

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА

**БЕЗУГЛА Юлія Сергіївна**



УДК 514.18

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗМІЩЕННЯ НЕОРІЄНТОВАНИХ  
ОБ'ЄКТІВ З КУСОЧНО-НЕЛІНІЙНИМИ ГРАНИЦЯМИ У  
БАГАТОЗВ'ЯЗНИХ ОБЛАСТЯХ**

05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Дніпро – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному університеті цивільного захисту України Державної служби України з надзвичайних ситуацій.

**Науковий керівник:** – доктор технічних наук, старший науковий співробітник  
**Соболь Олександр Миколайович**,  
начальник кафедри управління та організації  
діяльності у сфері цивільного захисту,  
Національний університет  
цивільного захисту України (м. Харків).

**Офіційні опоненти:** – доктор технічних наук, професор  
**Тулученко Галина Яківна**,  
професор кафедри вищої математики  
і математичного моделювання,  
Херсонський національний технічний  
університет (м. Херсон);

– кандидат технічних наук, доцент  
**Дмитрієва Ірина Сергіївна**,  
доцент кафедри інформаційних  
технологій та систем,  
Національна металургійна  
академія України  
(м. Дніпро).

Захист відбудеться «8» грудня 2016 р. о 14<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 08.051.01 у Дніпропетровському національному університеті імені Олеся Гончара за адресою: 49010, м. Дніпро, вул. Наукова, 9, корпус №12, ауд. 512.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара за адресою: 49050, м. Дніпро, вул. Казакова, 8.

Автореферат розісланий «7» листопада 2016 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради



С.В. Земляна

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Задачі оптимального розміщення геометричних об'єктів відносяться до класу задач оптимізаційного геометричного проектування. Незважаючи на велику кількість досліджень, даний клас задач залишається актуальним, оскільки до нього можуть бути зведеними в своїх постановках практичні задачі з таких галузей діяльності людини, як машинобудування, цивільний захист, радіоелектроніка, приладобудування, легка промисловість, меблева промисловість тощо. Наукова та практична значущість класу задач оптимізаційного геометричного проектування і, зокрема, задач оптимального розміщення об'єктів, постійно зростає, що пов'язано із розробкою та впровадженням в різних галузях систем автоматизації проектування.

Слід відзначити, що серед задач розглянутого класу існують такі, що до теперішнього часу не були розв'язаними, наприклад, задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях. Дані задачі мають важливе значення, оскільки при розкрою матеріалів є необхідність у максимально повному їх використанні. Якщо не існує технологічних обмежень на орієнтацію об'єктів відносно матеріалу, то представлення їх за допомогою неорієнтованих об'єктів, які можуть здійснювати поворот відносно власної системи координат, дозволить збільшити коефіцієнт заповнення, тобто більш економно використовувати матеріал. Розгляд у якості області розміщення багатозв'язного об'єкта дозволить уникнути розміщення відповідних об'єктів в областях з наявністю дефектів або розв'язати задачу, в якій існує задана кількість об'єктів, що розміщуються на фіксованих місцях. Таким чином, враховуючи вищевикладене, можна зробити висновок, що розробка моделей та методів оптимального розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях є актуальною науково-прикладною задачею.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Роботу виконано у відповідності до тематики та загального плану досліджень, проведених в Національному університеті цивільного захисту України Державної служби України з надзвичайних ситуацій, а також відповідно до плану науково-дослідної роботи за темою: «Розробка комп'ютерного комплексу з прогнозування наслідків аварії на гідротехнічних спорудах та прийняття управлінських рішень з їх ліквідації» (№ державної реєстрації 0112U002593).

**Мета і задачі дослідження.** *Метою дисертаційного дослідження є розробка методу геометричного моделювання перерізів поверхні дотику плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями (у просторі параметрів розміщення геометричних об'єктів) для оптимізації розміщення зазначеного класу об'єктів у багатозв'язних областях.*

Для досягнення мети дисертаційного дослідження розв'язуються такі *основні задачі:*

– здійснити аналіз літературних джерел з метою виявлення існуючих моделей та методів оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з

кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях;

– побудувати загальну модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів у прямокутній багатозв'язній області змінної довжини та дослідити її особливості;

– розробити метод геометричного моделювання перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями, а також перерізів поверхні дотику зазначених об'єктів із багатозв'язною областю розміщення;

– удосконалити методи оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній багатозв'язній області змінної довжини;

– розробити алгоритмічне та програмне забезпечення, провести комп'ютерне моделювання оптимального розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних однозв'язних та багатозв'язних областях змінної довжини;

– впровадити результати дисертаційного дослідження у виробництво та навчальний процес.

**Об'єктом дослідження** є процес розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях.

**Предметом дослідження** є моделі та методи оптимального розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях.

**Методи дослідження.** Розв'язання поставлених в роботі задач виконувалось на базі положень прикладної геометрії, системного підходу, елементів топології, методів математичного та геометричного моделювання, геометричного проектування, елементів функціонального аналізу, методів аналітичної, багатовимірної, обчислювальної геометрії, методів оптимізації, методів дискретної прикладної геометрії.

**Теоретична база досліджень.** Теоретичним та практичним аспектам прикладної геометрії присвячено роботи вчених: Н.М. Аушевої, Ю.І. Бадаєва, В.Д. Борисенка, В.В. Ваніна, В.М. Верещаги, В.В. Гнатушенка, М.С. Гумена, І.С. Дмитрієвої, С.М. Ковальова, Ю.М. Ковальова, В.М. Корчинського, Л.М. Куценка, Є.В. Мартина, В.Є. Михайленка, В.М. Найдиша, А.В. Найдиша, В.М. Несвідоміна, В.С. Обухової, А.В. Павлова, С.Ф. Пилипаки, О.Л. Підгорного, А.М. Підкоритова, В.О. Плоского, Є.В. Пугачова, К.О. Сазонова, І.А. Скідана, Г.Я. Тулущенко, А.Н. Хомченка, О.В. Шоман, В.П. Юрчука та їх учнів.

Дослідженню та розробці методів розв'язання класу задач оптимізаційного геометричного проектування присвячено наукові праці:

– вітчизняних вчених: М.І. Гіля, В.М. Комяк, О.В. Панкратова, Е.Г. Петрова, В.П. Путятіна, В.Л. Рвачова, Т.Є. Романової, О.М. Соболя, Ю.Г. Стояна, С.В. Яковлєва та їх учнів;

– зарубіжних вчених: R. Alvarez-Valdes, J.A. Bennell, E. Birgin, A. Bortfeldt, M.A. Boschetti, E. Burke, J. Carlier, S.G. Christensen, M. Dell'Amico, K.A. Dowsland, J. Egeblad, O. Faroe, G. Fuellerer, M. Gendreau, J.M. Gentil,

M. Hifi, E. Hopper, S. Imahori, G. Kendall, G. Martins, T.C. Martins, J.F. Oliveira, D. Pisinger, A. Pott, M. Sigurd, K. Wang, Z. Wang та ін.

### **Наукова новизна одержаних результатів.**

*Вперше:*

– розроблено метод побудови перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями, а також зазначеного об'єкта з багатозв'язною областю. Це дозволило формалізувати обмеження та побудувати загальну модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях та дослідити її особливості;

– одержано результати оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях, що дозволило підвищити ефективність проектування карт розкрою промислових матеріалів за рахунок: збільшення точності побудови геометричних моделей об'єктів розміщення завдяки використанню фрагментів кривих другого порядку як границь зазначених об'єктів; зменшення часу на побудову оптимальних карт розкрою; збільшення коефіцієнту використання матеріалу завдяки можливості повороту об'єктів розміщення.

*Удосконалено:*

– загальну модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях та досліджено її особливості для випадків: одночасного розміщення орієнтованих та неорієнтованих плоских геометричних об'єктів у прямокутній багатозв'язній або однозв'язній області змінної довжини; розміщення неорієнтованих об'єктів у однозв'язній області. Це дозволило розробити обґрунтовані методи оптимального розміщення зазначених об'єктів у багатозв'язних областях;

– методи оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями, основою яких є метод імітації відпалу, гілок та меж. Це дозволило розробити алгоритмічне та програмне забезпечення для розв'язання задачі оптимального розміщення зазначених об'єктів у прямокутній багатозв'язній області змінної довжини.

*Отримав подальшого розвитку:*

– клас задач оптимізаційного геометричного проектування за рахунок розробки моделей та методів оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях.

**Обґрунтованість і достовірність результатів.** Основні теоретичні положення дисертації одержані шляхом коректного застосування методів геометричного проектування та геометричних методів оптимізації. Про достовірність одержаних результатів свідчать граничні переходи до відомих окремих випадків, розглянутих на основі незалежних теоретичних підходів, а також апробація геометричних та комп'ютерних моделей в тестових прикладах та розрахунки у процесі впровадження.

**Практичне значення одержаних результатів.** Розроблений метод побудови перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з

кусочно-нелінійними границями, а також зазначеного об'єкта з багатозв'язною областю, моделі та методи оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях, розроблене алгоритмічне та програмне забезпечення дозволяють розв'язувати важливі прикладні задачі з різних галузей діяльності людини.

