



## ВІДГУК

**офіційного опонента на дисертацію  
Зеленського Анатолія Григоровича на тему:  
«Варіант математичної теорії нетонких пружних пластин  
і пологих оболонок при статичному навантаженні»,  
що подана на здобуття наукового ступеня доктора  
фізико-математичних наук за спеціальністю  
01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла**

### **Актуальність теми дисертації.**

Однорідні і багатошарові пластини і пологі оболонки довільної товщини застосовуються в різних об'єктах сучасної промисловості. Для забезпечення надійності таких конструкцій потребуються для їх розрахунків ефективні теорії та дієві методи розв'язання відповідних їм граничних задач з урахуванням всіх компонентів напружено-деформованого стану (НДС) і граничних ефектів.

Розрахунки на основі класичних теорій вказаних елементів, які зазнають дії локальних навантажень, мають отвори, різке змінювання механічних і геометричних характеристик, а також за немалої товщини та в інших випадках великого градієнта змінювання НДС, призводять до незадовільних результатів. Уточнені теорії, які ґрунтуються на певних гіпотезах, також можуть не давати результатів прийнятної точності, а клас задач, для яких вони адекватно описують НДС, потребує уточнення. Існуючі варіанти математичної теорії (МТ) пластин і оболонок ґрунтуються на розвиненні компонентів НДС у різні нескінченні математичні ряди і не містять гіпотез, але потребують вдосконалення і підвищення ефективності за точністю і можливістю реального аналітичного розв'язання граничних задач з отриманням числових результатів. Розв'язок граничних задач для вказаних елементів на основі тривимірних рівнянь теорії пружності є достатньо складною проблемою математичної фізики. Звідси слідує обґрунтування вибору актуальної наукової проблеми для дослідження і її вирішення. У дисертаційній роботі А. Г. Зеленського вирішена актуальна наукова проблема механіки деформівного твердого тіла, яка полягає в побудові нових ефективних варіантів МТ фізично лінійних і нелінійних за Каудерером однорідних і шаруватих пластин та пологих оболонок довільної товщини при будь-якому статичному поперечному навантаженні з позицій тривимірної теорії пружності, розробленні нових аналітичних точних і наближе-

них методів розв'язання систем диференціальних рівнянь (СДР) високих порядків, отриманні частинних і загальних розв'язків граничних задач варіантів МТ вказаних елементів та числових залежностей НДС від механіко-геометричних характеристик, типу навантаження, граничних умов і наближень у побудованих варіантах. Фундаментальність вирішення цієї наукової проблеми ґрунтується на реальній можливості аналітичного розв'язку граничних задач для вказаних пластин і оболонок і визначення НДС з високою точністю.

### **Ступінь обґрунтованості та достовірності наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації.**

Достовірність наукових положень, висновків та рекомендацій дисертаційної роботи забезпечується: 1) математичною та фізичною коректністю формулювання граничних задач; 2) строгим математичним підходом до їх розв'язування з формулюванням і доведенням необхідних теорем про збіжність рядів і єдиність розв'язку; 3) дослідженням точності розв'язків; 4) аналітичними граничними переходами, які приводять до відомих теорій пластин і оболонок; 5) перевіркою на тестових задачах; 6) порівняннями з точними результатами та для окремих частинних випадків з відомими в літературі результатами, які одержані в рамках інших теорій; 7) апробацією матеріалів дисертаційної роботи на Всеукраїнських і Міжнародних наукових конференціях, семінарах різних рівнів; 8) апробацією досліджень за тематикою дисертаційної роботи у наукових публікаціях різних рівнів.

Тому вважаю, що наукові положення, висновки та рекомендації, що представлені у дисертаційній роботі, є обґрунтованими та достовірними.

### **Наукова новизна дисертаційної роботи.**

До нових наукових результатів, отриманих у роботі, можна віднести наступні:

1. Розроблено методологію побудови нових варіантів МТ однорідних і шаруватих фізично лінійних та нелінійних за Каудерером пластин і пологих оболонок довільної сталості товщини при будь-якому поперечному навантаженні.

