосіб тривимірного моделювання фрагмента трубчостої кістки / *Маметьєв А.А., Науменко Л.Ю., Погрібний О.В., Єрмолаєв Д.С.* Зареєстровано у Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 25.05.2019.
3. *Науменко Л.Ю., Маметьев А.А., Погребной О.В.* Математическое моделирование геометрической оси костномозгового канала длинных костей кисти. // Травма, – 2013. – **14**, – № 5. – С. 74–76.
4. Патент на корисну модель № 134543. Ендопротез п'ястно-фалангового суглоба / *Маметьєв А.А., Науменко Л.Ю., Погрібний О.В., Єрмолаєв Д.С.* Зареєстровано у Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 25.05.2019.

BIOMECHANICAL MODELING OF TUBULAR BONE MARROW CHANNEL IN APPLICATION TO THE PROBLEM OF INDIVIDUAL ENDOPROTHESIS DESIGN

The problem of replacement of long bone damaged parts has significant actuality today. The bone numerous damages have often a mechanical, traumatic nature. Another origin of damages is the consequences of different deceases. The designing of individual endoprothesis demands a marrow bone channel study. Two different approaches for working-out of 3D-model of the channel are presented. The initial data for each are the results of multispiral computer tomography. The advantages of both approaches are under discussion.

УДК 519.85:616.728.3

ВЛИЯНИЕ УГЛА НАКЛОНА ТИБИАЛЬНОГО ПЛАТО НА ИЗМЕНЕНИЕ УСИЛИЙ В ПЕРЕДНЕЙ КРЕСТООБРАЗНОЙ СВЯЗКЕ

[1]Сергей Панченко, [2]Сергей Красноперов, [3]Татьяна Зуб

[1]Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры»
[2]Запорожский государственный медицинский университет
[3]Государственное учреждение «Днепропетровская медицинская академия Министерства здравоохранения Украины»

[1]panchenko.serhii@pgasa.dp.ua, [2]zsmu@zsmu.zp.ua, [3]zloy.vra4@gmail.com

Повреждение передней крестообразной связки (ПКС) – одна из самых частых и тяжелых травм коленного сустава. Несмотря на то, что хирургическое лечение пациентов с повреждением ПКС сегодня является «золотым стандартом» в ортопедии, пациенты с данным повреждением сталкиваются с такими проблемами как длительная потеря трудоспособности, неполное возвращение на прежний уровень физической активности. На сегодняшний день определен целый ряд факторов, которые теоретически повышают риск повреждения импланта ПКС. Увеличенный наклон суставной поверхности большеберцовой кости, который также называется тибиальным слопом, считается потенциальным фактором риска повреждения импланта ПКС. Биомеханические исследования коленного сустава показали, что угол тибиального слопа является важным фактором, обеспечивающим стабильность коленного сустава. Первые исследования этой проблемы показали зависимость между увеличенным наклоном суставной поверхности большеберцовой кости и увеличением переднего смещения голени под нагрузкой на антропоморфном материале [1]. Однако, последующие работы начали показывать неубедительные, а иногда и противоречивые результаты влияния увеличенного наклона тибиального плато на риск повреждения импланта ПКС и увеличение переднего смещения голени [2]. Вышесказанное говорит о том, что на сегодняшний день нет четкого ответа, как влияет увеличенный угол наклона большеберцовой кости на нагрузку в интактной передней крестообразной связке, а также влияние этой нагрузки на ее трансплантат.

Целью работы являлось изучение влияния угла наклона плато большеберцовой кости на усилия в передней крестообразной связке.

Исследование выполнялось в программном комплексе для проектирования и расчета строительных конструкций ЛИРА-САПР 2013 R5 (Некоммерческая версия), основанном на методе конечных элементов.

Для расчетов были построены модели, которые отличались только углом наклона плато большеберцовой кости:

1. Модель в норме с физиологическим наклоном 0° (базовая модель);
2. Модель в норме с физиологическим наклоном 5°;
3. Модель с «условно патологическим наклоном» 10°;
4. Модель с «условно патологическим наклоном» 15°.

Предполагалось два варианта нагружения: 1) задавалось перемещение фрагмента бедренной кости в горизонтальной плоскости по направлению «вперед-назад»; 2) при выполнении условий задачи 1, задавалось также вертикальное (осевое) перемещение бедренной кости по направлению действия физиологической нагрузки.

В результате расчетов получены растягивающие усилия, возникающие в передней крестообразной связке при различных углах наклона плато большеберцовой кости (Табл. 1).

Табл. 1. Усилия в передней крестообразной связке в зависимости от варианта нагружения

Расчетная модель	Нагружение	
	Вариант 1	Вариант 2
1. α=0°	5.71 кН	5.15 кН
2. α=5°	5.85 кН	5.4 кН
3. α=10°	5.99 кН	5.66 кН
4. α=15°	6.1 кН	5.9 кН

Полученные результаты расчетов указывают на то, что при увеличении угла наклона плато большеберцовой кости, усилия в передней крестообразной связке возрастают. При рассмотренных вариантах нагружения усилия выше у модели без учета осевого смещения. Предварительные расчеты показали, что величины усилий зависят от множества факторов, таких как размеры модели, места крепления связок, свойства моделируемых объектов, а также схема нагружения.

1. *Bisson L.J., Gurske-DePerio J.* Axial and sagittal knee geometry as a risk factor for noncontact anterior cruciate ligament tear: a case-control study // Arthroscopy. – 2010. – Vol. 26. – P.901–906.
2. *Fening S.D., Kovacic J., Kambic H. et al.* The effect of modified posterior tibial slope on ACL strain and knee kinematics: a human cadaveric study // The journal of knee surgery. – 2008. – Vol. 21(3). – P.205-211.

INFLUENCE OF TIBIAL SLOPE ANGLE ON THE CHANGE OF EFFORT IN ANTERIOR CRUCIATE LIGAMENT

The influence of the inclination of the tibial plateau on the forces in the anterior cruciate ligament using the finite element method is assessed.

УДК 539.376

ОЦІНКА ЧАСУ ДО РУЙНУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ПРИ ІЗОТЕРМІЧНІЙ ПОВЗУЧОСТІ В УМОВАХ СКЛАДНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

Володимир Пошивалов[1], Іван Дояр[1]

[1] *Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України*

[1]vposhivalov@gmail.com

Запропоновано метод прогнозування довговічності конструкційних матеріалів при ізотермічної повзучості в умовах складного напруженого стану. В якості параметричної моделі довговічності прийняті ступенева, експоненціальна і дрібно-ступенева залежності часу до руйнування від еквівалентного напруження [1]. Розглянуто чотири види залежності для еквівалентного напруження. На підставі експериментальних даних по тривалій міцності трубчастих зразків з жароміцного нікелевого сплаву ЭИ437БУ-ВД при температурі 650 ° С [2] з використанням методу найменших квадратів отримані оцінки постійних, що входять в залежності тривалої міцності, для кожного з чотирьох прийнятих виразів для еквівалентних напружень.

Для кожної параметричної моделі довговічності отримані значення двох видів помилок прогнозування. Показано, що для всіх параметричних моделей довговічності мінімальні значення цих помилок досягаються, коли за еквівалентне напруження приймається критерій Мізеса.

Отримано графіки функції і щільності розподілу часу до руйнування для трубчастих зразків зі сказаного вище жароміцного нікелевого сплаву при осьовому напруженні 490,5 МПа, дотичному напруженні 245 МПа і температурі 650 ° С.

1. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник/ Под общ. ред. С.А.Шестерикова – М.: Машиностроение, 1982. -102 с.
2. *Локощенко А.М.* Эквивалентные напряжения в расчетах длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии // Известия Саратовского университета. Сер. ≪Математика. Механика. Информатика≫. 2009. Том. 9. Вып. 4. - Ч. 2. - С. 128–135.

ESTIMATION THE LONGNESS OF STRUCTURAL MATERIALS UNDER ISOTHERMAL CREEP IN CONDITIONS OF COMPLEX STRESSED STATE

The paper proposes a method for predicting the durability of structural materials under isothermal creep under conditions of a complex stress state, which is tested on experimental data on the long-term strength of tubular specimens of the heat-resistant nickel alloy EI437BU-VD at a temperature of 650 ºC and the simultaneous action of axial and folding stress.

УДК 539.3

ПЛОСКІ ХВИЛІ В НАНОКОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛАХ. ТЕОРЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ ТА ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Катерина Савельєва[1], Ольга Дашко[2], Ярослав Симчук[3]

[1,2]*Інститут механіки ім.С.П.Тимошенка НАН України*
[3] *НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського»*

[1]katerina1971s@gmail.com, [2]olga.dashko@gmail.com, [3]yar_simchuk@ukr.net

Предметом доповіді є результати дослідження взаємодії гармонічних хвиль при їх поширенні в нанокомпозитних матеріалах. Теоретичне дослідження проводилося для матеріалу, нелінійні властивості якого моделюються гіперпружним потенціалом Мурнагана [2]. Залежність вектору переміщень від однієї просторової змінної дозволяє записати повну систему нелінійних хвильових рівнянь для плоских хвиль, що поширюються вздовж осі Ox, в рамках врахування квадратичної і кубічної нелінійностей, у відомому [1,3,4] вигляді. Дослідження поширення хвиль, на підставі зазначених рівнянь, здійснювалося двома методами.

Метод повільно змінних амплітуд був використаний окремо:
для дослідження взаємодії кубічних, виключно поздовжніх хвиль, при умові відсутності поперечних переміщень, за рівнянням

$$\rho u_{1,tt} - (\lambda + 2\mu) u_{1,xx} = N_3 u_{1,xx} \left(u_{1,x}\right)^2,$$

та для дослідження виключно поперечних хвиль однієї, горизонтальної, або вертикальної поляризації, відповідно за одним з рівнянь

$$\rho u_{2,tt} - \mu u_{2,xx} = N_4 u_{2,xx} \left(u_{2,x}\right)^2 \; ; \; \rho u_{3,tt} - \mu u_{3,xx} = N_4 u_{3,xx} \left(u_{3,x}\right)^2 .$$

За цим методом проаналізовано механізм самогенерації відповідних хвиль. Метод передбачає, в кожному зазначеному випадку, послідовну побудову вкороченого рівняння, еволюційних рівнянь, при умові виконання умови частотного синхронізму, а співвідношень Менлі-Рова. Усі перелічені рівняння були послідовно побудовані. Вони також представлені в даній роботі. Графічний, отриманий шляхом чисельно-комп’ютерного моделювання, аналіз теоретичних результатів дав можливість стверджувати, що, при одночасному збудженні потужної хвилі накачки та слабкої сигнальної хвилі відповідної поляризації, відбувається міжхвильове перепомповування енергії і, в результаті, перемикання кубічно нелінійної поздовжньої хвилі, або, відповідно, поперечної хвилі з основної (ω) на потрійну (3ω) частоту. При цьому був описаний механізм самоперемикання зазначених хвиль і перепомпування енергії між ними. Отримано результати чисельного аналізу для п'яти типів нанокомпозитних матеріалів,

представлених в роботі [1].

Метод збурень використовувався для дослідження одночасного поширення двох поперечних хвиль різної поляризації. Нелінійні хвильові рівняння для поперечних, горизонтально та вертикально поляризованих хвиль, що використовувались при цьому досліджені, мають вигляд, відповідно:

$$\rho u_{2,tt} - \mu u_{2,11} = N_4 u_{2,11}\left(u_{2,1}\right)^2 + N_6 u_{2,11}\left(u_{3,1}\right)^2;$$

$$\rho u_{3,tt} - \mu u_{3,11} = N_4 u_{3,11}\left(u_{3,1}\right)^2 + N_6 u_{3,11}\left(u_{2,1}\right)^2.$$

З отриманих розв’язків цих рівнянь було встановлено, що при одночасному поширенні поперечних хвиль різної поляризації, внаслідок нелінійної хвильової взаємодії, відбувається спотворення їх профілів і поступове трансформування хвиль в свої треті гармоніки. За умови різної початкової інтенсивності хвиль різної поляризації, відбувається перепомповування енергії з потужної хвилі в слабку [3]. Цей висновок, крім суто аналітичного метода збурень, був отриманий шляхом чисельного аналізу для тих же, представлених в роботі [1], п'яти типів нанокомпозитних матеріалів, що і для метода повільно змінних амплітуд.

1. *Гузь А.Н., Рущицкий Я.Я., Гузь И.А.* Введение в механику нанокомпозитов. – К.: Академпериодика, 2010. – 398 с.
2. *Murnaghan F.D.* Finite deformations in an Elastic. – New York: Wiley, 1951. – 140 p.
3. *Рущицький Я.Я., Цурпал С.І.* Хвилі в матеріалах з мікроструктурою. – К.: Інститут механіки НАНУ ім. С.П. Тимошенка, 1998. – 377 с.
4. *Rushchitsky J.J., Savelyeva E.V.* Interaction of signal and power cubically nonlinear elastic transverse plane waves// Proceedings of the Int. Workshop “Waves and flows”, Kyiv, 2006.- P.140-145.

FLASH WAVES IN NANOCOMPOSITE MATERIALS.
THEORETICAL ANALYSIS AND NUMERICAL MODELING

The theoretical study of the cubically nonlinear elastic interaction of the plane harmonic waves is carried out for a material whose nonlinear properties are described by the Murnaghan elastic potential. The propagation of plane waves in a hyper-elastic medium is theoretically studied. The method of slowly variable amplitudes and the method of perturbations are used. The results are analyzed. The results of numerical analysis for various types of nanocomposite materials are presented.

УДК 539.3

ПРО КОНЦЕНТРАЦІЮ НАПРУЖЕНЬ В НЕЛІНІЙНО-ПРУЖНІЙ ОРТОТРОПНІЙ КОНІЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З ПРЯМОКУТНИМ ОТВОРОМ

Євген Сторожук, Володимир Максимюк, Іван Чернишенко

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

stevan@ukr.net; desc@inmech.kiev.ua; prikl@inmech.kiev.ua

Конічні оболонки з отворами і вирізами різної форми використовуються при проектуванні корпусів ракет, доменних печей, телевізійних веж тощо.

Розглянемо зрізану конічну оболонку товщини h, висоти H і радіусами верхньої та нижньої основ r_1 і r_2, яка виготовлена з композитного матеріалу і ослаблена прямокутним отвором розмірами $a \times b$ ($b = BC$; рис. 1).

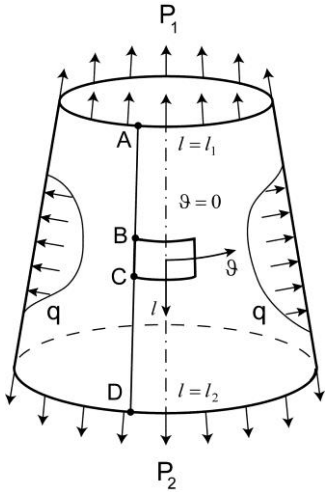


Рис. 1. Конічна оболонка з прямокутним отвором

Геометричні співвідношення запишемо у векторній формі згідно теорії тонких оболонок Кірхгофа–Лява, а фізичні – на основі деформаційної теорії пластичності анізотропних середовищ [1].

Система розв’язувальних рівнянь отримана з варіаційного рівняння Лагранжа за допомогою методів Ньютона, додаткових напружень і

скінченних елементів.

Досліджено концентрацію напружень в органопластиковій [1] конічній оболонці з прямокутним отвором, яка розтягується осьовими зусиллями P_1 і P_2 ($P_k / h = \tilde{P}_k \cdot 10^5$ Па, $k = 1, 2$; $\tilde{P}_2 = 1000$; $\tilde{P}_1 = \tilde{P}_2 r_2 / r_1$).

Розрахунки виконані для оболонки з наступними розмірами:

$r_1 / h = 55{,}56$; $r_2 / h = 73{,}704$; $H / h = 148{,}67$; $a / h = 14{,}81$; $b / h = 11{,}11$.

На рис. 2 для задач у нелінійно-пружній постановці показано характер зміни коефіцієнта концентрації осьових напружень $k_1^+ = \sigma_{11}^+ h / P_2$ уздовж перерізу AD на зовнішній поверхні оболонки, де $\tilde{l} = (l - l_1)/(l_2 - l_1)$.

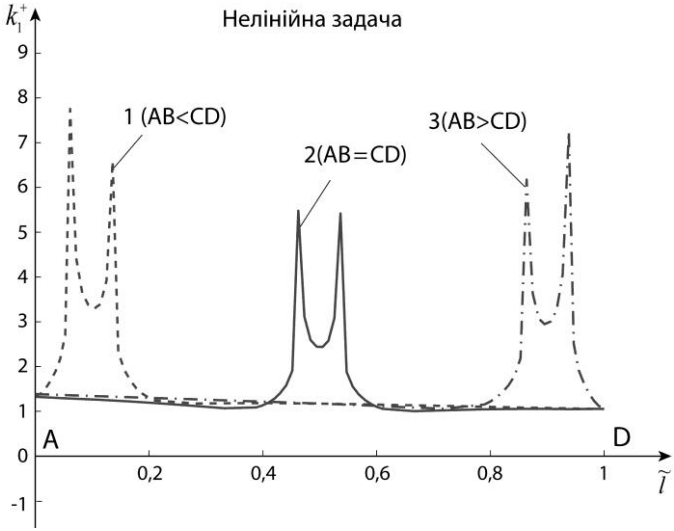


Рис. 2. Розподіл коефіцієнта концентрації напружень k_1^+ уздовж перерізу AD

Дані наведені для трьох варіантів розташування отвору: 1) біля верхньої основи ($AB / h = 9{,}26$; штрихова крива); 2) посередині конуса (суцільна крива); 3) біля нижньої основи ($CD / h = 9{,}26$; штрих-пунктирна крива).

1. *Концентрация напряжений* / Гузь А.Н., Космодамианский А.С., Шевченко В.П. и др. – К.: “А.С.К.”, 1998. – 387 с. – (Механика композитов: В 12-ти т.; Т. 7).

ON THE STRESS CONCENTRATION IN A NONLINEAR ELASTIC ORTHOTROPIC CONICAL SHELL WITH A RECTANGULAR HOLE

The nonlinear elastic state of an orthotropic conical shell with a rectangular hole under the action of an axial load is investigated.

УДК 539.3

БАГАТОСІТКОВІ МЕТОДИ У ЗВОРОТНИХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ БАГАТОШАРОВИХ ОСНОВ

Олександр Трофімов

Університет митної справи та фінансів

atrof2222@gmail.com

В роботі запропоновано методику розв‘язання зворотних задач для багатошарових пружних (пружнопластичних) пакетів, заснованих на інформаційно-ймовірнісному (байесовському) підході [1]. В якості невідомих виступають фізичні та геометричні характеристики пакету (форма границі розділу шарів, модулі пружності, коефіцієнти міжшарового тертя за законом Амонтона-Кулона тощо).

Для ефективного розв‘язання зворотних задач необхідне застосування розвинутих чисельних методів розв‘язання прямих задач. Розглянуто основні моменти застосування багатосіткових ітераційних методів для багатошарових пакетів з криволінійними границями розділу шарів. Проаналізовано різні варіанти побудови обчислювальних сіток та оцінено їх ефективність.

Відомо, що для ефективного застосування багатосіткових методів до конкретних задач необхідне ретельне налаштування їх параметрів: доцільний вибір релаксаційної схеми, спосіб побудови сіткових задач на нижніх рівнях ієрархії тощо. Проаналізовано задачу доцільного вибору цих параметрів для основних складових частин багатосіткового методу: алгоритму коригування похибки засобами грубих сіток (CGC-алгоритму) та повного багатосіткового алгоритму (FMG-алгоритму) [2].

1. *Трофімов О.В.* Багатосіткові методи у зворотних задачах для систем із розподіленими параметрами // Вісник Академії митної служби України. Серія: Технічні науки. – 2014. – №1(51). – С. 140-147.
2. *Трофимов О.В.* Многосеточные итерационные алгоритмы решения граничных зачач для упругих и упругопластических слоистых пакетов с криволинейными границами // Вісник УМСФ. Серія «Технічні науки» – Дніпро: УМСФ. – 2016. – № 1 (53). – С.119-137.

MULTIGRID METHODS FOR MULTILAYERED FOUNDATIONS' INVERSE PROBLEMS

Method for solving elastic (elasto-plastic) inverse problems based on Bayesian's approach was proposed. Methods for tuning the parameters of Multigrid Algorithm for solving the Boundary-Value Problems for elastic and/or elasto-plastic layered package with curvilinear boundaries between layers were analized.

УДК 004.942

МЕТОД СИНТЕТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ВИСОКОМІЦНОГО ЧАВУНУ З ПОДАЛЬШИМ АНАЛІЗОМ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛУ

Марія Шаповалова, Олексій Водка

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

MiShapovalova@gmail.com, oleksii.vodka@gmail.com

Сучасні методи аналізу матеріалів, включають технологію вивчення їх складної внутрішньої будови. Існують різні методики оцінки структури та виявлення механічних властивостей моделі. Використовуються техніки різання досліджуваного зразка з наступним випробуванням на спеціальних пристроях. Альтернативою є кількісна металографія, так званий метод неруйнівного контролю, який дозволяє отримати оптичне зображення мікроструктури зразка з подальшим моделюванням його механічних властивостей. Перевага віддається останньому методу, що не потребує додаткових витрат на обробку матеріалу, та на створення і обслуговування спеціального обладнання для проведення експериментів.

У рамках цієї роботи проводиться дослідження високоміцного чавуну, що містить у своїй структурі графіт сферичної форми. Завдяки такій внутрішній будові та високим показникам механічних властивостей, такий матеріал широко застосовується у відповідальних вузлах машинобудування та виробництві високоміцних труб. Він характеризується довговічністю, високими експлуатаційними показниками та міцністю. Для дослідження і подальшого створення синтетичної структури матеріалу спиралися на зображення мікроструктури чавуну, отримані з ГОСТу.

Обробка отриманих зображень мікроструктури відбувалася засобами бібліотеки комп’ютерного бачення OpenCV, реалізована на мові програмування Python. На першому кроці зроблена бінаризація — заміна вхідного кольорового зображення чорно-білим. Виявлені порогові значення та реалізовано приведення кожного пікселя до відповідного кольору. Далі проводиться операція розмиття (blurring) та деякі морфологічні перетворення, такі як ерозія (opening) та дилатація (closing). Набір цих операцій дозволяє позбутись шумів та зробити фільтрацію зображення мікроструктури чавуну, для видалення невеличких темних плям графіту у фериті, та навпаки, закриття світлих отворів у графіті.

Після процедури фільтрації реалізовано пошук включень графіту шляхом відшукання контурів переходу між темним графітом і світлим феритом. Зроблено припущення, що включення мають кулясту форму, тому всі знайдені контури замінюються колами, з площею рівною площі знайденої

темної плями і центром розташованим у її центрі мас. Маючи данні відсоткового відношення графіту у фериті і кількість таких включень на одиницю площі досліджуваного зразка — створено штучну генерацію мікроструктури чавуну із сферичним графітом. Для підтвердження точності змодельованої структури проведені порівняння математичного сподівання та дисперсії із структурою, отриманою при дослідженні зображення.

Наступним кроком роботи є створення скінчено-елементної моделі по даним геометрії, що синтезувалась. Для розрахунку напружено деформованого стану використаний двовимірний 8-вузловий скінченний елемент з двома степенями свободи у вузлі. Ферит вважається ізотропним, графіт — має кристалічну решітку гексагональної форми. Структурні елементи розглядаються як однорідні та анізотропні з усередненими пружними характеристиками, що дозволяє вважати матеріал ортотропним.

Виходячи з припущення, що зображення мікроструктури є тонкий лист навантажений силами в площині, проведені декілька експериментів з різними схемами напружень. Складена система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно модуля зсуву, коефіцієнта Пуассона та модуля пружності. Отримані данні максимальних напружень для кожного з досліджуваних випадків концентрації сферичного графіту на площі зразка. Проведена серія числових експериментів для розрахунку відповідних пружних констант. Для варіації можливої випадкової орієнтації кристалів включень, використано метод Монте-Карло.

Отримані результати числового моделювання пружних констант відповідають довідковим даним модуля пружності, коефіцієнту Пуассона та модулю зсуву для високоміцного чавуну. Виходячи з вищесказаного, можна зробити висновок, що розроблена у роботі методика генерації мікроструктури чавуну із сферичною структурою є коректною і може застосовуватися в подальшому для експериментів та комп’ютерного аналізу матеріалу з відповідною структурою.

DUCTILE IRON STRUCTURE SYNTHETIC MODELING METHOD FOR ITS MATERIAL PROPERTIES ANALYSIS

In this work ductile iron with spherical graphite microstructure is estimate. The method of ductile iron structure synthesis according to the microstructure image is proposed. OpenCV image processing technology is used. Graphite inclusions found by contour search. Finite element model based on the information about the geometry of inclusions. The stress-strain state calculating with two-dimensional 8-node finite element of two degrees of freedom in the node. A system of linear algebraic equations of Elastic modulus, Poisson’s ratio and Shear modulus calculated. The obtained results correspond to the reference data. In the conclusion, the proposed method of ductile iron microstructure generation is correct and can be used for experiments and computer analysis.

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ

Тетяна Шматко

Національний Технічний Університет «Харківський політехнічний інститут»

ktv_ua@yahoo.com

У роботі розглядається задача про власні коливання функціонально-градієнтних пологих оболонок зі складною формою плану та різними умовами закріплення границі об'єкту. Передбачається, що оболонка складається з шарів, які можуть бути як ізотропними, так і із функціонально-градієнтного матеріалу (ФГМ). При цьому ФГМ виготовлено із суміші металу та кераміки. Для обчислення ефективних властивостей ФГМ, таких як модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона, щільність матеріалу, використовується один із найбільш поширених підходів, який базується на степеневому розподіленні об'ємних долей металу та кераміки [1].

Математична постановки задачі формулюється в рамках уточненої теорії першого порядку, яка враховує деформації зсуву. Для розв'язання задачі використовується варіаційний метод Рітца, як один з найбільш ефективних методів при дослідженні задач на власні значення. Систему координатних функцій в разі складної геометричної форми плану побудовано за допомогою теорії R-функцій [2]. Знайдено залежності власних частот від механічних властивостей матеріалів, товщини шарів, способу їх розташування, геометричних параметрів та кривин оболонок. Одержані результати наведено у вигляді графіків та таблиць. Виконано порівняння одержаних результатів з відомими, що підтверджує вірогідність розробленого методу та створеного програмного забезпечення.

1. *Shen H.S.* Functionally Graded M of plates and Shells. CRC Press. – 2009. – Florida.
2. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.

RESEARCH OF FREE VIBRATIONS FUNCTIONALLY GRADED SHALLOW SHELLS BY THE R-FUNCTIONS METHOD

Free vibration analysis of laminated functionally graded shallow shells is fulfilled for subjects of the complex plan form by the R-functions method. The different combinations of the material for face sheet layers and core are considered. The effective properties of FGM are calculated according to power law. Numerical results for shallow shells of the complex form are presented in the plots and tables.

УДК 539.42, 004.032.26

ЗАСТОСУВАННЯ БАГАТОШАРОВОГО ПЕРСЕПТРОНУ ДО ОЦІНКИ ДОВГОВІЧНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

Олег Ясній, Павло Марущак, Ірина Дідич

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

oleh.yasniy@gmail.com, maruschak.tu.edu@gmail.com, iryna_didych@ukr.net

Тривала експлуатація відповідальних елементів конструкцій призводить до зародження та росту втомних тріщин, у результаті чого деталі виходять з ладу або руйнуються. Тому дослідження втоми матеріалів є актуальною задачею. Нейронні мережі (НМ) – це потужний інструмент, котрим можна прогнозувати швидкість росту втомних тріщин (РВТ).

Метою дослідження є прогнозування кінетичної діаграми втомного руйнування (КДВР) ролика МБЛЗ за різних температур, зокрема, при 600°С та 375°С багатошаровою НМ.

Сьогодні НМ зворотного поширення похибки (Back Propagation) є ефективною моделлю навчання для складних багатошарових мереж. Багатошарові НМ складаються із вхідного шару, принаймні одного прихованого шару та одного вихідного шару обчислювальних нейронів [1].

Процес навчання є важливим аспектом НМ. Його метою є досягнення мінімуму функції втрат, котра повинна постійно зменшуватись в процесі навчання та яку визначають як середню квадратична похибка (MSE), що обчислюють за формулою:

$$E = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{prediction} - y_{true})^2. \qquad (1)$$

де $y_{prediction}$ – прогнозований елемент вибірки; y_{true} – реальне значення елемента вибірки; n – обсяг навчальної вибірки.

Швидкість РВТ оцінювали за експериментальними даними, отриманими для ролика МБЛЗ за різних температур T = 600°С; 375°С. Під час навчання набір даних розділили на дві нерівні частини – навчальну та тестову вибірки. Вибірка містила 26 елементів, з яких 70% вибрали випадково для навчальної вибірки, а 30% залишили, щоб оцінити якість прогнозування. Вхідними параметрами вибрано коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) ΔK та температуру T, тоді як швидкість РВТ da/dN – вихідним параметром. Зокрема, функцією прихованої активації взято гіперболічний тангенс, а функцією вихідної активації – логарифмічну.

Залежності десяткового логарифма експериментальних $\log_{10}(da/dN_{true})$ та прогнозованих $\log_{10}(da/dN_{pred})$ швидкостей РВТ від десяткового логарифма коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) ΔK за T = 600°C; 375°C подано на рис.1. Метод НМ має похибку 1,7 % у тестовій вибірці.

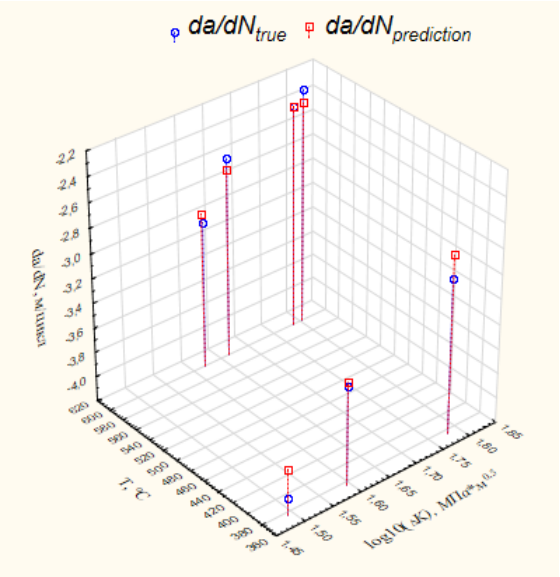


Рисунок 1. Залежності десяткового логарифма експериментальних $\log_{10}(da/dN_{true})$ та прогнозованих $\log_{10}(da/dN_{pred})$ швидкостей РВТ від десяткового логарифма КІН ΔK за T = 600°C; 375°C

Отримані результати добре узгоджуються з експериментальними даними.

1. *Н. Б. Шаховська, Р. М. Камінський, О. Б. Вовк.* Системи штучного інтелекту: навч. посібник. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2018. – 392 с.

APPLICATION OF MULTILAYER PERCEPTRON TO LIFETIME ASSESSMENT OF STRUCTURAL ELEMENTS

NN were used to build the fatigue crack growth diagrams of continuous cating machine roll roll at different temperatures. The obtained results are in good agreement with the experimental data.

UDC 539.3

TWO APPROACHES TO PROMPT CALCULATION OF PLATE ELEMENTS WITH HOLES FOR REINFORCED CONCRETE TOWER STRUCTURES OF HEAT-AND-POWER ENGINEERING

Eteri Hart[1], Vadym Hudramovich[2], Viktor Levin[3], Oleksii Reprintsev[2], Olena Samarska[2]

[1] Oles Honchar Dnipro National University,
[2] Institute of Technical Mechanics National academy Sciences of Ukraine and State Space agency of Ukraine,
[3] Donbas National academy of building and architecture,

hart@ua.fm, hudramovich@i.ua, viktor.m.levin@gmail.com

The study of the stress-and-strain state (SSS) of heterogeneous elements of tower structures of heat-and-power engineering from reinforced concrete with constantly complicated models of its deformation and fracture is an urgent task of modern mechanics of solids and structures [1, 4]. Among many calculation methods, we single out the method of incomplete discretization (MID) of L.V. Kantorovich – V.Z. Vlasov – I.E. Mileykovsky [2, 4] (one of the authors of this article, prof. V.M. Levin, was a graduate student and employee I.E. Mileykovsky) and the variational-grid finite element method (FEM) with projection-iterative (PI) schemes for its realization. These PI schemes are based on the results of works of famous mathematicians L.V. Kantorovich, M.A. Krasnoselsky, G. I. Marchuk, A. A. Samarsky and others [2, 3, 5, 7].

An extensive bibliography is given in [1–4, 6, 7]. We separately distinguish PI schemes realization for the local variation method — a numerical method for solving variational problems, the creation of which is associated with the names of N. N. Moiseev, F. L. Chernousko [6]. The application of this method is effective for problems of local stability of plate-shell systems. PI schemes for the realization of these numerical methods lead to a significant reduction in calculation time, which is confirmed by numerous studies of the problems of the SSS and fracture mechanics of thin-walled structures and plane-deformable media with various inclusions and discontinuities - cutouts, pores, cracks, which is important for problems arising in powder technology, ceramic production and mechanics of composite structures.

