Міністерство освіти і науки України
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

САФРОНОВА
Інга Анатоліївна

УДК 539.3

МОДЕЛІ І АЛГОРИТМИ ПРИСКОРЕННЯ ЗБІЖНОСТІ ІТЕРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ В ЗАДАЧАХ РОЗРАХУНКУ І ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

01.02.04 - Механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Дніпро – 2021

Дисертацією є рукопис.
Роботу виконано у Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара.

Науковий керівник	– доктор технічних наук, професор, Заслужений діяч науки і техніки України **ДЗЮБА Анатолій Петрович,** Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України, професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки.
Офіційні опоненти:	– доктор фізико-математичних наук, професор **СТЕБЛЯНКО Павло Олексійович**, Університет митної справи та фінансів Міністерства освіти і науки України, професор кафедри кібербезпеки та інформаційних технологій;
	– доктор технічних наук, професор, Заслужений діяч науки і техніки України **ГРИЩАК Віктор Захарович**, Запорізький національний університет Міністерства освіти і науки України, завідувач кафедри прикладної математики і механіки.

Захист відбудеться 17 вересня 2021 р. о 14:00 на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 08.051.10 при Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара за адресою:
м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 35, корпус 3, ауд. 25.

З дисертацією можна ознайомитися у Науковій бібліотеці ім. Олеся Гончара Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара за адресою: 49010, м. Дніпро, вул. Казакова, 8.

Відгуки на автореферат просимо надсилати за адресою: 49010, м. Дніпро, просп. Гагаріна, 72, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, вченому секретарю спеціалізованої вченої ради Д 08.051.10.

Автореферат розісланий «___» серпня 2021 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук А. Ю. Дреус

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Проблема розробки ефективних підходів, моделей, методів та алгоритмів розв’язування нелінійних крайових задач механіки оболонок, які широко використовуються в багатьох конструкціях аерокосмічної, хімічної, нафтогазової та інших галузей, та вибір їх оптимальних параметрів належить до однієї з найбільш актуальних проблем механіки деформівного твердого тіла.

Для оболонок з відносно малою товщиною стінки, нерегулярними параметрами жорсткості та складною формою меридіану, до яких відносяться сильфони, як компенсатори теплових переміщень трубопроводів, оболонкові елементи у вигляді мембран, як чутливі елементи вимірювальних приладів та ін., в процесі деформування характерними є значні переміщення, тому відповідна крайова задача є суттєво нелінійною, і для її розв’язання необхідно застосовувати ефективні ітераційні числові алгоритми.

Зменшення обчислювальних витрат на розв’язування таких нелінійних задач є важливим і при розв’язанні задач оптимального проектування складних багатопараметричних конструкцій. Відомо, що кількість ітерацій пошукового оптимізаційного алгоритму часто виявляється досить значною, а враховуючи, що і прямий розрахунок таких об’єктів оптимізації (результати якого необхідні на кожному кроці пошуку для обчислення цільової функції, обмежень, а у деяких випадках і похідних від них) теж достатньо трудомісткий, може бути поставлена під сумнів і сама можливість оптимізації. Очевидною при цьому є необхідність розробки підходів, методів та алгоритмів зменшення обчислювальних витрат на розв’язання таких задач шляхом, зокрема, прискорення збіжності відповідних числових алгоритмів.

Аналіз літературних джерел свідчить про те, що ряд аспектів цієї проблеми залишається все ще недостатньо дослідженим, а відомі моделі і алгоритми прискорення збіжності при практичному використанні часто виявляються недостатньо ефективними, обчислювально трудовитратними та складними.