#### **2. Уперше:**

– на основі створеної методології побудовані нові варіанти МТ однорідних і шаруватих фізично лінійних та нелінійних за Каудерером пластин і пологих оболонок довільної сталості товщини при будь-якому поперечному навантаженні; отримані в явному вигляді СДР у вищих наближеннях вказаних елементів, що дає реальну можливість визначати їх НДС з високою точністю;

– тривимірна задача статички для нетонких ортотропних і ізотропних фізично нелінійних пластин та пологих оболонок на основі варіантів МТ зведена методом збурень у явному вигляді до нескінченної рекурентної послідовності двовимірних лінійних крайових задач;

– розроблено новий і узагальнено операторний метод зведення неоднорідних ДР з частинними похідними високих порядків до неоднорідних ДР 2-го порядку; розроблено новий метод інтегрування неоднорідних СДР рівноваги нетонких однорідних і шаруватих фізично лінійних і нелінійних пластин, який зводить їх до однорідних і неоднорідних ДР 2-го порядку; отримані загальні розв’язки неоднорідних СДР у варіантах МТ нетонких лінійних і нелінійно пружних пластин через загальні розв’язки однорідних і неоднорідних ДР 2-го порядку;

– розроблені нові наближені аналітичні методи: а) розв’язання СДР високих порядків теорії пластин і пологих оболонок довільної сталої товщини; б) зведення СДР рівноваги пологих оболонок довільної сталої товщини з використанням методів збурень і послідовних наближень до рекурентної послідовності СДР для кососиметричного і симетричного деформування пластин, розв’язання яких зводиться до ДР 2-го порядку;

– у МТ товстих трансропних пластин: а) отримані частинні і загальні розв’язки СДР високих порядків при вісесиметричних переривчастих і зосереджених навантаженнях (по колу, кільцю, кругу, в центрі) з використанням інтегрального перетворення Ганкеля до отриманих неоднорідних ДР 2-го порядку; б) одержані аналітичні розв’язки граничних задач з урахуванням крайових ефектів для півнескінчених, круглих і кільцевих пластин за різних граничних умов на бічній поверхні і різних поперечних навантаженнях; в) розроблено нову методологію знаходження фундаментальних розв’язків ДР у високих наближеннях, отримані фундаментальні розв’язки.

– у МТ поставлені граничні задачі для ортотропних і ізотропних фізично нелінійних пластин і пологих оболонок та отримані загальні розв’язки в тригонометричних рядах; у новій постановці отримані аналітичні розв’язки при граничних умовах Нав’є.

3. Доведені теореми про збіжність рядів для напружень, переміщень (у методі збурень), обґрунтована однозначність розв’язків другої основної граничної задачі.

4. У новій постановці отримані аналітичні розв’язки СДР варіантів МТ нетонких трансропних пластин та пологих оболонок в тригонометричних рядах при плавних, швидкозмінюваних по області, локальних і зосереджених навантаженнях.

5. Створені пакети математичних програм на мові ФОРТРАН для розв'язання в новій постановці граничних задач по знаходженню внутрішнього НДС однорідних трансропних, ортотропних, фізично нелінійних пластин і пологих оболонки, двошарових і тришарових трансропних пластин довільної сталі товщини при різних навантаженнях. Досліджені крайові ефекти однорідних пластин. Отримані числові залежності НДС від механіко-геометричних характеристик, типу навантаження; визначені межі застосування теорії Тимошенка-Рейснера і наближень варіантів МТ, одержати нові якісні ефекти і важливі висновки.

### **Теоретичне і практичне значення отриманих результатів.**

Теоретичне значення отриманих в дисертації результатів полягає в можливості безпосереднього застосування побудованих нових варіантів МТ однорідних і шаруватих фізично лінійних та нелінійних пластин і пологих оболонки довільної сталі товщини, та використання розроблених нових аналітичних методів розв'язання граничних задач для вказаних елементів з високою точністю. Теоретичні результати впроваджені: 1) у наукові програми і теми ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури" на кафедрі будівельної механіки та опору матеріалів за планами наукових досліджень держбюджетної науково-дослідної тематики (є довідка); 2) у навчальному процесі з курсу теорії пружності для студентів будівельного факультету (є акт впровадження). Можуть бути також використані в спецкурсах, у науковій роботі аспірантів, магістрів.

Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості використання їх в НДІ і проектних організаціях для високоточних розрахунків і проектування сучасних конструкцій. Результати впроваджені в ООО "Укррезервуарсервіс" (є акт впровадження).