The mathematical model for the MID (its creation dates back to 1933) is a boundary-value problem for a system of ordinary differential equations with variable coefficients depending on the geometry of structural elements, the distribution of the deformation properties of materials, and the level of loading and type of the SSS. The use of the orthogonal sweep method is essential. Information about the MID is given in [2, 4].

According to the FEM, in accordance with the variational principle of the minimum potential energy, it is necessary to find the components of the displacement vector that provide a minimum of the functional, which depends on

the geometry, physical and mechanical properties of concrete and reinforcement. The basic idea of the FEM PI schemes is that the initial extremal problem is approximated using the FEM by a sequence of discrete extremal problems for functions of many variables, each of which is solved using the method of successive upper relaxation, and several approximations to the minimum point of the corresponding function of many variables are constructed. The last of the approximations is interpolated to a finer finite element mesh and serves as the initial approximation for it; the decision process on a sequence of nested grids continues until the specified accuracy is achieved. The construction of the FEM PI schemes is described in [2, 3, 6, 7]. Note that, if plastic deformation is required to be taken into account, successive approximation schemes are constructed on the basis of elastic solution methods; in each approximation the corresponding problem of the theory of elasticity is solved.

If it is necessary to take into account the duration of loading, hereditary-type theories should be applied (with the introduction of the corresponding integral operators) [1,4]. This leads to a system of integral equations, which is solved by the finite sum method using the method of degenerate kernels [4].

Studies conducted for specific classes of concrete, reinforcement, and parameters of plate elements of the walls of tower structures with rectangular openings show that in some cases the second approach - with the use of the FEM PI schemes is more effective (by calculation time and a more accurate picture of the distribution of SSS in its concentration zone near holes angles).

1. *Арутюнян Н. Х., Зевин А. А.* Расчет строительных конструкций с учетом ползучести. – М.: Стройиздат, 1988. – 256 с.
2. *Гарт Э. Л., Грицук Ю. В., Гудрамович В. С., Левин В. М. Рябоконь С. А., Самарская Е.В.* Анализ напряженно-деформированного состояния пластинчатых армированных элементов башенных сооружений с отверстиями // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – Дніпропетровськ: Ліра, 2012. – Вип. 19. – С. 54 – 64.
3. *Гарт Е. Л., Гудрамович В. С.* Проекційно-ітераційні схеми реалізації варіаційно-сіткових методів у задачах пружно-пластичного деформування неоднорідних тонкостінних конструкцій // Математичні методи і фізико-механічні поля. – 2019. – Т. 51, № 3. – С. 24 – 39.
4. *Левин В. М.* Научные основы проектирования шахтных башенных копров. Разд. 4. – С. 220 – 336 / В кн. *Кущенко В.Н., Левин В. М., Мущанов В. Ф. и др.* Научные основы обеспечения и экономичности шахтных копров. – Макеевка: ДонНАСА, 2012. – 462 с.
5. *Hart E. L., Hudramovich V. S.* Applications of the projection-iterative versions of FEM in damage problems for engineering structures // Proc. 2nd Int. Conf. “Maintenance – 2012” (Bosnia and Herzogovina, June 2012). – Zenica: Univ. of Zenica, 2012. – P. 157 – 164.
6. *Hart E. L., Hudramovich V. S.* Projection-iterative modification of the method of local variations for problems with a quadratic functional // J. Appl. Math. and Mech. – 2016. – V. 80, Iss. 2. – P. 156 – 163.
7. *Hudramovich V. S., Hart E. L., Ryabokon’ S. A.* Elastoplastic deformation of nonhomogeneous plates // J. Eng. Math. – 2013. – V. 78, Iss. 1.– P. 181 – 197.

УДК 539.3

REFINED MATHEMATICAL MODEL FOR THE MARINE GAS TURBINE IMPELLERS CONTACT PROBLEM SOLUTION

Alexei Kairov, Serhii Morhun

Admiral Makarov National University of Shipbuilding

alex-kairov@yandex.ru, technolognuk@gmail.com

One of the important tasks in gas turbine engines building is to solve the contact problem that occurs on the edges of the impeller disk and blades. This fact causes a connection between changes of the impeller stress-strain state and a heat flow through their surfaces. Especially important this correlation is for the marine gas turbine rotors due to their extremely hard working process.

The whole impeller can be considered as a one solid deformable system. Its energy state could be described by Lagrange variation principle [1, 2]. Thus

$$\delta L = 0 \qquad L = \Pi - W \tag{1}$$

where L – Lagrange function; Π – potential energy of system's resistance to deformation; W – the work of external forces.

After FEM approximation the main equation of the mechanical system balance (1) is transformed to [3]:

$$[\mathbf{K}]\{\boldsymbol{\delta}\} = \{\mathbf{F}\}, \tag{2}$$

where [K] – global stiffness matrix of finite elements model; {δ} – vector of finite elements nodes generalized displacement; {F} – vector of external forces.

The mutual dependences of the aforementioned gas turbine rotor heat balance [2]:

$$[\mathbf{K_T}]\{\mathbf{T}\} = \{\mathbf{Q}\}, \tag{3}$$

where $[K_T]$ – global matrix of the finite elements model thermal conductivity; {T} – vector of temperatures located in the nodes of finite elements; {Q} – vector of external heat load.

Therefore, for the solution of the gas turbine impellers contact problem we need to solve the set of matrix equations, formed by the dependencies (2) and (3).

1. *Kairov A., Morhun S.* Use of refined finite elements models for solving the contact thermoelasticity problem of gas turbine rotors // Проблемы машиностроения. – 2018. – 21, №3. – С. 53–68.
2. *Моргун С.А.* Усовершенствование конечно-элементных моделей лопаточных конструкций // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Новые решения в современных технологиях. – 2016. – № 42 (1214). – С. 86–91.
3. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. – М.: Эдиториал, 2009. – 784 с.

UDC 539.3

IMPACT ANALYSIS OF LAMINATED COMPLEX-SHAPE SHELLS

Natalia Smetankina

A. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine

nsmetankina@ukr.net

In recent years, a significant number of research works have been performed on composite structures used in mechanical engineering applications. However, most of the works have been concentrated on the static behavior. There are some situations that the composite structures are subjected to impact loads such as elements of aircrafts. Therefore, in this study, an analysis of laminated orthotropic non-closed cylindrical shells with the complex shape in the plan subject to central transverse impact loads is introduced.

The dynamic behavior of the shells is described by the first-order theory accounting for transverse shear strain, thickness reduction and normal element rotation inertia in each layer. The equations of motion of shells and boundary conditions are obtained from the Hamilton's variational principle. The motion equations are added by the indenter equation of motion and the condition of joint displacement of the indenter and shell. An indenter with a semispherical end impacts the outer surface of the shell's first layer. Contact approach is found by solving Hertzian problem on a ball indentation into an elastic semispace.

The analytical solution of the problem is derived by the immersion method [1]. A complex-shape laminated shell is immersed into an auxiliary enveloping shell with the same composition of layers. An auxiliary shell is one whose contour shape and boundary conditions yield a simple analytical solution. In this case, the auxiliary shell is a simply supported rectangular laminated one. To satisfy actual boundary conditions, the auxiliary shell is subjected over the trace of the initial boundary to additional distributed compensating loads whose intensities must be defined. The compensating loads are found from the system of integral equations which results from the system of actual boundary conditions.

The method potentialities are demonstrated by calculating stresses in three-layer orthotropic shells with different boundary conditions. A good match of results obtained by different methods confirms the feasibility and effectiveness of the method offered.

1. *Rodichev Y.M., Smetankina N.V., Shupikov O.M., Ugrimov S.V.* Stress-strain assessment for laminated aircraft cockpit windows at static and dynamic load // Strength of Materials. – 2018. – **50**, No. 6. – P. 868-873.

UDC 539.3

AN OPTION OF A MATHEMATICAL THEORY OF NON-THIN ELASTIC PLATES AND SHELLS OF LOW CURVATURE WITH STATIC LOADING

Anatoly Zelensky

State Higher Educational Institution
"Pridniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture"

a.zelensky@ukr.net

Ensuring reliable work of such structures as plates and shells requires the inclusion of high-precision theories and mathematical methods that are adequate to them. All components of the stress-strain state (SSS), boundary effects and effects associated with local large gradients of external loads must be taken into account.
Classical and non-classical theories of plates and shells based on different hypotheses, for a wide class of boundary problems (with local loads, the presence of openings, abrupt change in mechano-geometric parameters, at a considerable thickness) can not describe SSS with high accuracy [3, 6, 7]. On the other hand, the analytical solution of the boundary problems for these elements in a three-dimensional formulation is associated with great mathematical difficulties. The complexity of the solution greatly increases if multilayer plates and shells are considered, difficult boundary conditions or physically nonlinear problems. Hence the relevance of this problem. It consists in the necessity of constructing new variants of mathematical theory (MT) (the theory in which the components of the SSS are depicted in the form of series) and the development of effective mathematical methods that would enable to solve boundary problems for plates and shells with high accuracy.

In our studies, transversally isotropic and orthotropic, nonlinearly elastic homogeneous and multilayer plates and shells of small curvature of arbitrary thickness at arbitrary transverse loading [1-5] were considered. The SSS components were considered as functions of three variables. The displacement components are represented by the Fourier-Legendre series in a transverse coordinate. Components of transverse normal and tangential stresses were also depicted in infinite series using the Legendre polynomials in such a way that the boundary conditions on the faces and surfaces were exactly satisfied. The three-dimensional problems were reduced to two-dimensional by means of the Reissner variational principle. Summarizing the approach of interconnected equations [8], we deduce the basic dependences, differential equations and boundary conditions on the lateral surface. The developed variants of MT have high accuracy in solving boundary problems [3].

MT variants for homogeneous isotropic physically nonlinear and orthotropic

plates and shells are based on the combination of the method of decomposition of components SSS in a series using Legendre polynomials with the method of perturbing the elastic properties of a material. MT variants for non-thin layered linear and nonlinearly elastic elements are based on the decomposition of SSS components in each layer sequentially on combinations of Legendre polynomials in conjunction with the method of successive approximations [2].

The models of high approximations are constructed in [3]. Approximate methods for solving boundary value problems, methods for reducing the order of systems of nonhomogeneous differential equations of high order are developed. A wide class of boundary value problems was solved for non-thin plates and shells of small curvature with arbitrary transverse loads.

For the plates of arbitrary thickness, fundamental solutions are constructed [5]. General and partial analytic solutions of axisymmetric problems for non-smooth and local loads are found.

In the study of the stress-deformed state of these non-thin elastic plates and shells of low curvature various approximate and analytical mathematical methods were used from the domain of differential and operator equations, mathematical physics.

1. *Zelenskij A. G.* Option of refined theory of bending of homogeneous physically nonlinear shells of low curvature // Bulletin of Dnipropetrovsk University. Mechanics. -2001. – I. 4, V. 1. – P. 56-64.
2. *Zelenskij A. G.* Use of Legendre polynomials for constructing a refined non-classical bend theory of physically nonlinear layered shells of a non-symmetric structure // Science news of Pridniprovi. – 2005. – No. 2. – P. 12-17.
3. *Zelenskij A. G.* The method of interrelated equations of higher order in the analytic theory of shells of small curvature // Methods of solving applied problems of mechanics of a deformed solid. -Dn-vsk: Science and Education. – 2007. – I. 8. – P. 67-83.
4. *Zelenskij A. G.* Method of solution equation system within the variant of mathematical theory of non-thin shallow shells // International scientific journal. – 2016. – No. 7. – P. 137-142.
5. *Zelenskij A. G.* Fundamental solutions to the defining system of differential equations of the mathematical theory of plates // Visnyk of Zaporizhzhya National .Universiti. Physical and Mathematical Sciences. – 2018. – No. 1. – P. 13-29.
6. *Nemish Yu. N., Homa I. Yu.* The stress-strain state of non-thin shells and plates. Generalized Theory (Review) // Prikl. fur. – 1993. – V. 29, No. 11. – P. 3-32.
7. *Piskunov V. G., Rasskazov A. O.* Development of the theory of layered plates and shells // Prikl. fur. – 2002. – V. 38, No. 2. – P. 22-57.
8. *Prusakov A. P.* On the construction of twelve-order bend equations for a transversely isotropic plate // Prikl. fur. – 1993. – V. 29, No. 12. – P. 51-58.

Секція

Математичне та комп'ютерне моделювання в задачах механіки деформівного твердого тіла, аерогідромеханіки, біомеханіки, тепломасообміну і геомеханіки

Підсекція Аерогідромеханіка та тепломасообмін

УДК 532.526:532.24

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КРУПНЫХ ЛЕДЯНЫХ НАРОСТОВ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФИЛЯ КРЫЛА

Сергей Алексеенко

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

alexeyenko_sv@ukr.net

Обледенение летательных аппаратов в неблагоприятных метеоусловиях является общепризнанной серьезной проблемой безопасности, которой во всем мире уделяется постоянное внимание. Лед, нарастая на аэродинамических поверхностях, нарушает структуру течения, приводит к увеличению лобового сопротивления, уменьшению подъемной силы, угла срыва потока, негативно сказывается на устойчивости летательного аппарата, а также его управляемости в целом.

С целью обеспечения безопасности полетов разрабатываются системы защиты от обледенения и проводится сертификация летательных аппаратов для подтверждения возможности их эксплуатации в условиях обледенения. При этом, с целью решения проблемы определения степени опасности полета летательного аппарата в заданных метеорологических условиях, наряду с проведением летных и наземных испытаний, актуальным является использование методов численного моделирования. В современных условиях последние становятся хотя и дополнительным, но, тем не менее, достаточно эффективным и информативным инструментом исследования, позволяющим, с одной стороны, значительно снизить временные и материальные затраты, сократив количество необходимых дорогостоящих экспериментов, а с другой стороны, значительно расширить диапазон исследуемых параметров.

В докладе представлены результаты численного и экспериментального исследования влияния крупных наростов льда на аэродинамические характеристики летательного аппарата. С помощью разработанного программно-методического обеспечения [1-3], выполнено численное исследование особенностей физики обтекания профиля крыла NACA 0012 с «рогообразными» наростами льда, в наиболее значительной степени влияющими на аэродинамические характеристики. В разработанной методике для описания набегающего двухфазного воздушно-капельного потока применена модель взаимопроникающих сред. При описании движения несущей среды использованы уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа. Описание процесса нарастания льда выполнено на основе метода поверхностных контрольных объемов – соотношения массового и теплового

балансов для рассматриваемого контрольного объема получены на основе законов сохранения массы, энергии и количества движения.

Верификация разработанной методики была выполнена путем сравнения результатов расчетов с данными экспериментальных исследований, проведенных в аэродинамической трубе малых скоростей АТ-4 «ХАИ».

Форма и шероховатость исследуемых наростов соответствовали режимам обледенения, характерным для образования стекловидного льда. Численные и экспериментальные исследования были проведены в диапазоне углов атаки $\alpha = -4^o ... 18^o$, число Рейнольдса составляло $Re = 0,67 \times 10^6$, скорость потока $V_\infty = 53$ *м/с*.

Установлено влияние структуры поля течения на аэродинамические характеристики профиля. Показано, что основное влияние на изменение аэродинамических характеристик профиля с рогообразными ледяными наростами оказывает отрывной пузырь, а именно его размеры и положение по длине хорды профиля крыла. При этом основную роль в изменении структуры течения играет размер (высота) ледяного рога, его угол наклона к направлению набегающего потока и положение по длине хорды профиля крыла.

1. *Alekseyenko S.V., Prykhodko O.A.* Numerical simulation of icing of a cylinder and an airfoil: model review and computational results // TsAGI Science Journal. – 2013. – Vol. 44., Issue 6. – P. 761–805.
2. *Приходько А.А., Алексеенко С.В.* Компьютерное моделирование процессов нарастания льда на поверхности профиля NACA 0012 // Современная наука. – 2013. – №1(12). – С.48–54.
3. *Alekseenko S.V. Prikhod'ko A.A.* Mathematical Modeling of Ice Body Formation on the Wing Airfoil Surface // Fluid Dynamics. – 2014. – Vol. 49, No. 6. – P. 715–732.

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF LARGE ICE FORMATION ON AIRFOILS AERODYNAMIC PERFORMANCES

The results of numerical studies of the aerodynamic characteristics of the wing profile NACA 0012 with horn ice formations are presented. The results have been compared with the experimental data obtained within low-velocity wind tunnel AT-4 "KHAI". Both shape and roughness of the outgrowths corresponded to icing regimes typical for glaze ice formation. The studies were carried out within a wide range of attack angle $\alpha = -4^o ... 18^o$ *when Reynolds number was* $Re = 0.67\times10^6$ *and flow velocity was* $V_\infty = 53$ *m/s. Effect of a flow-field structure on aerodynamic characteristics of the profile has been determined. It is illustrated that the main effect on the change in the aerodynamic performances of profile with ice accretions is exerted by a separation bubble, namely its dimensions and position along the chord length of the wing profile. The greatest influence is exerted by the separation bubble behind the ice "horn" on the upper part of the profile. Therefore, dimensions (height) of an ice "horn", its angle towards a direction of incoming flow as well as location along the chord length of a wing profile are the prevailing factors for changes in aerodynamic characteristics*

УДК 001 (09)

ПРО НАУКОВИЙ ВНЕСОК ПРОФЕСОРА О.А. ПРИХОДЬКА В РОЗВИТОК ВІТЧИЗНЯНОЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ГІДРОДИНАМІКІ ТА ТЕПЛОМАСООБМІНУ

Сергій Алексєєнко

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

alexeyenko_sv@ukr.net

Доктор фізико-математичних наук, професор, лауреат Премії НАН України ім. О.К. Антонова Олександр Анатолійович Приходько (14.04.1953 – 03.08.2018) – відомий український вчений, визнаний в світі фахівець у галузі обчислювальної аерогідромеханіки та тепломасообміну, творець наукової школи, автор понад 400 наукових праць, декількох монографій. Його наукова, викладацька, організаційна діяльність, як і все його життя головним чином пов’язані з Дніпровським національним університетом імені Олеся Гончара (до червня 2008 – Дніпропетровський державний університет), в якому він пройшов шлях від студента до професора, завідувача кафедрою технічної механіки (1996-2014 рр.), а потім механотроніки (2014-2018 рр.). Одночасно з 1989 року працював в Інституті транспортних систем і технологій НАН України провідним науковим співробітником.

Перші наукові дослідження, що супроводжувалися отриманням значних результатів, були проведені О.А. Приходьком ще під час навчання в аспірантурі під керівництвом тоді ще кандидата технічних наук, доцента, а сьогодні доктора технічних наук, професора В.В. Кравця та були спрямовані на чисельне розв’язання задач газової динаміки великих швидкостей і були тісно пов’язані з оборонною тематикою. Вперше було розглянуто та чисельно розраховано як дозвукові так і надзвукові течії в’язкого газу та було успішно реалізовано спробу чисельного розв’язання задач газової динаміки в трьохвимірній постановці. Отримані результати лягли в основу захищеної ним у 1983 р. дисертації на тему «Чисельне моделювання інтерференційних течій на основі рівнянь Нав’є-Стокса» на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю «Механіка рідини, газу та плазми». Також, в той період, Олександром Анатолійовичом було виконано цілий ряд досліджень, пов’язаних із чисельним розв’язанням задач теорії тепломасообміну щодо вирішення прикладних проблем підприємств металургійної галузі.

У 1993 році під керівництвом академіка В.Ф. Прісняковa, на той час ректора Дніпропетровського державного університету, Олександр Анатолійович захистив дисертацію на тему «Чисельне моделювання процесів аерогідродинаміки та тепломасообміну на основі методу

розщеплення із застосуванням пакету програм розв'язання рівнянь Ейлера та Нав'є-Стокса» на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю «Математичне моделювання та обчислювальні методи».

Однак сфера наукових інтересів Олександра Анатолійовича була набагато ширшою і не обмежувалася тільки тематикою, відображеною в його дисертаційних роботах. Одним з напрямів було дослідження моделей турбулентності, їх порівняння, можливості програмної реалізації, розробка розрахункових схем, які б дозволяли враховувати вплив турбулентності на досліджувану течію. Також перспективними напрямами були дослідження багатофазних течій, течій з вільними границями, а також вільноконвективні течії. До цих робіт Олександр Анатолійович залучив аспірантів А.В. Зінченка та П.І. Кудінова, які, невдовзі, захистили кандидатські дисертації.

Окрім того, новою сферою інтересів стала проблематика високошвидкісного магніто-левітуючого транспорту, якою займався «Інститут транспортних систем і технологій» (Трансмаг) Національної академії наук України, і в якому, починаючи з 1990 року, Олександр Анатолійович практично очолив аеродинамічний напрямок. Хоча ця проблематика в той час вже не була новою, однак ще багато речей залишалися складними і, не зважаючи на інтенсивні дослідження, залишалися не до кінця зрозумілими напротязі ще багатьох років. До роботи над цією задачею Олександр Анатолійович долучив співробітника Трансмагу А.В. Сохацького. Робота була комплексною і, з одного боку, ґрунтувалася на експериментальних дослідженнях, що були проведені в аеродинамічній трубі Харківського авіаційного інституту. А з іншого боку, двох чисельних методах різного рівня: для грубого оціночного розрахунку, заснованого на моделі ідеальної нестисливої рідини, було використано метод дискретних вихорів, а для більш точних розрахунків – в рамках моделі в'язкої нестисливої рідини, з урахуванням турбулентних ефектів, алгоритми методу скінченних різниць, які, переважно, були раніше розроблені Олександром Анатолійовичем. Потенціал такого підходу виявився настільки значним, що отримані результати дозволили А.В. Сохацькому швидко підготувати та захистити кандидатську, а дещо пізніше і докторську дисертації. Результати цієї роботи також увійшли до сумісної монографії [1].

Також в Трансмазі були виконані, а потім захищені ще чотири дисертаційні роботи під керівництвом професора О.А. Приходька за досить різноманітною тематикою: чисельне моделювання аеродинаміки роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок на основі нестаціонарних рівнянь Нав'є-Стокса, Д.А. Редчиць; математичне та чисельне моделювання процесів тепломасообміну в акумуляторах, Н.В. Бурилова; чисельне моделювання автоколивань скачка ущільнення, А.О. Пилипенко; чисельне моделювання взаємодії ударних хвиль з пограничним шаром при наявності тепло- і масообміну з обтічною поверхнею, О.Б. Польовий.

Знакові результати досліджень О.А. Приходька увійшли до відомої монографії [2], яка була опублікована у 2003 році та в якій було розглянуто широкий спектр моделей та методів, реалізованих у розробленому пакеті прикладних програм на основі рівнянь Ейлера та Нав'є-Стокса; наведені результати розрахунку цілого ряду задач, пов'язаних із взаємодією струменів з поперечним надзвуковим потоком та вільною поверхнею рідини, впливом тепломасообміну на розвиток відривних течій, дослідженням аеродинамічних характеристик просторових тіл, інтерференцією ковзних скачків та турбулентного примежового шару, зливу рідини з ємностей, розвитком термогравітаційної циркуляції в замкнутих об'ємах.

З 2004 року з'явився ще один цікавий напрямок досліджень – математичне моделювання процесів зледеніння літальних апаратів під час польоту в несприятливих метеорологічних умовах.

Професор О.А. Приходько був членом спеціалізованих вчених рад по захисту дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора та кандидата наук у ДНУ, ІГТМ НАНУ, НАУ ХАІ, неодноразово виступав опонентом при захисті докторських та кандидатських дисертацій. В цілому, під його керівництвом його учні захистили 1 докторську та 8 кандидатських дисертацій. Проф. О.А. Приходько був координатором секції «Гідроаеродинаміка та тепломасопереніс в системах літальних апаратів» на Міжнародній молодіжній науковій конференції «Людина і космос» (м. Дніпро), а також був членом оргкомітету Міжнародної наукової конференції «Прикладні проблеми аерогідромеханіки та тепломасопереносу» (м. Дніпро). Проф. О.А Приходько прочитав авторський курс лекцій з обчислювальної аеродинаміки та тепломасообміну спеціалістам Китаю (м. Хух-Хото) у НТУ КПІ (грудень 2013 та грудень 2015) та м. Хух-Хото (січень 2016).

1. *Приходько А.А., Сохацкий А.В.* Математическое и экспериментальное моделирование аэродинамики элементов транспортных систем вблизи экрана. - Д: Наука и образование, 1998. - 160 с.
2. *Приходько А.А.* Компьютерные технологии в аэрогидромеханике и тепломассообмене. - Киев: Наукова думка, 2003. - 382 с.

ABOUT THE SCIENTIFIC CONTRIBUTION OF PROF. O.A. PRIKHODKO IN THE DEVELOPMENT OF DOMESTIC COMPUTING HYDRODYNAMICS AND HEAT-AND-MASS TRANSFERING

The results of the scientific activities of the doctor of physical and mathematical sciences, professor, laureate of the Prize of NAS of Ukraine named after O.K. Antonov Oleksandr Anatoliyovich Prikhodko (04.14.1953 – 08.03.2018) is shown.

УДК 532.5

НОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ В ОБЛАСТЯХ С ПОДВИЖНЫМИ ГРАНИЦАМИ

Антон Амуров, Юлия Бразалук, Александр Губин, Дмитрий Евдокимов

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

amurov2@gmail.com

В последние годы в вычислительной гидромеханике все большее внимание уделяется задачам, сформулированным в областях с подвижной или неизвестной границей. Примерами таких задач могут служить: задача о движении нестационарной свободной поверхности, задача о совместном течении двух и более несмешивающихся жидкостей, задача о совместном течении областей одной жидкости, но с разными кинематическими свойствами (например, задача М.А. Лаврентьева о совместно течении потенциальной и завихренной областей жидкости), задача о движении сдвигового слоя (задача об эволюции вихревой пелены или контактного разрыва скоростей), а также присоединенные к ним на основание математической аналогии стационарные постановки перечисленных задач, имеющие неизвестные стационарные границы.

К настоящему времени создан достаточно мощный инструментарий для решения описанных выше задач рассматриваемого класса. Среди них можно условно выделить два основных подхода. Первый из них основан на модели потенциального течения идеальной несжимаемой жидкости. Действительно, свободные поверхности и поверхности раздела, как правило, не генерируют завихренность, хотя и могут моделироваться тонким вихревым слоем. Простота описанной выше постановки задачи позволила применить для ее решения аналитические методы (методы теории функций комплексного переменного, методы разделения переменных, асимптотические методы), а затем и близкие к ним идейно методы вычислительной теории потенциала. Однако основным недостатком описанного выше подхода являлось пренебрежение вязкостью жидкости. Для задач о течении вязкой жидкости с подвижными и неизвестными границами разработаны многочисленные эйлеровы и лагранжевы расчетные подходы. При этом лагранжевы методы, скорее, надо отнести к перспективным и многообещающим, а эйлеровы алгоритмы с успехом используются в прикладных расчетах. Безусловным достоинством эйлеровых методов с подвижными сетками является возможность сгустить сетку вблизи границы, в том числе и подвижной.

Однако эйлеровы методы с фиксированными сетками не обеспечивают необходимой точности решения вблизи границ, особенно подвижной границы, а эйлеровы методы с подвижными сетками оказываются чересчур ресурсоемкими. Приведенные рассуждения относятся как к конечноразностным, так и к конечноэлементным алгоритмам. В целом же, существующие алгоритмы расчета течений с подвижными и неизвестными границами в рамках модели вязкой жидкости недостаточно эффективны.

Таким образом, в рассматриваемой области сложилось противоречивая ситуация, когда методы вычислительной теории потенциала вместе с моделью идеальной несжимаемой жидкости высокоэффективны, но недостаточно универсальны, а сеточные методы универсальны, но недостаточно эффективны. Естественным выходом из сложившейся ситуации является комбинирование двух указанных подходов, для чего область течения должна быть сегментирована на основании расщепления по физическим процессам, и в каждой из частей должна быть сформулирована специфическая математическая модель и применен численный метод, наиболее этой модели соответствующий с точки зрения эффективности. При этом возникают многочисленные дополнительные возможности учитывать вязкие эффекты в рамках модели генерации локализованной завихренности, модели пограничного слоя в рамках теории вязко-невязкого взаимодействия, модели вихревых зон постоянной завихренности М.А. Лаврентьева и модели контурной динамики Ф. Сеффмена. И только в ограниченном числе случаев необходимым оказывается решение уравнений динамики вязкой жидкости при помощи сеточных методов. Предложенный выше подход проиллюстрирован несколькими примерами численных расчетов.

NEW NUMERICAL TECHNOLOGIES FOR SOLUTION OF HYDRODYNAMIC PROBLEMS WITH MOVING BOUNDARIES

Moving and unknown boundary in hydrodynamic problems were considered and analyzed in the paper. It was shown that such problems are extremely important for many field of application, nowadays. However, there are a lot of specific computational difficulties, which restrict fields of their effective applications. For example, model of potential flow of ideal incompressible fluid applied together with methods of computational potential theory like boundary element method or discrete singularity method, shows high computational effectiveness, but it is not enough universal, because it cannot effectively describe viscous effect in flows. In the same time, special developed algorithms of finite difference method and finite element method cover all variety of viscous effect, but they demonstrate extremely low effectiveness of calculations. To overcome the described difficulties, it is proposed to segment the flow domain according to physical decomposition principle. Specific mathematical model together with specially improved numerical algorithm is applied for calculation in every part of the flow domain. The proposed computational approach is illustrated by several examples of calculation of flows with moving and unknown boundaries.

УДК 539.3

О ВЛИЯНИИ КОНЕЧНЫХ НАЧАЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СИСТЕМЫ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА И СЛОЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Александр Багно, Галина Щурук

Институт механики имени С.П. Тимошенко Национальной академии наук Украины

alexbag2016@gmail.com, prikl@inmech.kiev.ua

Начальные (остаточные) напряжения, созданные целенаправленно или возникшие в результате технологических операций при изготовлении различных элементов конструкций, оказывают существенное влияние на их динамическое поведение. Широкое использование волн как в теоретических, так и в прикладных исследованиях, ставит задачу более полного учета свойств, присущих реальным упругим и жидким средам.

В настоящем сообщении анализ фазовых скоростей и дисперсионных характеристик нормальных волн в упруго-жидкостной системе, состоящей из упругого полупространства и слоя жидкости, выполнен с привлечением линеаризованной теории гидроупругости, предложенной в работах [1, 2]. При этом применены трехмерные линеаризованные уравнения Эйлера для сжимаемой идеальной жидкости и трехмерные линеаризованные уравнения теории упругости конечных деформаций для твердого тела. Исследование проведено с использованием постановки задачи и метода, основанными на применении представлений общих решений линеаризованных уравнений Эйлера идеальной сжимаемой жидкости и несжимаемого упругого тела, подверженного большим начальным деформациям [1, 2].

В данной работе рассмотрена задача о распространении гармонических волн в гидроупругой системе, состоящей из слоя идеальной сжимаемой жидкости, находящейся в состоянии покоя, и упругого несжимаемого полупространства, подверженного большим (конечным) начальным деформациям. При этом решены две задачи о собственных значениях для уравнений движения упругого тела и жидкости, а также определены соответствующие собственные функции. После подстановки общих решений в граничные условия гидроупругой задачи получено дисперсионное уравнение, характеризующее волновой процесс в широком диапазоне частот. Заметим, что это уравнение выведено без каких-либо дополнительных требований к виду функции упругого потенциала. Поэтому оно имеет место для упругих потенциалов произвольной формы. Численное решение дисперсионного уравнения выполнялось для гидроупругой системы, материал упругого полупространства которой является высокоэластичным и несжимаемым. Для описания его упругих свойств привлекался упругий

потенциал Трелоара. Анализ дисперсионного уравнения, проведенные дополнительные расчеты и полученные в настоящей работе числовые результаты позволили установить критерии существования квазилэмбовских мод в упруго-жидкостных волноводах. Показано, что в системе, компонентами которой является упругое полупространство и слой жидкости, таким критерием может служить соотношение между скоростью волны звука в жидком слое $\bar{a}_0$ и скоростью волны сдвига в материале упругого тела $\bar{c}_s$. При $\bar{a}_0 > \bar{c}_s$ в гидроупругих системах распространяется лишь одна поверхностная волна, скорость которой изменяется от скорости волны Рэлея $\bar{c}_R$ (при частоте $\bar{h} \to 0$) до скорости волны Стоунли $\bar{c}_{St}$ (при частоте $\bar{h} \to \infty$). В случае выполнения условия $\bar{a}_0 < \bar{c}_s$ в упруго-жидкостном волноводе распространяется множество квазилэмбовских мод высокого порядка. При этом скорость первой моды изменяется от скорости волны Рэлея $\bar{c}_R$ при $\bar{h} \to 0$ до скорости волны Стоунли $\bar{c}_{St}$ при $\bar{h} \to \infty$. Скорости мод высокого порядка изменяются от скорости волны сдвига в упругом теле $\bar{c}_s$ (при их зарождении) до скорости звуковой волны в жидкости $\bar{a}_0$ (при $\bar{h} \to \infty$). Показано, что большие (конечные) начальные деформации могут привести не только к изменению величин фазовых скоростей и дисперсионной картины мод, но и к более существенному качественному изменению характера волнового процесса в гидроупругой системе в целом. Установлено, что начальное сжатие упругого полупространства изменило соотношение между механическими параметрами системы с $\bar{a}_0 < \bar{c}_s$ на $\bar{a}_0 > \bar{c}_s$, что привело к преобразованию многомодового волновода в одномодовый.

1. *Гузь А. Н.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: 2 части. – Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016.
2. *Гузь А. Н.* Введение в динамику сжимаемой вязкой жидкости. – Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. –244 с.