Результати дисертаційного дослідження дозволили здійснити моделювання карт розкрою з більш економним використанням матеріалу за рахунок розв'язання задачі оптимізації та використання неорієнтованих об'єктів розміщення, дозволили врахувати наявні дефекти матеріалу або розв'язувати задачу оптимізації з урахуванням вже розміщених геометричних об'єктів, дозволили скоротити час формування карт розкрою за рахунок автоматизації їх моделювання.

Результати наукових досліджень впроваджено у швейному виробництві ТОВ «Великий шлях 21А» (м. Охтирка, Сумська обл.) та у навчальному процесі Національного університету цивільного захисту України.

**Особистий внесок здобувача.** Визначення загального напрямку дисертаційного дослідження, формулювання його мети та окреслення кола задач належить науковому керівнику. Усі положення, що виносяться на захист і складають наукову новизну дисертаційної роботи, отримані особисто здобувачем. У публікаціях, які підготовлені за участю співавторів, результати, що належать здобувачеві, указані в списку опублікованих праць за темою дисертації.

**Апробація результатів дисертації.** Результати дисертаційної роботи доповідалися й обговорювалися на: 10-й Кримській міжнародній науково-практичній конференції «Геометричне та комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн» (Національна академія природоохоронного та курортного будівництва, м. Сімферополь, 2013 р.); III Міжнародній науково-практичній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності» (Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, 2014 р.); 16 Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Б. Хмельницького, м. Мелітополь, 2014 р.); XV та XVI Міжнародних конференціях з математичного моделювання (Херсонський національний технічний університет, м. Херсон, 2014-2015 рр.); IV Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених» (Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, 2015 р.); Всеукраїнській науково-методичній конференції «Дослідження можливостей використання інноваційних технологій у науковій роботі з прикладної геометрії та навчальному процесі кафедр ВНЗ, що займаються графічною підготовкою студентів» (Луцький національний технічний університет, м. Луцьк, 2015 р.); Міжнародній науково-практичній конференції «Проблеми механіки та фізико-хімії конденсованого стану речовини» (Миколаївський національний університет імені

В.О. Сухомлинського, м. Миколаїв, 2015 р.); науково-технічних семінарах Національного університету цивільного захисту України (2012-2015 рр.); науково-технічному семінарі Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара (2016 р.).

**Публікації.** За темою дисертації опубліковано 10 наукових праць, з них 1 – без співавторів. Основний зміст і результати досліджень викладено у 5 друкованих працях у наукових фахових виданнях, які рекомендовано Міністерством освіти і науки України; 1 роботу опубліковано у Польщі; 4 роботи опубліковано у збірках наукових праць та матеріалах конференцій.

**Структура й обсяг роботи.** Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 215 найменувань та додатків. Робота містить 130 сторінок основного тексту, 80 рисунків.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У *вступі* наведено загальну характеристику роботи, обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету і задачі дослідження, визначено наукову новизну та практичну цінність отриманих результатів.

У *першому розділі* проведено аналіз публікацій наукових шкіл з прикладної геометрії, розглянуто геометричну інформацію про об'єкти та область розміщення, а також сформульовано загальну постановку задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях.

Аналіз існуючих моделей та методів прикладної геометрії, розроблених різними науковими школами України, а також моделей та методів оптимізаційного геометричного проектування, створених як вітчизняними, так і закордонними вченими, не виявив таких, які можна було б застосувати для розв'язання задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях. Це дозволило зробити висновок про необхідність проведення наукових досліджень стосовно оптимального розміщення зазначеного класу об'єктів у відповідних областях, оскільки дані задачі є актуальними і мають практичну значущість.

Для формулювання постановки задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях необхідно, перш за все, здійснити завдання геометричної інформації про об'єкти та область розміщення, тобто одержати геометричні моделі реальних об'єктів.

Так, геометрична інформація про прямокутну багатозв'язну область розміщення змінної довжини (рис. 1, а) має такі складові:

– геометрична інформація про прямокутну однозв'язну область змінної довжини:

$$G_0 = (\{s_0\}, \{m_0\}, \{u_0\}), \quad (1)$$

де  $\{s_0\}$  – прямокутник;  $\{m_0\} = (l, b)$  – метричні характеристики, причому

$l$  – змінна довжина області,  $b$  – ширина області;  $\{u_0\} = \{0, 0, 0\}$  – параметри розміщення області. Оскільки у даній роботі розглядаються плоскі неорієнтовані геометричні об'єкти, то  $\{u\} = \{x, y, \theta\}$ , тобто їх положення у двовимірному просторі визначається місцем знаходження початку локальної системи координат  $(x, y)$  та її кутом повороту  $\theta$ . У даному випадку область розміщення задана у глобальній системі координат і є орієнтованою, тобто виключає можливість повороту;

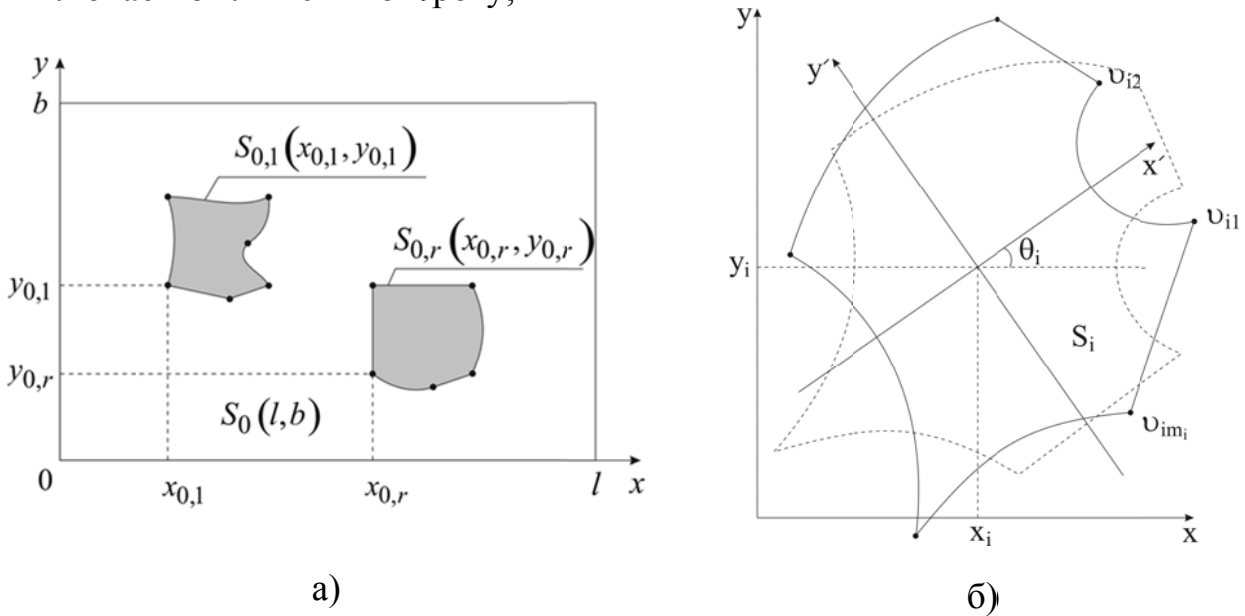


Рис. 1. Область та об'єкт розміщення

– геометрична інформація про області «заборони»  $S_{0,r}$ ,  $r = 1, \dots, N_R$  (дефекти матеріалу, вже розміщені об'єкти тощо):

$$G_{0,r} = (\{s_{0,r}\}, \{m_{0,r}\}, \{u_{0,r}\}), \quad (2)$$

де  $\{s_{0,r}\}$  – об'єкт з кусочно-нелінійними границями;  $\{m_{0,r}\} = \{v_{0,r,q}; a_{0,r,qq+1,c}\}$ ,  $v_{0,r,q} = (x_{0,r,q}, y_{0,r,q})$ ,  $q = 1, 2, \dots, n_{0,r}$  – координати вершин в локальній системі координат (нумерація вершин – за годинниковою стрілкою),  $a_{0,r,qq+1,c}$ ,  $c = 1, \dots, 6$  – параметри кривої другого порядку, що описує фрагмент границі між вершинами  $v_{0,r,q}$  та  $v_{0,r,q+1}$ :

$$a_{0,r,qq+1,1}x_i^2 + a_{0,r,qq+1,2}x_i y_i + a_{0,r,qq+1,3}y_i^2 + a_{0,r,qq+1,4}x_i + a_{0,r,qq+1,5}y_i + a_{0,r,qq+1,6} = 0; \quad (3)$$

$$\{u_{0,r}\} = \{x_{0,r}, y_{0,r}, 0\}.$$

Геометрична інформація для об'єктів розміщення  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  (рис. 1, б), має такий вигляд:



$$G_i = (\{s_i\}, \{m_i\}, \{u_i\}), \quad (4)$$

де  $\{s_i\}$  – об'єкт з кусочно-нелінійною границею;  $\{m_i\} = \{v_{ip}(\theta_i); a_{i,pp+1,c}(\theta_i)\}$ ,  $v_{ip}(\theta_i) = (x_{ip}(\theta_i), y_{ip}(\theta_i))$ ,  $p = 1, \dots, n_i$  – координати вершин в локальній системі координат:

$$x_{ip}(\theta_i) = x_{ip}(0) \cdot \cos \theta_i + y_{ip}(0) \cdot \sin \theta_i; \quad y_{ip}(\theta_i) = -x_{ip}(0) \cdot \sin \theta_i + y_{ip}(0) \cdot \cos \theta_i;$$

$a_{i,pp+1,c}(\theta_i)$ ,  $c = 1, \dots, 6$  – параметри кривої другого порядку, що описує фрагмент границі між вершинами  $v_{ip}(\theta_i)$  та  $v_{ip+1}(\theta_i)$ :

$$\begin{aligned} & a_{i,pp+1,1}(\theta_i)x_i^2 + a_{i,pp+1,2}(\theta_i)x_i y_i + a_{i,pp+1,3}(\theta_i)y_i^2 + \\ & + a_{i,pp+1,4}(\theta_i)x_i + a_{i,pp+1,5}(\theta_i)y_i + a_{i,pp+1,6}(\theta_i) = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

причому при  $p = n_i$ ,  $p + 1 = 1$ ;  $\theta_i = d \cdot \frac{2\pi}{n_d}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ ,  $n_d > 0$  –

параметр дискретизації кута повороту об'єкта;  $\{u_i\} = \{x_i, y_i, \theta_i\}$ .