Тому тема дисертаційної роботи, яка спрямована на розробку алгоритмів прискорення збіжності і, таким чином, на зменшення кількості розрахунків при розв’язуванні нелінійних задач механіки оболонок є досить актуальною.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Проведені у дисертаційній роботі дослідження виконувались у відповідності до тематики держбюджетних науково-дослідних робіт:

- Математичне та експериментальне моделювання втрати несучої здатності елементів конструкцій в умовах накопичення пошкоджень різної природи. № 1–258–12 № ДР 0112U000188 (2012-2014 рр.); - Теоретичні та експериментальні дослідження поведінки та оптимізація конструкцій в умовах накопичення пошкоджень суцільності, корозійного ураження та наявності отворів. № 1–186–09 № ДР 0109U000131 (2009-2011 рр.); - Моделі і методи оптимального проектування неоднорідних конструкцій в умовах контактної взаємодії та агресивних середовищ. № 1–108–06 № ДР 0106U000780 (2006-2008 рр.); - Моделі та методи оптимізації оболонкових та масивних силових елементів конструкцій при екстремальних параметрах зовнішнього навантаження № 1–045–03 № ДР 0103U000537 (2003-2005 рр.), а також науково-дослідних робіт кафедр обчислювальної механіки і міцності конструкцій та теоретичної та комп’ютерної механіки, які виконуються за рахунок другої половини робочого дня:
- Дослідження математичних моделей фізичних процесів методами ідентифікації та рекурентного аналізу із застосуванням інформаційних технологій, № ДР 0119U101053 (2018-2020); - Моделі, методи та алгоритми дослідження неоднорідних елементів конструкцій при статичному та динамічному навантаженнях Рег. № ММФ–803–16,

№ ДР 0116U003316 (2016-2018 рр.); - Актуальні проблеми комп'ютерної механіки динаміки, міцності, стійкості, довговічності та зниження матеріалоємності Рег. № ММФ–83–13 (2013-2015 рр.); - Математичне, комп'ютерне та експериментальне моделювання механічних процесів в задачах контактної взаємодії пружних тіл, несучої здатності та оптимального проектування конструкцій Рег. № ММФ–93–10 (2010-2012 рр.); - Теоретичні, чисельні та експериментальні дослідження контактної взаємодії пружних тіл, динаміки, міцності і стійкості та оптимального проектування конструкцій Рег. № ММФ–96–07 (2007-2009 рр.); - Теоретичне, комп'ютерне та експериментальне моделювання контактної взаємодії динаміки, міцності, несучої спроможності та оптимального проектування в механіці деформівного твердого тіла Рег. № ММФ–102–04 (2004-2006 рр.).

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка нових ефективних методів та алгоритмів прискорення збіжності ітераційних процесів розв'язування нелінійних задач розрахунку і оптимізації неоднорідних оболонкових елементів конструкцій шляхом комп'ютерного моделювання відповідних ітераційних процесів, прогнозування значень наступних кроків послідовних наближень та їх застосування до розв'язання конкретних задач механіки оболонок.

Досягнення мети здійснюється вирішенням наступних основних задач:

- Розробка схем ітераційних алгоритмів шляхом прогнозування значень нелінійних складових за результатами попередніх кроків ітераційного процесу із застосуванням методів імітаційного прогнозування, релаксації, Ейткена – Стеффенсена, квадратичної екстраполяції, екстраполяцій Ньютона та Лагранжа, їх комбінацій та проведення відповідного порівняльного аналізу.
- Узагальнення та модифікація методики перетворень нелінійної крайової задачі до послідовності лінійних задач з використанням аналогів методів змінних параметрів пружності, послідовних навантажень та ін. для різних математичних моделей опису поведінки оболонкових елементів з великими переміщеннями.
- Проведення експериментальних досліджень та порівняння отриманих даних з результатами числових експериментів для обґрунтування достовірності розроблених алгоритмів та адекватності існуючих математичних моделей.
- Розробка ефективних алгоритмів розв'язування нелінійних задач розрахунку і оптимізації параметрів гнучких оболонок обертання зі складною формою меридіану, зокрема, чутливих елементів у вигляді мембран синусоїдального профілю, сильфонів, динамометричних шайб, тощо.
- Побудова алгоритму зменшення обчислювальних витрат в задачах розрахунку оболонок обертання змінної в меридіональному напрямку товщини при несиметричному навантаженні шляхом спільного використання розкладень в ряди Фур'є та розробленого алгоритму прискорення збіжності.
- Розробка моделей та ефективних алгоритмів розрахунку напружено-деформованого стану несиметрично навантажених оболонок обертання зі змінною у двох напрямках жорсткістю із застосуванням дискретно-континуального підходу та алгоритму прискорення збіжності.