ON THE INFLUENCE OF FINITE INITIAL DEFORMATIONS ON THE WAVE PROPERTIES OF A SYSTEM CONSISTING OF AN ELASTIC HALF-SPACE AND A LAYER OF AN IDEAL FLUID

The problem of normal waves propagation in a pre-deformed incompressible elastic a half-space that interacts with a layer of an ideal compressible fluid is considered. The study is conducted on the basis of the three-dimensional linearized equations of elasticity theory finite deformations for the incompressible elastic half-space and on the basis of the three-dimensional linearized Euler equations for ideal compressible fluid. The effect of the finite initial deformations of elastic half-space and of the thickness of the layer of ideal compressible fluid on the phase velocities of harmonic waves are analyzed.

УДК 533.6:621.548

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО КУТА НАХИЛУ ЛОПАТІ ВЕРТИКАЛЬНО-ОСЬОВОЇ ВІТРОТУРБИНИ

Олег Гоман, Людмила Книш, Володимир Гладенко, Володимир Давидов

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

lknysh@ukr.net

Вітротурбіни з вертикальною віссю оберту стають все більш популярними в регіонах з низьким вітровим потенціалом. До таких регіонів відноситься більша частина території України. Вертикально-осьові вітротурбіни не потребують спеціальних систем орієнтації, простіші в експлуатації, мають високі показники надійності та екологічної безпеки. Але під час проектування та експлуатації таких енергоустановок виникає безліч питань, які обумовлені складністю аеродинамічних процесів, їх випадковим характером та невизначеністю.

Серед таких питань є питання запуску вертикально-осьових вітротурбін. Вважається, що момент початку руху для горизонтально-осьових вітротурбін не дорівнює нулю. Тобто для їх самозапуску не потрібні зовнішні джерела енергії. Але на практиці такі вітротурбіни запускаються лише при точній орієнтації на вітер, що передбачає додаткові енергетичні витрати. Щодо вертикально-осьових вітротурбін, то довгий час вважалось, що їх момент початку руху дорівнює нулю, тобто самозапуску не існує. В конструкції вертикально-осьової вітротурбіни передбачається спеціальний пусковий енергетичний пристрій. Часто для гарантованого запуску в загальну проектну схему вертикально-осьової вітротурбіни вводять ротор Савоніуса. Це ускладнює конструкцію, суттєво знижує її надійність.

В роботі пропонується в якості засобу самозапуску використовувати аеродинамічні властивості вітротурбіни. Для вибраного профілю лопаті визначається оптимальний кут нахилу по відношенню до траверси, який забезпечує максимальний момент початку руху. Дослідження проводились експериментально в промисловій аеродинамічній трубі Т-5 кафедри аерогідромеханіки та енергомасопереносу Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара та складались з кількох етапів.

На першому етапі було виготовлено за технологією 3D-друку відповідну модель лопаті з симетричним профілем NACA 0018. Другий етап – продувка моделі в аеродинамічній трубі під різними кутами атаки. При цьому тензометричним методом були визначені її основні аеродинамічні характеристики. Третій етап – це обробка експериментальних результатів та їх застосування для вибраного проектного рішення вітротурбіни.

Слід відмітити, що під час експериментів були отримані аеродинамічні характеристики вибраного профілю при всіх кутах атаки. Порівняння цих даних з відомими результатами для обмежених діапазонів кутів атаки показало їх задовільний збіг. Це свідчить про можливість застосування запропонованої експериментальної методики для профілів будь-якої геометрії.

Передбачалось, що експериментальна вітротурбіна буде мати три лопаті. Але складений алгоритм розрахунку оптимального кута нахилу лопаті може бути застосований для різної кількості лопатей. Для кожної з лопатей розраховувалось значення моменту, потім визначався сумарний момент по всьому спектру кутів атаки. На основі аналізу отриманих даних робився висновок про оптимальний кут нахилу лопати, який забезпечує самозапуск системи.

Подальші експериментальні дослідження модельної вітротурбіни показали, що визначений оптимальний кут для самозапуску не завжди є оптимальним з точки зору енергетичних показників. Одним зі шляхів їх підвищення є створення системи повороту лопатей. Така система може бути ефективною, як для гальмування лопатей, так і для підтримки оптимального кута атаки. Але, на відміну від горизонтально-осьових вітротурбін, системи повороту для вертикально-осьових вітротурбін не використовуються. Такі системи надто складні, їх робота залежить від напряму вітру, що потребує постійної зміни алгоритму систем автоматизації. Тому головною метою майбутніх досліджень є пошук засобів підвищення енергетичної ефективності вертикально-осьових вітротурбін шляхом подальшого вдосконалення їх аеродинамічних характеристик.

1. *Абрамовский Е.Р., Лычагин Н.Н.* Проблемы оптимизации параметров ветровых двигателей. – Днепр:Наука и образование, 2014. – 274 с.
2. *Кривцов В.С., Олейников А.М., Яковлев А.И.* Неисчерпаемая энергия. Ветроэнергетика. Кн.2. – Харьков: ХАИ, 2004. – 520 с.

EXPERIMENTAL STUDY OF THE OPTIMAL BLADE ANGLE FOR THE VERTICAL AXIS WIND TURBINE

Blade aerodynamic characteristics for the vertical axis wind turbine were determined experimentally. Model of the blade was built using 3D printing technology. Numerical algorithm for analysis of the total torque of the wind turbine was created. The optimal blade angle for self-start of the wind turbine was determined. Directions of the future studies were chosen.

УДК 532.5

ДЕЯКІ ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ СУЧАСНОЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ГІДРОМЕХАНІКИ

Олександр Кочубей, Микола Поляков, Олександр Хамініч, Дмитро Євдокимов

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

khaminich_a_v@i.ua

Останнього часу майже в кожній з класичних чи нещодавно виниклих наук сформувався напрямок, назва якого складається зі слова обчислювальна та назви самої науки. Така ситуація є природним наслідком загальної комп'ютеризації життя, котра має місце останні два-три десятиріччя. Слід зазначити, що обчислювальна гідромеханіка, як й обчислювальна механіка в цілому, виникли задовго до появи цієї тенденції, а саме у 60-ті – 70-ті роки минулого сторіччя, тобто на самому початку комп'ютерної ери. Зрозуміло, що на сучасному етапі розвитку фундаментальної та природничої науки обчислювальна гідромеханіка є однією з найбільш високорозвинених серед аналогічних дисциплін.

Останні два десятиліття основною тенденцією розвитку обчислювальної гідромеханіки є масовий перехід на пакети прикладних програм, що розповсюджуються за комерційним принципом чи безкоштовно. Такій тенденції важко дати однозначну оцінку. З одного боку: а) використання пакету прикладних програм радикально скорочує час на підготовку розрахунку в порівнянні з розробкою авторського програмного забезпечення, а іноді й з використанням останнього, якщо воно вже готово; б) більшість пакетів прикладних програм має дружній до користувача інтерфейс та потужні препроцесорні та постпроцесорні засоби обробки інформації; в) як правило, алгоритмічне наповнення та супроводження комерційних пакетів прикладних програм краще, ніж у авторського програмного забезпечення; г) комерційне програмне забезпечення краще відтестовано в порівнянні з авторським; д) у переважній більшості випадків комерційні пакети більш універсальні, ніж авторські програми, що пояснюється саме комерційними міркуваннями. Такі переваги мають місце навіть, коли розробниками некомерційного програмного забезпечення виступають авторитетні провідні лабораторії, університети, чи потужні компанії та підприємства. З іншого боку: а) комерційне програмне забезпечення це практично завжди закритий програмний код; б) обмежені можливості дослідження властивостей програм та їх тестування; в) непоодинокі випадки недостовірної реклами; г) вибір на користь найбільш універсального алгоритму перед найбільш точним чи

ефективним.

Розглянемо описану вище ситуацію з історичної точки зору. На початку комп'ютерної епохи можливості обчислювальних систем були настільки обмежені, що практично будь-яку нову задачу доводилося розв'язувати за спеціально розробленим найбільш ефективним алгоритмом Розвиток обчислювальної техніки, виробництва програмного забезпечення, суміжних дисциплін змінився з середини 90-тих років минулого сторіччя, коли масові комп'ютери потужного (важкого) класу – робочі та графічні станції, а також кластери персональних комп'ютерів стали спроможні підтримувати роботу повнофункціональних спеціалізованих пакетів прикладних програм. У обчислювальній гідромеханіці це були пакети Fluent, CFX (зараз обидва входять до пакету ANSYS), Star-CD та інші. Разом з цим розпочався процес витіснення з ринку невеликих фірм-розробників та окремих груп, що постачали спеціалізоване програмне забезпечення та проводили розрахунки на комерційній основі. Враховуючі значне прискорення розробки нової техніки, що було забезпечене застосуванням пакетів прикладних програм, а також загальне покращення якості розрахунків, розглянуту тенденцію можна впевнено вважати невідворотною, однак вона мала низку серйозних негативних наслідків. До останніх слід віднести розпад груп розробників у невеликих комп'ютерних фірмах, науковому та академічному середовищі. Зникнення таких груп веде до втрати унікального досвіду, багатьох ідей та доробків у галузі чисельних методів та їх застосування. Внаслідок означеного процесу зникнення груп розробників слід очікувати помітного гальмування розвитку обчислювальної механіки як теоретичної науки.

У країнах колишнього Радянського Союзу, у тому числі й в Україні, розглянутий процес активно проходить у теперішній час з більш важкими наслідками. Групи розробників у Радянському Союзі сформувалися у 70-ті-80-ті роки переважно в науковому та академічному середовищі. Під час кризи 90-их років значна кількість груп розробників зникла, ті що залишилися, скоротили свій склад та зіштовхувалися з проблемами нестачі обчислювальної техніки. При сучасному стані обчислювальної механіки в Україні зникнення навіть дуже невеликої фінансової підтримки з боку індустрії, що надається групам розробників релевантного прикладного програмного забезпечення, загрожує зникненням цілих напрямків згаданої науки. На жаль, таке припинення фінансової підтримки внаслідок масового впровадження комерційних пакетів прикладних програм практично неминуче, оскільки програмні продукти кустарного виробництва за якістю та функціональними можливостями не є конкурентоспроможними. Тобто Україні та іншим країнам з проблемною економікою внаслідок розглянутого процесу загрожує катастрофічне скорочення експертного середовища та майже повне припинення досліджень у цій галузі.

Постає природне питання про інші наслідки процесу комерціалізації обчислювальної практики. Позитивні наслідки цього процесу очевидні та

полягають у: а) радикальному прискоренні як процедур математичного та чисельного моделювання, так і процесів розробки та впровадження нової техніки, що забезпечує чималий економічний ефект; б) підвищенні якості прикладних розрахунків; в) економії витрат на проведення розрахунків; г) стандартизації прикладних розрахунків. Такі суттєві переваги роблять комерціалізацію практично неминучою в усіх прикладних обчислювальних дисциплінах. Серед негативних наслідків процесу комерціалізації, окрім зазначених вище проблем з авторськими групами розробників, хотілося б відмітити ще декілька моментів, головним серед яких постає поява напрямків у чисельному моделюванні, непривабливих для комерційного програмного забезпечення. По-перше, це програмне забезпечення для наукових досліджень, яке розробляється, щоб бути використаним один чи декілька раз. По-друге, це неуніверсальні чисельні алгоритми, тобто такі алгоритми, які забезпечують високу точність та/або ефективність лише для дуже обмеженого кола задач, наприклад, до таких алгоритмів можна віднести всі існуючі альтернативні чисельні методи, у тому числі й алгоритми обчислювальної теорії потенціалу та лагранжові методи обчислювальної гідромеханіки. По-третє, скорочення груп розробників означає небезпечне зменшення експертного середовища у релевантних напрямках. Четверте, незважаючи на те, що фірми-розробники комерційного програмного забезпечення акумулюють значні фінансові ресурси, частина з яких буде спрямована на розвиток та вдосконалення чисельних методів та алгоритмів, в цілому, розвиток галузі уповільниться через скорочення кількості груп розробників, які виступали генераторами нових ідей. Такий перелік висновків із наведеного вище аналізу ситуації уявляється корисним для прогнозування напрямків розвитку обчислювальної механіки: а) найближчим часом обчислювальна механіка та обчислювальна гідромеханіка, у тому числі, будуть штучно розділені на два напрямки – інженерно-технічного розрахунку та суто наукового розрахунку з повністю окремими джерелами фінансування; б) ряд алгоритмічних напрямків обчислювальної механіки, що не пов’язані з комерційними пакетами прикладних програм, у подальшому будуть зіштовхуватися з фінансовими труднощами; в) для подолання фінансових проблем розвитку обчислювальної механіки необхідно включити цю дисципліну в національні та міжнародні програми фінансування теоретичних наук; г) для України з її дуже обмеженою базою інстальованої обчислювальної техніки представляється доцільною розробка високоефективних спеціалізованих алгоритмів, здатних розв’язувати дуже обмежені кола задач, але з високою точністю та мінімальним використанням ресурсів комп’ютера.

Автори даної роботи в силу своїх наукових інтересів пов’язані з трьома напрямками обчислювальної гідромеханіки, яких за різними причинами не торкнувся процес комерціалізації програмного забезпечення. Розглянемо ці напрямки в якості можливих прикладів некомерційного розвитку

обчислювальної гідромеханіки.

1. Розробка комбінованих алгоритмів методу граничних елементів та лагранжевих методів обчислювальної гідромеханіки, а саме, методу дискретних вихорів, методу частинок, методу частинок в комірці, методу контурної динаміки, методу дискретних особливостей. У таких алгоритмах лагранжева складова забезпечує ефективний розрахунок конвективного переносу субстанції у потоці, а метод граничних елементів, тобто ейлерова складова, забезпечує високоточний аналіз впливу складних меж області течії. Ефективність застосування такого підходу обмежена певними класами задач зовнішнього обтікання.

2. Сумісне застосування асимптотичних методів та методу граничних елементів в задачах мікрогідродинаміки. Сфера застосування підходу – внутрішні течії в'язкої рідини та тепломасообмін у них при числах Рейнольдса, Пекле та їх аналогах, менших за одиницю, тобто при умові збіжності розкладання Уайтхеда.

3. Сумісне застосування асимптотичних методів та методу граничних елементів в задачах про течію в'язкої рідини та тепломасообмін у ній в умовах мікрогравітації. Сфера застосування підходу, що розробляється, – внутрішні течії в'язкої рідини та процеси тепломасообміну в умовах інерціальних космічних польотів, у тому числі слабка вільна конвекція, багатофазні течії в умовах мікрогравітації, конвекція Марангоні та інші, що відбуваються при умові збіжності розкладання Уайтхеда.

Зазначені приклади вочевидь демонструють обмеженість можливостей сучасних комерційних пакетів прикладних програм у порівнянні зі спеціально розробленими алгоритмами на основі альтернативних підходів, які застосовуються до досить вузьких класів спеціальних задач.

SOME DEVELOPMENT TENDENCIES OF MODERN COMPUTATIONAL FLUID MECHANICS

Some positive and negative tendencies of computational fluid mechanics development, caused by widely usage of commercial packages of applied computer programs, are considered in the present work. It is shown, that commercial packages have a lot of advantages in comparison with non-commercial software, in particular, universality, suitable user interface, saving of time of users and computer programmers, economical effectiveness. On the other hand, wide application of commercial packages leads to reduction of developer groups, what creates difficulties in computational mechanics in whole, for example, it reduces a base of new ideas. A lot of computational approaches and fluid mechanics problems remain commercially unattractive, what means that they will not be developed in future. Mainly, such directions belong to pure scientific software. Three examples of such problems and methods are described in the present work. Some recommendations concerning commercialization of the considered field are proposed here including the special recommendations for Ukraine.

УДК 514.7; 517.9; 519.6; 532.5; 533.6; 621.6; 629.7

МЕТОД ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Юрий Крашаница

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского

u.krashanitsa@khai.edu

В настоящее время для решения актуальных задач аэрогидродинамики широко применяются различные численные методы. Их общими недостатками являются частность и трудоемкость решений, высокие требования к вычислительным ресурсам и, как следствие, сложность решения задач оптимизации и экономической целесообразности. Кроме этого, до настоящего времени не решены вопросы существования и единственности решений нелинейных краевых задач механики сплошных сред. Теоремы существования и единственности решений этих задач исследовались многими авторами, среди которых необходимо выделить работы М.В. Келдыша и Ф.И. Франкля, а также Р.С. Финна и Д. Гилбарга, М. Шифмана и в достаточно полной мере представлены в работе [1]. Этих проблем можно избежать, используя точные или приближенные аналитические зависимости, которые позволяют решать некоторые актуальные задачи исследования взаимодействия вязкого газа с несущими элементами летательных аппаратов. Существующие методики расчетов аэродинамических характеристик, основанные на идеологии математической модели движения идеальной среды без вязкого взаимодействия, не соответствуют реальным процессам и запросам практики. В настоящее время наиболее перспективной представляется интегрированная компьютерная технология, основанная на методе граничных интегральных уравнений. Этот метод позволяет сводить краевые задачи аэрогидродинамики на многообразия меньшей размерности и непосредственно определять распределенные аэрогидродинамические характеристики летательных аппаратов и их частей в широком диапазоне изменения параметров подобия. В работе представлено развитие нового общего направления численно-аналитического решения широкого класса нелинейных задач механики жидкости и газа. Доказано существование векторного потенциала закона сохранения импульса механики жидкости и газа. С помощью фундаментальных решений соответствующих дифференциальных операторов на базе развитого аппарата обобщенного векторно-тензорного анализа в [2] получены интегральные представления кинематических и динамических характеристик как решений краевых задач механики вязких

сплошных сред. Представлены некоторые результаты численной реализации метода.

1. *Galdi, G.P.* An Introduction to the Mathematical Theory of the Navier–Stokes Equations.– New York; Dordrecht; Heidelberg; London: Springer, 2011.–1018 p.
2. *Крашаница Ю.А.* Векторно-тензорный анализ, теория потенциала и метод граничных интегральных уравнений в начально-краевых задачах аэрогидродинамики. – К.: Наук. Думка. – 2016. – 225 с.

THE METHOD OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATIONS IN THE BOUNDARY VALUE PROBLEMS OF DYNAMICS OF FLUIDS AND GASES

Results of application of the method developed to determine aerodynamic characteristics of three-dimensional flow around bodies of complex spatial configuration in a steady flow of gas are presented. On the basis of the generalized apparatus of vector-tensor analysis, a special attention is paid to the development of new methods of the theory of a potential in the boundary value problems of the continuum dynamics. Mathematical models of three-dimensional flow around bodies of complex spatial configuration with respect to the influence of vortex structures are studied. It is shown that one of the most realistic mathematical models of motion and interaction of real fluids and gases is a system of equations by Navier-Stokes. And the promising method for solving a wide range of initial-boundary value problems based on the Navier-Stokes system of equations, or their correct linearization, is the method of the boundary integral equations.

УДК 533.95

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ЗАРЯЖЕННОГО ЦИЛИНДРА ПОТОКОМ ПЛАЗМЫ ВБЛИЗИ ПРОВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Дмитрий Лазученков, Николай Лазученков

Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины

lazuch@ukr.net

Рассматривается поперечное обтекание цилиндра разреженной неизотермической плазмой с учетом влияния окружающих проводящих тел, таких как элементы конструкции спутника в ионосфере. Процесс математически моделируется системой нелинейных интегро-дифференциальных уравнений Власова-Пуассона с граничными условиями поглощения и нейтрализации частиц на твердых поверхностях [1]. Задача решена в двумерной постановке конечно-разностным методом установления с расщеплением по физическим процессам на вложенных пространственных сетках. Для расчета монотонного самосогласованного электрического поля используется приближение Пуассона-Больцмана с модельным распределением концентрации электронов [1]. Достоверность результатов подтверждена сравнением с известными решениями модельных задач, а также сравнением результатов решения одинаковых физических задач с использованием различных математических моделей и методов. Результаты работы используются для учета влияния проводящих элементов платформы космического аппарата на выходные сигналы цилиндрического зонда.

1. *Лазученков Д.Н., Лазученков Н.М.* Моделирование взаимодействия потока разреженной плазмы с обтекаемым заряженным проводящим цилиндром вблизи проводящей поверхности // Техническая механика. – 2014. – №2. – С. 63 – 72.

MODELING OF PLASMA FLOW OVER A CHARGED CYLINDER IN THE VICINITY OF A CONDUCTING SURFACE

A transverse flow of a rarefied non-isothermal plasma around a cylinder is considered, taking into account the influence of the surrounding conducting bodies. The process is mathematically modeled by a Vlasov-Poisson system of nonlinear integro-differential equations with boundary conditions of the absorption and neutralization of particles on solid surfaces [1]. The problem is solved in a two-dimensional formulation by the finite-difference method of establishing with splitting into physical processes on nested spatial grids, using the model electron density field [1]. The reliability of the results is confirmed by comparison with the well-known solutions of model problems, as well as by comparing the results of solving the same physical problems using different mathematical models and methods. The results of the work are used to determine the influence of the conducting elements of the spacecraft platform on the output signals of a cylindrical probe.

УДК 533.9.082.76

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗОНДОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В ПОТОКЕ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ

Дмитрий Лазученков, Николай Лазученков

Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины

lazuch@ukr.net

Решается задача идентификации параметров неизотермической плазмы по результатам зондовых измерений. Вольтамперная характеристика (ВАХ) электрического зонда, обтекаемого плазмой в свободномолекулярном режиме, аппроксимируется кусочно-аналитической функцией, построенной на основе известных теоретических и экспериментальных зависимостей ионного и электронного токов на зонд. Полученная параметрическая аппроксимация ВАХ включает в себя параметры плазмы, подлежащие определению: масса ионов, температура и концентрация заряженных частиц, направленная скорость потока плазмы, величина плавающего потенциала. Для оценки близости теоретических и экспериментальных значений зондового тока принята дискретная квадратичная норма. Множество допустимых значений параметров определяется из физических соображений и априорной информации об исследуемом потоке плазмы. Для численного решения задачи минимизации функционала использовались методы, основанные на методе Ньютона с ограничениями на параметры.

Исследована чувствительность ВАХ тонкого цилиндрического зонда при малых вариациях параметров невозмущенной ионосферной плазмы. Проведены численные исследования влияния погрешностей зондовых измерений на восстановление параметров плазмы, определены диапазоны возможных значений параметров в зависимости от погрешности измерения ВАХ.

MATHEMATICAL MODELING OF PROBE MEASUREMENTS IN RAREFIED FLOWING PLASMA

The problem of identifying parameters of non-isothermal plasma by the probe measurements in a collisionless mode is solved. Voltage - current characteristic (VCC) of an electric probe, streamlined by plasma in a free-molecular mode, is approximated by a piecewise-analytic function (based on known theoretical and experimental dependences of ion and electron collection), that includes major plasma parameters that are to be determined. Numerical methods based on the Newton method with restrictions on parameters (physical considerations and a priori data) were used. The sensitivity of the VCC of thin cylindrical probe to small variations in the parameters corresponding to ionospheric plasma, the effect of VCC deviation on the restoring of plasma parameters were numerically studied, and the ranges of possible values of parameters depending on the VCC measurement error were determined.

УДК [532.5.011:532.582:58]:51.001.57

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ С РАСТЕНИЯМИ, ПЛАВАЮЩИМИ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Артём Павличенко[1], Татьяна Демченко[2], Владимир Елисеев[2], Евгений Семененко[2]

1 Национальный технический университет «Днепровская политехника»,
[2] Иститут геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины

artem241@ukr.net, tanialitan9@gmail.com, evs_igtm@i.ua

Продукция железно-рудных комбинатов является одной из главных составляющих экспортного потенциала Украины, а сами предприятия есть градообразующие, поскольку обеспечивают работой значительную часть населения Кривбасса. Стабильность и рентабельность работы этих предприятий обеспечивают устойчивое развитие региона. Одним из факторов, грозящим остановкой данным предприятиям, является неспособность существующих систем осветления оборотной воды обеспечить требуемую степень очистки. Эксплуатируемая с середины прошлого века система складирования отходов обогащения предполагает укладку частиц гравийных и песчаных фракций на пляжи намыва, а частицы пылеватых, глинистых и меловых фракции, для предотвращения их пыления, складировать под слой воды в ядро хранилища. При этом защитный слой воды образует прудок-отстойник, в котором осветляется оборотная вода, которая поступает обратно в технологический процесс. Эффективность процесса осветления обеспечивалась большими геометрическими размерами прудка-отстойника и малой скоростью течения воды в нем. В процессе эксплуатации дамбы, хранилища отходов наращивались многократно и достигли таких высот, что геометрические размеры прудов-отстойников уже не обеспечивают эффективного осветления оборотной воды. Одним из возможных способов восстановления эффективной работы прудков-отстойников может быть применение растений, плавающих на свободной поверхности водоемов, например, водных гиацинтов, корневая система которых располагается в приповерхностном слое. Корни этих растений представляют собой густую естественную сеть, способную задерживать и связывать частицы пылеватых, глинистых и меловых фракции, предотвращая их попадание в технологический процесс. Для применения такой технологии необходимо выбрать и обосновать параметры приповерхностного слоя с растениями, рассчитать соответствующие скорости течения воды.

Учитывая особенности рассматриваемого процесса, было использовано уравнением Навье-Стокса для плоской задачи медленного стационарного течения вязкой жидкости в двух областях: свободный безнапорный поток

жидкости (область 1) и поток жидкости в пористом слое, образованном корнями плавающих на поверхности жидкости гиацинтов (область 2). При этом ось ординат предполагается направленной вверх, а ось абсцисс – вдоль дна канала. Наличие гиацинтов на свободной поверхности моделируется введением в соответствующие уравнение для области 2 коэффициентов сопротивления и прозорости, которые для области 1равны нулю и единицы соответственно. На границе между областями задавались условия равенства давлений, скоростей и их первых производных по продольной координате, а на свободной поверхности – значения давления и скорости жидкости. Решение задачи в такой постановке позволило получить формулы для расчета скорости и давления жидкости в обеих областях для случая течения по прямоугольному каналу конечной глубины. Для случая течения в прудке-отстойнике, на основе полученных решений, определены зависимости для осредненных скоростей жидкости в каждой области, для которых был осуществлен предельный переход при соотношении толщин областей стремящемся к единице:

$$u_1 = \frac{Q}{H^2}, \qquad u_2 = \frac{3\varepsilon}{2\eta}\frac{2K+\lambda}{(3+\lambda)(1+K)}\frac{Q}{H^2},$$

$$K = \varepsilon\left(\eta\sqrt{\lambda} - 0{,}0112\right) - 1, \qquad \lambda = \frac{kH^2}{\nu}, \qquad \eta = \frac{h}{H},$$

где u_1, u_2 – средняя по сечению скорость жидкости в областях 1 и 2; Q – объемный расход жидкости через канал; H, h – высоты слоев жидкости без и с гиацинтами; k, ε – коэффициенты сопротивления и прозорости; ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости.

Полученные формулы впервые позволяют определить скорость жидкости через слой плавающих на свободной поверхности гиацинтов в зависимости от компактности их высадки, что позволяет выбрать параметры слоя с гиацинтами, необходимые для осветления технической оборотной воды от частиц заданной гидравлической крупности с учетом геометрических размеров пруда-отстойника.

THE MATHEMATICAL MODEL OF A LIQUID FLOU WITH PLANTS FLOATING ON THE FREE SURFACE

The mathematical model of a liquid flow in a rectangular cross-section canal with plants floating on the free surface that is based on the usage of Navier-Stokes equation for the plane problem of a slow stationary viscous liquid flow in two regions: a free headless liquid flow and a liquid flow in a porous layer, created by the roots of hyacinths floating on the liquid surface is suggested

УДК 621.928.13

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗАВАНТАЖЕННЯ ВІБРОРЕШЕТА СИПКОЮ СУМІШШЮ

Михайло Півень

Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П. Василенка

m.v.piven@gmail.com

Живлення вібросепараторів, включаючи подачу та розподіл оброблюваного матеріалу на поверхні решета, є одним із чинників, що забезпечують якість і продуктивність процесу сепарування. Існуючі машини не забезпечують рівномірного розподілу сипкої суміші по робочій поверхні. Наявність ділянок перевантаження або недовантаження приводить до зниження ефективності процесу сепарування. Виникнення таких ділянок визначається характером відносного руху суміші по робочій поверхні решета. Отже, побудова математичної моделі руху потоку сипкої суміші є актуальним завданням, вирішення якого дозволить встановити оптимальні режими завантаження. Мета – побудова математичної моделі руху сипкої суміші на віброрешеті. Для дослідження процесу завантаження розроблена математична модель просторового руху сипкої суміші на віброрешеті скінченої ширини [1]. Система рівнянь руху зведена до рівнянь планового потоку. Головною передумовою такого перетворення є незначні розміри товщини шару в порівнянні з лінійними розмірами в площині потоку, а зміна складових швидкості вздовж нормалі до решета дуже мала. Вплив просіювання суміші на процес завантаження не враховувався. Система рівнянь планового руху потоку сипкої суміші на віброрешеті має вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\gamma + u\frac{\partial}{\partial x}\gamma + \mathrm{v}\frac{\partial}{\partial y}\gamma + \gamma\frac{\partial}{\partial x}u + \gamma\frac{\partial}{\partial y}\mathrm{v} = 0\,, \tag{1}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}u + u\frac{\partial}{\partial x}u + \mathrm{v}\frac{\partial}{\partial y}u + \frac{g\cos\theta}{2}\frac{\partial}{\partial x}h + \frac{hg\cos\theta}{2\gamma}\frac{\partial}{\partial x}\gamma - \frac{2\mu h}{\gamma}\frac{\partial^2}{\partial x^2}u - \frac{\mu h}{\gamma}\frac{\partial^2}{\partial y^2}u - \\ -\frac{2\mu}{\gamma}\frac{\partial}{\partial x}h\frac{\partial}{\partial x}u - \frac{\mu}{\gamma}\frac{\partial}{\partial y}h\frac{\partial}{\partial y}u - \frac{\mu}{\gamma}\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{v}\right) + \frac{C_s}{\gamma}u - g\sin\theta = 0,\end{gathered} \tag{2}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{v} + u\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{v} + \mathrm{v}\frac{\partial}{\partial y}\mathrm{v} + \frac{g\cos\theta}{2}\frac{\partial}{\partial y}h + \frac{hg\cos\theta}{2\gamma}\frac{\partial}{\partial y}\gamma - \frac{\mu h}{\gamma}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{v} - \frac{2\mu h}{\gamma}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\mathrm{v} - \\ -\frac{\mu}{\gamma}\frac{\partial}{\partial x}h\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{v} - \frac{2\mu}{\gamma}\frac{\partial}{\partial y}h\frac{\partial}{\partial y}\mathrm{v} - \frac{\mu}{\gamma}\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial}{\partial y}u\right) + \frac{C_s}{\gamma}\mathrm{v} = 0,\end{gathered} \tag{3}$$

де x, y - поточне значення координати в декартовій системі; u, v - проекції швидкості частинки на осі декартової системи координат; γ – поверхнева

щільність суміші; g – прискорення вільного падіння; θ – кут нахилу решета; h - товщина шару, відлічена уздовж нормалі до дна лотка до вільної поверхні; t - час; μ - динамічний коефіцієнт зсувної в'язкості; C_s - феноменологічний коефіцієнт, аналогічний коефіцієнту Шезі.

Три рівняння (1-3) містять чотири невідомі функції h, γ, u, v. Для замикання цієї системи рівнянь прийнята кінематична гранична умова на вільній поверхні шару:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u\frac{\partial h}{\partial x} + \mathrm{v}\frac{\partial h}{\partial y} = 0 \,. \tag{4}$$

Шар суміші займає об'єм, обмежений плоским дном, боковими стінками, вхідним і вихідним перерізами. Зверху шар обмежений поверхнею, яка змінює свою форму і переміщується відповідно руху суміші. Для розв'язку системи рівнянь складені граничні та початкові умови. На твердій стінці лотка – задана умова непротікання. Дотичне напруження на твердій стінці визначається співвідношенням Коші. На вхідному перерізі решета задані розподіли щільності, швидкості та товщини шару суміші, які приймаються з експериментальних досліджень. На вихідному перерізі задані умови у вигляді, в якому вони застосовуються в чисельних методах розв'язання задач динаміки в'язкої рідини. На вільній поверхні сипкого шару встановлюються два види граничних умов – кінематичне та динамічне. Кінематичне визначає рівняння вільної поверхні шару. Є дві динамічні умови на вільній поверхні: одна витікає із закону збереження маси і виражає собою безперервність потоку маси через вільну поверхню. Інша динамічна умова виражає собою безперервність напружень під час переходу через вільну поверхню та витікає з рівнянь руху. Чисельне розв'язання отриманої системи рівнянь виконано кінцево-різницевим методом [2]. Висновок: побудована математична модель просторового руху сипкої суміші на віброрешеті, що визначає кінематичні характеристики потоку на всій площі робочої поверхні.

1. *M. Piven*. Equation of the planned flow of granular grain mixture. // TEKA. Commission of motorization and energetics in agriculture. Lublin. – 2016. – Vol.16, №4. – P. 63–72.
2. *M. Piven*. Numerical solution of the problem of spatial movement of a loose mixture in a vibrolot // TEKA. Commission of motorization and energetics in agriculture. Lublin. – 2017. – Vol.17, №2. – P. 19–28..