### **Повнота викладу наукових положень, висновків, результатів і рекомендацій в опублікованих роботах.**

За темою дисертації опубліковано 100 наукових праць (85 праць в одноосібному авторстві): 36 тез матеріалів всеукраїнських та міжнародних наукових конференцій (33 тези в одноосіб. авт.); 64 наукові статті (52 статті в одноосіб. авт.); 51 стаття – у фахових виданнях України (46 в одноосіб. авт.), в тому числі 29 статей у фахових виданнях України з фізико-математичних наук (26 в одноосіб. авт., 1-а з яких входить у міжнародні наукометричні бази); 6 статей (5 в одноосіб. авт.) у зарубіжних англомовних виданнях (1 стаття в Scopus (в одноосіб. авт.); 3 статті (в одноосіб. авт.), які входять до престижних міжнародних наукометричних баз; 2 статті (1 стаття в одноосіб. авт.) у зарубіжних колективних англомовних

монографіях); 7 статей у наукових виданнях України (2 статті входять до міжнародних наукометричних баз (1 в односіб. авт.); 5 статей у співавторстві). Основні положення і результати наукових досліджень дисертаційної роботи А. Г. Зеленського повною мірою доповідались та обговорювались на наукових конференціях та семінарах різного рівня.

Представлені публікації в повній мірі відображають основні положення та результати дисертаційної роботи. Автореферат повністю відповідає змісту дисертації.

### **Оцінка змісту дисертаційної роботи.**

Дисертація складається з анотації, вступу, восьми розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків. Загальний обсяг роботи—503 сторінки, з яких основного тексту дисертації – 305 сторінок. Вона містить також 47 рисунків, 70 таблиць, список використаних джерел із 453 найменувань на 38 сторінках та 8 додатків на 117 сторінках.

В **анотації** наведено загальну характеристику роботи і список опублікованих праць за темою дисертації.

У **вступі** сформульована наукова проблема, яка вирішена, обґрунтовано вибір теми дисертації і її актуальність, сформульовано мету і завдання дослідження, визначено об'єкт, предмет та методи наукового дослідження. Викладено обґрунтованість і достовірність отриманих результатів, наукову новизну, теоретичне і практичне значення результатів дослідження, наведені відомості про особистий внесок здобувача, про апробацію і публікації результатів дисертаційної роботи, зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

У **першому** розділі наведений огляд наукових праць в області лінійно та нелінійно пружних однорідних та шаруватих пластин і оболонок. Проаналізовані класичні, уточнюючі, математичні теорії, тривимірні граничні задачі і обґрунтовано напрям досліджень.

У **другому** розділі обґрунтовано вибір аналітичного напрямку досліджень, сформульована методологія побудови нових варіантів МТ нетонких однорідних і шаруватих лінійно і нелінійно пружних пластин і пологих оболонок при довільному статичному поперечному навантаженні; наведені нові розроблені і розвинуті методи зведення неоднорідних СДР високих порядків варіантів МТ до ДР 2-го порядку.

У **третьому** розділі на основі створеної методології побудовано новий варіант МТ нетонких трансропних пластин. Отримані загальні розв'язки неоднорідних СДР рівноваги високих порядків при довільних поперечних навантаженнях, у тому числі при локаль-

них і зосереджених. Розроблені аналітичні методи розв'язання граничних задач; отримані числові результати для широких меж змінення механіко-геометричних характеристик і важливі висновки; досліджені крайові ефекти. Доведені теореми про збіжність рядів для напружень і про однозначність розв'язку другої основної задачі.

У **четвертому** розділі уперше побудовано новий варіант МТ ортотропних та ізотропних фізично нелінійних пластин довільної сталої товщини з використанням методу збурень, розроблені методи розв'язання отриманих СДР рівноваги, одержані загальні розв'язки, числові результати і нові висновки.

У **п'ятому** розділі побудовано новий варіант МТ нетонких трансропних пологих оболонок. Розроблені аналітичні методи розв'язання СДР рівноваги і знайдені їх загальні розв'язки від дії довільних поперечних навантажень, у тому числі при локальних і зосереджених. Доведена теорема про збіжність рядів для напружень. Досліджено НДС, отримані важливі висновки.

У **шостому** розділі уперше побудовано новий варіант МТ нетонких ортотропних та ізотропних фізично нелінійних пологих оболонок з використанням методу збурень, розроблені методи розв'язання СДР і граничних задач, отримані числові результати і нові висновки.