Сформулюємо загальну постановку задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних областях змінної довжини.

Нехай задано багатозв'язну область розміщення  $S_0(0,0,0)$  за допомогою геометричної інформації (1), (2). Необхідно розмістити у даній області неорієнтовані об'єкти з кусочно-нелінійними границями  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , таким чином, щоб довжина зайнятої частини  $S_0(0,0,0)$  була мінімальною і виконувалися обмеження на:

1) взаємний неперетин об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N - 1$ ;  $j = i + 1, \dots, N$ ;

2) неперетин об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , та областей «заборони»  $S_{0,r}(x_{0,r}, y_{0,r}, 0)$ ,  $r = 1, \dots, N_R$ ;

3) належність об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , області  $S_0(0,0,0)$ .

Із загальної задачі оптимізації витікають такі окремі, постановки яких наведені у роботі:

– одночасне розміщення неорієнтованих та орієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях;

– розміщення орієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях;

– розміщення неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у однозв'язних областях;

- одночасне розміщення неорієнтованих та орієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у однозв'язних областях;
- розміщення орієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у однозв'язних областях.

Таким чином, після здійснення постановок загальної та окремих оптимізаційних задач необхідно формалізувати обмеження та побудувати модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях.

*Другий розділ* присвячено розробці моделі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних областях змінної довжини та дослідженню її особливостей; розробці методу геометричного моделювання перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями, а також перерізів поверхні дотику плоского неорієнтованого об'єкта з кусочно-нелінійними границями та прямокутної багатозв'язної області розміщення змінної довжини.

Зазначена загальна оптимізаційна модель має такий вигляд:

$$\min_W l(x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_N, y_N, \theta_N), \quad (6)$$

де  $W$  :

$$\Phi(x_i, y_i, \theta_i, x_j, y_j, \theta_j) \geq 0, \quad i=1, \dots, N-1, \quad j=i+1, \dots, N; \quad (7)$$

$$\Phi(x_i, y_i, \theta_i, x_{0,r}, y_{0,r}, 0) \geq 0, \quad i=1, \dots, N, \quad r=1, \dots, N_R; \quad (8)$$

$$\Phi_{cS_0}(x_i, y_i, \theta_i, 0, 0, 0) \geq 0, \quad i=1, \dots, N. \quad (9)$$

В даній моделі вираз (6) являє собою цільову функцію задачі, тобто необхідно знайти мінімум довжини зайнятої частини багатозв'язної області розміщення  $S_0(0,0,0)$ , а вирази (7)÷(9) – наведені вище обмеження 1)-3), причому  $cS_0(0,0,0)$  – доповнення  $S_0(0,0,0)$  до простору  $R^2$ . Очевидно, що всі обмеження представлено за допомогою  $\Phi$ -функцій, які характеризують перетин ( $\Phi(u_1, u_2) < 0$ ), неперетин ( $\Phi(u_1, u_2) > 0$ ) і дотик ( $\Phi(u_1, u_2) = 0$ ) відповідних геометричних об'єктів.

Особливості загальної моделі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язній прямокутній області змінної довжини такі:

- цільова функція задачі (6) є неаналітичною;
- обмеження моделі (7) та (8) є, у загальному випадку, кусочно-нелінійними, а обмеження (9) – кусочно-лінійними;

- загальна кількість обмежень (7)÷(9) дорівнює  $C_N^2 + N \cdot (1 + N_R)$ ;
- область припустимих розв'язків задачі визначається обмеженнями (7)÷(8) у багатовимірному просторі  $R^{3N+1}$  і є обмеженою та незв'язною.

Слід зазначити, що у роботі також побудовано 5 окремих оптимізаційних моделей, що витікають із загальної, та досліджено їх особливості.

Для розв'язання задачі (6)÷(9) необхідно надати геометричну інтерпретацію обмеженням (7)÷(9), у зв'язку з чим було створено метод геометричного моделювання перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями, а також перерізів поверхні дотику плоского неорієнтованого об'єкта з кусочно-нелінійними границями та прямокутної багатозв'язної області розміщення змінної довжини. Загальна структура зазначеного методу є такою.

Розглянемо побудову перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$ . Для цього параметри розміщення  $S_i(0, 0, 0)$  фіксуються, а інший об'єкт залишається рухомим.

Здійснюється завдання параметра дискретизації  $n_d$  кута повороту  $\theta_j$  власної системи координат рухомого об'єкта. Значення параметра дискретизації визначає кількість перерізів поверхні дотику двох заданих об'єктів. Для кожного  $\theta_{j,d+1} = d \cdot \frac{2\pi}{n_d}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ ,  $n_d > 0$ , відбувається

побудова перерізу поверхні дотику об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0, 0, 0)$ , причому кожен переріз являє собою замкнений контур, що збирається з відповідних фрагментів (при побудові фрагментів контуру враховуються можливі точки екстремуму всередині сторін об'єктів).

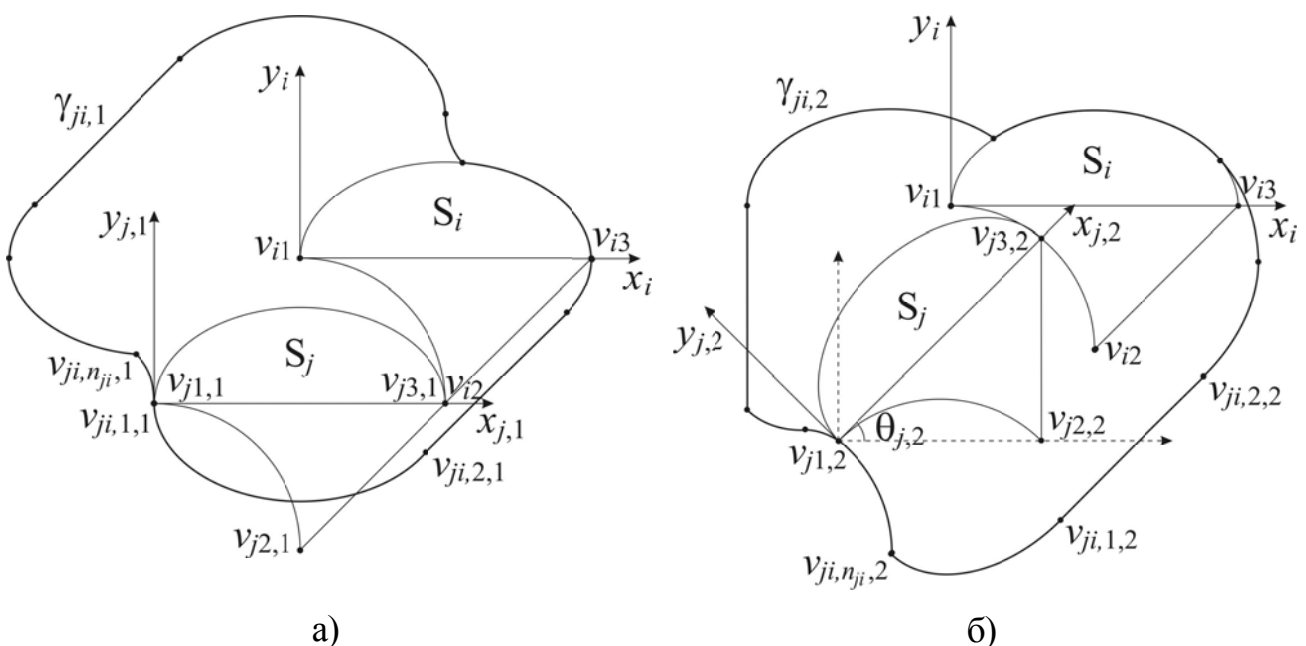


Рис. 2. Побудова перерізів поверхні дотику об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0, 0, 0)$

На рис. 2 наведено приклад побудови перерізів  $\gamma_{ji,1}$  та  $\gamma_{ji,2}$  поверхні дотику неорієнтованих об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0,0,0)$  для відповідних значень кутів повороту  $\theta_{j,1}$  і  $\theta_{j,2}$  локальної системи координат рухомого об'єкта  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$ . Аналогічно здійснюється побудова інших перерізів для кутів повороту  $\theta_{j,d+1}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ , локальної системи координат рухомого об'єкта.