MODELING OF VIBROSIEVE LOADING PROCESS BY GRAIN MIXTURE

The article deals with the problem of grain mixture dynamics in a three dimensional space on a flat vibrating sieve of finite width. The basic system of equations of grain mixture dynamics is due to the laws of continuum mechanics.

УДК 532.5

ПРОФЕСОР О.О. КОЧУБЕЙ ТА ДНІПРОВСЬКА НАУКОВА ШКОЛА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ГІДРОМЕХАНІКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ТЕПЛОМАСООБМІНУ

Микола Поляков, Олександр Хамініч, Дмитро Євдокимов

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

khaminich_a_v@i.ua

Сьогодні, вшановуючи пам‘ять видатного вченого-механіка, академіка Володимира Івановича Моссаковського, ми розуміємо, що однією з далекоглядних його ініціатив було широке впровадження в університеті електронно-обчислювальної техніки та методів математичного та чисельного моделювання. Завдяки цій ініціативі університет швидко став регіональним лідером у даній галузі та не полишає цієї позиції в Україні й до сьогодні.

Перші випуски, у яких були обчислювачі, у Дніпропетровському університеті прийшлися на початок 70-их років минулого сторіччя з подальшим їх зростанням у випусках механічних спеціальностей. Як результат на механіко-математичному факультеті була створена нова спеціальність «Прикладна математика», а курси з програмування та використання ЕОМ склали суттєву частину навчальної підготовки. Навіть при бурхливих темпах зростання, притаманних комп‘ютерній галузі, такий прогрес представляється надзвичайним. На початкових етапах розвитку електронно-обчислювальної техніки потужність останньої була настільки низька, що з точки зору змісту та глибини отриманих результатів, вони значно поступалися аналогічним розв‘язкам, визначеним аналітичними чи наближеними методами, тобто першим програмістам потрібна була непохітлива віра у майбутнє обчислювального напряму.

Одним з найбільш вражаючих успіхів процесу комп’ютеризації Дніпропетровського університету виявився феномен кафедри прикладної газової динаміки і тепломасообміну (ПГД і ТМО), котру довгі роки очолював заслужений діяч науки і техніки України, професор Микола Михайлович Біляєв. Феномен обчислювального прориву кафедри прикладної газової динаміки і тепломасообміну пов‘язаний, у першу чергу, з іменами чотирьох науковців, це Безуглий В.Ю., Хрущ В.К., Приходько О.А. та Кочубей О.О. Це були випускники кафедри, які практично з нуля стали провідними фахівцями світового рівня у галузі математичного та чисельного моделювання течій рідини та газу й процесів тепломасообміну.

Сьогодні хотілося б розповісти про одного з названих науковців – заслуженого діяча науки і техніки України, доктора фізико-математичних

наук, професора Олександра Олексійовича Кочубея – наймолодшого з цієї четвірки та останнього з них, хто пішов з життя наприкінці грудня минулого 2018 року. Представляється доцільним та своєчасним проаналізувати науковий шлях і досвід провідного науковця О.О. Кочубея, який був одним з фундаторів Дніпровської наукової школи в галузі обчислювальної гідромеханіки, а також вшанувати пам‘ять цієї видатної людини. Олександр Олексійович був дуже багатогранною людиною. Викладацьку та наукову діяльність, притаманну будь-якому викладачу університету, він поєднував з напруженою адміністративною та організаційною роботою першого проректора. У Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара важко знайти викладача чи співробітника, який ніколи би не звертався до першого проректора, професора О.О. Кочубея. Багато хто пригадує цю вельми розумну та доброзичливу людину, завжди готову допомогти порадою та справою. Автори цих строк хотіли б засвідчити, що він був професіоналом найвищого ґатунку – не тільки в ролі керівника та організатора, а й блискучим викладачем та не менш видатним науковцем.

Кочубей О.О. вступив на перший курс спеціальності гідроаеродинаміка механіко-математичного факультету Дніпропетровського державного університету у 1970 році, а закінчив університет з відзнакою у 1975 році. З самого початку студентських років проявилися його блискучі здібності до навчання – відмінник, ленінський стипендіат, а також лідерські якості – член комітету комсомолу, безумовний інтелектуальний лідер своєї групи та свого курсу. Саме у студентські роки почалася співпраця молодого Олександра Кочубея з тоді кандидатом фізико-математичних наук, доцентом, а зараз доктором технічних наук, соросовським професором, професором Рядно О.А.

Науковий шлях Олександра Олексійовича розпочався з чисельного розв‘язання крайових задач теорії теплопровідності методом скінченних різниць. У той період молодий науковець запрограмував та випробував всі відомі різницеві схеми для рівняння теплопровідності, протестував низку наближених методів розв‘язання задач теорії теплопровідності. Йому вдавалося успішно розв‘язувати одновимірні задачі теорії теплопровідності, двовимірні задачі він розраховував з деякими обмеженнями на геометрію областей розв‘язання, та був обмежений у розв’язанні просторових задач. Саме на тому етапі Кочубей О.О. зіштовхнувся з основним недоліком методу скінченних різниць - чутливості до форми області.

Наступним етапом наукових уподобань Олександра Олексійовича стали роботи по чисельному дослідженню теплообміну в трубах. Математична модель в цьому випадку ґрунтується вже не тільки на рівняннях теплопровідності, а включає рівняння перенесення з відповідними початковими та крайовими умовами. Однак, як і раніше, область розв‘язання обмежена канонічною циліндричною формою (труба). Принципово новим моментом дослідження подібних процесів стало формулювання спряжених задач теплообміну. Незважаючи на успішне чисельне розв‘язання цих задач,

Кочубею О.О. не вдалося подолати означені вище геометричні обмеження.

З часом університет придбав дві нових, більш потужних ЕОМ єдиної серії, яка вироблялася тоді в СРСР. З початку 70-тих років минулого сторіччя в США почалася активна публікація статей і монографій, присвячених методу скінченних елементів, який вимагав набагато більших ресурсів обчислювальної техніки, ніж метод скінченних різниць. Однак основною перевагою нового методу була його гнучкість щодо форми області – зміна форми області з канонічної на неканонічну для цього методу не призводила до будь-якого суттєвого погіршення точності розв‘язку та не вимагала радикального збільшення часу розрахунків і комп‘ютерної пам‘яті. З появою нової обчислювальної техніки Кочубей О.О. звернув увагу на метод скінченних елементів. Його намагання розробити новий комплекс програм на основі методу скінченних елементів не знайшли розуміння серед колег. Дійсно, в наявності є добротно зроблений, відпрацьований та відтестований комплекс програм, якій спроможний на тривалий час забезпечити значні результати наукових досліджень. Перспективи ж методу скінченних елементів, навіть при можливостях нової техніки, були сумнівними. Потрібна була ідея – нова, свіжа, неординарна ідея. І її Олександр Олексійович почерпнув у роботах відомого зарубіжного науковця, фахівця у галузі методу скінченних елементів С. Патанкара, яка на Заході особливої популярності не отримала. Мова йдеться про застосування у методі скінченних елементів так званих спеціальних апроксимацій. Спеціальні апроксимації, тобто апроксимації у просторі аналітичних розв‘язків спрощених крайових задач, у певному сенсі близьких до актуальної задачі, часто навіть не забезпечують повноти системи функції, що ставить під сумнів можливість їх застосування з теоретичної точки зору. Але спеціальні апроксимації обрані таким чином, зберігають певні властивості розв‘язку актуальної задачі, внаслідок чого вони не вимагають надлишкового подрібнення сітки. Знаходячись на межі математичної коректності алгоритму, Кочубей О.О. отримав можливість різко скоротити обсяги необхідної машинної пам‘яті та час розрахунку, що протягом середини та другої половини 80-тих років і реалізував. В результаті, було розроблено комплекс прикладних програм для розрахунку течій в‘язкої рідини та процесів тепломасообміну в областях складної геометричної форми в складних полях масових сил, у тому числі і в просторовому випадку. З технічної точки зору, це вельми актуальні в сучасній техніці та технологіях задачі про течії в системах охолодження лопаток турбомашин, задачі про пористі системи охолодження, задачі магнітної гідродинаміки у розплавах металів та багато інших задач, важливих для сучасної промисловості та ракетно-космічної техніки. Якісні оцінки однозначно свідчать, що в кінці 80-тих та у першій половині 90-тих років минулого сторіччя комплекс програм, про який йдеться мова, був одним з самих ефективних у світі. П’ятнадцять років Кочубей О.О. витратив на подолання труднощів, пов‘язаних з чисельним розв‘язанням задач гідромеханіки та тепломасообміну у областях

складної геометричної форми, – проблеми, з якою він зіштовхнувся у юності. Експлуатація розробленого комплексу дозволила в короткі строки підготувати та захистити кандидатські дисертації двом учням професора Кочубея О.О. – Мельнику С.Є. та Ракиті Є.М – а йому самому підготувати та захистити докторську дисертацію. Подальша доля комплексу програм, Кочубеєм О.О., досить сумна. При переході з електронно-обчислювальних машин на персональні комп‘ютери частина комплексу була не відтворена з різних причин і виявилася втраченою.

Механіко-математичний факультет Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара завжди був багатим на блискучих викладачів, але навіть серед цієї блискучої плеяди науково-педагогічних працівників професор Олександр Олексійович Кочубей відрізнявся неймовірно високим науковим рівнем викладання, але в той же час його лекції були зрозумілі майже кожному студенту. Практично все його наукове та викладацьке життя, за винятком декілька років у середині 90-тих, було пов‘язане з кафедрою прикладної газової динаміки і тепломасообміну, де він сформувався як науковець, де він створив наукову школу. Кочубей О.О. завідував цією кафедрою з 2005 по 2014 рік (з 2010 року об‘єднаною кафедрою аерогідромеханіки та енергомасопереносу), незважаючи на страшенну зайнятість у ректораті знаходив час, щоб вирішувати кафедральні проблеми, він особисто керував науковими дослідженнями на кафедрі, до останніх днів керував науковою роботою аспірантів.

Більш двадцяти років життя Олександр Олексійович Кочубей присвятив організаційній та адміністративній діяльності на різних посадах. Найбільш відома його діяльність на посаді першого проректора Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, де він досяг не менших успіхів, ніж у науковій діяльності. Ця сторона життя та роботи Кочубея О.О. заслуговує окремого аналізу. Ще одна риса характеру Олександра Олексійовича, про яку згадують буквально всі, це уважне та доброзичливе ставлення до людей, намагання допомогти всім, хто до нього звертався.

Світла пам‘ять про чудову людину та видатного науковця професора Олександра Олексійовича Кочубея назавжди збережеться у наших серцях.

PROFESSOR O.O. KOCHUBEY AND DNIPRO SCIENTIFIC SCHOOL OF COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS AND COMPUTATIONAL HEAT AND MASS TRANSFER

Scientific life and main achievements of prominent Ukrainian scientist professor Olexander Kochubey are described. His results in application of the finite difference method to heat conduction problems and heat and mass transfer problems, new algorithms of finite element method based on special approximations together with applications of the proposed algorithms to spatial heat and mass transfer problems in domains of complex geometrical shapes are shortly discussed.

УДК [622.74:541.18]:625.032

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРИГОТОВЛЕНИЯ ВОДОУГОЛЬНОГО ТОПЛИВА В ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ЦИСТЕРНАХ

Евгений Семененко, Виталий Рубан, Светлана Рыжова

Иститут геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины

evs_igtm@i.ua, igtm-ruban@i.ua, dieslovo.alfavit@gmail.com

Согласно Энергетической стратегии Украины предполагается переход ТЭЦ на уголь, что позволит сэкономить до 6 млрд. м^3 газа в год. В свете этого, тенденция перехода Украины на водоугольное топливо (ВУТ), исключающее использование мазута и природного газа даже для подсветки котлов, работающих на угле, открывает привлекательные перспективы для разработки новых технологий его приготовления и транспортирования. Задекларированный в государственном документе переход на ВУТ предполагает его транспортирование по трубопроводам, а также с использованием оборудования специальных высокотехнологических комплексов по приготовлению высококонцентрированной суспензии. Альтернативой трубопроводному транспорту является предложенная специалистами ИГТМ НАН Украины технология получения и транспортирования ВУТ в железнодорожных цистернах: исходный уголь вместе с мелющими телами засыпается в железнодорожные цистерны; заливается минимальным количеством водного раствора поверхностно-активного вещества; выдерживается некоторое время и отправляется из угольных регионов Украины в котельные, на ТЕЦ, тепловые электростанции и промышленные предприятия. Концентрация и свойства реагента подбираются таким образом, чтобы предотвратить замерзание суспензии за счет низкой температуры кристаллизации, обеспечить ее устойчивость, хорошее смачивание угля и его диспергирование под действием вибрации движущегося железнодорожного вагона до момента прибытия цистерн к потребителю. Из цистерн готовое ВУТ извлекается по трубопроводу и подается в технологический процесс.

Для предлагаемой технологии прежде всего необходимо обосновать возможные амплитуды и частоты вертикального перемещения материала в цистерне, а также объемы угля и воды, смешиваемые в цистерне. Учитывая диапазон изменения объемной концентрацией ВУТ от 40 до 74 %, а также объем и грузоподъемность железнодорожных цистерн нетрудно показать, что массовая концентрация ВУТ, а также массы смешиваемых в цистерне компонентов рассчитывают по следующим формулам:

$$C = \rho_S \frac{1 - 1,22 \frac{W}{G}\left(\frac{h}{D}\right)^{1,42}}{\rho_S - 1}, \quad G_S = \frac{mC}{m+C} G, \quad G_W = \frac{m(1-C)}{m+C} G,$$

где C – массовая концентрация ВУТ; ρ_S – относительная плотность угля, используемого для приготовления ВУТ; G_S – масса угля, загружаемого в цистерну; G_W – масса воды, заливаемой в цистерну; m – количество тонн угля, приходящегося на одну тонну мелющих тел; G – грузоподъемность цистерны в тоннах; W – объем кузова цистерны; h – высота заполнения цистерны по вертикальному диаметру; D – диаметр цистерны.

Вертикальные перемещения являются преобладающими колебаниями вагона на перегонах отечественных железных дорог Днепровского региона, для которых длина рельсов, составляющих железнодорожное полотно, равна 10 м, а скорость движения поезда изменяется от 2,5 до 3,6 м/с. Для этих условий, пользуясь усредненными значениями коэффициента относительного трения рессор, коэффициента жесткости пути, жесткости рессор, амплитуда колебаний груза, позволяющая мелющим телам производит размол угля, а также обеспечивающая самоизмельчение угля в цистерне, а также количество этих колебаний, вызванных преодолением стыков рельс и неравномерностью хода, определяются так:

$$\Delta z = \frac{0,067}{V^{1,4}}, \qquad n = 0,502 \frac{L}{V},$$

где L – дальность транспортирования; V – средняя для данного перегона скорость движения поездов.

Использование полученных формул дает возможность оценить возможные амплитуды и частоты вертикального перемещения материала в цистерне при их транспортировке по железнодорожным путям Днепровского региона, а также объемы угля и воды, смешиваемые в цистерне. Впервые предложены формулы для оценки и обоснования технологических параметров процесса приготовления ВУТ в железнодорожной цистерне с мелющими телами, которые предполагают дезинтеграцию и перемешивание компонентов ВУТ во время доставки к потребителю железнодорожным транспортом.

MATHEMATICAL SIMULATION OF WATER-COAL FUEL PREPARATION PROCESS IN RAILWAY TANKS

The formulas for evaluating and grounding some technological parameters of water-coal preparation process in railway tanks with grinding objects that cause the disintegration and mixing of water-coal fuel components in the period of its delivery to consumers by railway transport are set for the first time.

УДК 519.6:533.6

МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ТИПУ MAGLEV: ПРОБЛЕМИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ

Анатолій Сохацький, Олександр Сохацький, Михайло Арсенюк

Інститут транспортних систем та технологій НАН України

Sokhatsky_Anatoly@ukr.net, sokhatskyaa@gmail.com, ars_mix@ukr.net

Однією з важливих проблем створення наземних швидкісних транспортних засобів типу Maglev є оптимізація аеродинамічних сил та моментів для забезпечення необхідних параметрів стійкості та керованості [1-4]. Для її розв’язування необхідна використовувати фізичне або математичне моделювання. Взагалі аеродинамічні характеристики високошвидкісних транспортних засобів є важливими показниками їх досконалості. Вони впливають на експлуатаційні параметри та показують їх рівень енергоспоживання. Окрім цього аеродинамічні характеристики формують відповідні показники стійкості та керованості високошвидкісних транспортних засобів. При досягнені значних швидкостей аеродинаміка транспортного засобу стає одним з переважних чинників оцінки експлуатаційних характеристик та динаміки руху і тому вимагає детального вивчення. Раніше для оцінки експлуатаційних показників наземних транспортних засобів аеродинамічні характеристики транспортних засобів застосовували наближені підходи з використанням експериментальних даних для тіл простої геометричної форми.

Сучасні експериментальні підходи основані на використані аеродинамічних труб, які знайшли широке впровадження при розв’язуванні аеродинамічних задач в авіації.

Проте, застосування експериментальних методів моделювання руху наземних транспортних засобів пов’язане з певними труднощами. При вивченні ряду явищ мають місце процеси, для яких утруднене моделювання у лабораторних і натурних умовах. Для подібності між натурою і модельним експериментом уже недостатньо задовольнити лише класичним критеріям подібності — рівності чисел Маха і Рейнольдса для моделі та натури.

Для усунення похибок, що виникають при фізичних експериментах в аеродинамічних трубах, необхідно використовувати математичне моделювання із застосуванням повних та осереднених рівнянь Нав’є-Стокса. Для моделювання течій навколо транспортних засобів Maglev найбільш поширеними є підходи, які основані на моделях в’язкої рідини. В сучасних методах обчислювальної аеродинаміки застосування моделей в’язкої рідини в основується на використані осереднених за Рейнольдсом рівняннях Нав’є-Стокса. (Reynolds-Averaged Navier-Stokes - RANS) [1,2,4].

Найбільш достовірним вважаться пряме числове моделювання (DNS). При використані методу DNS розрізняються усі масштаби турбулентності. Це дозволяє розрахувати амплітудно-частотні та середні характеристики потоку шляхом осереднення за достатньо довгим інтервалом часу. Використання DNS вимагає застосування потужних обчислювальних ресурсів. Моделювання великих вихорів (LES) займає проміжне становище поміж прямим числовим моделюванням та осередненими рівняннями Нав'є-Стокса. В LES поле течії розділяється на рух великих та дрібних вихорів. Великі вихори розраховуються. Дрібномасштабна турбулентність вважається ізотропною і має універсальний характер.

В порівняні з DNS, метод LES потребує набагато менших ресурсів електронно-обчислювальних машин. Основною проблемою для LES залишається визначення похідних для розрізнення найдрібніших масштабів.

На сьогодні найбільш поширеним підходом для моделювання турбулентних течій залишається напівемпірична теорія турбулентності. Для зовнішніх течій ефективно зарекомендував себе метод відокремлених вихорів (Detached Eddy Simulation - DES). Метод DES представляє собою гібрид рівнянь Рейнольдса та методу великих вихорів. В пристінній області, де кроку сітки недостатньо для розрізнення великих вихорів, використовується метод RANS. У відривних зонах з характерними для них великомасштабними вихровими структурами застосовується LES.

1. *Волков К.Н, Емельянов В.Н.* Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
2. *Гарбарук А. В., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л.* Современные подходы к моделированию турбулентности . СПб. Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 234 с.
3. *Приходько А.А. Сохацкий А.В.* Математическое и экспериментальное моделирование аэродинамики транспортных систем вблизи земли. – Днепропетровск: Наука и образование, 1998. – 154с.
4. *Сохацький А. В.* Теоретичні основи створення аеродинамічних компонувань перспективних швидкісних транспортних апаратів: дис. доктора технічних наук: 05.07.01. Дніпропетровськ. 2010. 364 с.

MODELING OF AERODYNAMICS OF TRANSPORT VEHICLE OF TYPE OF MAGLEV: PROBLEMS AND PROSPECTS

The real flows round transport vehicles are turbulent. Difficult stochastic nature complicates the process of their study. A design of such flows is extraordinarily difficult, both physical and from the mathematical point of view. Calculation of descriptions of turbulent streams and for today remains the art of calculator probably. It is explained by the baffling physical complexity of turbulence and also her stochastic nature. For today the task of mathematical design of turbulent flows remains the unsolved problem of aerodynamics.

УДК 532.516

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА В ЗАДАЧАХ АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ

Сергей Тарасов[1], Дмитрий Редчиц[1], Светлана Моисеенко[2], Андрей Тарасов[1]

[1]Институт транспортных систем и технологий НАН Украины
[2]Херсонский национальный технический университет

tsv@westa-inter.com, redchits_da@ua.fm, 4moiseenko@ukr.net, tarik2004@gmail.com

На сегодняшний день одной из проблем вычислительной аэродинамики является моделирование турбулентности и учет ламинарно-турбулентного перехода, а также обратного процесса – реламиниризации. Большое количество течений, встречающихся на практике, являются переходными. В этих течениях присутствует, как ламинарная форма движения жидкости или газа, так и турбулентная. К таким относятся течения в газовых турбинах, в теплообменниках ядерных реакторов, на крыльях летательных аппаратов (беспилотников) и др.

Зачастую, при рассмотрении такого рода задач, ламинарной зоной пренебрегают и рассматривают всю область течения как турбулентную. От того, является ли течение ламинарным или турбулентным, зависит распределение трения, тепловых потоков и давления по поверхности обтекаемого тела. Пренебрежение зоной ламинарно-турбулентного перехода может привести к существенным погрешностям в определении интегральных характеристик. Полуэмпирические модели турбулентности, разработанные для замыкания осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, не в состоянии смоделировать переход. Это привело к созданию нового направления в вычислительной аэродинамике, главной целью которого является моделирование ламинарно-турбулентного перехода.

Из всего многообразия моделей ламинарно-турбулентного перехода была выбрана наиболее успешная дифференциальная модель γ-Re_θ Menter (2006), базирующаяся на уравнении для коэффициента перемежаемости и уравнении для критического числа Рейнольдса потери импульса. Изначально данная модель разрабатывалась для применения совместно с моделью турбулентности k-ω SST Menter (1993). В настоящей работе модель γ-Re_θ ламинарно-турбулентного перехода была адаптирована для использования совместно с дифференциальной моделью турбулентности Spalart-Allmaras (SA).

Преимущество использования модели перехода было продемонстрировано на задачах об обтекании кругового цилиндра в широком диапазоне чисел Рейнольдса и аэродинамического профиля NACA 4412. Проведено сравнение результатов расчетов обтекания цилиндра с использованием модели γ-Re_θ ламинарно-турбулентного перехода и без нее.

Показано, что при низких числах Рейнольдса, когда обтекание цилиндра носит ламинарный характер, а след турбулентный, использование модели турбулентности SA приводит к развитию турбулентного пограничного слоя на цилиндре и как следствие к изменению положения точки отрыва. Неправильное положение точки отрыва оказывает влияние на распределение давления в донной части цилиндра и, как следствие, на интегральные аэродинамические характеристики.

При турбулентном обтекании аэродинамического профиля NACA 4412 при числе Рейнольдса $1.64 \cdot 10^6$ и угле атаки 12º на подветренной части передней кромки формируется ламинарный отрыв. В точке присоединения потока происходит резкая турбулизация пограничного слоя, и дальнейшее обтекание носит присоединенный характер за исключением небольшой отрывной зоны вблизи задней кромки. К тому же обтекание наветренной стороны профиля носит полностью ламинарный характер. Применение модели турбулентности SA без учета ламинарно-турбулентного перехода не дает возможности адекватно описать эти процессы. В результате весь пограничный слой на профиле является турбулентным и без ламинарного отрыва вблизи передней кромки. Применение дифференциальной модели γ-Re_θ позволяет учесть эти сложные явления и адекватно описать ламинарно-турбулентный переход на поверхности профиля.

Полученные результаты численного моделирования обтекания кругового цилиндра и аэродинамического профиля NACA 4412 в широком диапазоне чисел Рейнольдса хорошо согласуются с экспериментальными данными.

NUMERICAL SIMULATION OF LAMINAR-TURBULENT TRANSITION IN THE PROBLEMS OF AEROHYDROMECHANICS

The γ-Re_θ laminar-turbulent transition model is considered. It is adapted for use in conjunction with the Spalart-Allmaras differential turbulence model. Numerical simulation was performed on the basis of the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (URANS). Comparison of the calculation results for a flow past a cylinder is carried out using the laminar-turbulent transition model and without it. It is shown that at low Reynolds numbers, when the flow around a cylinder is laminar, and the track isturbulent use of the Spalart-Allmaras turbulence model leads to the development of a turbulent boundary layer on the cylinder and, consequently, to a change in the position of the separation point. The incorrect position of the separation point affects the pressure distribution in the bottom of the cylinder and, as a result, the integral aerodynamic characteristics. The use of the transition model allows one to adequately reconstruct the laminar separation near the leading edge of the airfoil with its subsequent reattachment. The use of the Spalart-Allmaras model alone leads to excessive generation of turbulent viscosity. It is shown that the use of the γ-$Re\theta$ laminar-turbulent transition model the qualitatively and quantitatively improves the results of numerical simulation. The results of numerical simulation of the flow around a circular cylinder and the NACA 4412 aerodynamic airfoil agree well with experimental data in a wide range of Reynolds numbers.

УДК 532.516

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОЙ ПЛЕНКИ С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ

Илья Тонкошкур

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

tonkoshkuris@i.ua

Рассматривается задача о стационарном совместном течении двух жидких пленок и газа в прямоугольном канале. Предполагается, что пленки являются нерастворимыми одна в другой, а химические реакции отсутствуют. Твердая поверхность расположена вертикально. На жидкость действует сила тяжести, а также встречный поток газа, направленный вверх.

Для описания этого течения используется модель вязкой несжимаемой жидкости, которая основана на уравнениях неразрывности, движения и макроскопического баланса. На поверхностях раздела ставятся следующие краевые условия: на твердой поверхности - условия прилипания, на межфазных поверхностях «жидкость-жидкость» и «жидкость-газ» - условия непрерывности вектора скорости и тензора напряжений, на внешней границе газового потока - условия «на бесконечности» или симметрии. Для замыкания задачи используется степенной реологический закон.

Исходная система дифференциальных уравнений упрощается с помощью метода малого параметра, в качестве которого используются относительные толщины пленок и газового слоя. Решение полученной краевой задачи находится с помощью метода возмущений [1]. При интегрировании дифференциальных уравнений для газовой фазы используется численный метод. Решение упрощенной задачи получено в аналитическом виде [2].

1. *Бояджиев Х.* Массоперенос в движущихся пленках жидкости / Х. Бояджиев, В. Бешков. – М.: Мир, 1988. – 136 с.
2. *Тонкошкур, И.С.* Математическое моделирование взаимодействия двухслойной жидкой пленки с газовым потоком // Питання прикладної математики і математичного моделювання – Д: Ліра, 2017. – Вип. 17. – С. 220-225.

MODELING THE INTERACTION OF A TWO-LAYERED LIQUID FILM WITH A GAS FLOW

The problem of the joint flow of two mutually insoluble liquid films and gas in a rectangular channel under the influence of gravity is considered. Using the small perturbation method, an approximate solution of the equations of dynamics of a liquid film over the channel surface is obtained.

УДК 519.633:536.24

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В КАНАЛАХ ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК В УСЛОВИЯХ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

Александр Яковенко, Вадим Яковенко

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара
Университет таможенного дела и финансов

yakovenkoA@i.ua, yakovenko@ua.fm

Развитие методов моделирования процессов тепло- и массообмена в каналах и накопленный опыт решения конкретных задач создают новые возможности для исследований, в особенности при изучении фазовых превращений и их компьютерного информационного обеспечения [2, 3].

Актуальным является исследование установившегося и неустановившегося процессов теплообмена при течении жидких монокомпонентных сред в каналах двигательной установки в условиях их затвердевания и с учётом аксиальной теплопроводности [5].

Результаты фундаментальных исследований теплообмена рабочих тел с учетом их фазового превращения жидкость – пар приведены в [1].

Создание методологии проектирования систем подачи топлива и терморегулирования с фазовыми превращениями рабочих сред в двигательных и энергетических установках космических аппаратов связано с решением системы уравнений для жидкой и паровой фазы [4].

Рабочий процесс для двухкомпонентных жидкостных ракетных двигателя малой тяги имеет ряд особенностей, среди которых, например, запуск в условиях космического пространства, значительные временные промежутки между включениями, а также смесеобразование в ограниченных объемах при малых расходах компонентов топлива и ограниченном числе смесительных элементов. Высокая полнота и устойчивость сгорания топлива достигается в том случае, если форсуночная головка обеспечивает равномерное поле соотношения компонентов в ядре потока и в пристеночном слое. Для качественного смесеобразования применяют смесительные головки со струйными элементами с пересечением струй. Проектирование форсуночных головок, отвечающих особенностям организации рабочего процесса в камере, представляет значительные трудности.

К проблеме смешения струй проявляется повышенный интерес в связи с широким применением процесса при создании смесительных устройств двигательной установки, которые должны обеспечивать для камеры сгорания двигателя высокое значение удельного импульса и устойчивую работу. Для

этого необходимо создать однородное распределение компонентов топлива по площади камеры. Поэтому смесеобразование, осуществляемое смесительной головкой, должно способствовать полноте сгорания топлива и однородности поля скоростей.

В работе разработаны постановка и методы решения задачи проектирования систем подачи топлива, терморегулирования с фазовыми превращениями рабочих сред, соплового блока ракетного двигателя на твердом топливе

Предложены физическая и математическая модели, алгоритм их численной реализации с использованием компьютерного информационного обеспечения на базе алгоритма «Extended Delta-Bar-Delta» прогнозирования с использованием методов нейронных сетей. Для расчета струйного истечения из форсуночных головок двигательной установки космического аппарата получены зависимости, которые могут быть внедрены в практику проектирования форсуночных головок двигательных установок

1. *Присняков В. Ф.* Исследование динамических процессов с изменением агрегатного состояния рабочих тел в ракетных и ядерных силовых установках летательных аппаратов и космических объектов: Диссертация д-ра техн. наук. Днепропетровск,1971. 436с
2. *Яковенко А. Г., Драновский В. И., Кошкин М. И.* Математическая модель элемента системы терморегулирования космического летательного аппарата. // Технологические системы. – 2003. – №1. – С. 49 –53.
3. *Яковенко А. Г.* Моделироване процесса переноса в трубопроводах силовой установки. // Пробл. обчисл. механіки і міцності конструкцій. – 2016. – Вип.25. – С. 217–229.
4. *Яковенко А. Г.* Моделирование процесса гидрорезания заряда твердого ракетного топлива. / Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Механіка неоднорідних структур. – 2016. – Вип.1 (20). – С. 112–117.
5. *Яковенко А. Г., Яковенко В. А.* Проектирование элементов системы подачи топлива силовой установки. // Наук. вісн. нац. гірничого ун-ту. – 2003. – № 2. – С. 70 –71.

MODELING AND INFORMATIONAL TECHNOLOGIES OF CONVECTIVE HEAT TRANSFER PROCESSES IN THE CHANNELS OF PROPULSION SYSTEMS DURING PHASE TRANSFORMATIONS OF WORKING MEDIA

A mathematical model and computer informational technologies of the process of heat transfer in the channels of propulsion systems of spacecrafts during phase transformations of working media are proposed. The results can be used in the practice of designing propulsion systems of spacecraft.

Підсекція «Математичні проблеми природничих наук»

УДК 539.3

СПОГАДИ ПРО ВЧИТЕЛЯ

Лідія Бойко

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ltboyko@gmail.com

Мені в житті пощастило навчатися в аспірантурі під керівництвом відомого науковця Володимира Івановича Моссаковського. На початку першого курсу аспірантури Володимир Іванович сформулював мені ідею сучасного на той час підходу до розв'язування осесиметричних задач теорії пружності. У спільній публікації (для мене це була перша публікація) у вступі (за рекомендацією Володимира Івановича) були написані слова: «Эту задачу можно решить другим путём, но возможно, что способ, предлагаемый в работе, позволит расширить область решаемых задач» [1, с.93].

Ці слова виявилися пророчими. Через два роки у роботі [2, с.1357] у вступі були написані такі слова: «В настоящей работе решена в квадратурах осесимметричная задача теории упругости для пространства, разрезанного по части сферической поверхности. По-видимому, эта задача рассматривается впервые». До публікації у такому відомому, шанованому журналі цю роботу представив академік О. Ю. Ішлинський.

Публікація звернула на себе увагу науковців різних шкіл.

У Києві (наукова школа Положого Г. М., Капшивого О. О.) почали застосовувати свій метод *p*-аналітичних функцій до розв'язування нової осесиметричної задачі [4], відмітивши при цьому, що вперше ця задача була поставлена в науковій школі Моссаковського В.І.

У науковій школі Александрова А. Я., Соловьева Ю. І. (Новосибірськ) теж з'явилася перша публікація [6], в якій автори застосували свій підхід до розв'язування нової осесиметричної задачі.

Одночасно продовжувалося вивчення цієї задачі у науковій школі В. І. Моссаковського [3], [5].