Об'єктом дослідження є ітераційні процеси розв'язування нелінійних задач розрахунку і оптимізації параметрів неоднорідних оболонкових елементів конструкцій.

Предметом дослідження є гнучкі тонкостінні неоднорідні оболонкові елементи конструкцій з нерегулярними параметрами (кільцеві пластинки, оболонки обертання з довільною формою меридіану, мембрани синусоїдального профілю, сильфони, оболонки обертання зі змінною у поздовжньому та в обох напрямках товщиною при несиметричному навантаженні, тощо).

Методи дослідження. У роботі застосовано чисельно-аналітичне моделювання процесів нелінійного пружного деформування неоднорідних оболонок обертання. Для розв'язання поставлених задач використовувались математичні моделі нелінійної моментної механіки оболонок, методи числового комп'ютерного моделювання поведінки нелінійних неоднорідних оболонкових елементів; методи розв'язання нелінійний крайових задач; моделі, методи та алгоритми розв'язування задач оптимізації параметрів оболонкових конструкцій; експериментальні методи механіки оболонок.

Наукова новизна отриманих результатів:

- Розроблено нові ефективні алгоритми прискорення збіжності ітераційних процесів розв'язання задач розрахунку і оптимізації параметрів неоднорідних оболонкових елементів конструкцій шляхом прогнозування (на окремих кроках) значень нелінійних параметрів за результатами обчислень, отриманих на попередніх ітераціях.
- Вдосконалено прийоми перетворень нелінійних крайових задач механіки оболонок (їх лінеаризації) для побудови ефективних ітераційних схем та прискорення збіжності їх розв'язування.
- Проведено оригінальні експериментальні дослідження поведінки гнучкої кільцевої пластинки і сильфона та отримані нові результати порівняльного аналізу експериментальних даних та результатів числових досліджень, отриманих шляхом безпосереднього інтегрування крайових задач для існуючих математичних моделей методами прогонки за С. К. Годуновим та скінченних елементів. Обґрунтовано ефективність розроблених алгоритмів.
- Розроблено нову методологію зменшення обчислювальних витрат для розв'язування задач розрахунку оболонок обертання змінної вздовж меридіану жорсткості при несиметричному навантаженні при спільному використанні методу Фур'є та запропонованого алгоритму прискорення збіжності.
- Побудовано новий ефективний підхід до дослідження напружено-деформованого стану оболонок обертання зі змінною у двох напрямках жорсткістю, шляхом спільного застосування модифікованого дискретно-континуального методу прямих та запропонованого алгоритму прискорення збіжності ітераційних процесів.
- Вперше, за допомогою розробленого алгоритму прискорення збіжності, отримано числові розв'язки низки прикладних задач розрахунку і оптимізації параметрів неоднорідних гнучких оболонкових елементів конструкцій зі складною формою меридіану (мембран синусоїдального профілю, сильфонів та ін.), гнучких кільцевих пластин та оболонок обертання змінної жорсткості.

Обґрунтованість та достовірність наукових результатів забезпечується: коректністю розробки розрахункових схем та побудови математичних моделей досліджуваних об'єктів з використанням основних положень механіки неоднорідних оболонкових конструкцій при великих переміщеннях; застосуванням на окремих етапах досліджень відомих і добре апробованих числових методів та подальшим аналізом практичної збіжності ітераційних процесів у цілому; контрольованою точністю обчислень з використанням результатів числових експериментів; апробацією підходу на тестових задачах; відповідністю отриманих результатів фізичному змісту задач та добрим узгодженням результатів досліджень отриманих різними методами, а також з опублікованими результатами інших авторів; результатами проведеного в роботі спеціального експериментального дослідження поведінки гнучких кільцевих пластин та сильфонів.

Теоретичне і практичне значення результатів.