Остаточно здійснюється формування множини перерізів  $\gamma_{ji,d+1}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ , поверхні дотику двох плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Так, на рис. 3 наведено множину перерізів поверхні дотику об'єктів  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$  та  $S_i(0,0,0)$  при  $n_d = 8$ .

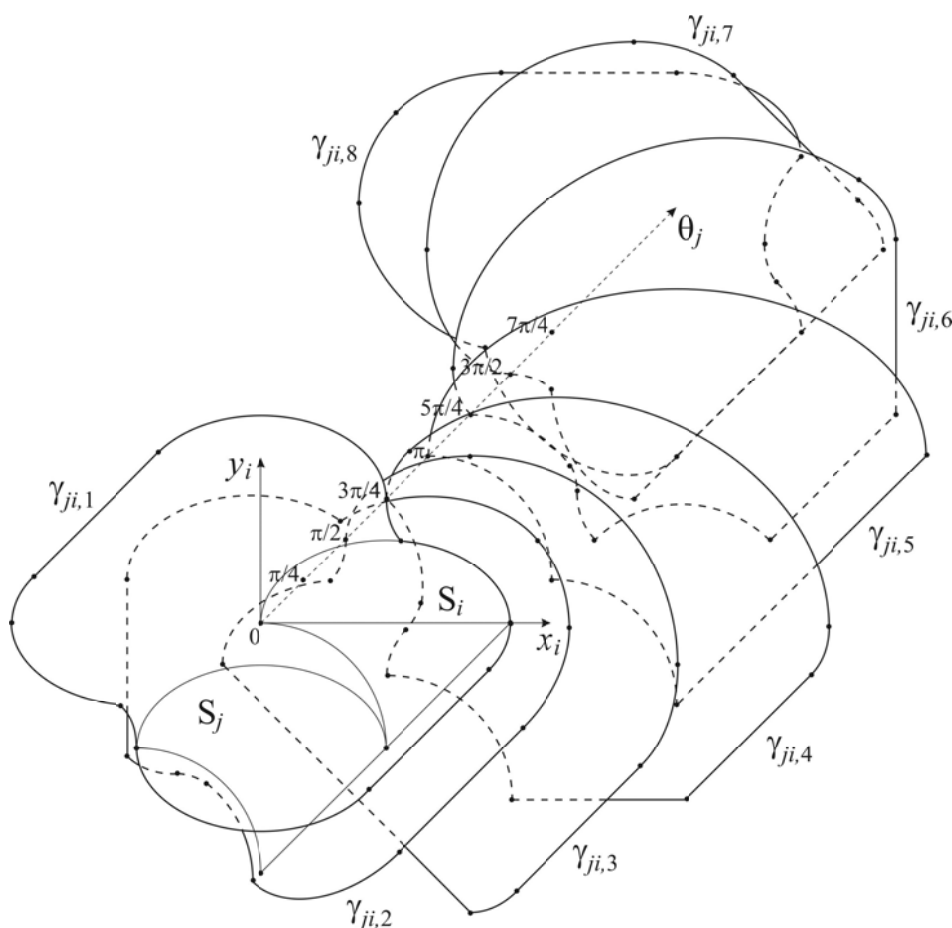


Рис. 3. Множина перерізів  $\gamma_{ji,d+1}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ , поверхні дотику двох плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями для  $n_d = 8$

Дана множина перерізів являє собою геометричну інтерпретацію обмежень (7) загальної оптимізаційної моделі.

Що стосується побудови перерізів поверхні дотику неорієнтованого

об'єкта  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  з кусочно-нелінійними границями та прямокутної однозв'язної області змінної довжини, то відповідна множина перерізів при  $n_d = 8$  наведена на рис. 4.

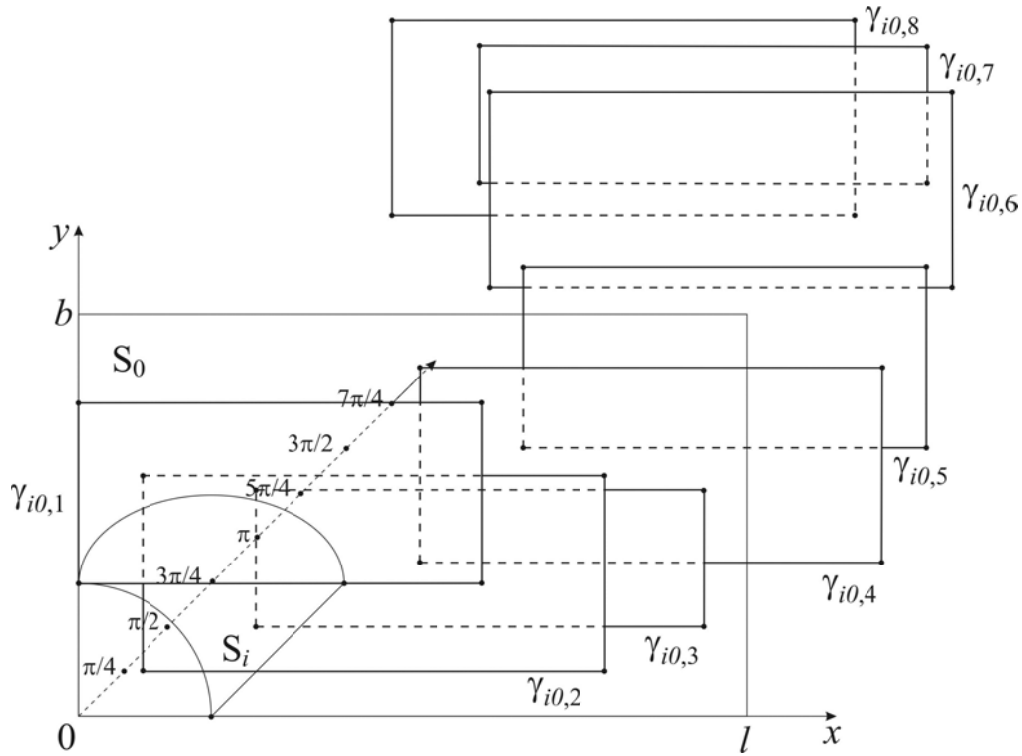


Рис. 4. Множина перерізів  $\gamma_{i0,d+1}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ , поверхні дотику плоского неорієнтованого об'єкта з кусочно-нелінійними границями та однозв'язної області розміщення для  $n_d = 8$

Дана множина перерізів є геометричною інтерпретацією обмежень (9) загальної оптимізаційної моделі. Урахування обмежень (8) покажемо на такому прикладі (рис. 5).

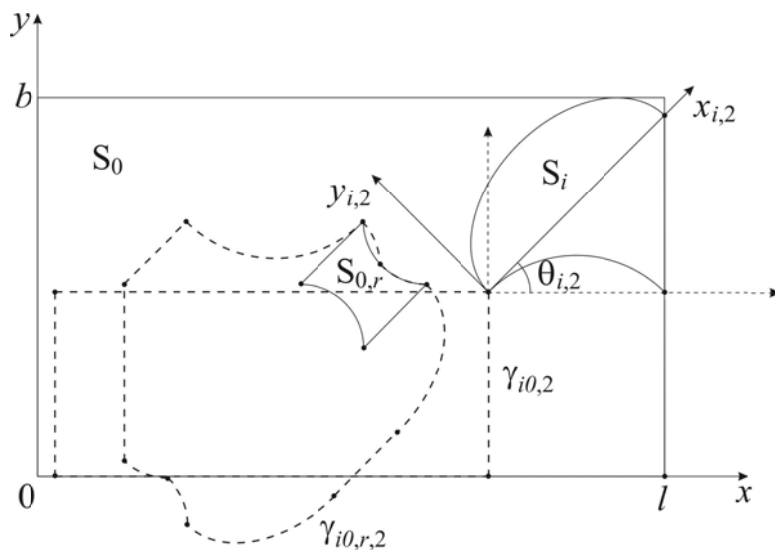


Рис. 5. Побудова перерізу поверхні дотику об'єкта  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та області розміщення  $S_0(0, 0, 0)$  з урахуванням області «заборони»  $S_{0,r}(x_{0,r}, y_{0,r}, 0)$

Розглянемо побудову перерізу поверхні дотику неорієнтованого об'єкта  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та багатозв'язної області  $S_0(0, 0, 0)$ , при цьому значення кута повороту локальної системи координат об'єкта  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  дорівнює  $\theta_{i,2}$ . Умові належності об'єкта  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  однозв'язній області розміщення відповідає контур  $\gamma_{i0,2}$ , а умові неперетину даного об'єкта з областю «заборони»  $S_{0,r}(x_{0,r}, y_{0,r}, 0)$  – контур  $\gamma_{i0,r,2}$ . У результаті переріз поверхні дотику неорієнтованого об'єкта та багатозв'язної області утворюється шляхом перетину контурів  $\gamma_{i0,2}$  та  $\gamma_{i0,r,2}$  і є незв'язним (рис. 6).