Зокрема, в роботі [5] розглянуто випадок, коли кінці сферичного розрізу зафіксовані, а його радіус можна спрямувати до нескінченності. В такому випадку сферичний розріз переходить у плоский круговий, а це відома в науковій літературі задача. У статті показано, що точний розв'язок осесиметричної задачі, коли сферичний розріз знаходиться під дією внутрішнього тиску, збігається (при прямуванні радіуса до нескінченності) до точного розв'язку аналогічної осесиметричної задачі, але із плоским

розрізом.

Задача про сферичний розріз у пружному просторі приваблювала своєю математичною красотою, хоча, вона не розкрила зразу всі свої «секрети», свої особливості. Для цього потрібен час, потрібна наукова прискіпливість і перевірка результатів практичними прикладами. Однак, факт появи в науковому світі (через школу Моссаковського В. І.) нової, цікавої осесиметричної задачі теорії пружності відбувся і був прийнятим іншими науковими школами.

Володимир Іванович був учителем не лише у наукових питаннях, він навчав своїх учнів (аспірантів у тому числі) правилам роботи і спілкування у науковому просторі. При кафедрі Володимира Івановича працював науковий семінар, який регулярно проводився у Будинку вчених. Цей семінар збирав механіків також із інших навчальних закладів Дніпропетровська. При обговоренні доповідей Володимир Іванович обов’язково ділився своїм розумінням проблеми, своїми поглядами відносно подальших перспектив обговорюваних досліджень. Для молодих науковців це була дуже корисна школа творчого наукового спілкування, наукового життя.

Після захисту кандидатської дисертації мене почали приваблювати чисельні методи, інформатика і у 1976 році я перейшла працювати на кафедру обчислювальної математики (тепер це кафедра обчислювальної математики та математичної кібернетики) факультету прикладної математики цього ж університету, де і працюю до сих пір.

Зі щирою вдячністю низько вклоняюся своєму вчителю, видатному вченому та мудрій Людині Володимиру Івановичу Моссаковському.

1. *Моссаковский В. И., Бойко Л. Т.* Решение осесимметричной задачи теории потенциала для сферического сегмента //Сб. Гидроаэромеханика. – 1966.– Вып.3. – С. 93–98.
2. *Бойко Л. Т., Зюзин В. А., Моссаковский В. И.* Сферический разрез в упругом пространстве. // ДАН СССР – 1968. – **181**, № 6. – С. 1357–1360.
3. *Зюзин В. А., Моссаковский В. И.* Осесимметричное нагружение пространтва со сферическим разрезом // Прикл. матем. и мех. – 1970.– **34**, № 1. – С. 179–183.
4. *Капшивий А. А., Ногин Н. В.* К решению основных задач осесимметричной теории упругости для пространства со сферическим разрезом // Сб. Математическая физика. – Киев: Наукова думка, 1971. – **9**. С. 38-47.
5. *Бойко Л. Т.* Сферический разрез в упругом пространстве под действием внутреннего давления // Прикл. мех. – 1972.– **8**, № 4. – С. 54–61.
6. *Прохорова Н. Л., Соловьев Ю. И.* Осесимметричная задача для упругого пространства со сферическим разрезом // Прикл. матем. и мех. – 1976.– **40**, № 4. – С. 692–698.

REMINISCENCES ABOUT TEACHER

There are the memories about famous scientist Vladimir Ivanovich Mossakovsky. The conversathion is about an axisymmetric problem of spherical cut in elastic space.

УДК 519.6

ЯВНЫЕ МЕТОДЫ НОРДСИКА ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Валерий Бучарский

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

bucharsky1@gmail.com

Интегрирование по времени при разработке высокоточных численных методов решения эволюционных уравнений математической физики вносит в погрешность решения не меньший вклад (а в случае использования неявных подходов – и гораздо больший). В работе предложена явная модификация компактных методов Нордсика решения задачи Коши для ОДУ первого порядка и приведены результаты исследования их сходимости.

В оригинальной работе [1] для обеспечения компактности вводятся дополнительные неизвестные – производные искомой функции, а решение ищется по формулам частичных сумм рядов Тейлора. При этом необходимо решать нелинейное алгебраическое уравнение, которое следует из условий аппроксимации. В настоящей работе предложено, понизив порядок аппроксимации, исключить решение этого уравнения из схемы методов. При этом неизвестные величины определяются по явным формулам и зависят только от параметров на старом временном слое.

Были построены методы 3, 5, 7 порядков точности и исследована их сходимость – проведено исследование их устойчивости и расчетным путем определен порядок аппроксимации при решении ряда модельных задач для ОДУ и уравнений математической физики.

1. *Nordsieck A.* On numerical integration of ordinary differential equations // Math. Comp. – 1962. – **16.** – P. 22-49

EXPLICIT NORDSIECK'S TIME INTEGRATION METHODS FOR SOLVING THE EVOLUTIONAL EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS

Explicit modification of Nordsieck's compact methods for solving the Cauchy problem for ordinary first-order differential equations was proposed. Methods of the third, fifth, and seventh orders of accuracy were constructed. The areas of stability of these methods were obtained. Also, the convergence of the proposed methods was verified by solving a number of classical test problems for ordinary differential and partial differential equations. The results obtained allow us to recommend using the proposed methods for time integration in the numerical solution of partial differential equations.

УДК 519.8

ПРО СІТКОВІ АЛГОРИТМИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНІЄЇ КОЕФІЦІЄНТНОЇ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНОГО РІВНЯННЯ

Олена Кісельова, Людмила Гарт

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

kiseleva47@ukr.net, ll_hart@ukr.net

Одним з основних типів обернених задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними є задачі, в яких коефіцієнти рівнянь або величин, що входять до них, підлягають визначенню за деякою додатковою інформацією. Такі задачі називають коефіцієнтними оберненими задачами для рівнянь з частинними похідними. Обернені задачі для рівнянь з частинними похідними можуть бути поставлені в варіаційній формі, тобто як задачі оптимального керування відповідними системами [4, 5]. У даній роботі розглядається варіаційна постановка однієї коефіцієнтної оберненої задачі для двовимірного еліптичного рівняння з додатковою інтегральною умовою. При цьому керуюча функція входить в коефіцієнт при розв'язку рівняння стану, а цільовий функціонал складений на основі додаткової інтегральної умови [5]. Робота присвячена дослідженню практичної збіжності сіткових алгоритмів (в тому числі на послідовності сіток за проекційно-ітераційним принципом [1-3]) стосовно до розв'язання такої задачі оптимального керування еліптичною системою: мінімізувати функціонал

$$J(u)=\int_0^1\left(y(0,x_2)-\int_0^1 F(x_1,x_2)y(x_1,x_2)dx_1\right)^2 dx_2 \qquad (1)$$

за умов

$$-\sum_{i=1}^{2}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(k_i(x)\frac{\partial y}{\partial x_i}(x)\right)+u(x_2)y(x)=f(x)\,,\quad x\in\Omega\,; \qquad (2)$$

$$-k_1(x)\frac{\partial y}{\partial x_1}(x)=g(x)\,,\quad x\in\Gamma_{-1}\,;\quad y(x)=0\,,\quad x\in\Gamma/\Gamma_{-1}\,; \qquad (3)$$

$$U=\{u\equiv u(x_2)\in L_2(0,\,1):\ \ q_0\le u(x_2)\le q_1\ \text{ для м.в. } x_2\in(0,\,1)\}\,, \qquad (4)$$

де $\bar{\Omega}=\Omega+\Gamma=\{x=(x_1,x_2):\ 0\le x_1\le 1,\ 0\le x_2\le 1\}$, $\Gamma_{-1}=\{x=(x_1,x_2):\ x_1=0,\ 0<x_2<1\}$; $u\equiv u(x_2)$, $0<x_2<1$ – функція керування; $y(x)\equiv y(x;u)$, $x\in\bar{\Omega}$ – функція стану системи; $F(x),\ k_i(x)\in L_\infty(\Omega),\ i=1,2$, $g(x)\equiv g(x_2)\in L_2(0,1)$,

$f(x) \in L_2(\Omega)$ – задані функції, що задовольняють умови: $\nu \le k_i(x) \le \mu$, $i = 1, 2$; $|F(x)| \le d$ м.в. на Ω; $\mu \ge \nu > 0$, $d > 0$, $q_1 \ge q_0 > 0$ – задані сталі.

Задача (1)–(4) тісно пов'язана з коефіцієнтною оберненою задачею, яка полягає у визначенні функцій $y(x;u)$, $u(x_2)$, що відповідають умовам (2)–(4) і додатковій інтегральній умові

$$y(0, x_2) = \int_0^1 F(x_1, x_2) y(x_1, x_2) dx_1, \quad 0 < x_2 < 1. \tag{5}$$

У випадку існування керування $u^* \equiv u^*(x_2) \in U$, що доставляє мінімальне (нульове) значення функціоналу (1) за умов (2)–(4), пара $(y(x;u^*), u^*(x_2))$ буде розв'язком оберненої задачі (2)–(5). У роботі [5] досліджено питання коректності задачі оптимального керування (1)–(4), виведена формула для градієнта функціонала $J(u)$ і встановлено необхідну умову оптимальності.

Для чисельного розв’язання задачі керування (1)–(4) в даній роботі використовуються різницеві схеми першого та другого порядків апроксимації мішаної еліптичної крайової задачі (2), (3) та відомі квадратурні формули для апроксимації інтегралів в (1). Побудовані обґрунтовані проекційно-ітераційні обчислювальні схеми розв’язання задачі (1)-(4), основані на сітковому методі з використанням ітераційних процедур скінченновимірної оптимізації.

1. *Kiseleva E. M. Hart L. L., Dovgay P. A.* On a problem of numerical simulating the derivative of discrete time series with approximate values // Journal of Automation and Information Sciences. – 2015. – Vol. 47. – Issue 12. – P. 1-17.
2. *Гарт Л. Л., Довгай П. О., Селіщев В. Л.* Сіткові алгоритми розв’язання задачі оптимального керування еліптичною системою// Питання прикладної математики і математичного моделювання. – Д.: Ліра, 2017. – Вип. 17. – С. 42-53.
3. *Гарт Л. Л., Поляков М. В.* Застосування проекційно-ітераційного підходу, основаного на методі прямих, до розв’язування нелінійної еліптичної крайової задачі// Питання прикладної математики і математичного моделювання. – Д.: ДНУ, 2005. – С. 68-77.
4. *Искендеров А.Д., Гамидов Р.А.* Оптимальная идентификация коэффициентов эллиптических уравнений// Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 12. – С. 144–155.
5. *Тагиев Р.К., Касымова Р.С.* Вариационный метод решения коэффициентной обратной задачи для эллиптического уравнения// Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2018. – **10**, № 1. – С. 12–20.

ON GRID ALGORITHMS TO SOLVE ONE COEFFICIENT INVERSE PROBLEM FOR AN ELITPTIC EQUATION

The paper is devoted to the study of the practical convergence of grid algorithms for solving one optimal control problem related to the coefficient inverse problem for a two-dimensional elliptic equation with an additional integral condition.

УДК 531

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Юрий Меньшиков

Днепровский национальный университет имени.Олеся Гончара

Men0605Ude@gmail.com

Обратные задачи для механических систем сводятся, как правило, к решению интегральных уравнений первого рода [1]:

$$\int_a^b K(t,\tau)\, z(\tau)\, d\tau = u_\delta(t),\ or\ \ A_p\, z = u_\delta,\ z \in Z, u_\delta \in U, \qquad (1)$$

где z есть искомое решение обратной задачи, $K(t,\tau)$ – заданное ядро, A_p – заданный оператор, u_δ – исходные данные.

Как правило, считается заданными величины погрешности исходных данных:

$\| A_p - A_T \|_{Z \to U} \le h,\ \| u_\delta - u_T \|_U \le \delta$, где A_T – точный оператор в (1), u_T – точная правая часть уравнения (1).

Физический смысл большинства практических задач диктует такой выбор свойств функциональных пространств Z, U, при которых оператор A_p является компактным. В силу этого исходная задача решения уравнения (1) становиться неустойчивой (некорректной). Кроме этого, возникает ряд специфических особенностей таких задач, которые выделяют их среди прочих [2]. Рассмотрим некоторые из этих особенностей.

При одних и тех же исходных данных (уравнение, внешние, начальные и граничные условия) возможно рассматривать несколько различных постановок обратных задач: задачи синтеза, задачи синтеза для класса операторов, задачи измерения [2].

К обратным задачам синтеза относятся задачи математического моделирования движения механических систем, задачи управления, задачи прогнозирования. К задачам измерения следует отнести задачи диагностики, задачи распознавания, оценки реальных характеристик механических систем (задачи идентификации) [3].

Принципиальное различие между указанными классами обратных задач заключается в обязательном учете погрешности оператора A_p в задачах измерения.

Если задана погрешность оператора A_p, то обратная задача измерения может быть решена по известному алгоритму [1]. В этом случае множество

возможных решений обратной задачи представляется в виде:

$$Q_{h_1,\delta} = \left\{ z : z \in Z;\ \left\| A_p z - u_\delta \right\|_U \le \delta + h_1 \| z \|_Z \right\}.$$

Однако, величина h в подавляющем числе случаев неизвестна. Для преодоления этой трудности в работах [4, 5] предложен иной подход для построения алгоритмов решения обратных задач измерения.

Было предложено в качестве множества возможных решений уравнения (1) использовать следующее множество

$$Q^*_{\delta,p} = \bigcup_{A_p \in K_A} Q_{\delta,p},$$

где $Q_{\delta,p} = \{z : A_p z \in U_\delta,\ A_p \in K_A\},\ U_\delta = \{u : u \in U,\ \| u_\delta - u \|_X \le \delta\}$,

$\{K_A\}$ есть множество возможных операторов в (1).

Предлагаемый подход позволяет получать оценки реальных физических характеристик без информации о точном решении и информации о величине h.

Автор благодарен В.И. Моссаковскому за поддержку этого научного направления, которое в девяностых годах прошлого столетия зарождалось в ДГУ.

1. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. –М.: Наука, 1979. – 288 с.
2. *Menshikov Yu.L.* Synthesis of Adequate Mathematical Description as Solution of Special Inverse Problems // European Journal of Mathematical Sciences. –2013. –**2**, no 3. – P. 256-271.
3. *Menshikov Yu.L.* Inverse Problem of Astrodynamics // World Journal Mechanics, – 2015. – .**5**, – P. 249-256.
4. *Тихонов А.Н.* О приближенных функциональных уравнениях первого рода // Труды Матем. ин-та им. В.А. Стеклова. –1981б –**158**. – С. 197-202.
5. *Menshikov Yu.L.* One approach to solutions of measurement's inverse problems. // Journal Mathematical Inverse Problems. –2014, USA, –**1**, no.2, – P. 71-85.

INVERSE PROBLEMS FOR MECHANICAL SYSTEMS

Inverse problems for mechanical systems are considered. The principal features of tasks of this type are noted. For inverse measurement problems, an approach is proposed that allows one to obtain useful estimates of the unknown solution without a priori information about the exact solution.

УДК 519.8

ВИКОРИСТАННЯ ПАРАЛЕЛЬНИХ ФОРМ АЛГОРИТМІВ ПРИ РОЗПАРАЛЕЛЕННІ ОБЧИСЛЕНЬ

Валентина Турчина

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

vaturchina1949@gmail.com

Поняття розпаралелення обчислень виникло в зв'язку з необхідністю обробки великого обсягу інформації в режимі реального часу. Як відмічено в [1], для цього потрібні паралельні обчислювальні системи, паралельне програмування та паралельні обчислювальні методи. При розробці останніх виникають задачі, які можуть бути зведені до задач теорії розкладів [2] або до оптимізаційних задач на графах [3]. Серед них є як задачі, що можуть бути розв'язані за поліноміальний час, так і експоненціально складні [4]. Формальна постановка таких задач є наступною: задано n операцій та m процесорів. На множині операцій задано несуперечливе відношення часткового порядку, тобто, для деяких операцій із номерами i та j відомо, що операція з номером i повинна завершитись до початку виконання операції із номером j. Передбачається, що кожен процесор може виконати будь-яку операцію та допускається одночасне їх виконання. Необхідно визначити порядок виконання операцій таким чином, щоб не порушувалось відношення часткового порядку та увесь обчислювальний процес був завершений за мінімальний час.

Формалізуємо дану задачу. Нехай кожній операції поставлено у відповідність вершину графу так, що номер операції співпадає з номером вершини. Якщо операція з номером i безпосередньо передує операції з номером j, то в графі наявна дуга (i, j). Таким чином, маємо граф $G=(V,U)$, де $V=(1,2,\ldots,n)$ – множина вершин, U – множина дуг, що задає відношення часткового порядку на множині операцій. Якщо граф моделює обчислювальну схему, в якій є лише унарні та бінарні операції, то в кожну його вершину входить не більше двох дуг. Зведення даної задачі до оптимізаційної задачі на графі полягає в такому розміщенні вершин графа на мінімальній кількості місць, при якому на кожному місці стоїть не більше m вершин та якщо із вершини i є дуга в вершину j, то i розміщується лівіше за j. Такий підхід дає можливість побудувати одну із схем розпаралелення. При цьому буде або фіксована кількість процесорів та мінімізуватиметься час реалізації алгоритму, або фіксований час та мінімізуватиметься кількість процесорів. Більш цікавим є питання одночасної оптимізації як часу, так і

кількості процесорів, а також побудова схем розпаралелення циклічних участків алгоритму та операцій, що підлягають розгалудженню.

У даній роботі, враховуючи спеціальні схеми алгоритмів, що реалізують матричні операції, вивчаються паралельні форми алгоритмів. Під паралельною формою розуміють поярусне розміщення операцій алгоритму. Висота паралельної форми – це кількість ярусів, а ширина – максимальна кількість операцій на ярусі. Одночасний аналіз висоти та ширини таких форм дозволяє виділити ефективні паралельні форми на основі яких і відбувається розпаралелення.

При цьому використовується декомпозиційний підхід, який полягає в тому, що ми від початкового графу переходимо до підграфів, кожен з яких відповідає деякій частковій паралельній формі алгоритму. Базуючись на висоті і ширині кожної з них, пропонується побудова ефективної паралельної форми для початкового графу.

Встановлено зв'язок між ефективними паралельними формами та відповідними задачами теорії розкладів.

Відомо [1], що розпаралелення лінійних рекурсивних виразів зводиться до розпаралелення матричних операцій. Проводиться порівняльний аналіз схем безпосереднього їх розпаралелення та схем, отриманих на основі матричних операцій.

1. *Хохлюк В.И.* Параллельные алгоритмы целочисленной оптимизации. – Москва:Радио и связь,1987. – 224с.
2. *Лазарев А.А.,Гафаров Е.Р.* Теория расписаний и алгоритмы: учебное пособие. – Москва: МГУ , 2011. – 222с.
3. *Бурдюк В.Я.,Турчина В.А* Алгоритмы параллельного упорядочения: учебное пособие. - Д. ДГУ. 1985. – 85с.
4. *Гэри М.,Джонсон Д.* Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – Москва: Мир, 1982. – 416с.

USE OF PARALLEL FORMS OF ALGORITHMS IN PARALLELING OF CALCULATIONS

The paper analyzes parallel forms of algorithms for parallelization of matrix operations and recursive expressions. The connection between the parallel forms of algorithms and the corresponding problems of scheduling theory is established.

UDC 539.3

ON THE GREEN'S FUNCTION APPROACH TO A SPECIFIC CLASS OF PROBLEMS ARISING IN APPLIED MECHANICS

Yuri Melnikov and Volodymyr Borodin

Middle Tennessee State University, USA

Yuri.Melnikov@mtsu.edu, vnboroda@gmail.com

An effective semi-analytical approach is proposed for computing elements of matrices of Green's type for boundary-contact-value problems that simulate potential fields induced by point sources in assemblies of thin shell fragments of irregular configuration. The approach is based on our modification [2] of the classical Kupradze's method of functional equations [1].

For an illustration, a "bathyscaphe" shaped thin-walled assembly (of a spherical and a toroidal fragment) is considered. Its middle surface $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ represents a composition of the spherical fragment (of radius a), which occupies the region $\Omega_1 = \left\{ (\vartheta, \varphi) \middle| 0 \le \vartheta \le \vartheta_1, 0 \le \varphi \le 2\pi \right\}$, while the middle surface of the toroidal fragment (of radii R and ρ) occupies the region $\Omega_2 = \left\{ (\theta, \varphi) \middle| \theta_0 \le \theta \le \theta_1, 0 \le \varphi \le 2\pi \right\}$. The spherical fragment Ω_1 of Ω is weakened with an aperture whose contour is Γ, forming an irregularly shaped double-connected region $\tilde{\Omega}_1$ on the sphere.

In the irregularly shaped compound region $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_1 \cup \Omega_2$, we formulate the homogeneous boundary-contact-value problem

$$\frac{1}{a^2 \sin\vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin\vartheta \frac{\partial u_1(\vartheta, \varphi)}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{a^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 u_1(\vartheta, \varphi)}{\partial \varphi^2} = 0, \ (\vartheta, \varphi) \in \tilde{\Omega}_1,$$

$$\frac{1}{D(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(D(\theta) \frac{\partial u_2(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \right) + \frac{\rho}{D^2(\theta)} \frac{\partial^2 u_2(\vartheta, \varphi)}{\partial \varphi^2} = 0, \ (\theta, \varphi) \in \Omega_2,$$

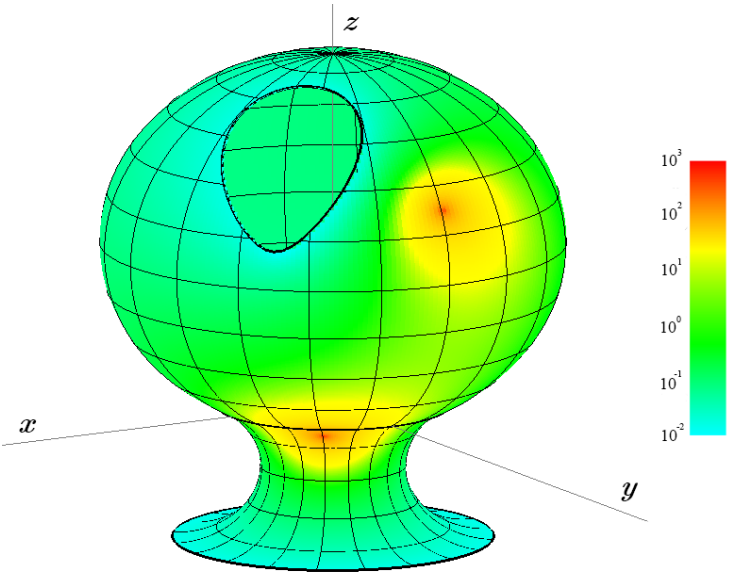
$$\lim_{\vartheta \to 0} \left| u_1(\vartheta, \varphi) \right| < \infty, \ u_2(\theta_1, \varphi) = 0,$$

$$u_1(\vartheta_1, \varphi) = u_2(\theta_2, \varphi), \ \frac{\partial u_1(\vartheta_1, \varphi)}{\partial \vartheta} = -\lambda \frac{\partial u_2(\theta_2, \varphi)}{\partial \theta}$$

and

$$u_1(\vartheta, \varphi) = 0, \ (\vartheta, \varphi) \in \Gamma,$$

where $D(\theta) = R + \rho \sin\theta$. To complete the above problem formulation, the 2π-periodicity conditions are assumed, in addition, with respect to the longitudinal variable φ.



Potential field generated by two point sources in a compound shell structure weakened with an aperture

In order to demonstrate the computational power of our semi-analytical approach, we depicted a potential field induced in $\tilde{\Omega}$ by two unit point sources released at distinct locations, one of which is $Q_1(0.375\pi, 0.5\pi)$, located in the spherical fragment, whereas another $Q_2(-0.2\pi, 0.3\pi)$ belongs to the toroidal fragment. In mathematical terms, the depicted field represents superposition of the two profiles $\tilde{G}(P, Q_1)$ and $\tilde{G}(P, Q_2)$ of the matrix of Green's type for the posed problem.

1. *Kupradze*, V.D., *Aleksidze*, M.A. The method of functional equations for the approximate solution of certain boundary-value problems // USSR Comp.Mechanics and Math.Physics – 1964. No. 4. – 683-715.
2. *Melnikov*, Yu.A. Some applications of the Green's function method in mechanics // Int. J. of Solids and Structures – 1977. No. 13 – 1045-1058.

UDC 539.3

NUMERICAL IMPLEMENTATION OF THE EXISTING FORMS OF GREEN'S FUNCTIONS FOR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Max Melnikov

Cumberland University, Lebanon, TN, USA

mmelnikov@cumberland.edu

Speaking of the Green's function based computational schemes for partial differential equations, the history of the subject is relatively short. It looks like the first ever relevant work in this field had been reported [1] just a few decades ago. As to the available in literature representations of Green's functions, it is worth noting that their computational practicality becomes the most decisive issue for potential users of the Green's function quantitative instrument. The importance of this issue can be clearly illustrated by recalling the classical double Fourier series form of the Green's function

$$G(x,y;\xi,\eta)=\frac{4}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(mx)\sin(ny)\sin(m\xi)\sin(n\eta)}{m^2+n^2}$$

of the Dirichlet problem stated for the two-dimensional Laplace equation in the square $\Omega=\{0<x<\pi,\ 0<y<\pi\}$.

Clearly, the series in (1) does not uniformly converge in Ω, due to the logarithmic singularity in the Green's function $G(x,y;\xi,\eta)$, critically reducing its practical value. Addressing the non-uniform convergence in our earlier works (see, for example, [2]), we had derived its computer-friendly analogue

$$G(x,y;\xi,\eta)=\frac{1}{2\pi}\ln\frac{|1-\exp(z-\bar{\zeta})||1-\exp(z+\bar{\zeta})|}{|1-\exp(z-\zeta)||1-\exp(z+\zeta)|}$$
$$-\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sinh(nx)\sinh(n\xi)}{n\exp(n\pi)\sinh(n\pi)}\sin(ny)\sin(n\eta),$$

where $z=x+iy$ and $\zeta=\xi+i\eta$ are the complex-variable type notations for the field point (x,y) and the source point (ξ,η), respectively, in $G(x,y;\xi,\eta)$.

In one of our most recent publication [3], one finds a wide range of computer-friendly forms of Green's functions which were derived for a score of problem formulated for partial differential equations applicable in natural sciences and engineering.

In the present study, the focus is on the Black-Scholes equation

$$\frac{\partial V(S,t)}{\partial t}+\frac{\sigma^2 S^2}{2}\frac{\partial^2 V(S,t)}{\partial S^2}+rS\frac{\partial V(S,t)}{\partial S}-rV(S,t)=0,$$

and our objective is derivation of readily computable forms of Green's functions for terminal boundary-value problems formulated for (3).

In financial engineering [4], the function $V(S,t)$ is referred to as the price of the derivative product, with the two independent variables S and t being the share price of the underlying asset and time, respectively. The constant parameters σ and r stay for the volatility of the underlying asset and the risk-free interest rate.

For the terminal boundary-value problem

$$v(S,t)=0;$$

$$v(S_1,t)=0 \quad \text{and} \quad v(S_2,t)=0$$

posed for (3) in the region $\Omega=(S_1<S<S_2)\times(T>t\succ-\infty)$, for example, the required Green's function $G(S,t;\eta)$ was found as

$$G(S,t;\eta)=\frac{\exp\left(\frac{\sigma^2-2r}{2\sigma^2}\ln\frac{S}{\eta}-\frac{T-t}{2}\left(\frac{\sigma^2+2r}{2\sigma}\right)^2\right)}{\sigma\eta\sqrt{2\pi(T-t)}}$$

$$\times\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\exp\left(-\frac{\left(\ln\frac{SS_1^{2m}}{\eta S_2^{2m}}\right)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right)-\exp\left(-\frac{\left(\ln\frac{S_2^{2(m+1)}}{S\eta S_1^{2m}}\right)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right)\right].$$

Our experience reveals high computational potential of the form in (6). Indeed, its series component converges at a high rate.

1. *Melnikov, Yu.A.*, Some applications of the Green's function method in mechanics // *Int. J. of Solids and Structures.* -1977. - 13, P. 1045-1058.
2. *Melnikov, Yu.A.*, *Melnikov, M.Y.* Computability of series representations of Green's functions in a rectangle // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. – 2006. - 30, P. 774-780.
3. *Yuri A. Melnikov, Max Y. Melnikov. Green's Functions. Construction and Applications*. - De Gruyter, Berlin – Boston, 2012. – 435 p.
4. *P. Wilmott, J. Dewynne, S. Howison*. *Option Pricing*. - Oxford Financial Press, Oxford, UK, 1993. – 457 p.

Секція

Проблеми технічної механіки та проектування конструкцій ракетно-космічної техніки

УДК 539.3

АНАЛИЗ УСИЛИЙ В УПОРЕ МЕХАНИЗМА УДЕРЖАНИЯ РКН, ПОЛУЧЕННЫХ В ХОДЕ ПРОВЕДЕНИЯ НАЗЕМНОЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКИ

Дмитрий Акимов, Игорь Ларионов, Дмитрий Клименко

Государственное предприятие «КБ «Южное» им. М.К. Янгеля

akimoff2017@gmail.com, klymenko_dv@hotmail.com

Отсек удержания является составной частью наземного технологического оборудования стартового комплекса и предназначен для удержания ракеты на стартовом столе. Отсек удержания представляет собой конструкцию цилиндрической формы, где несущими элементами являются четыре стояночные опоры (стойки) в виде коробчатых сварных конструкций из стали, а также механизмы удержания, установленные на каждой из опор. Механизмы удержания представляют собой устройства, обеспечивающие удержание заправленной ракеты при стоянке на стартовом столе, в том числе в случае набора тяги двигательной установкой 1 ступени.

Для обеспечения надежного функционирования механизма удержания необходимо исключить раскрытие стыка отсека удержания с опорным кольцом хвостового отсека ракеты. Для подтверждения правильности принятого момента затяжки упора (талрепа) и определения усилия в зоне контакта механизма удержания с кронштейном хвостового отсека и в упоре механизма удержания был проведен ряд испытаний.

В данной статье представлены результаты анализа усилий в зоне контакта механизма удержания с кронштейном хвостового отсека и усилий в упоре (талрепе), полученных при испытаниях.

Анализ результатов испытаний показал, что при действии внешней растягивающей эквивалентной силы, к которой сводится момент и перерезывающая сила в сечении, наиболее нагруженным является один из четырех механизмов удержания. Усилие прижима в зоне контакта механизма удержания с кронштейном хвостового отсека существенно зависит от коэффициента передачи усилия, реализуемого в упоре при его затяжке. В результате проведения испытаний был определен диапазон изменения фактического коэффициента передачи от 2,04 до 2,45. Коэффициент передачи, полученный при расчетах прочности механизма удержания, составил $\kappa_{расч.}$= 2,365, что говорит о хорошей сходимости экспериментальных и расчетных данных. На основании анализа экспериментальных данных и расчетов, можно сделать заключение о гарантированном не раскрытии стыка

в районе установки наиболее нагруженного механизма удержания при действии эксплуатационных внешних нагрузок.

THE ANALYSIS OF EFFORTS IN THE STOP OF THE ILV HOLD-DOWN MECHANISM, OBTAINED DURING GROUND DEVELOPMENT TEST

The hold-down bay is an integral part of the ground-based process equipment of the launch complex and is designed to hold-down the rocket on the launch pad. The hold-down bay is a cylindrical design, for which the supporting elements are four parking supports (pillars) in the form of box-welded steel structures; as well, retention mechanisms are mounted on each of the supports. Detention mechanisms are devices which providing holding a fueled rocket at parked on the launch pad, including the case of thrust increasing of the 1 stage propulsion system.

It is necessary to exclude opening the joint of the hold-down bay and the support ring of rocket tail section to ensure reliable operation of the hold-down mechanism.

A test series were conducted to confirm correctness the accepted tightening torque of the stop (turnbuckle) and to determine the forces in the zone of contact of the hold-down mechanism with the tail compartment bracket and in the rest of the hold-down mechanism.

The article presents the results of the analyses of efforts in zone of contact of the hold-down mechanism with the tail section arm and efforts in the stop (turnbuckle) that were obtained during the tests.

Analysis of the test results showed that one of the four hold-down mechanisms under the action of an external tensile equivalent force, to which the moment and the shear force in the cross section are reduced, was the most loaded.

The clamping force in the contact area of the hold-down mechanism with the tail compartment bracket essentially, depends on the coefficient transfer force realizing in the stop when it is tightened.

As a result of the tests determined the range of changing the actual transfer ratio from 2.04 to 2.45.

The transfer coefficient was obtained from the strength analysis of the containment mechanism κ = 2.365, what indicates good convergence of experimental and calculated datum. Based on the analyses of experimental and calculations datum, it is possible to make a conclusion about the guaranteed non-disclosure of the joint in the area of installation of the most loaded hold-down mechanism under the action of operating external loads.