У **сьомому** розділі уперше побудовано новий варіант МТ нетонких шаруватих трансропних і фізично нелінійних пластин і пологих оболонок, розвинено метод послідовних наближень для розв'язання СДР рівноваги і отримані їх загальні розв'язки, одержані числові результати для двошарових і тришарових трансропних пластин і сформульовані важливі висновки.

У **восьмому** розділі розроблені нові наближені аналітичні методи розв'язання СДР рівноваги нетонких пластин і пологих оболонок на основі побудованих варіантів МТ, розв'язані граничні задачі для кругових і півнескінченних пластин при різних навантаженнях і граничних умовах; побудовані фундаментальні розв'язки для товстих пластин; розроблено методи інтегрування СДР рівноваги пологих трансропних оболонок з використанням методів збурень і послідовних наближень. Доведена теорема про збіжність рядів.

У **висновках** наведені підсумки досліджень і вказані основні результати.

У **додатках** наведені формули, коефіцієнти, оператори, диференціальні рівняння, таблиці, графіки, список публікацій здобувача за темою дисертації та

відомості про апробацію результатів дисертації, акти впровадження результатів у навчальний процес ДВНЗ “ПДАБА” і в ООО “Укррезервуарсервіс” та довідка про впровадження результатів у наукові програми і теми ДВНЗ “ПДАБА”.

### **Дискусійні положення дисертаційної роботи та зауваження.**

1. У дисертації (табл. А.21, А.22 додатку А) і авторефераті (табл.5 і 6) наведені показники змінюваності для трансверсально ізотропних пластин у наближеннях К13 і К02 (для кососиметричного і симетричного деформування відносно серединної площини). Не визначені показники змінюваності для наближень К135 і К024, для яких отримані системи диференціальних рівнянь і граничні умови.

2. Здобувач обґрунтовує в дисертації (с. 92) переваги у точності за методикою взаємозв’язаних рівнянь над енергоасимптотичним методом (табл. А.1 додатку А), але не викладає міркувань щодо інших переваг чи недоліків, якщо вони є.

3. У дисертації (с. 97, 98, формули (2.3)–(2.11)) для розуміння суті наведено застосування нового розробленого здобувачем методу зведення неоднорідних ДР високих порядків до неоднорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку на прикладі неоднорідного ДР 4-го порядку. В авторефераті про цей метод сказано доволі непомітно у вигляді двох речень (с. 10, 11). Важливо було б і в дисертації і в авторефераті більш розгорнуто (для рівнянь 8-го, 12-го порядків) описати цей, очевидно, привабливий метод, а не тільки зробити посилання на 10 опублікованих робіт.

4. Здобувачем побудовано новий варіант МТ для фізично лінійних і нелінійних шаруватих пластин і пологих оболонок симетричної і несиметричної структур у наближенні К0-3 (розділ 7) і не побудовано в наближенні К0-5, що було б логічно, ураховуючи, що в наближенні К0-5 побудовані нові варіанти МТ для відповідних однорідних елементів.

5. Скорочені позначення в тексті певним чином ускладнюють його читання.

Проте всі зауваження, з яких третє і четверте більше відносяться до побажань, не знижують наукової цінності і **не впливають на позитивну оцінку** дисертаційної роботи А. Г. Зеленського, яку виконано на високому науковому і математичному рівні.



### **Загальний висновок.**

Автореферат та публікації повністю відтворюють основний зміст дисертації А. Г. Зеленського .

**Загальна оцінка дисертаційної роботи.** Дисертація А. Г. Зеленського є достатньо складною завершеною науковою працею, в якій вирішена актуальна наукова проблема механіки деформівного твердого тіла. Викладення матеріалів дослідження, наукових положень, висновків є доступним для сприйняття. Робота переважно навантажена науковими результатами, занадто об'ємна і складна в теоретичному і науковому плані. Автор успішно вирішив поставлену наукову проблему.

На підставі аналізу автореферату, дисертаційної роботи, авторських публікацій за темою роботи вважаю, що **дисертація А. Г. Зеленського виконана на високому сучасному науковому і математичному рівні**, відповідає всім вимогам до дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук, зокрема «Порядку про присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 р. № 567 (зі змінами), а її автор – Зеленський Анатолій Григорович – заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла.

Професор кафедри механіки

Національного університету “Запорізька політехніка”,

заслужений діяч науки і техніки України,

доктор фізико-математичних наук, професор

В. І. Пожусь



*В. І. Пожусь*