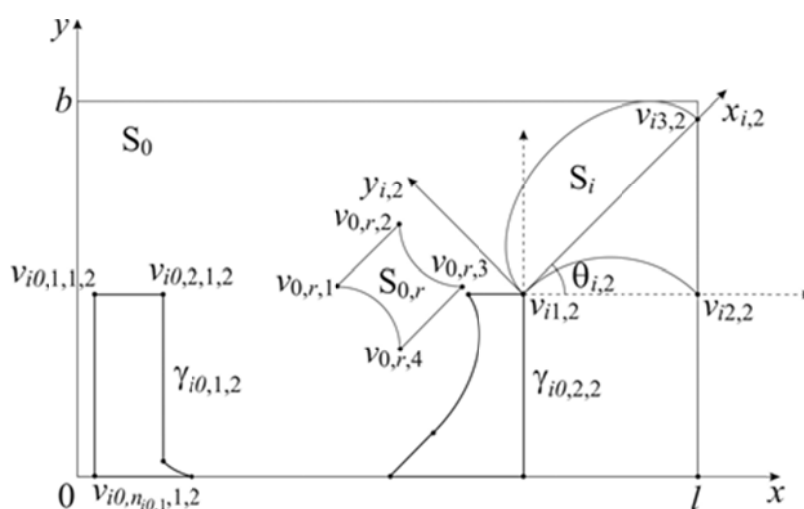


Рис. 6. Переріз поверхні дотику неорієнтованого об'єкта  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та багатозв'язної області  $S_0(0, 0, 0)$

Інші перерізи поверхні дотику неорієнтованого об'єкта  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та багатозв'язної області  $S_0(0, 0, 0)$  будуються аналогічно. Проведені дослідження дозволили сформулювати твердження та властивість.

*Твердження 1.* При  $n_d \rightarrow \infty$  множина перерізів перетворюється у неперервну поверхню дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями (неорієнтованого об'єкта та області розміщення).

*Твердження 2.* Поверхня дотику плоского неорієнтованого об'єкта з кусочно-нелінійними границями та однозв'язної області розміщення є однозв'язною. Поверхня дотику плоского неорієнтованого об'єкта з кусочно-нелінійними границями та багатозв'язної області розміщення може бути, у залежності від кількості, параметрів розміщення та метричних характеристик областей «заборони», однозв'язною, багатозв'язною або незв'язною, причому кількість компонент зв'язності у різних перерізах може змінюватись.

*Властивість 1.* У загальному випадку, при відсутності фіксації параметрів розміщення неорієнтованих об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$ , їх дотик може бути представлений гіперповерхнею у просторі  $R^6$ .

У **третьому розділі** розроблено методи оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях, основою яких є метод гілок та меж, метод імітації відпалу.

Для реалізації модифікованого методу гілок та меж необхідно побудувати дерево розв'язків, за яким аналізуються припустимі варіанти розміщення геометричних об'єктів у заданій області і здійснюється пошук глобального екстремуму цільової функції (6). Кількість рівнів дерева розв'язків у задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних областях змінної довжини дорівнює  $3N+1$ , тобто кількості незалежних змінних задачі  $(x_i, y_i, \theta_i)$ ,  $i=1, \dots, N, l$ . Кожен рівень дерева розв'язків відповідає незалежній змінній задачі, при цьому на певному рівні записуються рівняння, до яких входить незалежна змінна. Слід зазначити, що рівняння, які знаходяться на рівнях дерева розв'язків, описують елементи границь замкнених контурів, що утворюються у відповідних перерізах поверхонь дотику кожної пари неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями, а також поверхонь дотику неорієнтованих об'єктів та багатозв'язної області розміщення.

У роботі здійснено побудову дерев розв'язків для загальної та окремих задач оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях, а також одержано оцінки складності методу (кількість систем рівнянь, що необхідно розв'язати для знаходження екстремуму цільової функції). Дана оцінка для загальної оптимізаційної задачі має вигляд:

$$O_1 = N \cdot \prod_{i=1}^N \left( \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N n_{\gamma_{ij}} + \sum_{r=1}^{N_R} n_{ir} + 4 \right)^3; \quad (10)$$

де  $N$  – кількість неорієнтованих об'єктів розміщення;  $N_R$  – кількість областей «заборони»;  $n_{\gamma_{ij}}$  – кількість фрагментів контуру, що описує дотик об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$ ;  $n_{ir}$  – кількість фрагментів контуру дотику об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та областей «заборони»  $S_{0,r}(x_{0,r}, y_{0,r}, 0)$ .

Дана оцінка складності свідчить про можливість застосування даного методу тільки для задач невеликої розмірності. Для подолання цього недоліку було розроблено модифікований метод імітації відпалу.

Метод імітації відпалу являє собою аналог фізичного процесу керованого охолодження і використовує упорядкований випадковий пошук нових станів системи з більш низькою температурою. Для розробки даного методу необхідно було визначитися із функцією енергії  $E$  системи, функцією, яка описує зниження температури  $T$  протягом часу, функцією (правилом), що утворює

новий стан системи.

У даному випадку цільова функція задачі (6) буде являти собою енергію системи, тобто  $E = l(X)$ , де  $X = \{x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_N, y_N, \theta_N\}$  – поточний стан системи. Функція зниження температури  $T$  протягом часу має такий вигляд:  $T_m = q \cdot T_{m-1}$ ,  $m = 1, 2, \dots$ , де температурний коефіцієнт  $q$  обирається, як правило, у межах  $0,7 \div 0,99$ . Дана схема імітації відпалу дозволяє економити обчислювальні ресурси, але, при цьому, не гарантується знаходження глобального мінімуму функції (6).

Що стосується утворення нового стану системи, то, по-перше, здійснюється випадкова перестановка номерів об'єктів розміщення  $\{i_1, i_2, \dots, i_N\} \in \{1, \dots, N\}$  і визначається поточний стан системи  $X = \{x_{i_1}, y_{i_1}, \theta_{i_1}, \dots, x_{i_N}, y_{i_N}, \theta_{i_N}\}$  шляхом послідовного розміщення об'єктів відповідно до перестановки їх номерів та з урахуванням обмежень (7)÷(9).

Як приклад на рис. 7 наведено спосіб розміщення плоского неорієнтованого об'єкта з кусочно-нелінійними границями  $S_{i_3}(x_{i_3}, y_{i_3}, \theta_{i_3})$  при значенні кута повороту локальної системи координат  $\theta_{i_3,4}$ .

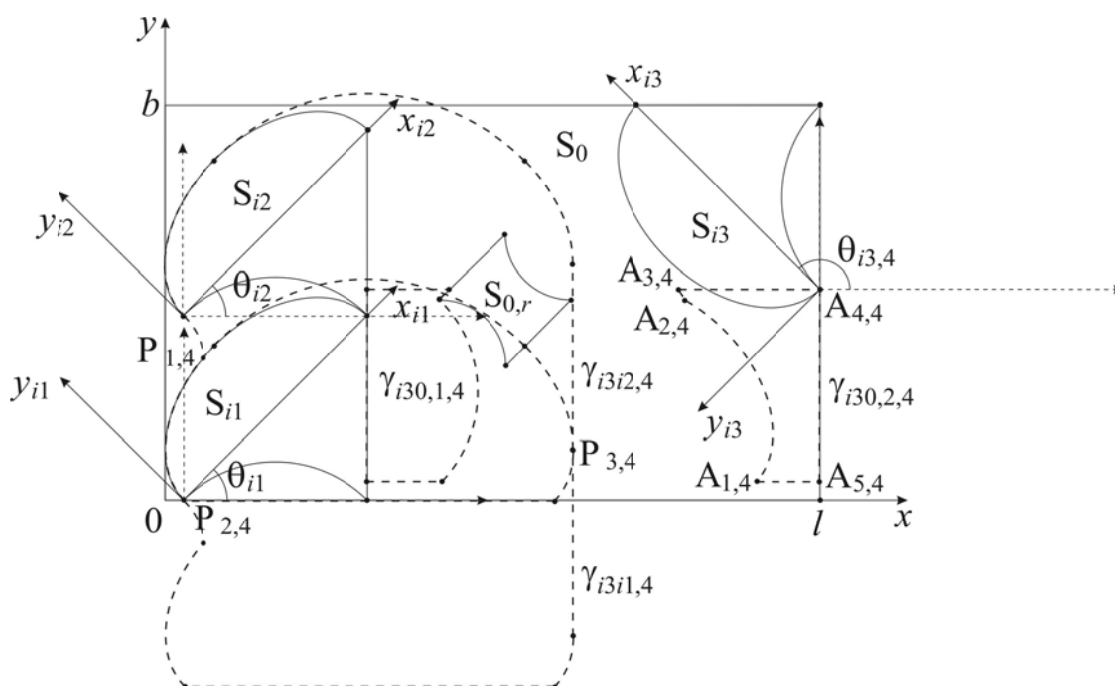


Рис. 7. Розміщення об'єкта  $S_{i_3}(x_{i_3}, y_{i_3}, \theta_{i_3})$

Для знаходження припустимих точок розміщення початку локальної системи координат об'єкта  $S_{i_3}(x_{i_3}, y_{i_3}, \theta_{i_3})$  використовуються перерізи  $\gamma_{i_3 i_1,4}$ ,  $\gamma_{i_3 i_2,4}$  дотику даного об'єкта з розташованими в області  $S_0(0, 0, 0)$  об'єктами



$S_{i_1}(x_{i_1}, y_{i_1}, \theta_{i_1})$  і  $S_{i_2}(x_{i_2}, y_{i_2}, \theta_{i_2})$ , а також переріз дотику  $S_{i_3}(x_{i_3}, y_{i_3}, \theta_{i_3})$  та  $S_0(0, 0, 0)$ , компоненти зв'язності якого –  $\gamma_{i_3 0,1,4}$ ,  $\gamma_{i_3 0,2,4}$ .