УДК 539.3

3-Х ШАГОВАЯ ОБОЛОЧЕЧНАЯ И ТРЕХМЕРНАЯ МКЭ-МЕТОДИКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ БАКА РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С УЧЕТОМ ЖИДКОСТИ И ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ МАТЕРИАЛА

Дмитрий Акимов[1], Виктор Грищак[3], Сергей Гоменюк[3], Сергей Гребенюк[3], Павел Дегтяренко[2], Дмитрий Клименко[1], Игорь Ларионов[1], Владимир Сиренко[1], Сергей Чопоров[3]

[1]Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля», [2]Государственное космическое агентство Украины, [3]Запорожский национальный университет

Akimoff2017@gmail.com, grk@znu.edu.ua, gserega71@gmail.com, gsm1212@ukr.net, s.choporoff@znu.edu.ua

Обсуждается численный подход расчета прочности бака ракеты-носителя с учетом влияния столба жидкости и реальной диаграммы материала АМг6.НПП бака. Использовались математические модели бака, основанные на построении методики оболочечных конечных элементов и трехмерной МКЭ-методике. Энергетические соотношения, описывающие поведение элементов конструкции, основаны на теории сдвиговых деформаций второго порядка (теория Тимошенко-Миндлина). Общий алгоритм моделирования поведения конструкции по оболочечной методике состоит из трех шагов:

1) построение дискретной модели и итерационное определение количества узлов и элементов, при котором максимальная интенсивность напряжений при линейном расчете изменяется менее, чем на 1% относительно предыдущей итерации; 2) адаптивная дискретная модель основана на базовой дискретной модели, построенной на первом этапе, со сгущением элементов в областях наибольшего градиента интенсивности напряжений при линейном расчете; 3) расчет с учетом физической нелинейности материалов на основе метода переменной жесткости на базе полученной на втором этапе дискретной модели.

3 STEP SHELL AND THREE-DIMENSIONAL FEM-METHODS OF MATHEMATICAL STRENGTH DESIGN FOR THE TANK OF ROCKET-CARRIER TAKING INTO ACCOUNT LIQUID AND MATERIAL PHYSICAL NON-LINEARITY

Numeral approach of strength calculations for rocket-carrier tank taking into account influence of liquid and real diagram of material are discussed. The mathematical models of tank, connected with the shell elements and three-dimensional finite element methodologies were used.

УДК 629.78

ПЕРСПЕКТИВЫ ОРБИТАЛЬНОЙ УТИЛИЗАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА

Анатолий Алпатов, Юрий Гольдштейн

Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины

aalpatov@ukr.net; jura_gold@meta.ua

Угроза столкновения с орбитальным мусором для действующих космических аппаратов или пилотируемых кораблей является одним из основных факторов безопасности функционирования космических систем в околоземном пространстве. Для борьбы с космическим мусором используются конструктивные меры предотвращения загрязнения околоземного космического пространства, а также активные и пассивные методы удаления космического мусора из области рабочих орбит. Регулярное удаление космического мусора из области рабочих орбит может существенно уменьшить риски столкновения действующих космических аппаратов с космическим мусором и риски падения фрагментов космического мусора на Землю.

Большая часть космического мусора состоит из дорогих специфических устройств, приборов и материалов которые использовались при производстве ракет и спутников. В условиях ограниченности ресурсов и дороговизны их доставки в космос целесообразно оценить перспективы утилизации космического мусора и последующего использования демонтированных с вышедших из строя спутников устройств, приборов и материалов [1]. Проведенные исследования показали, что орбитальная утилизация космического мусора может приносить существенные выгоды.

Наиболее перспективным направлением по созданию методов и средств орбитальной утилизации космического мусора является создание в космосе инфраструктуры, в состав которой входят технологические платформы для околопланетных промышленных сооружений, солнечные электростанции для обеспечения энергоёмких технологий и многоразовые сервисные космические аппараты. В настоящее время достаточно рельефно вырисовываются возможности создания таких инфраструктур [2].

Оценка перспектив орбитальной утилизации космического мусора требует детальной проработки ряда вопросов. К ним относятся: оценка экономической целесообразности утилизации фрагмента космического мусора, разработка стратегий утилизации, формулировка требований к сервисным космическим аппаратам для реализации этих стратегий, оценка технико-экономических, правовых и других аспектов проведения таких

операций. Стратегия утилизации космического мусора включает в себя: выбор конкретного вида космической инфраструктуры, рациональное разбиение множества орбит фрагментов космического мусора на кластеры орбит, доступных для утилизации одним сервисным космическим аппаратом, выбор пространственного размещения и количества орбит утилизации и выбор очередности утилизации фрагментов космического мусора.

В результате проведенных исследований разработаны методика кластеризации орбит утилизируемых объектов космического мусора [3] и методика определения безопасных орбит утилизации космического мусора в области низких околоземных орбит. Методика определения безопасных орбит утилизации включает в себя: выбор пространственного расположения орбит утилизации по критерию минимально возможной годовой вероятности катастрофических столкновений утилизируемого космического аппарата с космическим мусором, оценку продолжительности существования космического аппарата на орбите утилизации, оценку устойчивости орбиты утилизации на длительных временных интервалах и оценку энергетических затрат для перевода космического аппарата с рабочей орбиты на орбиту утилизации.

С использованием разработанных методики и пакета программ определены возможные орбиты утилизации космического мусора в области низких околоземных орбит. В качестве орбит утилизации предложено использовать околокруговые орбиты со средними высотами ~ 1300 км и выше 1800 км. Полученные результаты могут найти применение при планировании и организации орбитальной утилизации космического мусора.

1. *Алпатов А. П.* Космический мусор: аспекты проблемы // Техническая механика. – 2018. – № 2. – С. 30-47.
2. *Алпатов А. П., Горбулин В. П.* Космические платформы для орбитальных промышленных комплексов: проблемы и перспективы // Вісн. НАН України. - 2013.- № 12. - С. 26-38.
3. *Алпатов А. П., Гольдштейн Ю. М.* Методика кластеризации орбит обслуживаемых космических аппаратов // Системні технології. – 2019. – № 3. – С. 93 – 97.

PERSPECTIVES FOR THE ORBITAL UTILIZATION OF SPACE DEBRIS

The paper analyzes the prospects for the use of orbital utilization of space debris and evaluates the possibilities of long-term orbital storage and subsequent reuse of devices, devices and materials dismantled from recycled space objects. A number of problems of planning and organizing the orbital utilization of space debris are formulated and solved.

A method for determining safe orbits of space debris utilization in the area of low near-Earth orbits based on a criteria system developed. Using the developed method and software package, the possible orbits of space debris utilization in the area of low near-Earth orbits are determined.

УДК 539.3

РОЗРОБКА МОДЕЛІ СТІЙКОГО РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ДЕТОНАЦІЙНОЇ ХВИЛІ, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ В КАМЕРІ РАКЕТНОГО ДВИГУНА

Юрій Андрієвський, Олександр Золотько

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

8ulture6@gmail.com, alexaur61@gmail.com

На сьогоднішній день найбільшого розвитку отримали наступні концепції двигунів з детонаційним згорянням палива: а) двигуни із косими детонаційними хвилями (oblique detonation wave engine − ODE) або двигуни з нестійкою детонацією (unsteady detonation engine − UDE); б) імпульсні або пульсуючі детонаційні двигуни (pulsed detonation engine − PDE); в) двигуни з безперервною детонацією (continuous detonation wave engine − CDWE); г) двигуни з детонаційними хвилями, що обертаються (rotating detonation engine − RDE). Добре відома концепція пульсуючого детонаційного двигуна (ПДД), яка отримала найбільшого розповсюдження, залишається досить проблематичною для практичного здійснення через труднощі в організації робочого процесу з високою (100 Гц і більше) частотою пульсацій, необхідною для покращення характеристик двигуна. На початку 60-х років минулого сторіччя була запропонована альтернативна концепція детонаційного двигуна ((ДД), що засновувалась на спиновій детонації. Головною перевагою двигуна даного типу, більш відомого як двигун з детонацією, що обертається, є безперервність роботи та висока швидкість згоряння. Згідно [1] вперше детонаційні фронти, що обертаються, були зафіксовані під час експериментального відпрацювання камер згоряння (КЗ) рідинних ракетних двигунів (РРД), що працювали на нестійкому режимі. Основні зусилля розробників ракетних двигунів були направлені на вирішення проблеми забезпечення стійкого робочого процесу в камері згоряння. Тому детонаційні режими, що спостерігались під час експериментів, залишались поза зором дослідників. Результати науково-дослідницьких робот стосовно ДД у США, у яких повідомлялось про детонаційні хвилі, що обертаються, були малопереконливі [2] через те, що в той час велика увага приділялась вивченню стабільних режимів розповсюдження детонації. Експериментальні дослідження двигунів з детонаційними хвилями, що обертаються, які почалися в СРСР у 50-60-ті роки завершились у 2016 році створенням повно-розмірного ракетного двигуна з детонаційними хвилями, що обертаються (російський проект «Іфрит»). В роботах [3] порівнювались характеристики двигуна з детонацією,

що обертається, та РРД з покращеними характеристиками, отримані для обох двигунів рівнів тиску в КЗ. Аналіз отриманих даних показав, що розбіжність в значенні рівня тяги та питомого імпульсу тяги для порівнюваних двигунів зменшується з підвищенням рівня тиску в КЗ та підвищенням ступеню розширення газів в соплі. Однак перевагою двигуна з детонацією, що обертається, є те, що ті ж самі характеристики були отримані при значно меншому рівні тиску подачі компонентів 2,2 МПА для двигуна з детонацією, що обертається та 7,0 МПА для РРД. Окрім цього, детонаційний цикл забезпечує підвищення температури в КЗ на 15-20% та зниження молекулярної маси продуктів згоряння, що й забезпечує додаткове підвищення швидкості витікання реактивної струї. Високі теплові потоки від продуктів детонації щодо стінки камери двигуна локалізовані недалеко від інжекційної (змішувальної) головки, що дозволяє газифікувати рідкі компоненти палива, які подаються до вогневого простору КЗ. Тангенціальна складова швидкості потоку продуктів детонації сприяє кращому перемішуванню компонентів палива і дозволяє зменшити довжину ділянки перемішування та час перебування палива в КЗ.

Чисельне дослідження процесу детонації, що обертається у кільцевій циліндричній КЗ ракетного двигуна, засноване на інтегруванні системи двовимірних нестаціонарних рівнянь Ейлера за допомого TVD методу. Запропонована авторами модель стійкого розповсюдження детонації, що обертається, заснована на реалістично заданих умовах однозначності. Вона дозволяє отримувати достовірні дані стосовно основних характеристик робочого процесу ракетного двигуна з детонацією, що обертається.

1. *Canteins, G.* Etude de la détonation continue rotative − application à la propulsion / Ph. D. dissertation, Université de Poitiers, 2006.
2. *Nicholls, J.A., Cullen R.E., Ragland K.W.* Feasibility studies of a rotating detonation wave rocket motor / J. Spacecr Rockets 1966, 3 (6), p. 893 –898.
3. *Daniau, E., Falempin F., Bykovskii F. A., Zhdan S. A.* Pulsed and Rotating Detonation Propulsion System: First Step Toward Operational Engines / AIAA Paper. – 2005. – № 3233.

DEVELOPMENT OF THE ROTATING DETONATION WAVE STEADY PROPAGATION IN THE COMBUSTION CHAMBER

The article is concerned the history of detonation engines development and success at this field of researching, the advantages of the detonation engines before the liquid rocket engine and analysis of each type of detonation engine. The numerical researching based on integration of two-dimensional nonstationary Euler equations by TVD method of the detonation process in the cylindrical combustion chamber is presented in the article.

УДК 534-6.08

ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛЬНОГО СТЕНДА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ПРИ СТАРТЕ РН

Татьяна Батутина, Денис Бондарь, Дмитрий Клименко

Государственное предприятие «Конструкторское Бюро «Южное» им. М.К. Янгеля

denbon@ukr.net, batutinatety@gmail.com, klymenko_dv@hotmail.com

Для корректного определения акустических нагрузок по результатам моделирования, необходимо соблюсти точное воспроизведение моделью газодинамических и геометрических (в масштабе) характеристик натурного изделия.

Модели сопла с диаметром критического сечения меньше чем 13 мм необходимо применять с осторожностью, поскольку в этом случае есть вероятность реализации процессов в пограничном слое, связанных с малыми числами Рейнольдса.

Для сохранения аэроакустического подобия турбулентных потоков модели и натуры должны сохраняться: критерии подобия потоков (Sh – число Струхаля; M – число Маха; Re – число Рейнольдса; Fr– число Фруда; Pr – число Прандтля), геометрическое подобие тел, помещенных в поток; подобие распределения аэродинамической нагрузки на поверхности тела. В нашем случае в качестве критериев подобия при моделировании были выбраны: геометрическое подобие РН и модели; давление на срезе сопла; число Маха на срезе сопла; число Струхаля на срезе сопла.

При соблюдении этих критериев, интегральный уровень звукового давления распределен геометрически идентично по звуковому полю натурной РН и модели. А значит уровни звукового давления в геометрически подобных точках будут равны.

При равенстве чисел Струхаля модели и натуры справедливо следующее выражение

$$\frac{f_н \cdot l_н}{\upsilon_н} = \frac{f_м \cdot l_м}{\upsilon_м},$$

где f – частота звуковых колебаний (Гц); l – характерная длина излучателя (в нашем случае берём отрезок истекающей струи, где сверхзвуковой поток затормаживается до околозвуковой скорости генерируя при этом наибольшее звуковое давление) (м); v – скорость истекающей струи (м/с).

Индексы «н» и «м» обозначают характеристики натуры и модели соответственно.

В частности, если скорости потоков натурного и модельного течений совпадают, то

$$f_н = f_м \cdot \frac{l_м}{l_н}. \quad (1)$$

Формы спектров звуковых давлений на модели и в натуре будут идентичны, но смещены по частотам на величину $\frac{l_м}{l_н}$.

Оценка возможности определения акустических нагрузок при старте РН из транспортно-пускового контейнера с помощью моделирования на газодинамическом модельном стенде проводилась для модели РН с масштабным коэффициентом 1:5.25, также выполнялись газодинамические критерии подобия, а именно:

– давление на срезе сопла $P_{а\ модели} = P_{а\ натурное}$;

$$\gamma_{а\,модел} \cdot M^2_{а\,модел} = \gamma_{а\,натурн} \cdot M^2_{а\,натурн},$$

где $\gamma_а$ – это показатель адиабаты; $M_а$ – число Маха.

Исходя из максимального расстояния, на которое газодинамический модельный стенд позволял расположить модели РН и транспортно-пускового контейнера друг относительно друга, размеров моделей и их масштабного коэффициента по отношению к натурным изделиям, был определен диапазон высот подъёма РН при старте, который можно моделировать на газодинамическом модельном стенде

В результате была вычислена максимальная высота подъёма, до которой возможно промоделировать процесс старта. Она составила 49.6 м, что соответствует 2.87 с траектории полёта рассмотренной РН.

В дальнейшем, по результатам измерения акустических нагрузок в искомой точке в районе модельного контейнера или РН, возможно вычислить значения акустических нагрузок в соответствующей точке натурного изделия в частотном диапазоне с 30 по 10000 Гц. Для этого в представленную выше формулу (1) подставляются значения отрезков натурной и модельной струи, генерирующей звук, и вычисляется величина смещения по частоте спектра звуковых давлений в исследуемой точке на натуре.

A POSSIBILITY OF USING A GAS-DYNAMIC MODEL STAND FOR DETERMINATION OF ACOUSTIC LOADS DURING THE LIFT-OFF OF LV

The paper considers the requirements to the model of LV, model of launch pad and to the model engine, which have to be satisfied in order to correctly model acoustic loads on a full-scale LV during lift-off. The similarity parameters of a model and its size limits have been discussed. A simple evaluation method of acoustic loads have been proposed.

УДК 621.643.412

НЕСИМЕТРИЧНЕ НАВАНТАЖЕННЯ ФЛАНЦЕВИХ З'ЄДНАНЬ ТРУБОПРОВОДІВ В ПРОЦЕСІ СКЛАДАННЯ І ВИПРОБУВАННЯ ТРУБОПРОВІДНИХ МАГІСТРАЛЕЙ РАКЕТ-НОСІЇВ

Олег Бондаренко, Анатолій Дзюба

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

bov1977@i.ua, dzb@ua.fm

Проблема несиметричного навантаження фланцевих з'єднань трубопроводів ракет-носіїв має кілька аспектів: наявність згинаючих моментів, яка обумовлена конфігурацією трубопроводу; випробування трубопроводу на предмет виявлення значень залишкового моменту затягування кріпильних деталей; складання трубопровідних магістралей з використанням технологічних і штатних кріпильних деталей. Перший аспект достатньо повно висвітлений в роботах І.А. Біргера [1] та В.А. Волошина[2]. Другий аспект на теперішній час розглядається з використанням методів, наведених у роботах [1,2], або роботи здійснюються на основі практичного досвіду фахівців-складальників та випробувальників. Третій аспект почали досліджувати на початку вісімдесятих років минулого століття з метою зменшення навантажень на фланці і кріпильні деталі та забезпечення роботоздатності фланцевих з'єднань трубопроводів за кріогенних температур, що знайшло відображення у авторському свідоцтві на винахід [3]. У розвиток роботи [3] були зроблені винаходи і отримані патенти на винаходи [4,5]. В процесі експериментальних досліджень способів герметизації фланцевих з'єднань трубопроводів, наведених в роботах [3-5], було розширено діапазон можливих значень моментів затягування технологічних і штатних кріпильних деталей, розширена їх номенклатура, відпрацьовані способи розміщення кріпильних деталей у з'єднаннях, а також виявлено, що моменти відгвинчування штатних кріпильних деталей перевищують моменти їх загвинчування [6].

Авторами були виявлені аналітичні залежності між значеннями моментів загвинчування технологічних і штатних кріпильних деталей та моментами відгвинчування штатних кріпильних деталей з урахуванням податливості фланців та кріпильних деталей [7,8]. Далі були сформульовані особливості підходу до проектування фланцевих з'єднань трубопровідних магістралей, складання яких передбачається з використанням технологічних і штатних кріпильних деталей [9,10].

Наступним кроком у дослідженнях стало визначення можливого зменшення маси трубопроводів і збільшення маси корисного навантаження

ракет-носіїв [11,12], в тому числі з метою розміщення на борту систем забезпечення багаторазовості використання ступенів та їх виведення з орбіти. Таким чином, задача забезпечення роботоздатності фланцевих з'єднань трубопроводів трансформувалася у задачу підвищення ступеня конструктивної досконалості не тільки з'єднань, а й трубопровідних магістралей і всієї пневмогідравлічної системи подачі палива в цілому.

Теперішній етап досліджень спрямований на формування цілісного, науково обґрунтованого підходу до проектування фланцевих з'єднань та трубопровідних магістралей в цілому з урахуванням використання для їх складання технологічних і штатних кріпильних деталей [13-15]. Конкретно це питання зварювання у твердому стані деталей зі сталей та алюмінієвих сплавів, визначення міцності рільбових з'єднань деталей зі сталей та титанових і алюмінієвих сплавів, виготовлення сильфонних компенсаторів, визначення вібраційної міцності трубопровідних магістралей, визначення необхідних фізико-механічних характеристик алюмінієвих сплавів, визначення температурного напружено-деформованого стану елементів трубопровідних магістралей за крігенних температур.

Таким чином, розв'язання задачі несиметричного навантаження фланцевих з'єднань трубопровідних магістралей дозволяє вирішити одразу декілька наукових і практичних задач зі створення перспективних ракет-носіїв.

1. *Биргер И.А., Иосилевич Б.Г.* Резьбовые и фланцевые соединения. – М.: Машиностроение, 1990. – 368 с.: ил.
2. *Волошин А.А.* Расчет фланцевых соединений трубопроводов и сосудов. Л.: Государственное союзное издательство судостроительной промышленности. – 1959. – 289 с., ил.
3. А.С. 1813962 А1 СССР, МКИ5, F16L23/00 Способ герметизации фланцевых соединений трубопроводов/ *В.Г. Данченко* (СССР). – № 4917009/29; Заявл. 11.01.91; Опубл.07.05.93. Бюл. №17//Открытия. Изобретения.–1993. – № 17.
4. Деклараційний патент 60067 А Україна, МКП6 F16L23/00. Спосіб герметизації фланцевих з'єднань трубопроводів /*Джур Є.О., Данченко В.Г., Зєвако В.С., Бондаренко О.В.* (Україна); Дніпропетровський національний університет (Україна). – № 2003010507; Заяв. 21.01.2003. Опубл. 15.09.2003, Бюл. №2. – 2003.
5. Патент України на винахід № 87100. Спосіб герметизації фланцевих з'єднань трубопроводів. *Джур Є.О., Бондаренко О.В.* 25.06.2009. Бюл. 12
6. *Бондаренко О.В.* Герметичность фланцевых соединений при сборке трубопроводов с использованием технологических и штатных крепежных деталей // Геотехническая механика. Межведомственный сборник научных трудов. Выпуск 57. – Днепропетровск: 2005. – С.182-193.
7. *Бондаренко О.В.* Определение величины сил, действующих на фланцы, прокладку и крепежные детали при сборке трубопроводов с использованием технологических и штатных крепежных деталей // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 2(37). –

Дніпропетровськ, 2005 – С. 28-38.

8. *Дзюба А.П.* Напряженно-деформированное состояние фланцевого соединения трубопроводов после его герметизации с использованием технологических и штатных крепежных деталей /*Дзюба А.П., Бондаренко О.В.* // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Збірник наукових праць/ Дніпропетровський національний університет. – Дніпропетровськ, 2005. – вип. 9. – С. 57-66.
9. *Бондаренко О.В.* Расчет на прочность и проектирование фланцево-сферических соединений трубопроводов при их герметизации с использованием технологических и штатных крепежных деталей // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Збірник наукових праць/ Дніпропетровський національний університет. – Дніпропетровськ, 2005. – вип. 9. – С.43-49.
10. *Дзюба А.П.* Два подхода к проектированию фланцевых соединений трубопроводов / *Дзюба А.П., Бондаренко О.В.* // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки: Зб. наук. пр./ Наук. ред. д-р техн. наук А.С. Макарова. Д. – 2007. – С. 73-83.
11. *Тищенко Ю.С.* Оптимизация массы конструкцій разъемных соединений агрегатов и узлов пнемо- и гидромагистралей ракет-носителей / Ю.С. Тищенко, О.В. Бондаренко // Космическая техника. Ракетное вооружение. Научно-технический сборник. – Днепропетровск, 2007, выпуск 2. – С. 147-158.
12. *Тищенко Ю.С.* Совершенствование конструкции разъемных фланцевих соединений / Ю.С. Тищенко, О.В. Бондаренко// Космическая техника. Ракетное вооружение. Научно-технический сборник. – Днепропетровск, 2007, выпуск 2. – С. 159-162.
13. *Bondarenko Oleg, Anatoliy Dziuba* Sealing of Pipelines Flange Connections in Conditions of Fasteners Tightening Torgue Reducing // Applied Mechanics and Materials. Vol. 630 (2014)/ Trans tech Publications< Switzerland, 2014. – pp 283-287.
14. *Бондаренко О.В.* Сравнение осевых сил от затяжки болтов и винтов при герметизации фланцевых соединений трубопроводов с использованием технологических и штатных крепежных деталей // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки: Зб. наук. праць/ наук. ред. д-р техн. наук. С.О. Давидов – Том XIX. –Д.: Ліра, – 2016. – С. 3 – 9.
15. *O V Bondarenko, A P Dziuba* Prediction of conditions of flange joints depressurization during the assembly of pipelines using technological and standard fastening elements // (HERVICONE+PUMPS- 2017)/ IOP Publishing IOP Conf. Series: materials Science and Engineering 233 (2017) 012040 doi: 10.1088/1757899X/233/1/012040 . England, 2017.

ASYMMETRICAL LOADING OF FLANGE CONNECTIONS OF PIPELINES IN THE PROCESS OF FOLDING AND TESTING OF THE PIPELINE HIGHWAYS OF CARRIER ROCKETS

The paper examines the problem of asymmetric loading of flange connections in the process of assembling the launch vehicle pipelines. The transformation of the task of ensuring the performance of flank joints into the task of constructively improving the pipelines of launch vehicles is shown.

УДК 539.3

АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ НА БАЗЕ ГИБРИДНЫХ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Виктор Грищак

Запорожский национальный университет

grk@znu.edu.ua

Обсуждается эффективность гибридных асимптотических подходов в проблеме моделирования несущей способности конструкций ракетно-космической техники, сводящейся к линейным и нелинейным задачам статики и динамики конструкций с переменными по координатам и во времени параметрами. Основное внимание уделяется технике применения асимптотического метода фазовых интегралов (метода ВКБ) в сочетании с принципом ортогонализации Галеркина и методом возмущений, а также ВКБ-вариационному подходу к решению ряда актуальных задач, которые описываются сингулярными дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами и параметром при старшей производной. Применение указанных методов позволяет строить приближенные аналитические решения с высокой степенью точности на широком интервале изменения параметра асимптотического разложения.

В качестве иллюстраций приведены решения задач статической устойчивости и нелинейной динамики систем с параметрами, зависящими от времени. Нашла дальнейшее развитие идея сочетания предложенных приближенных аналитических решений с существующим программным обеспечением для визуализации динамических процессов.

ANALYTICAL-NUMERICAL APPROACHES FOR MODELLING PROBLEM SOLUTION OF SPACE-ROCKET TECHNIQUE STRUCTURES BEARING STRENGTH ON BASE OF HYBRID ASYMPTOTIC METHODS

Efficiency of hybrid asymptotic approaches for the linear and nonlinear static and dynamics design bearing strength problem of space-rocket technique structures with variables on coordinates and in time parameters is discussed. As illustrations, the solutions of static buckling and nonlinear dynamics of systems with parameters dependent from time is given. The idea of combining the proposed approximate analytical solutions for nonlinear dynamics problems and the visualization of dynamic processes with the use of existing software systems was further developed.

УДК 539.3

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ MAXIMA ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Виктор Грищак, Сергей Борю

Запорожский национальный университет

grk@znu.edu.ua, bsu@znu.edu.ua

Среди приближенных методов интегрирования дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами важное место занимают асимптотические подходы, в основе которых лежит идея разложения искомого решения в функциональный ряд по степеням малого параметра. В приложениях особое место занимают линейные и нелинейные сингулярные дифференциальные уравнения и их системы с малым параметром при старшей производной.

В данной работе предлагается программа, использующая достаточно хорошо зарекомендовавшую себя систему аналитических вычислений (CAB) MAXIMA, автоматизирующая преобразования к решению указанного класса уравнений, которая позволяет значительно эффективнее выполнить трудоемкую часть исследования. Обсуждается процедура использования данной системы на основе построения приближенного аналитического решения методом фазовых интегралов (метод ВКБ). Указанная система может быть использована для построения приближенных аналитических решений, пригодных как для малых, так и больших параметров разложения с использованием гибридного ВКБ-Галеркин асимптотического подхода.

1. *Грищак В. З.* Гібридні асимптотичні методи та техніка їх застосування. – Запоріжжя: ЗНУ, 2009. – 225 с.
2. MAXIMA. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Maxima.

USING OF ANALYTICAL CALCULATIONS SYSTEM MAXIMA FOR SOLUTION OF SINGULAR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH VARIABLE COEFFICIENTS

The program, using the well enough showing oneself system of analytical calculations (SAC) MAXIMA, automatizing transformation to the solution of the class singular differential equations with variable coefficients, is offered, that allows considerably more effective in intensive part of research. The procedure of the use of this system on the basis of construction of an approximate analytical solution by phase integral (WKB) method is proposed. The indicated system leads to approximate analytical solutions suitable both for small and large decomposition parameters WKB-Galerkin asymptotic approach.

УДК 629.76.023.24.01

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТ РАСПОЛОЖЕНИЯ ДРЕНАЖНЫХ ОТВЕРСТИЙ НА ГОЛОВНОМ ОБТЕКАТЕЛЕ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

Сергей Давыдов[1], Владимир Сиренко[2], Павел Семененко[2]

[1] Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара
[2] Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля»

sdavydov1960@gmail.com, v.n.sirenko@i.ua, semenenkopv1981@gmail.com

В работе приведены результаты исследований по определению основных составляющих, которые влияют на скорость спада давления в зоне расположения полезной нагрузки. Актуальность этих исследований вызвана постоянным усовершенствованием космических аппаратов (КА) [1-3]. Ракета-носитель должна гарантированно обеспечить непревышение норм, выдвигаемых разработчиками КА [4]. Составлена математическая модель газообменных процессов, которая позволяет уже при эскизном проектировании рассчитать расположение дренажных отверстий [5].

В основу методики положено классическое уравнение Сен-Венана-Венцеля, которое усовершенствовано и адаптировано к различным конструктивным схемам головного обтекателя. Его представление в безразмерном виде позволило аналитически определить возможные значения безразмерного градиента давления в зоне размещения полезной нагрузки. Разработанная математическая модель процесса позволяет учесть ограничения по величине скорости спада давления в месте расположения полезной нагрузки и по избыточному давлению, действующему на оболочку головного обтекателя. Создать новые компоновочные схемы головного обтекателя. Рассчитать энергетические характеристики ракеты-носителя (энерговооружённость). Выяснить закон распределения внешнего давления на головном обтекателе. Задать высоту старта над уровнем моря и рассчитать высоту вертикального участка траектории полета ракеты-носителя. Учесть температуру атмосферного воздуха в районе страта ракеты-носителя. Начальные условия представляют собой неравенства (уравнения), разрешение которых позволяет определить искомое расстояние, необходимое для размещения дренажного устройства, чтобы удовлетворить ограничению по требованию скорости спада давления в зоне расположения КА, максимальное значение скорости спада давления в зоне расположения КА с учетом установки дренажного устройства (рис. 1).

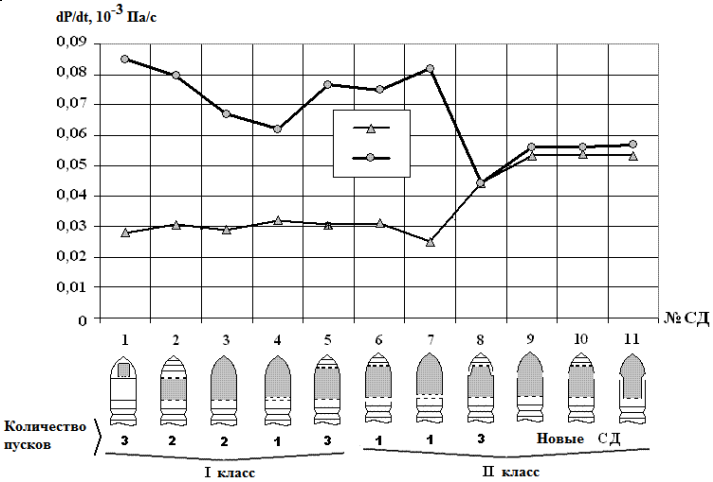


Рис. 1. Скорости снижения давления для различных схем дренажирования

1. *Тимошенко В.И., Агарков А.В.* Проблемы термостатирования и обеспечения сохранности космического аппарата в период предстартовой подготовки и при выведении на орбиту / В.И. Тимошенко, А.В. Агарков, Ю.И. Мошненко, В.Н. Сиренко, Ю.В. Кнышенко, Ю.Г. Ляшенко // Космічна наука і технологія. – Дніпропетровськ, 1999. – С. 56 – 64.
2. *Im E.* Prospects of Large Deployable Reflector Antennas for A New Generation of Geostationary Doppler Weather Rader Satellites / E. Im M. Thomson, H. Fang, j. Pearson, j. Moore, j. Lin // AIAA SPACE 2007 Conference & Exposition. – 2007.
3. *Hill J.* Deployment of inflatable Space Habitat Models / J. Hill, J. Jacob // 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. – 2010.
4. *Сиренко В.Н.* Использование статистических подходов при анализе газодинамических параметров дренируемых отсеков ракет-носителей / В.Н. Сиренко, П.В. Ильенко, П.В. Семененко // Космическая техника. Ракетное вооружение: сб. науч.-техн. ст. / ГП КБ Южное. – Днепропетровск, 2017. – Вып. 1. – С. 43 – 47.
5. *Семененко П.В.* Газодинаміка зони головного обтічника ракети-носія на атмосферному відрізку польоту: автореф. дис. … канд. техн. наук / П. В. Семененко. – Днепр, 2018. – 20 р.

THE THEORETICAL FOUNDATIONS OF THE DRAINAGE VENTS PLACEMENT ON THE ROCKET-CARRIER PAYLOAD FAIRING

The laws of pressure changes in the space vehicle zone on the atmospheric flight section were determined. The gas dynamic peculiarities of its flowing about depending on flight parameters, power availability coefficient, start altitude as well as atmospheric temperature during the start, the limitations required for space vehicles and the requirements as to the pressure on the payload fairing envelope were taken into account.

УДК 539.3

РІВНОСТІЙКІСТЬ ДО ЛОКАЛЬНИХ І ЗАГАЛЬНИХ ФОРМ ВИПИНАННЯ ШПАНГОУТНИХ ОБОЛОНКОВИХ СИСТЕМ РАКЕТОНОСІЇВ ПРИ КОМБІНОВАНОМУ ЗОВНІШНЬОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Павло Дегтяренко[1], Віктор Грищак[2], Дмитро Грищак[3], Наталія Д'яченко[2]

[1]Державне космічне агентство України, [2]Запорізький національний університет, [3]Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України

grk@znu.edu.ua, dyachenkonata69@gmail.com

Стійкість шпангоутної оболонкової конструкції ракети-носія типу «циліндр-конус» вивчається при комбінованому навантаженні, кожне із заданих зовнішніх зусиль якого здатне вивести конструкцію із стійкої рівноваги первинної форми. Для одержання аналітичного розв'язку задачі застосовується метод початкових параметрів у матричній формі, що дозволяє побудувати ефективний чисельний алгоритм визначення зміни напружено-деформованого стану оболонки при переході через циліндричний і конічний відсіки, а також через проміжні і кінцеві шпангоути. Основні сингулярні рівняння стійкості розв'язуються аналітично з використанням асимптотичного підходу. У випадку конічного відсіку використовуються метод фазних інтегралів (метод ВКБ) і гібридний ВКБ-Гальоркін метод. Особливу увагу приділено вибору коефіцієнтів жорсткості шпангоутів для конічного і циліндричного відсіків і конструкції в цілому, які забезпечують рівні значення критичного тиску. Обговорюються результати чисельних розрахунків для різних типів підкріплених конструкцій. Показано, що в граничних випадках для циліндричних або конічних оболонок результати чисельного аналізу корелюються із відомими публікаціями.

EQUISTABLE TO LOCAL AND GENERAL BUCKLING FORMS OF LAUNCH VEHICLES RINGS STIFFENED SHELL SYSTEMS UNDER THE COMBINED EXTERNAL LOADING

Buckling of ring stiffened launch vehicle structure type a «cylinder-cone» is studied at the combined loading, each of the set external forces of which is able to lead to unstable equilibrium of primary form. The method of initial parameters is used in a matrix form. Basic singular equations of buckling problem are solved analytically with the use of asymptotic approach. The results of numeral calculations for the different types of the reinforced constructions are discussed. It is shown that in the limit cases for cylinder or conical shells the results of numerical analysis correlate with the known publications.

УДК 629.78

ВИКОРИСТАННЯ СПАДЩИНИ НАУКОВИХ ШКІЛ 60-70 рр. ДЛЯ ЗАДАЧ СУЧАСНОЇ ЕКОБАЛІСТИКИ НИЗЬКИХ НАВКОЛОЗЕМНИХ ОРБІТ

Микола Дронь, Андрій Дреус, Людмила Дубовик

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

nord@mail.dsu.dp.ua, Dreus.andrii@gmail.com, dubovik066@gmail.com

У 60-і роки на основі наукових досліджень проектно-конструкторських та експериментальних робіт зі створення артилерійських та ракетних систем на кафедрі проектування та конструкцій літальних апаратів фізико-технічного факультету було закладено наукову школу балістичного проектування під керівництвом зав. кафедрою, проф., д.т.н. Дупліщева М.І. та доц., к.т.н. Натушкіна В.Ф. В своїй докторській дисертації в розвиток третьої задачі балістики Натушкін В.Ф. розробив теоретичні основи забезпечення стійкості й керованості літального апарата.

У 70-х роках в рамках третьої задачі балістики за сприяння випускників фізико-технічного факультету Генерального конструктора НВО «Тайфун», д.т.н. Тесленка В.П. і Головного конструктора ЦКБ ГМП, д.т.н. Шидловського А.А. були розпочаті дослідження динаміки просторового руху та кутової стабілізації дослідницьких ракет і відокремлених функціональних елементів на траєкторії вимірювання. Актуальність цих досліджень була обумовлена необхідністю підвищення інформативності геофізичних і прикладних ракетних експериментів за національними та міжнародними програмами дослідження верхніх шарів атмосфери й космічного простору. Були розроблені й науково обґрунтовані методи й засоби виявлення та запобігання критичних режимів кутового руху ракет, таких як коливальна розкачка, синхронізація й обертальний резонанс.

Згодом, у результаті співпраці старшого наукового співробітника кафедри Дроня М.М. і провідних співробітників Держкомгідромету СРСР Хвостова В.Г., Левіна Р.С., Позіна А.В., Степанова О.Б. були виконані розробки технічних засобів визначення параметрів просторового руху на ділянці вимірювання, кутової стабілізації метеорологічних ракет та їх цільових елементів для зниження розсіювання траєкторних параметрів, динамічній стійкості просторового руху, оптимізації наземного обладнання. За участю у формулюванні технічного завдання Інститутом льотних випробувань були виготовлені й випробувані експериментальні зразки датчика просторового руху літака відносно набігаючого потоку.

У 70-80 рр. за ініціативи ректора нашого університету, видатного вченого-механіка, талановитого педагога, блискучого організатора вищої школи академіка В.І. Моссаковського була здійснена активізація

винахідницької та патентно-ліцензійної роботи в ДНУ, внаслідок якої університет ввійшов за цим видом діяльності до першої трійки ВНЗ усієї країни. Наукова школа балістики тоді підкріпила свої розробки десятками винаходів на способи й пристрої кутової стабілізації літальних апаратів (ЛА) різного призначення. У 90-х роках результати досліджень утворили новий напрям у проектуванні ЛА та забезпеченні стійкості їх руху, що мало фундаментальне значення для теорії та практики проектування транспортних космічних систем. Вони є дуже корисними і для вирішення актуальної екологічної проблеми сьогодення – боротьбі з техногенним засміченням навколоземного простору. Протягом останнього десятиліття у результаті виконання наукових проектів під керівництвом проф., д.т.н. Дроня М.М. з метою очищення низьких навколоземних орбіт від космічного сміття, запропоновані системи відведення нефункціонуючих великогабаритних об’єктів у щільні шари атмосфери Землі на основі застосування активних і пасивних методів. Передбачається, що внаслідок інтенсивного нагріву конструкційного матеріалу і зростання аеродинамічних навантажень відбувається термічна фрагментація, плавлення і остаточне знищення космічного об’єкта (КО) в атмосфері.

Як витікає з висновків, наведених в [1], зміна кута входу КО в атмосферу, а відповідно і зміна траєкторії його спуску, істотно впливають на теплове навантаження на об’єкт. Таким чином, для різних об’єктів можна знайти кути входу в атмосферу, які забезпечують траєкторію руху КО з максимальним тепловим впливом, що сприятиме тепловому руйнуванню та згорянню об’єкта. Попередні розробки принципів та елементів конструкції датчика кутів ЛА відносно набігаючого потоку, дозволяють використати їх для визначення кутового положення КО при вході в атмосферу й коригування точок падіння у випадках неповного згоряння. Екологічна проблематика низьких навколоземних орбіт (ННО), де техногенне засмічення є максимальним, потребує нових підходів до балістичного проектування РН, КА, засобів відведення КО, що обумовлює необхідність вирішення нових задач для сформованої школи екобалістики ННО.

1. *Дронь М. М., Дубовик Л. Г., Голубек О. В., Дреус А. Ю., Ємець В. В. , Пашков А. В.* Системи відводу космічних об’єктів з низьких навколоземних орбіт: монографія. – Дніпро: ЛІРА, 2019. – 218 с.

USE OF THE HERITAGE OF SCIENTIFIC SCHOOLS OF THOUGHT 60-70 YEARS FOR PROBLEMS MODERN ECOBALLISTICS OF LOW NEAR-EARTH ORBITS

The question of the solution of the actual scientific program in the field of space engineering - clearings of low near-earth orbits from a technogenic origin space debris with use of a long-term scientific reserve is considered.

УДК 624.04

БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНІСТЬ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ КОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ В УМОВАХ ПОЗАЗЕМНОГО ПРОСТОРУ

Олександр Жуган

ДП «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля

zhugan_aleksandr@mail.ru

Важливим принципом оптимального проектування і конструювання є багатофункціональність як окремих конструкцій, так і матеріалу їх виробництва. Чим більше різних функцій виконує конкретна конструкція, тим менша маса і менші ресурси він потребує на своє виробництво. Прикладом багатофункціональності може бути конструкція паливних баків ракет, що є ємностями для зберігання компонентів палива, працюючи на зовнішні навантаження і створюючи умови для безкавітаційної роботи турбонасосних агрегатів. Багатофункціональність характерна не лише для конструкцій, а й для матеріалу, з якого вони виготовлені.

Нині відомі і знаходять все ширше застосування композити з великою питомою міцністю та високими електро-, магнітно- і теплоізоляційними властивостями, матеріали з «пам’яттю», матеріали «накопичувачі» різних фізичних параметрів та т.п. До перспективних в плані багатофункціональності слід віднести конструкції, які разом з головною функцією призначення, можуть використовуватися як: робоче тіло для рушійних установок космічної техніки; як ресурси води, кисню та інших речовин життєзабезпечення космонавтів; матеріали захисту від небезпечних зовнішніх факторів, в першу чергу від впливу сонячного та космічного радіаційного випромінювання; фотобатарей та інших джерел-акумуляторів необхідної для функціонування космічної техніки енергії; «розумні» конструкції, що виконують роль збору, обробки, зберігання і передачі інформації з функціями сучасної обчислювальної техніки і «інтернету»; матеріали-трансформери з можливістю функціонування в різних зовнішніх середовищах.

Багатофункціональністю в проектуванні розробка космічної техніки не обмежується, вона є лише вказівкою на шляху її розвитку.

LARGE FUNCTIONALITY OF STRUCTURAL MATERIALS OF THE SPACE TECHNOLOGY IN THE EXTRAORDINARY TERRITORIAL CONDITIONS

An important principle of optimal design and construction is the versatility of both individual structures and the material of their production. Multifunctionality in design is an indication of the path of development of space rocket technology.

УДК 629.783:531.5

ВНУТРЕННЯЯ И ВНЕШНЯЯ МЕХАНИЧЕСКАЯ КОНФЛИКТНОСТЬ КЛАСТЕРНОЙ ГРУППИРОВКИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Татьяна Лабуткина

Днипровский национальный университет имени Олеся Гончара

tvlabut@ukr.net

Среди тенденций практического использования космического пространства можно выделить появление многоспутниковых систем и активные разработки кластерных группировок космических аппаратов. Под кластерной группировкой будем понимать относительно немногочисленную группу согласованно управляемых (централизованно или децентрализовано) космических аппаратов, которые совместно решают комплекс задач и находятся в пределах заданных границ близости по отношению друг к другу. При рассмотрении кластеров космических аппаратов как динамической группы механических элементов их можно классифицировать по ряду признаков. По времени существования неизменного состава кластера (в пределах заданных границ близости) кластерные группировки можно подразделить на следующие виды: 1) постоянно существующие; 2) «пульсирующие» (космические аппараты периодически сближаются в кластер и расходятся за пределы допустимых границ близости); 3) скользящего состава (космические аппараты близко расположенных кластеров «переходят» из кластера в кластер). По виду регулярности движения космических аппаратов кластеры можно подразделить на два вида: 1) кластеры, в которых обеспечивается квазирегулярное движение; 2) кластеры, в которых космические аппараты нерегулярно изменяют траектории под действием системы управления с целью оптимизации выполнения комплексной задачи. По разнесению космических аппаратов в пространстве кластерные группировки можно достаточно условно разделить на два вида: 1) группировки близких космических аппаратов (расстояния между космическими аппаратами не более нескольких сотен метров); 2) «разреженные» группировки космических аппаратов (расстояния между космическими аппаратами могут достигать тысяч километров).

Одно из условий безопасного функционирования кластера – отсутствие орбитальных столкновений (механических конфликтов). Возможны «внутренние» механические конфликты между космическими аппаратами кластера и «внешние» механические конфликты между космическими аппаратами кластера и другими орбитальными объектами. Данная работа посвящена проблеме прогноза внутренних и внешних механических конфликтов, возможных для космических аппаратов кластера. В работе понятие ситуации механического конфликта расширено до ситуации прогнозного сближения орбитальных объектов на опасное расстояние

(меньшее заданных границ близости). В случае, когда изменение положения космических аппаратов в кластерной группировке квазипериодическое, прогноз конфликтных ситуаций выполняется на этапах проектирования кластерной группировки или орбитальный системы, включающей в себя несколько взаимодействующих кластерных группировок. Если траектории космических аппаратов кластера изменяются для реализации текущего комплекса целевых задач (на основе централизованных или мультиагентных методов управления), то задачу проектирования бесконфликтных траекторий спутников необходимо решать на борту космических аппаратов. При проектировании спутниковых систем (в том числе кластерного типа) предпочтительно снизить затраты времени на анализ механической конфликтности для рассмотрения значительного множества вариантов проектных решений. При проектировании траекторий на борту космических аппаратов на отводимое для этого время также накладываются существенные ограничения. Поэтому представляет интерес разработка «быстрых» методов прогноза орбитальных коллизий или ситуаций потенциальной опасности их возникновения. Результаты исследований данной работы базируются на комплексе методов каскадно нарастающей точности (представленных, например, в работе [1]), позволяющих без существенных затрат времени выявлять потенциальную возможность возникновения конфликтных ситуаций в области участков близкого расположения траекторий орбитальных объектов и ситуации одновременного прохождения этих участков орбитальными объектами. Развитие этих методов для анализа внутренней и внешней механической конфликтности кластера предполагает сочетание рассмотрения конфликтности пар орбитальных объектов с использованием упрощенных моделей изменения кластерной системы относительно каждого космического аппарата кластера и моделей движения кластера как абстрактного совокупного элемента.

1. *Labutkinaa T.V., Larin V.O.,. Belikov V.V.* A “Worn-out Net” Model for Analysis of Conflicts in a Multitude of Orbital Objects // 69th International Astronautical Congress (IAC), Bremen, Germany, 1-5 October 2018. – Paper nr: **IAC-18-A6.2.1.**

INTERNAL AND EXTERNAL MECHANICAL CONFLICTS OF CLUSTER GROUP OF SPACE VEHICLES

A set of methods for predicting mechanical conflicts (collisions) for a cluster of spacecraft is proposed, designed to analyze the internal and external conflict of a cluster (mechanical conflicts between spacecraft in a cluster or between space vehicles of a cluster by other orbital objects). The methods involve using of simplified models of the current change in the cluster system relative to each spacecraft in the cluster and models of cluster motion as an abstract aggregate element.

УДК 629.783:531.5

СТРУКТУРЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ ОПАСНО БЛИЗКИМИ УЧАСТКАМИ ТРАЕКТОРИЙ ОРБИТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

Татьяна Лабуткина

Днипровский национальный университет имени Олеся Гончара

tvlabut@ukr.net

Проблема механических конфликтов на орбитах (столкновений орбитальных объектов) становится все более острой. Значительное множество орбитальных объектов в околоземном космосе приводит к возможности возникновения поликонфликтных ситуаций (одновременного сближения нескольких орбитальных объектов). Задачи практического использования космоса и необходимость решения глобальных проблем экологии околоземного космического пространства требуют анализа механической конфликтности множества орбитальных объектов. Проблемы прогноза опасных сближений орбитальных объектов (в том числе, прогноза поликонфликтных сближений) активно исследуются.

Конфликтные или поликонфликтные сближения потенциально возможны, если участки нескольких оскулирующих орбит образуют близкие группы (участок орбиты входит в такую группу, если он находится в опасной близости, хотя бы, к одному участку группы) и заполняют своим множеством некоторую область пространства. В работах [1,2] исследованы проблемы выявления пар опасных участков траекторий (узлов механических конфликтов) и групп опасных участков, в которых опасный участок траектории близок не менее чем к двум участкам траекторий других объектов (входит в узел механических поликонфликтов).

Данная работа посвящена исследованию возможных структур, образуемых группами близких участков траекторий. Варианты таких структур упоминались в работе [2]. В числе элементарных структур и образуемых из них более сложных следующие: звезда (пересечение нескольких траекторий в одной точке); пересечение участка траектории в нескольких точках участками других траекторий; звездообразные пересечения участка траектории в нескольких точках; сеткообразная структура, принадлежащая выпуклой поверхности, центр которой находится в центре Земли; несколько сеткообразных структур (сеткообразных слоев); произвольная комбинация описанных элементов. При описании структур говорилось о точках пересечения траекторий. Возможно рассмотрение квазиструктур, аналогичных описанным структурам, когда наиболее близкие точки участков траекторий не совпадают, а находятся на расстоянии,

меньшем заданного граничного.

Если на пути орбитального объекта предполагается зона, покрытая структурой близких участков траекторий, то для моделирования безопасной траектории движения полезно не только выявить группу близких участков, определить форму и расположение охватывающей их зоны, но и охарактеризовать заполнение этой зоны участкам, в том числе – охарактеризовать структуру, образуемую участками в зоне. От этой информации может зависеть решение по выбору стратегии движения относительно зоны – проектирование траектории обхода зоны или траектории безопасного прохождения через зону. Информация о структуре, образованной участками траекторий, заполняющих зону, будет также полезна при планировании операций по удалению объектов космического мусора, траектории которого создают эту зону. Время, отводимое на расчет безопасной траектории движения или на планирование эффективных и безопасных операций по очистке космического пространства, может быть существенно ограниченным. Поэтому требуются методы, которые позволяют без существенных затрат времени на основе информации об орбитальных параметрах объектов не только выделить группы близких участков траекторий, но и сформировать информацию о структурах, которые они образуют. Такие методы представлены в данной работе.

1. *Labutkinaa T.V., Larin V.O.,. Belikov V.V.* A “Worn-out Net” Model for Analysis of Conflicts in a Multitude of Orbital Objects // 69th International Astronautical Congress (IAC), Bremen, Germany, 1-5 October 2018. – Paper nr: **IAC-18-A6.2.1.**
2. *Лабуткина Т. В., Котюк А.А.* Метод «объемного плетения» для генерации гипотетических зон механических поликонфликтов, рассматриваемых в исследовательских задачах // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. – 2018. – Т. XXIV. – С. 63-90. ISSN 2524-0188 Print, ISSN 2524-0196 OnLine).

STRUCTURES FORMED BY DANGEROUSLY CLOSE SECTIONS OF TRAJECTORIES OF ORBITAL OBJECTS

Variants of structures formed by groups of sections of the trajectories of orbital objects located dangerously close to each other from the point of view of the possibility of mechanical conflicts are considered. Methods are proposed that allow, without significant time expenditures, on the basis of data on the orbital parameters of the objects to select groups of close sections of the trajectories and generate information about the structures that they form. Methods are proposed for the tasks of choosing conflict-free trajectories of spacecraft and planning tasks for cleaning near-Earth space.

УДК 517.925.51

ПРО МЕТОД ПЕРЕОРІЄНТАЦІЇ МІКРОСУПУТНИКА ПРИ ОБМЕЖЕННЯХ НА КУТОВІ ШВИДКОСТІ

Володимир Пічкур, Дмитро Черній, Владислав Ремньов

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

vpichkur@gmail.com, Dmytro.Cherniy@gmail.com, begemot122@gmail.com

Розглядається математична модель обертового руху твердого тіла навколо центра мас, яка складається з системи Ейлера, що описує динаміку кутових швидкостей та з кінематичних рівнянь у кватерніонній формі. В постановці задачі, що розглядається, передбачається, що тверде тіло є мікросупутником, пристрої керування яким спроможні утворювати моменти, які перебільшують сумарний момент зовнішніх сил, що діють на апарат. При цьому дія пристрою керування описується загальною функцією керування, наявні геометричні обмеження на функцію керування та на кутові швидкості. Задача полягає у тому, щоб за рахунок вибору належної функції керування найшвидшим способом перевести систему за вектором кватерніонів у задану точку $\lambda(T^*) = (\alpha,0,0,0)^T$, $\alpha = \pm 1$ і при цьому загасити кутові швидкості мікросупутника відносно орбітальної кутової швидкості. Це означає, що, починаючи з моменту часу T^* обертовий рух стабілізується, причому космічний апарат є нерухомим відносно орбітальної системи.

Для розв'язування цієї задачі автори застосовували ідеологію методу демпфування. Керування шукається з умови мінімуму спеціальної функції, яка описує відхилення стану системи від бажаного режиму функціонування. При цьому спочатку знаходиться бажана динаміка системи, а потім відповідна їй функція керування з дискретизованого рівняння Ейлера. Створена програмна реалізація методу, проведена серія обчислювальних експериментів.

1. *Башняков О.М., Гаращенко Ф.Г., Пічкур В.В.* Практична стійкість, оцінки та оптимізація. – К.: Київський університет. – 2008. –383 с.

ON MICROSATELLITE REORIENTATION METHOD UNDER ANGULAR VELOSITY CONSTRAINTS

We consider the problem of microsatellite reorientation under angular velocity and control constraints. We offer a numeric method based on damping technique. Numeric simulation shows that the method gives good results including speed performance.

УДК 621.454.2.04

АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК КАПІЛЯРНИХ НАКОПИЧУВАЧІВ ПРИ ВИКОРИСТАННІ МЕТАЛЕВОЇ СІТКИ У ЯКОСТІ КОНСТРУКЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ

Микола Позднишев

Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»

n.pozdnyshev@gmail.com

Для можливості виведення великої кількості космічних апаратів на різні орбіти за один пуск ракети-носія верхні ступені таких ракет-носіїв повинні мати можливість багаторазового повторного запуску рушійної установки. Для цього використовуються різноманітні системи забезпечення суцільності палива у невагомості, у тому числі капілярного типу. Одним з ключових елементів цих систем є капілярний накопичувач. У якості конструкційного матеріалу таких систем найчастіше використовують тонкий суцільний лист з корозієстійкого металу.

Аналіз показує, що за допомогою перфорації листа, використання сітки, або комбінації цих матеріалів можливе суттєве зменшення ваги капілярного накопичувача.

Сітка має складну геометричну структуру. Гідродинамічні процеси, що проходять у виготовлених з неї капілярах, вивчені недостатньо, що ускладнює проектувальні розрахунки капілярних накопичувачів. У зв`язку з цим були проведені експериментальні дослідження гідродинамічних характеристик капілярів, виготовлених з сіток.

Результати досліджень свідчать про можливість застосування металевих сіток у якості конструкційного матеріалу капілярних накопичувачів. Отримані емпіричні залежності можуть бути використані при проектуванні сучасних та перспективних систем забезпечення суцільності палива капілярного типу космічних апаратів, дорозгінних блоків тощо.

ANALYSIS OF THE CHARACTERISTICS OF CAPILLARY STORAGE USING A METAL MESH AS A STRUCTURAL MATERIAL

One of the structural elements of propellant continuity systems is a capillary storage, the structural material of which is often a metal sheet. Weight reduction is possible using sheet perforation, using mesh or a combination of these materials. Was conducted an experimental research to substantiate the possibility of using the mesh as a structural material of the capillary storage. The obtained empirical dependences can be used in design of perspective capillary propellant continuity systems.

УДК 539.3, 629.7.021.3

АНАЛИЗ КОНСТРУКЦИИ АДАПТЕРА 1666МА РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ Н-IIA

Владислав Пророка, Владимир Липовский

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

vproroka@gmail.com,

Современные возможности изготовления деталей при помощи 3D печати позволяют для тех же материалов применить новые решения, которые обеспечивают уменьшение массы конструкции. В данной работе в качестве базовой рассмотрена конструкция крепления полезной нагрузки японской ракеты-носителя Н-IIA - адаптер 1666МА [1]. Адаптер представляет собой коническую оболочку, имеющую силовой подкрепляющий набор. Материал конструкции – аналог АМг6Н, его масса составляет 100 кг, причем масса оболочки без стыковочных шпангоутов составляет 60 кг. Адаптер работает в условиях совместного действия осевой сжимающей силы и изгибающего момента. Наиболее опасным расчетным случаем является сжатие эквивалентной силой равной 790690Н. В качестве альтернативных конструкций адаптера рассмотрены анизогридные сетчатые и ферменные конструкции. Анизогридная конструкция конической оболочки состоит из спиральных и кольцевых однонаправленных ребер прямоугольного поперечного сечения. которые изготавливают из композитных материалов методом непрерывной намотки. Возможности 3D печати позволяют создать их из металла. Определение геометрических параметров альтернативных конструкций адаптера, который удовлетворяет требованиям прочности жесткости и устойчивости, выполнено численным экспериментом методом конечных элементов и реализовано в пакете программ ANSYS. В качестве исходных геометрических размеров анизогридной оболочки приняты следующие параметры: высота и ширина поперечного сечения спирального и кольцевого ребер, угол наклона спирального ребра относительно меридиана оболочки, расстояния между спиральными и кольцевыми ребрами. Геометрия сетчатой конструкции была параметризирована. В качестве исходных размеров приняты параметры, которые вычислялись по методике, предложенной в работе [2]. Ферменная конструкция представляла собой набор стержней трубчатого сечения, которые опирались на торцевые стыковочные шпангоуты. Геометрия конструкции описывалась при помощи следующих параметров: внешний и внутренний диаметр стержней и количество пар стержней ферменной конструкции. Трубчатое сечение стержней фермы с коэффициентом отношения диаметров в диапазоне от 0,85

до 0,95 определяет наиболее оптимальные параметры сжатого стержня. Параметризация геометрии альтернативных конструкций адаптера позволила выполнить численный эксперимент по определению минимальной массы. При помощи модуля Response surface optimization пакета ANSYS построена поверхность отклика, включающая в себя массив конструкций, построенных для принятой расчетной схемы. Выполнен анализ и выбраны конструкции минимальной массы, которые удовлетворяют требованиям прочности и устойчивости. Физическое моделирование для АМг6М выполнено при помощи изотропной линейной модели. На рис. 1 представлена анизогридная сетчатая и ферменная конструкции адаптера с полями напряжений и деформаций.

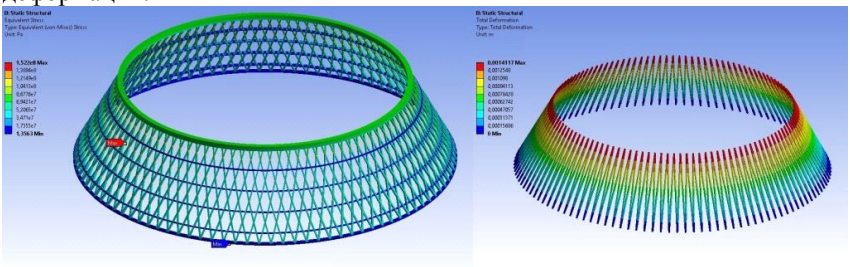


Рис.1 Поля напряжений и деформаций в конструкциях адаптера

Результаты сравнения масс конструкций приведены в таблице:

Масса конструкции адаптера (кг)		
Исходная	Анизогридная	Ферменная
100	44,668	48,479

Анализ сравнения представленных результатов численного моделирования позволяет сделать следующие выводы: использование 3D технологий и титанового сплава ВТ-20 позволяет уменьшить массу адаптера на 40-50% и на 60% соответственно по сравнению с эксплуатирующейся конструкцией за счет использования альтернативных анизогридных сетчатых и ферменных конструкций.

1. HII-A User’s manual./ © Mitsubishi Heavy Industries, Ltd, 2015.
2. *Valery V. Vasiliev, Evgeny V. Morozov*. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structural Elements. Third Edition – Oxford: Elsevier Ltd, 2013. – 816p.

ANALYSIS OF THE DESING OF THE ADAPTER 1666MA OF THE LAUNCH VEHICLE H-IIA

The efficiency of using anisogrid mesh and trusses structures in launch vehicle designs, in particular, in payload adapter, which is made metal using additive technologies, is investigated.

УДК 620.174.21;528.854

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ ЗМИНАННЯ У БОЛТОВОМУ З'ЄДНАННІ КОМПОЗИТ-МЕТАЛ

Володимир Сіренко[1], Ярослав Іваницький[2], Микола Гвоздюк[2], Олександр Максименко[2]

[1]ДП Конструкторське бюро "Південне" ім. М.К. Янгеля
[2]Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

v.n.sirenko@i.ua; hvozdiuk@ipm.lviv.ua

У роботі наведено результати досліджень багаторядного з'єднання полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) на основі епоксидної матриці, армованої довгими високомодульними вуглецевими волокнами.

Стандартні експериментальні підходи визначення міцності багаторядних болтових з'єднань ПКМ дають досить суперечливі результати [1,4]. Застосувавши метод цифрової кореляції зображень (ЦКЗ), нами було отримано розподіли деформацій у дворядному болтовому з'єднанні і визначено напруження зминання [3].

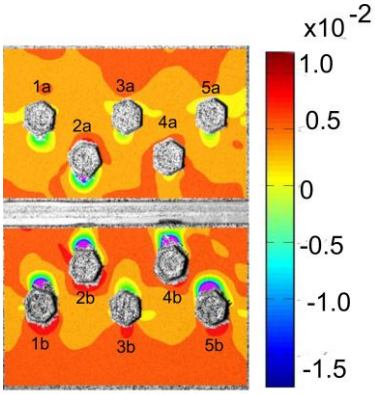
У багаторядному з'єднанні за достатньої віддаленості болтів один від одного припускають, що максимальне навантаження такого з'єднання з задовільною точністю можна визначати за міцністю зминання зразка з одиничним отвором, що контактує через болт. Такі випробування є базовими, для оцінки міцністі композиту у багаторядному з'єднанні, при цьому болт імітують стрижнем з легованої сталі або титану [2].

Для апробації запропонованої методики виготовили партію зразків із матеріалу ЕЛУР–008П/БН з укладанням шарів армування ±45°. Пластини вуглепластика мали довжину L =200мм, ширину W =100мм і товщину t =3,4мм. Їх з'єднювали двома рядами сталевих болтів М6 за допомогою плоскої дюралевої накладки товщиною 5 mm, що відповідає умовам роботи реальних конструкцій.

Для уникнення впливу згинного моменту у місці з'єднання, яке виникає підчас навантаження, використовували захисні накладки різної товщини. Під час експерименту зразок з'єднання кріпили у клинових захопах розривної машини EUS-20 і розтягали зі швидкістю 1 мм/хв. Після обробки зображень поверхні зразка, зафіксованих при різних навантаженнях, за допомогою методу ЦКЗ були отримані розподіли деформацій в околі усіх болтів, що з'єднують дві пластини ламінату рис. 1. Використовуючи діаграму $\sigma - \varepsilon_{yy}$, отриману в роботі [5] для одиничного болтового з'єднання виготовленого з цього ж ПКМ, були розраховані напруження зминання у багаторядному

з'єднанні σ_b наведені у таблиці.

Отримані результати показують, що досліджуваний матеріал в зоні контакту зі сталевими болтами, деформується неоднаково. В околі зєднань 1b, 2b, 4b, 5b і 2a (див. рис. 1) спостерігються найбільші деформації. Причиною цього є нерівномірність затягування болтів та неспівпадіння отворів у композитній та дюралевій пластинах.



Зєднання	ε_{yy}	$[\sigma_b]$, MPa
1*a*	$0{,}61\cdot10^{-2}$	200
2*a*	$1{,}80\cdot10^{-2}$	225
3*a*	$0{,}51\cdot10^{-2}$	185
4*a*	$0{,}11\cdot10^{-2}$	105
5*a*	$0{,}50\cdot10^{-2}$	180
1*b*	$2{,}04\cdot10^{-2}$	246
2*b*	$2{,}10\cdot10^{-2}$	284
3*b*	$0{,}50\cdot10^{-2}$	190
4*b*	$2{,}00\cdot10^{-2}$	242
5*b*	$2{,}15\cdot10^{-2}$	290

Рис. 1. Розподіл деформацій ε_{yy} у дворядному з'єднанні за максимального навантаження.

1. *ASTM D 5961/5961M-01. Standard Test Method for Bearing Response of Polymer Matrix Composite Laminates, 2003.*
2. *Гвоздюк М., Мольков Ю. Визначення міцнісних характеристик механічного з'єднання композит–метал // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2014. – С. 517–522.*
3. *Іваницький Я. Л., Муравський Л. І., Гембара О. В., Гвоздюк, М. М., Половинко Т. І. Визначення енергії руйнування композиту з використанням методу цифрової спекл-кореляції // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – **46**, № 3. – С. 85–91.*
4. *Карпов Я. С. З'єднання деталей і агрегатів з композиційних матеріалів. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського "ХАІ", 2006. – 360 с.*
5. *Максименко О. П., Іваницький Я. Л., Гвоздюк М. М. Визначення жорсткості з'єднання композит–метал методом цифрової кореляції зображень // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2014. – **50**, № 6. – С. 44–49.*

DETERMINATION OF BEARING STRESS IN THE BOLT CONNECTED COMPOSITE-METAL

Distributions of deformations around the multi-row bolted joint of composite laminates are obtained by the digital image correlation method in the tension test. Using the isolate hole bearing diagram, we calculate the bearing stress of the multi-row joint that corresponds to a 2% value of clearance.

УДК 534.321.8:551.21

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК АКУСТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧЕНИЙ ПРИ СТАРТЕ РАКЕТЫ

Галина Сокол, Владислав Котлов, Елена Мироненко, Валерий Некрасов, Сергей Кириченко

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

gsokol@ukr.net, vlander8@gmail.com

Корпуса ракет космического назначения (РКН) и стартовые сооружения во время старта подвержены воздействию значительных силовых, температурных и акустических нагрузок. В этом контексте моделирование характеристик акустических полей и их волновых фронтов является актуальной проблемой.

Разработан метод анализа акустических источников излучения при старте РКН и их акустических полей в первые секунды полета [1]. Метод позволяет определить тип физических моделей акустических полей и применить к расчету их характеристик известные математические модели. Метод базируется на основе определения волнового параметра источника акустического излучения и позволяет привести обоснованные данные по уровням звуковых давлений и интенсивности в конкретных точках воздушного пространства.

Использование волнового параметра позволяет провести анализ типа акустических источников излучения на основе конструктивных данных ракет, газодинамических характеристик продуктов истечения и частотной характеристики акустического излучения. А также определяет возможность применения моделей длинноволновых и коротковолновых излучений для оценки излучателей звука, появившихся в первые секунды старта РКН.