У результаті перетину перерізів  $\gamma_{i_3 i_1,4}$  та  $\gamma_{i_3 i_2,4}$  одержано точки  $P_{1,4}$ ,  $P_{2,4}$  і  $P_{3,4}$ , але дані точки знаходяться ззовні компонент зв'язності  $\gamma_{i_3 0,1,4}$  і  $\gamma_{i_3 0,2,4}$ . Тоді припустимими точками для розміщення початку локальної системи координат об'єкта  $S_{i_3}(x_{i_3}, y_{i_3}, \theta_{i_3})$  є т.  $A_{1,4}, \dots, A_{5,4}$ , з яких обираємо т.  $A_{i_3,4}^* = A_{3,4}$ . Аналогічно визначаються всі точки  $A_{i_3,d+1}^*$  для кожного  $\theta_{i_3,d+1} = d \cdot \frac{2\pi}{n_d}$ ,  $d = 0, \dots, n_d - 1$ , з яких для розміщення початку локальної системи координат об'єкта  $S_{i_3}(x_{i_3}, y_{i_3}, \theta_{i_3})$  обирається та, яка забезпечує мінімальний приріст цільової функції (6).

Розроблений спосіб дозволяє одержати поточний стан системи  $X = \{x_{i_1}, y_{i_1}, \theta_{i_1}, \dots, x_{i_N}, y_{i_N}, \theta_{i_N}\}$ , при цьому обчислюється значення цільової функції  $l(X)$ . Для утворення нового стану системи  $X^* = \{x_1^*, y_1^*, \theta_1^*, \dots, x_N^*, y_N^*, \theta_N^*\}$  можна, наприклад, здійснювати перестановку номерів двох будь-яких об'єктів і проводити їх розміщення відповідно до нової перестановки з урахуванням обмежень (7)÷(9). Надалі обчислюється приріст енергії системи  $\Delta E = l(X^*) - l(X)$ . Якщо  $\Delta E < 0$ , то система здійснює перехід із стану  $X$  у стан  $X^*$ . У протилежному випадку перехід до стану  $X^*$  здійснюється із ймовірністю  $p\left(\frac{\Delta E}{T}\right) = e^{-\frac{\Delta E}{T}}$ .

Таким чином, обираючи початкове  $T_0$  та кінцеве  $T_{\min}$  значення температури  $T$ , яка знижується протягом часу, здійснюється оптимізація цільової функції задачі (6), при цьому генерація кожного наступного стану системи відбувається із урахуванням обмежень (7)÷(9).

Оцінка складності розробленого модифікованого методу імітації відпалу є такою:

$$O_2 = N_p(T_0, T_{\min}, q) \cdot \sum_{i=1}^N n_d \cdot \left( 2 + 3 \cdot \left( \sum_{k=1}^{i-1} n_{\gamma_{ik}} + \sum_{r=1}^{N_R} n_{\gamma_{i0,r}} \right) + \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{j=k+1}^{i-1} n_{\gamma_{ij}} \cdot n_{\gamma_{ik}} + \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{r=1}^{N_R} n_{\gamma_{ik}} \cdot n_{\gamma_{i0,r}} \right); \quad (11)$$

де  $N_p(T_0, T_{\min}, q)$  – кількість станів системи;  $N$  – кількість об'єктів розміщення;  $N_R$  – кількість областей «заборони»;  $n_d$  – параметр дискретизації кута повороту  $i$ -го об'єкта;  $n_{\gamma_{ij}}$  – кількість фрагментів контуру, що описує дотик об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та  $S_j(x_j, y_j, \theta_j)$ ;  $n_{\gamma_{ik}}$  – кількість фрагментів контуру, що описує дотик об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та  $S_k(x_k, y_k, \theta_k)$ ;  $n_{\gamma_{i0,r}}$  – кількість фрагментів контуру дотику об'єктів  $S_i(x_i, y_i, \theta_i)$  та областей «заборони»  $S_{0,r}(x_{0,r}, y_{0,r}, 0)$ .

У роботі наведено особливості модифікованого методу імітації відпалу для окремих оптимізаційних задач, що витікають із загальної постановки. Порівняння оцінок складності (10) та (11) дозволила зробити висновок про доцільність використання модифікованого методу імітації відпалу для розв'язання практичних задач оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях.

У **четвертому розділі** наведено алгоритм та результати комп'ютерного моделювання оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях.

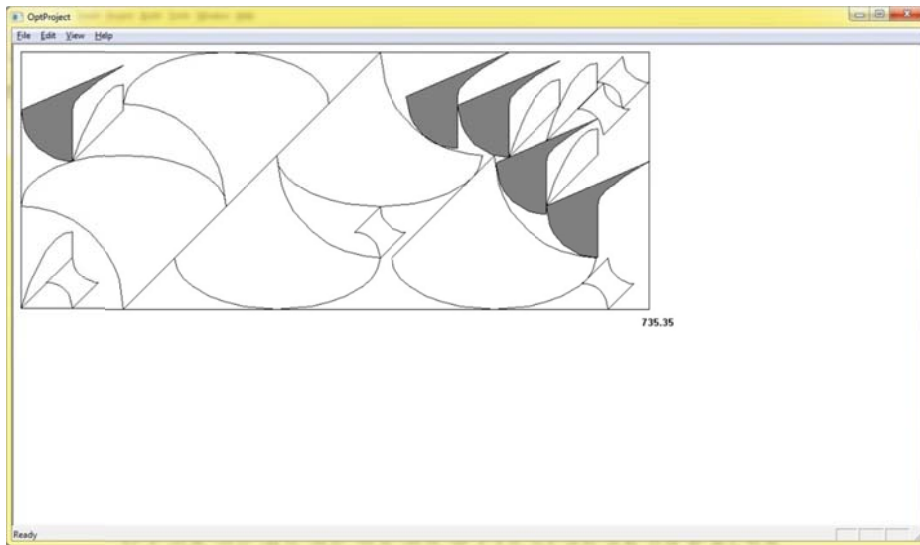
Для обґрунтування вірогідності створених моделей та методів було зроблено порівняння результатів, одержаних за допомогою розробленого у середовищі Visual C++ програмного забезпечення, з наведеними у літературних джерелах. Так, при розв'язанні відомої задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів у прямокутній однозв'язній області з фіксованими метричними характеристиками, яка характерна для меблевого виробництва, було досягнуто зменшення коефіцієнта заповнення матеріалу.

Для розв'язання загальної та окремих задач оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній багатозв'язній області змінної довжини було розглянуто чотири типів об'єктів розміщення, елементами границь яких є дуги кіл, еліпсів, парабол, гіпербол, а також відрізки прямих. У роботі наведено метричні характеристики об'єктів та області розміщення, при цьому фрагменти кривих другого порядку було задано за допомогою відповідних рівнянь.

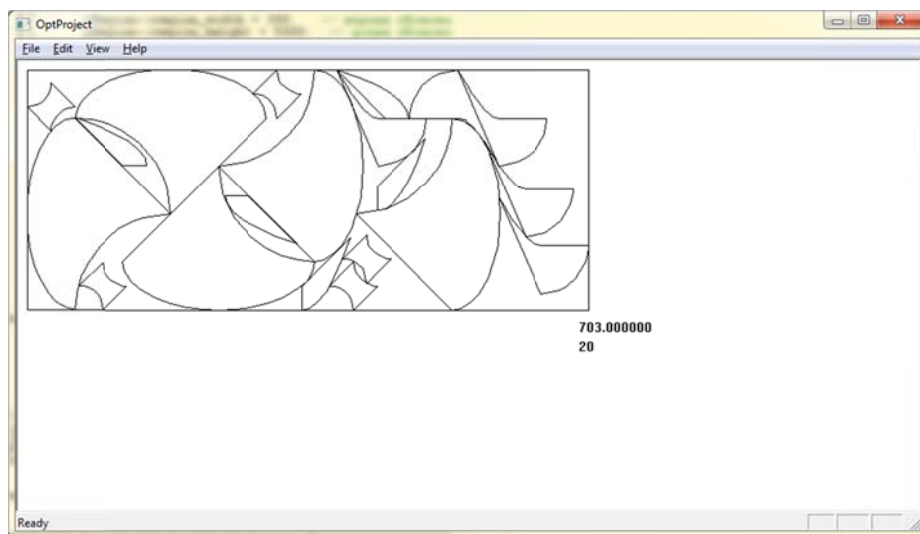
Для проведення розрахунків було використано комп'ютер з процесором Intel Core2 1,80 GHz, а параметри модифікованого методу імітації відпалу становили:  $T_0 = 500$ ,  $T_{\min} = 20$ ,  $q = 0,7$ ,  $p\left(\frac{\Delta E}{T}\right) \geq 0,7$ .

На рис. 8, а наведено результат комп'ютерного моделювання оптимального розміщення  $N = 20$  плоских орієнтованих (виділені темним кольором) та неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній однозв'язній області змінної довжини. Порівняно з розміщенням орієнтованих об'єктів у зазначеній області відбувається зменшення цільової функції (довжини зайнятої частини області) на 13,6% (параметр дискретизації кута повороту об'єктів  $n_d = 2$ ). На рис. 8, б наведено розміщення неорієнтованих об'єктів у прямокутній

однозв'язній області змінної довжини. Слід відзначити, що спостерігається зменшення цільової функції порівняно з розміщенням орієнтованих об'єктів на 17,4% ( $n_d = 4$ ).