Предложено несколько моделей акустических источников. В частности, в первой модели [2] предлагается представить струю истекающих из сопла двигателя продуктов сгорания объемным акустическим излучателем. Использование волнового параметра на основе существующих в классической акустике представлений предлагает определение типа волнового фронта объемного источника: плоского или сферического. Соответственно используются математические выражения для расчета акустических характеристик данных полей. Разработаны алгоритм и программа расчета уровней звукового давления на языке Java. Программа состоит из двух вложенных циклов. Производятся расчеты мощности звука w, интенсивности I и значения звукового давления p_m в точке, находящейся на расстоянии r от источника излучения. Для определенного типа ракеты с

одним соплом и ракетоносителя Циклон 4М расчеты характеристик звука проведены в зависимости от среднегодовых температур окружающей среды (-30°С, +20°С, +27°С) на частотах от 30 Гц до 10000 Гц.

Для типа ракеты с одним соплом частота 150Гц оказалось разделительной для двух типов акустических полей: с плоским и сферическим фронтом. Для РКН Циклон 4М такой частотой оказалась 225 Гц. Изменение уровней звукового давления в диапазоне частот меньших, чем граничная, соответствует их росту с частотой излучения. Для частот выше, чем граничная, рост уровней с ростом частоты не наблюдается, величина их постоянна.

Вторая модель излучения основана на представлении акустического поля на основе потенциала Лэмба. Для расчета характеристик звука в зависимости от расстояния и удаления от источника звука, угла направленности характеристики, номера гармоники на частотах от 31,5 Гц до 8000 Гц на программном языке Fortran написана программа [3]. Для визуализации результатов расчетов применена программная среда Shown 32. Получена картина распределения уровней звукового давления, выполненная на основе цветной шкалы.

Разработанный метод позволил провести моделирование акустических полей при старте РКН на основе определения вида акустических источников. Это дало возможность рассчитать амплитуды акустического давления в среде, окружающей РКН.

1. *Сокол Г.И.* Метод определения вида источников акустического излучения в первые секунды старта ракет космического назначения // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки: Збірник наукових праць. – т. **XXIV**. – Дніпро: Ліра, 2018. – С. 91 - 100.
2. *Фролов В.П., Сокол Г.И., Котлов В.Ю.* Волновой параметр как критерий в основе метода исследования акустических источников при старте ракет // Авиационно-ксмическая техника и технология. Научно-технический журнал. – 2018. – **3** (147), май-июнь 2018. – Харьков: «ХАИ», 2018. – С. 4 - 13.
3. *Хорищенко А.А., Сокол Г.И., Некрасов В.Е., Мироненко Е.С.* Визуализация акустического излучения от двигательной установки ракеты в первые секунды старта // XX Міжнародна молодіжна науково-практична конференція «Людина і космос» (до 100-річчя Національної академії наук України), 11-13 квітня 2018р., Дніпро, Україна: Збірник тез – Дніпро, НЦАОМУ, 2018 – С. 20.

MODELING OF AN ACOUSTIC RADIATION CHARACTERISTICS DURING THE LAUNCH OF A SPACE ROCKET

Products and systems of rocket and space technology under normal operation are exposed to significant power, acoustic loads. An algorithm and a program for calculating sound pressure levels have been developed. The sound pressure level characteristics of acoustic fields are calculated depending on the radiation frequency.

УДК 614.842/847

АВТОМАТИЗОВАНА СИСТЕМА НА БАЗІ РЕАКТИВНИХ СИСТЕМ ЗАЛПОВОГО ВОГНЮ ДЛЯ ГАСІННЯ ПОЖЕЖ

Андрій Сокол [1], Галина Сокол[2]

[1]ДП «КБ «Південне» ім.М.К.Янгеля»
[2]Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара

andreysokol@ukr.net, gsokol@ukr.net

При високому рівні технології на теперішній час питання боротьби з пожежами залишається найважливішим. Тушіння пожеж необхідно здійснювати незалежно від типу місцевості або наявності висот та низовин.

Новий спосіб гасіння пожеж шляхом використання автоматизованої системи пожежної безпеки на базі реактивних систем залпового вогню дозволяє здійснювати гасіння пожеж у важко доступних місцевостях та складних умовах, наприклад: при потужному вітрі, тепловому випромінюванні, складного рельєфу місцевості, наявності будівель у містах, промислових зон, руйнувань, що виникли з наслідків терористичних атак або наслідків катастроф (хімічно та радіоактивно зараження місцевості) та інше.

Відміна від діючих способів гасіння пожеж полягає в том, що автоматизована система пожежної безпеки на базі реактивних систем залпового вогню являє собою мережу, що складається з ТПК, у яких знаходяться протипожежні ракети. Це дозволяє **оперативно** реагувати на виникнення пожеж та здійснювати їх гасіння в автоматичному режимі. Гасіння вогнища загоряння здійснюється впливом вогнегасильною речовиною, яка міститься у ракетах. Кількість пусків ракет у залпі регулюється в залежності від виду та площі займання.

Спосіб запатентовано, номер реєстрації № 126523 від 25.06.2018, Україна, бюл. №12 від 25.06.2018.

FIREFIGHTING METHOD USING AUTOMATED SYSTEM ON THE BASIS OF MULTIPLE LAUNCH ROCKET SYSTEMS

The new method of firefighting by means of an automated fire protection system on the basis of multiple launch rocket systems allows to extinguish fire on hard-to-reach areas and in rough conditions, for example, at high winds, thermal radiation, complex terrain, presence of buildings in cities, industrial zones, destructions resulting from the consequences of terrorist attacks or disasters (chemical or radioactive contamination of the area), etc.

УДК 539.419

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ВАФЕЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ К ДОПУСКАМ НА ТОЛЩИНУ СТЕНОК И РАЗБРОСУ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА

Владимир Харченко[1], Дмитрий Клименко[1], Михаил Марчук[2], Богдан Дробенко[2]

[1]Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М. К. Янгеля»;
[2]Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача НАН Украины

kharchenkovm@science.yuzhnoye.com.ua, klymenkodv@ science.yuzhnoye.com.ua

Вафельные оболочки широко применяются в ракетно-космической технике. В известных инженерных методиках расчета таких конструкций для оценки запаса прочности в качестве исходных данных используют минимальные значения толщин стенок и механических характеристик (МХ) материала.

С целью определения границ несущей способности вафельных оболочечных конструкций и верификации испытаний на прочность с использованием системы конечно-элементного расчета ANSYS предложена параметрическая математическая модель вафельной оболочки. В качестве параметров приняты изменяющиеся в допустимых пределах толщины стенок оболочки и механические характеристики материала. Диаграмма деформирования материала оболочки задавалась в диапазоне крайних значений, полученных при испытании образцов. Оболочки нагружались внутренним избыточным давлением. В результате решения ряда задач с помощью системы ANSYS определены параметры напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочки в упругой и упруго-пластической областях для различных сочетаний варьируемых параметров. Проведен сравнительный анализ результатов расчета, определены зависимости параметров НДС от допусков на толщину стенок и разброса МХ материала, получены оценки несущей способности оболочки.

SENSITIVITY OF MECHANICAL CONDITION FOR WAFFLE SHELL TO THE TOLERANCES OF THE WALL THICKNESS AND DISPERSION MATERIAL PROPERTIES

Using the ANSYS finite element analysis system in an elastic-plastic formulation, the dependence of the parameters of the stress-strain state and the destructive load of the waffle shell of the carrier rocket's fuel tank from tolerances on wall thickness and the dispersion of the mechanical characteristics of the material are investigated.

УДК 621.454.2.046.2

РОЛЬ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КОМПОЗИЦИОННОГО ТОПЛИВНОГО БАКА РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

Александр Шевцов

ГП «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля

alia.shevtsova@ukr.net

Современная ракетно-космическая техника (РКТ) немыслима без композиционных материалов. Многие из таких материалов легче и прочнее металлических (алюминиевых и титановых) сплавов. Применение композиционных материалов позволяет снизить вес изделия от 10 до 50% в зависимости от типа конструкции и, соответственно, сократить расход топлива. В настоящее время широко используются в авиации и ракетостроении углепластики. В РКТ из углепластика делают обтекатели ракет, переходные отсеки, рамные конструкции, топливные баки (ТБ). Практика зарубежных разработок и проведенные исследования показали, что наиболее эффективно проблема совершенствования конструкции баков может быть решена созданием технологии изготовления баков с применением современных композиционных материалов.

По результатам анализа мирового опыта по баллонам и ТБ можно сделать вывод, что наименьшей массой обладают баки 5-го поколения – безлейнерные полностью композитные ТБ, которые имеют следующие особенности: отсутствие лейнера как отдельной составляющей; использование специального связующего (смолы, герметика) для обеспечения герметичности бака; использование композитных фланцев. Безлейнерные композиционные ТБ целесообразно использовать на всех ступенях жидкостных ракет-носителей, так как бóльшую долю массы конструкции ракеты-носителя составляют ТБ. Соответственно, основным требованием, предъявляемым к безлейнерному композиционному ТБ, является его минимальная масса и обеспечение прочности и герметичности при выполнении требований к ТБ на криогенных компонентах топлива РКН.

Конструктивно композиционный ТБ состоит из: силовой композиционной оболочки; композитных фланцев полюсных отверстий ТБ; крышек полюсных отверстий ТБ; узлов герметизации (уплотнений) стыков «фланец – крышка».

При построении геометрической модели ТБ учитывалась следующие элементы конструкции: углепластиковая силовая оболочка; фланец, формованный в жесткой форме, из углепластика на основе углеродной ткани 3752 и связующего ЭДТ-10; крышка; болт; гайка; шайбы под головку болта и

под гайку; уплотнение. при построении геометрической модели учитывалась симметричность конструкции – принималась в расчет 1/2 часть конструкции в осевом направлении и 1/24 часть конструкции в окружном направлении, материал фланца и силовой оболочки принимался как линейный ортотропный, материал металлических элементов конструкции – упруго-пластический.

При построении конечно-элементной модели использовались оболочечные и твердотельные конечные элементы: силовая оболочка ТБ моделировалась оболочечными элементами с учетом фактической схемы намотки и параметров укладки слоев, остальные элементы конструкции – твердотельные. Расчет проводился на расчетное внутреннее давление 1,5 МПа (15 кгс/см^2), которое прикладывалось к внутренней поверхности ТБ. Учитывалось контактное взаимодействие между соединяемыми деталями, в т.ч. между фланцем и днищем силовой оболочки ТБ. Конструкция закреплялась от осевых перемещений в средней части силовой оболочки ТБ.

Из проведенного анализа следует, что прочность конструктивных элементов топливного бака обеспечивается. Минимальный коэффициент запаса прочности крышки η = 12,95, фланца на расслаивание материала η = 1,27, силовой оболочки по напряжениям η = 5,63 (вдоль ленты), по предельным деформациям η = 1,91…3,75 (вдоль ленты). При этом в спиральных и кольцевых слоях поперек ленты действуют растягивающие напряжения, превышающие предел прочности однонаправленного материала в поперечном направлении, что приводит к возможному появлению микротрещин в связующем, что не влияет на коэффициент запаса прочности ТБ;

Ожидаемое разрушающее давление силовой оболочки ТБ при принятых механических характеристиках материалов и профилированной укладке материала при изготовлении фланца составляет 84,5 кгс/см^2. Решение задач прочности, а значит и герметичности, в дальнейшем, позволит применить данный подход для реализации полностью композиционных топливных баков, баллонов и топливных отсеков различных диаметров и размеров для ракет-носителей, космических аппаратов, самолетов, еспилотных летательных аппаратов и многоразовых космических систем.

THE ROLE OF CALCULATION FOR STRENGTH IN THE DESIGN OF A COMPOSITION FUEL TANK OF A ROCKET-CARRIER

Modern rocket and space technology is unthinkable without composite materials. In rocket technology, carbon fiber fairings are made of carbon fiber, transition compartments, frame structures, fuel tanks. Solving the problems of strength, and hence the tightness of carbon fiber structures in the future, will allow us to apply this approach to the implementation of fully composite fuel tanks, cylinders and fuel compartments of various diameters and sizes for launch vehicles, spacecraft, aircraft and unmanned aerial vehicles of reusable space systems.

УДК 629.7+533

МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА «КОСМИЧЕСКИЙ АППАРАТ – ПЛАЗМА» КАК СРЕДСТВО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ АППАРАТА В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Валентин Шувалов[1], Галина Кочубей[1], Юрий Кучугурный[1], Владимир Симанов[2]

[1]*Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины*
[2]*Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М. К. Янгеля*

vashuvalov@ukr.net, yu.kuchugurnyi@gmail.com

Показано, что мини-магнитосфера, образующаяся при обтекании сверхзвуковым плазменным потоком космического аппарата (КА) с собственным магнитным полем, может генерировать электромагнитную силу, позволяющую управлять движением КА в ионосфере. Мини-магнитосфера – аналог магнитосфер планет в плазме солнечного ветра. Источником этой силы служит магнитогидродинамическая (МГД) система, элементами которой являются собственные магнитные поля тела и потоки окружающей его плазмы: ионосферной плазмы в околоземном космическом пространстве, плазмы солнечного ветра в межпланетном пространстве или плазмы за ударной волной перед затупленной поверхностью КА при спуске в атмосфере на высотах 80 – 40 км. Методами физического моделирования изучены структуры обтекания, механизмы МГД-взаимодействия собственного магнитного поля КА с гиперзвуковым потоком разреженной плазмы применительно к условиям движения в ионосфере Земли. Для осевой и ортогональной ориентации индукции собственного магнитного поля относительно набегающего потока плазмы получены зависимости коэффициентов электромагнитной силы сопротивления КА от отношения магнитного давления к скоростному напору потока плазмы, а также от отношения линейного размера КА к характерному размеру мини-магнитосферы. Показано, что при индукции собственного магнитного поля порядка 0,8 – 1,5 Тл сила, генерируемая в МГД-системе, может быть использована для управления движениям КА в ионосфере, межпланетном пространстве и при спуске в атмосфере Земли. В качестве бортовых источников достаточно сильных магнитных полей могут быть использованы малогабаритные сборки Халбаха из постоянных магнитов.

MAGNETOHYDRODYNAMIC SYSTEM "SPACECRAFT - PLASMA" AS A MEANS OF CONTROLLING THE MOVEMENT OF THE DEVICE IN THE EARTH'S IONOSPHERE

It has been shown that the mini-magnetosphere, which is formed by the supersonic plasma flow around a spacecraft with an onboard source of a strong magnetic field can serve as a source of electromagnetic force for controlling movement of the apparatus in the ionosphere.

УДК 621

АКТУАЛЬНОСТЬ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СИСТЕМ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

Олег Юшкевич, Сергей Алексеенко

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

reilto@i.ua , alexeyenko_sv@ukr.net

В мировой экономической системе Украине принадлежит роль одного из ведущих производителей элементов конструкций и деталей машин – основных объектов исследования прикладной механики.

Поэтому одним из приоритетных направлений развития машиностроительного комплекса Украины является усовершенствование производства механических систем, повышение конкурентоспособности, обеспечение внутреннего спроса и экспорта.

Происходящая интеграция Украины в мировой рынок потребителей и производителей механических систем, требует соответствия отечественных стандартов на элементы конструкций и детали машин зарубежным нормам.

Сравнение стандартов Украины на различные изделия машиностроения с аналогичными зарубежными привело к необходимости подбора соответствующих им отечественных с близкими потребительскими характеристиками. При этом они должны соответствовать критериям работоспособности, как отечественных, так и зарубежных нормативных документов. Сравнивая уровни механических свойств отечественных изделий машиностроительной отрасли с зарубежными, выявляют их аналоги.

Возникающий в условиях критической технологической обстановки дефицит некоторых применяемых на производстве узлов механизмов, машин и конструкций, приводит к необходимости замены их альтернативными – зарубежными, с близким уровнем характеристик.

При замене существующих деталей аналогичными производство механизмов, машин и конструкций может усложняться и удорожаться, в том числе из-за необходимости подвергать большинство изделий индивидуальному комплексу приемосдаточных испытаний. В итоге повышается себестоимость металлопродукции и снижается ее конкурентоспособность.

Анализ металлопродукции, выпускаемой на предприятиях Украины, показывает, что применяемые в строительстве и машиностроении детали имеют близкие конструкции. У некоторых отмечается практически полное совпадение некоторых потребительских показателей. Прослеживается и другая тенденция: готовые изделия с различными затратами на их

изготовление могут обладать практически равнозначными или отличающимися в незначительной степени уровнями характеристик. В итоге это приводит к тому, что на предприятиях машиностроительной отрасли растет количество технической документации, снижается технологичность производства, ухудшаются показатели качества продукции и ее конкурентоспособность.

Проблема поиска прикладных механических систем, равнозначных по характеристикам, но более предпочтительных по себестоимости, может быть успешно решена в условиях ограниченной доступности зарубежных аналогов. Дороговизна импортных металлоизделий обусловила необходимость проведения коренного пересмотра промышленной политики по отношению к существующим технологиям, используемым в машиностроении, что ведёт к повышению эффективности производства.

Разработку новых технологий производства деталей машин и элементов конструкций, стимулирует экономическая ситуация, сложившаяся в стране. Известны прогрессивные научные работы, выполненные исследователями в области теоретических изысканий и практического опробования новых технологий для строительных конструкций.

Однако процедурные вопросы по принятию решения в области машиностроения связаны с объективными трудностями, вытекающими из многочисленности номенклатуры деталей машин, чьи характеристики регламентируются нормативно-технической документацией. При этом номенклатура элементов конструкций для машиностроения является одной из самых сложных. Изделия отличаются по своему предназначению, часто весьма узкому. Поэтому, целесообразность использования конкретных альтернативных изделий должна строиться только на основании всестороннего учета и анализа их потребительских показателей, которые не могут быть проведены без объективного, научно-обоснованного разделения их по совокупности служебных свойств на классы.

Таким образом, закономерно возникает потребность в проведении анализа используемых деталей машин и элементов конструкций, который может быть выполнен благодаря разработке аргументированных методов аналитического описания механических систем различного потребительского назначения и их классов, объединенных сходством механических характеристик.

Такие нетрадиционные методы математического описания прикладных механических систем разрабатывается на кафедре механотроники физико-технического факультета ДНУ им. Олеся Гончара.

ACTUALITY OF ANALYTICAL DESCRIPTION SYSTEMS OF APPLIED MECHANICS

Unconventional methods for the mathematical description of applied mechanical systems are being developed at the mechatronics department of the Physico-Technical Faculty of the Oles Honchar Dnipro National University.

DEVELOPMENT OF A METHOD TO PREDETERMINE G-LOAD FOR AUTOPHAGE ROCKET

Mykhailo Yemets, Mykola Dron'

Oles Honchar Dnipro National University

mykhailo.yemets@outlook.com, nord@dnu.dp.ua

A retardation effect, the decrease of the feed pressure and thrust of an autophage rocket, is considered. It is caused by inertial forces acting on the rocket sliding engine and has exponential decay pattern. The influence of the effect on g-loading is proposed to apply as a method of throttling and presetting g-load behavior. The method consists in providing the rocket with the engine of proper mass and proper retardation capability measured with a retardation coefficient. The preset g-load pattern includes decay, increase or constancy as particular cases. To calculate the rocket characteristics taking into account the retardation effect, several kinds of the sets of equations are proposed: for numerical, exact analytical, and dimensionless solutions. The nature and domains of the retardation coefficient are investigated. The novelty of the subject does not allow omitting the rocket engineering feasibility and validation with experimental results.

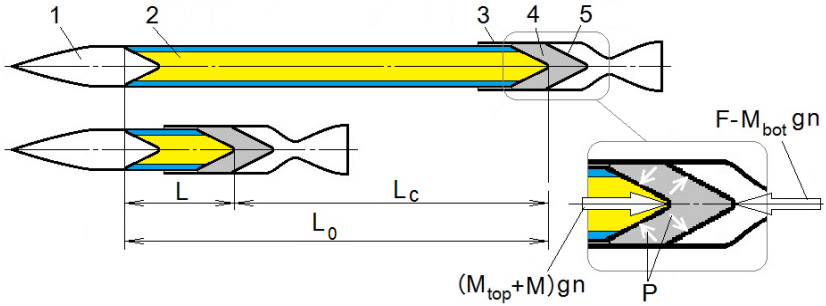


Fig. 1. Schematic of the autophage rocket with inertial feeding: initial configuration (top); in-flight configuration (bottom left); magnified gas pad (bottom right) [1].

Let us investigate if the feed of a propellant charge is possible by means of the inertia of this charge. Consider an autophage rocket presented in Fig. 2 and consisting of a head unit 1, propellant column 2, and an engine unit equipped with a cylindrical obturator 3 which envelops the bottom end of the column and slides over it with negligible friction.

The autophage rocket characteristics considering the retardation effect were calculated for the first time. The numerical solution is given below.

$$
\begin{cases}
L_0 = \dfrac{\lambda_0}{kM_{bot}}\left(1 - e^{-kM_{bot}T}\right), \\
n_0 = \dfrac{\lambda_0 \rho S I_{sp}}{\left(M_{top} + L_0 \rho S + M_{bot}\right) g}, \\
n_f = \dfrac{\lambda_0 e^{-kM_{bot}T} \rho S I_{sp}}{\left(M_{top} + M_{bot}\right) g}, \\
\lambda = \lambda_0 e^{-kM_{bot}t}, \\
L_C = \dfrac{\lambda_0}{kM_{bot}}\left(1 - e^{-kM_{bot}t}\right), \\
n = \dfrac{\lambda_0 e^{-kM_{bot}t} \rho S I_{sp}}{\left(M_{top} + \left(L_0 - L_C\right) \rho S + M_{bot}\right) g}, \\
V = \int\limits_0^t n g dt, \\
P = \lambda \rho I_{sp}\left(1 - \dfrac{M_{bot}}{M_{top} + \left(L_0 - L_C\right) \rho S + M_{bot}}\right).
\end{cases}
$$

Analyzing the solution set, the following conclusions can be made:

1. The concept of autophage technology or consumable tanks is promising for launch vehicles and especially for arising dedicated small satellite launchers which have been waiting for several decades for new technologies to be developed [2].
2. The pad pressure of an autophage rocket always decreases according to exponential decay pattern, which can be called as retardation effect.
3. Presuming a dependence of the rocket thrust (or propellant consumption) on the pad pressure gets an exponential pattern for g-loading.
4. The rocket g-load behavior can be preset by means of the proper engine mass and retardation coefficient specification, which forms a new method of throttling.
5. The method is critical to limit g-load for single-stage launch vehicles.

1. *Yemets, M., Yemets, V., Harkness, P., Dron, M., Worrall, K.,* “Caseless throttleable solid motor for small spacecraft,” 69th International Astronautical Congress [CD-ROM], C4 8-B4.5A 13 x48017, IAF, Bremen, 2018.
2. *Bille, M., and Kane, R.,* “Practical Microsat Launch Systems: Economics and Technology,” AIAA/USU Conference on Small Satellites, SSCO3-III-3, AIAA, 2003.

Алфавітний покажчик

А

Адлуцький Віктор……..……..51
Акимов Дмитрий……...295, 297
Алексеенко Сергей……..…..245
Алексєєнко Сергій…….....247
Алпатов Анатолий……..…...298
Амуров Антон……...250
Андрієвський Юрій……...300
Андрійчук Роман……..……34
Антоненко Ніна……..……..53
Арсенюк Михайло……..…...274

Б

Багно Александр……252
Батутина Татьяна……...302
Білий Дмитро……...99
Білова Оксана……...55
Білова Юлія……..55
Блажко Володимир……191
Бобилєв Дмитро……...57
Бовсунівський Олесь……147
Богданов Вячеслав……..…..25
Бойко Лідія……281
Бондаренко Олег……304
Бондарь Денис……302
Борю Сергей……...308
Босаков Сергей……59
Бразалук Юлия……...250
Бучарский Валерий……283
Буцикін Сергій……...192

В

Вайсфельд Наталя……61, 112
Василишин Андрій……..63
Водка Олексій……233
Волошко Віктор……192
Волчок Денис……149
Вольчанські Томаш……...65, 67
Воробйов Юрій……..151

Г

Гаєвська Любов……194
Гайдар Анастасия……..153
Гарт Етері……30
Гарт Людмила……284
Гачкевич Олександр……...67, 69,196
Гачкевич Микола……...65, 89
Гвоздюк Микола……323
Гембара Назарій……198
Гембара Оксана……..198
Гергель Ірина……71
Гладенко Володимир……254
Говоруха Володимир……...72
Годес Алина……...51, 73
Годес Юлий……...155
Гольдштейн Юрий……298
Гоман Олег……254
Гоменюк Сергій……216, 297
Горик Олексій……204
Гребенюк Сергій……216, 297
Гриневич Аліна……75
Грищак Виктор…..297, 307, 308, 311
Грищак Дмитро……..311
Грінченко Віктор……26
Губин Александр……...250
Гудрамович Вадим……23, 30
Гук Наталія……76,200
Гуменчук Орест……65, 91
Гурідова Вікторія……...157

Д

Давидов Володимир……..254
Давыдов Сергей……309
Данишевский Владислав……...153
Данієв Юрій……30
Дацишин Олександра……..78
Дашко Ольга……...228
Дегтяренко Павел……..297

Дегтяренко Павло……...311
Дейнека Олег……...129
Демедецкая Вероника……170
Демидов Олександр……...80
Демченко Татьяна……264
Дем'яненко Анатолій……..157
Дзюба Анатолій……...159, 304
Дзюба Анатолий……...160,161
Дзюба Пётр……...160
Дідич Ірина……...236
Довжик Михайло……...82
Дояр Іван……..227
Дреус Андрій……84, 312
Дробенко Богдан……..203, 328
Дрогомирецька Христина……...194
Дронь Микола……..312
Дубовик Людмила……...312
Дудик Михайло……86, 87
Д'яченко Наталія……311

Е

Евдокимов Дмитрий……250, 268
Елисеев Владимир……...264

Є

Євдокимов Дмитро……..256

Ж

Жуган Олександр……314
Журавльова Зінаїда……...61

З

Зайцева Тетяна……134
Зіновєєв Ігор……...88
Зіньковський Анатолій……41
Золотько Олександр……300
Зуб Татьяна……..225

І

Іваницький Ярослав……323
Івасько Наталія……..34
Івахненко Сергій……..147
Ірза Євгеній……89, 91

К

Кагадій Тетяна……136
Казберук Анджей……125
Каиров Алексей……32
Каиров Владимир……...32
Калиняк Богдан……163
Каминский Анатолий……..119
Квітка Ігор……104
Кипнис Александр……25
Кирия Руслан……..93
Кириченко Сергей……325
Кісельова Олена……...284
Кіт Григорій……34
Клименко Дмитро……..30, 203
Клименко Дмитрий 295, 297, 302, 328
Книш Людмила……...…254
Ковальчук Станіслав……...204
Козакевич Тереза……...67
Козакова Наталія……..206
Козачок Олег……95, 97
Козярська Анна……..65
Колодяжный Анатолий……...165
Комаров Олександр……...99
Котлов Владислав……325
Кочеткова Инна……155
Кочубей Галина……331
Кочубей Олександр.……256
Красноперов Сергей……225
Краснопольська Тетяна……...166
Крашаница Юрий……260
Кривий Олександр……...100
Круковский Александр……..36
Круковская Виктория……36
Кудін Олексій……...208
Кузьменко Василь……102, 117
Кулішов Сергій……151
Курпа Лідія……...209, 210
Кучугурный Юрий……...331
Кушнір Роман……..38,211

Л

Лабуткина Татьяна……...315, 317
Лавінський Денис……212

Лазученков Дмитрий…….262, 263
Лазученков Николай…….262, 263
Ларионов Игорь…….295, 297
Ларионов Григорий…….93
Левитіна Лариса…….181
Левченко Максим……..104
Лєщук Олександр……..147
Липовский Владимир……214, 321
Лисаковський Валентин……147
Лінник Ганна……..209
Лобода Володимир……51, 99, 106
Любицька Катерина……...209

М

Макаренков Євгеній……..108
Макаров Василий……...214
Максименко Олександр……323
Максимюк Володимир……..168, 230
Маланчук Наталія……97
Маметьев Андрей……..223
Маневич Аркадий…170,172,174,176
Маневич Леонид……..39
Манько Наталія……88, 216
Маринович Анджей……91
Мартиняк Ростислав……97, 127
Марущак Павло……..236
Марчук Михайло……...203, 218
Марчук Михаил……328
Матвєєв Валентин……41
Мачуга Олег……...110
Медникова Маргарита……...165
Мейш Владимир……178
Мейш Юлия……178
Меньшиков Юрий……286
Мироненко Елена……..325
Мисов Костянтин……...112
Михаїл Олександр……104
Михайлишин Віра……219
Мірошніков Віталій……...221
Можаровський Валентин……91
Моисеенко Светлана……276
Молоканов Юрій……123
Морачковська Ірина……..209
Морачковський Олег……212
Моринь Стефан……89, 194, 196
Морозов Юрій……100
Мусій Роман……...194
Мусіяка Вольєн……..106

Н

Назаренко Владимир……...25
Назаренко Володимир……82
Науменко Леонид……..223
Некрасов Валерий……..325

О

Овчарова Наталія……...151
Орленко Сергей……178
Осетров Андрій……..210
Острик Володимир……114

П

Павличенко Артем……264
Пакош Віра……218
Панченко Сергей……...225
Пастернак Ярослав……..63
Пацюк Анатолій……159
Петров Олександр……..116
Півень Михайло……266
Пічкур Володимир……319
Плашенко Сергій……...102, 117
Погасий Наталия……172
Погребной Олег……223
Позднишев Микола……...320
Полищук Татьяна……..119
Полотняк Сергій……147
Поляков Микола……256, 268
Попов Всеволод……...80
Пошивалов Володимир……227
Прокопьева Елизавета……..174
Пророка Владислав……...321

Р

Ревенко Віктор……...121
Редчиц Дмитрий……276
Ремньов Владислав……319
Репринцев Олексій……191

Реут Віктор…….123
Решітник Юлія……87
Рибка Володимир……...106
Рубан Виталий……...272
Рыжова Светлана……...272
Рябченко Євген……..181
Рябчук Антон……...84

С

Савельєва Катерина……...228
Савицький Олег……179
Саврук Михайло……125
Садова-Квітка Марина……..104
Сапужак Ярослав……...198
Сафронова Інга……..181
Селиванов Юрий……182
Семененко Евгений……..264, 272
Семененко Павел……...309
Середницька Христина……127
Симанов Владимир……331
Симчук Ярослав……228
Сиренко Владимир...43,161, 297, 309
Сіренко Володимир…….30, 203, 323
Скачёк Павел……59
Скрицький Олександр……...151
Слободян Богдан……..97
Сокол Андрій……327
Сокол Галина……325, 327
Сохацький Анатолій……..274
Сохацький Олександр……...274
Спиця Оксана……...88, 216
Станік-Беслер Аніда……..69, 89
Стасюк Галина……...194
Стащук Микола……163
Стеблянко Павло……116
Сторожук Євген……230
Сулим Георгій……..63
Сущенко Євген……..168
Сясєв Андрій……..108
Сяський Андрій……..129

Т

Тарасов Андрей……..276
Тарасов Сергей……..276
Терлецький Ростислав……69
Тимченко Галина……...210
Ткаченко Ірина……53
Токовий Юрій……..38, 211
Тонконоженко Анатолий……..160
Тонкошкур Илья……278
Торський Адріан……..69
Трофімов Олександр……232
Турчина Валентина……...288

Ф

Фридман Олександр……..134
Філіпова Ольга……...132

Х

Хамініч Олександр……256, 268
Харченко Володимир…….203,218
Харченко Владимир……..328
Ходанен Тетяна……..131
Хом’як Микола……..218

Ч

Чепіль Ольга……...198
Чернецький Сергій……132
Чернишенко Іван……...230
Черній Дмитро……...319
Черняков Юрій……...116
Черняков Юрий……45
Чопоров Сергій……..208, 297
Чорненький Андрій……...125
Чупик Ігор……..196

Ш

Шамаханов Владислав……..176
Шаповалова Марія……233
Шевцов Александр……329
Шевцова Наталія……129
Шевченко Владимир……...32
Шишканова Ганна……134
Шматко Тетяна……..235

Шпорта Анна……136
Шувалов Валентин……331

Щ

Щербина Ірина……55
Щербініна Тетяна……..210
Щурук Галина……252

Ю

Юшкевич Олег……...332

Я

Яковенко Александр……..279
Яковенко Вадим……279
Ясінський Анатолій……38, 211
Ясній Олег……..236
Ясько Микола……138
Яхно Олег……...110

A

Andrianov Igor……..47

B

Borodin Volodymyr……290

D

Danishevskyy Vladyslav……47
Dron’ Mykola……..334

F

Furushima Tsuyoshi……139

H

Hart Eteri……238
Hudramovich Vadym……..238

K

Kairov Alexei……..240
Knezevic Marko……..139
Knysh Paul……..139
Korkolis Yannis P……139
Kozinov Sergiy……140, 141
Kuna Meinhard……140

L

Lapusta Yuri……142
Levin Viktor……238
Loboda Volodymyr……..142

M

Melnikov Max……292
Melnikov Yuri……290
Mikhlin Yuri……184,186
Morhun Serhii……..240

O

Onizhuk Anton……186
Onopriienko Oleg……142

P

Perepelkin Nikolay……..184
Pilipchuk Valery……..188

R

Reprintsev Oleksii……...238
Rushchitsky Jeremiah……...48

S

Samarska Olena……..238
Sasaki Kanta……139
Sheveleva Alla……141
Smetankina Natalia……241

Y

Yemets Mykhailo……334

Z

Zelensky Anatoly……242
Zhuk Yaroslav……144