а)

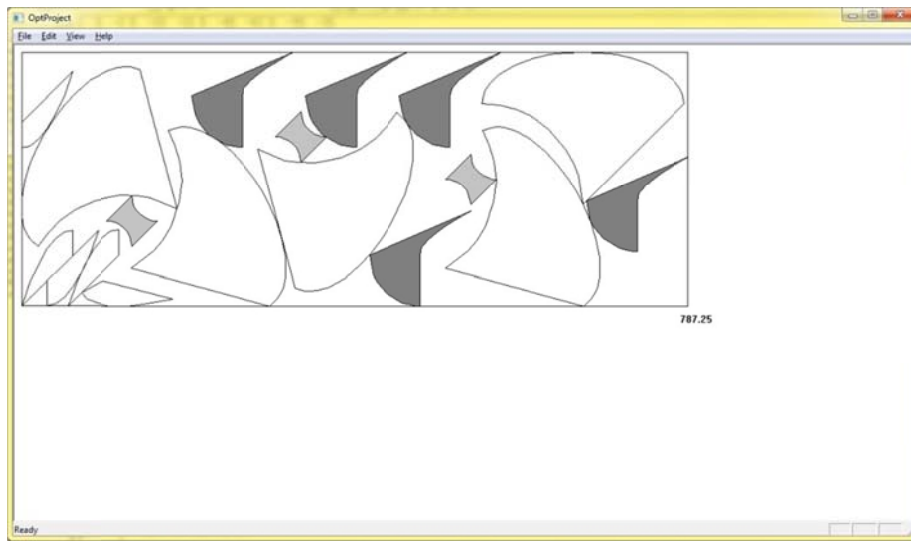


б)

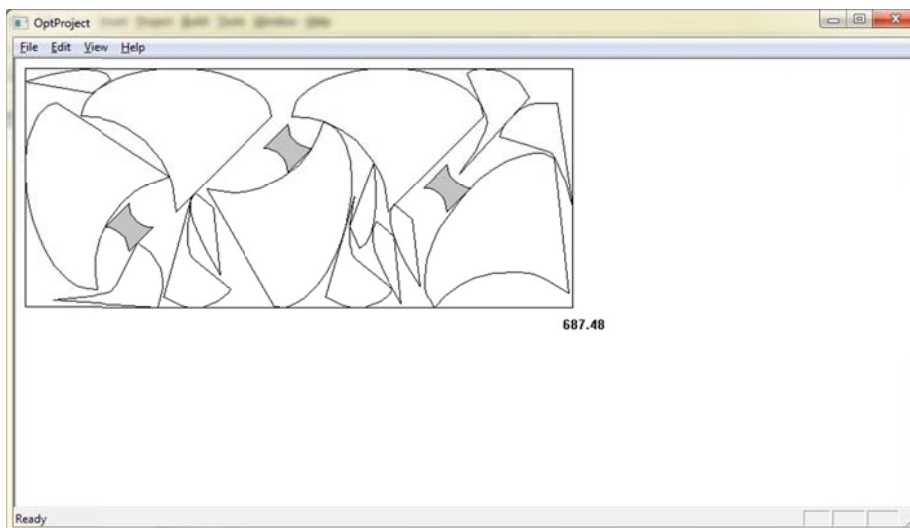
Рис. 8. Результати комп'ютерного моделювання оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній однозв'язній області змінної довжини

При розв'язанні задачі оптимального розміщення  $N = 15$  плоских орієнтованих (виділені темним кольором) та неорієнтованих об'єктів (рис. 9, а,  $n_d = 6$ ), а також тільки неорієнтованих об'єктів (рис. 9, б,  $n_d = 7$ ) у прямокутній багатозв'язній області змінної довжини (3 області «заборони») досягнуто зменшення цільової функції на, відповідно, 13,3% та 24,3% порівняно із задачею

оптимального розміщення орієнтованих об'єктів у даній області.



а)



б)

Рис. 9. Результати комп'ютерного моделювання оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній багатозв'язній області змінної довжини

Таким чином, використання неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями (порівняно з орієнтованими об'єктами) у якості об'єктів розміщення призводить до зменшення цільової функції задачі. Тобто при розв'язанні прикладних задач за відсутності жорстких обмежень на орієнтацію реальних об'єктів їх доцільно представляти за допомогою саме класу неорієнтованих об'єктів, або розглядати змішані задачі, де певні об'єкти розміщення можуть бути представленими за допомогою орієнтованих об'єктів, а деякі – за допомогою неорієнтованих.

Слід зауважити, що вибір параметра дискретизації кутів повороту локальних систем координат неорієнтованих об'єктів є довільним і залежить від особливостей задачі оптимального розміщення, обчислювальних ресурсів тощо. При цьому постійне збільшення значення параметра дискретизації кута повороту локальних систем координат неорієнтованих об'єктів розміщення не призводить до постійного зменшення значень цільової функції задачі.

Практична значущість одержаних результатів оптимального розміщення неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях підтверджується їх впровадженням у виробництво та у навчальний процес Національного університету цивільного захисту України.

## ВИСНОВКИ

Дисертацію присвячено розробці методу геометричного моделювання перерізів поверхні дотику плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями для оптимізації розміщення зазначеного класу об'єктів у багатозв'язних областях.

*Значення для науки* даної роботи полягає у подальшому розвитку класу задач оптимізаційного геометричного проектування за рахунок розробки моделей та методів геометричного моделювання оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних областях змінної довжини.

*Значення для практики* дисертаційних досліджень полягає у тому, що розроблені моделі та методи дозволили здійснити побудову карт розкрою з більш економним використанням матеріалу за рахунок розв'язання задачі оптимізації та використання неорієнтованих об'єктів розміщення, дозволили врахувати наявні дефекти матеріалу або розв'язувати задачу оптимізації з урахуванням вже розміщених геометричних об'єктів, дозволили скоротити час формування карт розкрою за рахунок автоматизації їх моделювання.

*При цьому отримано результати, що мають науково-практичну цінність:*

1. Здійснено аналіз літературних джерел за темою дисертаційних досліджень, який дозволив зробити висновок про те, що на теперішній час не існує моделей та методів оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних областях змінної довжини. Здійснено постановку задачі оптимального розміщення неорієнтованих об'єктів у багатозв'язних та однозв'язних областях, задач одночасного розміщення неорієнтованих та орієнтованих геометричних об'єктів і задач оптимального розміщення орієнтованих об'єктів у зазначених областях.

2. Побудовано загальну модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній багатозв'язній області змінної довжини та досліджено її особливості у випадку одночасного розміщення неорієнтованих та орієнтованих об'єктів (тільки орієнтованих об'єктів) у багатозв'язних та

однозв'язних областях. Відзначено, що цільова функція є неаналітичною, а обмеження моделі є як лінійними, так і нелінійними, причому їх загальна кількість дорівнює  $C_N^2 + N \cdot (1 + N_R)$ . Область припустимих розв'язків, у загальному випадку, є обмеженою та незв'язною. Це дозволило розробити обґрунтовані методи оптимального розміщення неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у заданих областях.

3. Розроблено метод геометричного моделювання перерізів поверхні дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями, а також перерізів поверхні дотику зазначених об'єктів із багатозв'язною областю розміщення, що дозволило формалізувати та надати геометричну інтерпретацію обмеженням побудованої загальної моделі оптимального розміщення зазначених об'єктів у багатозв'язних областях. Зроблено висновок, що у загальному випадку умова дотику двох плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями може бути представлена гіперповерхнею у просторі  $R^6$ .

4. Розроблено модифіковані методи оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних та однозв'язних областях змінної довжини, основою яких є метод імітації відпалу, метод гілок та меж. Порівняння оцінок складності розроблених методів дозволило обґрунтувати використання модифікованого методу імітації відпалу для розв'язання практичних задач оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних та однозв'язних областях, а також розробити алгоритмічне та програмне забезпечення.

5. Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, здійснено комп'ютерне моделювання оптимального розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних однозв'язних та багатозв'язних областях змінної довжини. Це дозволило з позицій прикладної геометрії розв'язувати широке коло практичних задач, які у своїх постановках можуть бути зведеними до задач оптимального розміщення неорієнтованих об'єктів, а також здійснити більш економне використання матеріалу у порівнянні із розміщенням аналогічних орієнтованих об'єктів (досягається зменшення цільової функції від 13,3% до 24,3%).

6. Результати дисертаційного дослідження впроваджено у виробництво ТОВ «Великий шлях 21А» (м. Охтирка, Сумська обл.) та у навчальний процес Національного університету цивільного захисту України при викладанні дисципліни «Системний аналіз та моделювання».

Подальший розвиток одержаних результатів дисертаційного дослідження може бути спрямований на розробку моделей та методів:

– оптимального розміщення неорієнтованих об'єктів у багатозв'язних та незв'язних областях з кусочно-нелінійними границями;

– упаковки тривимірних об'єктів з нелінійними границями у заданих областях.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### Статті у наукових міжнародних виданнях

1. Chaplya Yu. Development the methods of optimum placement undirected planar objects with piecewise non-linear boundaries in the multiply area / Yu. Chaplya, O. Sobol // ECONTECHMOD. An international quarterly journal. – 2016, Vol.5, No.2. – P. 39-44.

*Особисто здобувачем розроблено модель та методи оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних областях змінної довжини. Надано порівняльну оцінку розроблених методів.*

### Статті у наукових фахових виданнях

2. Комяк В.М. Постановка задачі оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / В.М. Комяк, О.М. Соболев, Ю.С. Чапля // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 91. – К.: КНУБА, 2013. – С. 127-130.

*Особисто здобувачем сформульовано постановку задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у заданих областях.*

3. Комяк В.М. Математична модель оптимізації розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / В.М. Комяк, О.М. Соболев, Ю.С. Чапля // Вестник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2014. – Вып. 3(50). – С. 300-305.

*Особисто здобувачем розроблено математичну модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у заданих областях.*

4. Комяк В.М. Метод оптимізації розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній області змінної довжини / В.М. Комяк, О.М. Соболев, Ю.С. Чапля // Наукові нотатки. Міжвузівський збірник. Вип. 48 – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – С.107-111.

*Особисто здобувачем розроблено метод оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутній однозв'язній області змінної довжини.*

5. Чапля Ю.С. Модель та метод оптимізації розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язній області / Ю.С. Чапля // Вестник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2015. – Вып. 3(54). – С. 625-629.

6. Соболев О.М. Моделювання оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у заданих областях / О.М. Соболев, Ю.С. Чапля // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 93. – К.: КНУБА, 2015. – С. 79-85.

*Особисто здобувачем здійснено комп'ютерне моделювання оптимального*

*розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у однозв'язних та багатозв'язних областях.*

### **Матеріали і тези конференцій**

7. Соболев О.М. Спосіб побудови 0-рівня Ф-функції для плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / О.М. Соболев, Ю.С. Чапля // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць – Мелітополь: Вид-во МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Вип. 3. – С. 119-125.

*Особисто здобувачем розроблено спосіб побудови перерізу поверхні дотику двох плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями.*

8. Чапля Ю.С. Геометрична інформація в задачах оптимізації розміщення плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / Ю.С. Чапля, А.В. Попова, О.М. Соболев // Матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності» (22-23 квітня 2014 р., м. Київ). – К.: НТУУ «КПІ», 2014. – С. 214-219.

*Особисто здобувачем досліджено поняття геометричної інформації для плоского неорієнтованого об'єкта з кусочно-нелінійними границями.*

9. Чапля Ю.С. Метод пошуку глобального екстремуму цільової функції в задачі оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями / Ю.С. Чапля, О.М. Соболев // Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності» (23-24 квітня 2015 р., м. Київ). – К.: ДІА, 2015. – С. 213-218.

*Особисто здобувачем розроблено модифікований метод гілок та меж для розв'язання задач оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у заданих областях.*

10. Чапля Ю.С. Загальна модель оптимізації розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язній області / Ю.С. Чапля, О.М. Соболев // Тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми механіки та фізико-хімії конденсованого стану речовини» (17-19 вересня 2015 р. м. Миколаїв). – Миколаїв: МНУ, 2015. – С. 242-245.

*Особисто здобувачем розроблено загальну модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях та досліджено її особливості.*

### **АНОТАЦІЯ**

**Безугла Ю.С. Геометричне моделювання розміщення неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у багатозв'язних областях. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара



Міністерства освіти і науки України, Дніпро, 2016.

Робота присвячена розробці методу геометричного моделювання перерізів поверхні дотику плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями для оптимізації розміщення зазначеного класу об'єктів у багатозв'язних областях.

Побудовано модель оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних областях змінної довжини та досліджено її особливості. Створено модифіковані методи гілок та меж, імітації відпалу, одержано оцінки складності методів, а також розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, що дозволило здійснити комп'ютерне моделювання оптимального розміщення плоских неорієнтованих об'єктів з кусочно-нелінійними границями у прямокутних багатозв'язних областях змінної довжини.

**Ключові слова:** неорієнтований об'єкт з кусочно-нелінійними границями, багатозв'язна область розміщення, метод геометричного моделювання.

### АННОТАЦІЯ

**Безуглая Ю.С. Геометрическое моделирование размещения неориентированных объектов с кусочно-нелинейными границами в многосвязных областях. – Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.01.01 – Прикладная геометрия, инженерная графика. – Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара Министерства образования и науки Украины, Днепр, 2016.

Работа посвящена разработке метода геометрического моделирования сечений поверхности касания плоских неориентированных объектов с кусочно-нелинейными границами для оптимизации размещения указанного класса объектов в многосвязных областях.

Анализ существующих моделей и методов прикладной геометрии, разработанных различными научными школами Украины, а также моделей и методов оптимизационного геометрического проектирования, созданных как отечественными, так и зарубежными учеными, не выявил таких, которые можно было бы применить для решения задачи оптимального размещения плоских неориентированных объектов с кусочно-нелинейными границами в многосвязных областях. Был сделан вывод о необходимости проведения научных исследований, направленных на геометрическое моделирование оптимального размещения указанного класса объектов в соответствующих областях, поскольку данные задачи актуальны и имеют практическую значимость.

Исследовано понятие геометрической информации о плоских неориентированных геометрических объектах с кусочно-нелинейными границами и многосвязных областях размещения, в которых области «запрета» представлены как ориентированные объекты с кусочно-нелинейными границами. Это позволило получить геометрические модели реальных объектов

и сформулировать обобщенную постановку задачи оптимального размещения плоских неориентированных объектов с кусочно-нелинейными границами в многосвязных областях, из которой вытекают 6 частных.

Разработана обобщенная модель оптимального размещения плоских неориентированных объектов с кусочно-нелинейными границами в многосвязной прямоугольной области переменной длины и исследованы ее особенности, которые заключаются в следующем: целевая функция – неаналитическая; ограничения модели являются, в общем случае, кусочно-нелинейными; общее количество ограничений равно  $C_N^2 + N \cdot (1 + N_R)$ ; область допустимых решений задачи определяется в многомерном пространстве  $R^{3N+1}$  и, при этом, ограничена и несвязная. Это позволило построить частные модели оптимального размещения неориентированных и ориентированных объектов как в многосвязных, так и в односвязных областях.

Впервые разработан метод геометрического моделирования сечений поверхности касания двух плоских неориентированных геометрических объектов с кусочно-нелинейными границами, а также сечений поверхности касания плоского неориентированного объекта с кусочно-нелинейными границами и прямоугольной многосвязной области размещения переменной длины. Это позволило получить геометрическую интерпретацию ограничений обобщенной оптимизационной модели и разработать обоснованные методы оптимального размещения плоских неориентированных геометрических объектов с кусочно-нелинейными границами в многосвязных областях.

Разработан модифицированный метод ветвей и границ, а также модифицированный метод имитации отжига для оптимизации размещения плоских неориентированных объектов с кусочно-нелинейными границами в прямоугольных многосвязных областях переменной длины. Полученные оценки сложности разработанных методов свидетельствуют о целесообразности использования для решения прикладных задач именно модифицированного метода имитации отжига.

Разработано алгоритмическое и программное обеспечение, осуществлено компьютерное моделирование оптимального размещения плоских неориентированных геометрических объектов с кусочно-нелинейными границами в прямоугольных односвязных и многосвязных областях переменной длины. Это позволило с позиций прикладной геометрии рассматривать широкий круг практических задач, которые в своих постановках могут быть сведены к задачам оптимизационного размещения неориентированных объектов, а также осуществить более экономное использование материала по сравнению с размещением аналогичных ориентированных объектов (достигается уменьшение целевой функции от 13,3% до 24,3%).

Практическая значимость результатов исследования подтверждается их внедрением в производство и учебный процесс.

**Ключевые слова:** неориентированный объект с кусочно-нелинейными границами, многосвязная область размещения, метод геометрического

моделирования.

### ABSTRACT

**Bezugla Yu.S. Geometric modeling the placement of non-oriented objects with sectional nonlinear borders in multiply connected areas. – The manuscript.**

Thesis for a Doctor of Philosophy degree in specialty 05.01.01 – Applied geometry, engineering graphics. – Oles Honchar Dnipropetrovsk National University of Ministry of Education and Science of Ukraine, Dnipro, 2016.

The work is aimed to develop a geometric modeling method of contact surface sections for non-oriented flat objects with sectional nonlinear borders and its application to optimize the placement of these objects in multiply connected areas.

The model of optimization placement of non-linear flat objects with sectional nonlinear borders in rectangular multiply connected areas with variable length is developed and their features are researched. The modified branch and bound method and simulated annealing method are created. The estimates of complexity for the methods are given. Development of algorithm and software allows make the computer modeling of optimum placement of non-linear flat objects with sectional nonlinear borders in rectangular multiply connected areas with variable length.

**Keywords:** non-oriented object with sectional nonlinear borders, multiply connected area, geometric modeling method.

Підписано до друку 31.10.2016. Формат 60x84/16.  
Папір 80 г/м<sup>2</sup>. Друк ризограф. Ум.друк. арк. 1,0  
Тираж 100 прим. Вид. № 145/16. Зам. № 331/16.  
Відділення редакційно-видавничої діяльності  
Національного університету цивільного захисту України  
61023, м. Харків, вул. Чернишевська, 94