Теоретична цінність роботи полягає у побудові коректного та ефективного підходу і на цій основі методології та алгоритму прискорення збіжності ітераційних процесів розв'язування нелінійних крайових задач механіки неоднорідних оболонок, суть якого полягає у заміні (на окремих етапах ітераційного процесу) повного, часто досить трудомісткого, розрахунку математичної моделі стану конструкції на певні прогнозні значення нелінійних змінних задачі, отриманих на попередніх кроках ітераційного процесу.

Область застосування запропонованої методики може бути поширена на розв'язання багатьох інших проблем нелінійної механіки оболонок та нелінійних задач в інших галузях, а одержані в роботі результати – методологія, алгоритми, дані числових та експериментальних досліджень можуть служити науково-методичною основою для перспективних розробок.

Практична цінність результатів дослідження полягає у можливості безпосереднього використання запропонованого підходу в процесі розробки конструкцій авіа-, ракето-, енерго-, судно- і космічного машинобудування та в інших галузях, як ефективного засобу розв'язування нелінійних (зокрема крайових) задач та задач оптимізації параметрів оболонкових елементів зі складною формою меридіану, зокрема, при проектуванні мембран синусоїдального профілю найбільшої чутливості, розрахунку гнучких сильфонів, оболонок з раціональною, змінною уздовж меридіана та у двох напрямках жорсткістю, тощо.

Теоретичні та практичні результати, які склали основу дисертації у вигляді методичного, алгоритмічного і програмного забезпечення та результатів їх реалізації, вже знайшли своє застосування при виконанні низки держбюджетних тем: №№ ДР: 0103U000537 (2003-2005 рр.), 0106U000780 (2006-2008 рр.), 0109U000131 (2009-2011 рр.), 0112U000188 (2012-2014 рр.), 0116U003316 (2016-2018 рр.), 0119U101053 (2018-2020 рр.), що виконувались у відповідності до координаційного плану розвитку пріоритетних напрямів науки і техніки МОН України, а також у навчальному процесі спеціальності 113 «Прикладна математика» (спеціалізація «комп'ютерна механіка») механіко-математичного факультету ДНУ імені Олеся Гончара.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на - Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми механіки та математики», м. Львів (2005, 2013, 2018 рр.); - Міжнародній науково-технічній конференції пам'яті академіка НАН України В.І. Моссаковського «Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій», м. Дніпро (Дніпропетровськ) (2007, 2019 рр.); - III International Scientific and Practical Conference «Science and Education – Our Future (November 29 – 30, 2016, Ajman, UAE)»; - 9th International symposium of Croatian metallurgical society (June 20 – 24, 2010, Shibenik, Croatia); - Міжнародній науково-практичній конференції «Актуальні проблеми інженерної механіки», м. Одеса, (2016, 2020 рр.); - Міжнародній науковій конференції «Математичні проблеми технічної механіки» м. Кам'янське (Дніпродзержинськ) (2003, 2006, 2010 – 2012, 2014 – 2016 рр.); - Міжнародній науково-технічній конференції «Актуальні проблеми прикладної механіки і міцності конструкцій» м. Запоріжжя (2015 р.); - Міжнародній молодіжній науково-практичній конференції «Людина і космос», м. Дніпропетровськ (2004, 2005, 2010 рр.)

У повному обсязі результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювалися на: - науковому семінарі «Проблеми механіки деформівних тіл і конструкцій» при Придніпровському науковому центрі НАН України та Науковій раді з механіки деформівного твердого тіла при відділенні «Механіка» НАН України (керівники – чл.-кор. НАН України, д. т. н., професор В. С. Гудрамович, засл. діяч науки і техніки

України д. т. н., професор А. П. Дзюба); - об'єднаному (міжкафедральному) науковому семінарі «Сучасні питання оптимізації, дискретної математики, інформаційних технологій та математичного моделювання» на базі діючого наукового семінару «Сучасні питання оптимізації та дискретної математики» при Науковій раді НАН України з проблеми «Кібернетика» факультету прикладної математики Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара (керівник – чл.-кор. НАН України, д. ф.-м. н., професор О. М. Кісельова).

Публікації та особистий внесок здобувача. За результатами проведених у дисертаційній роботі досліджень всього опубліковано 35 наукових праць. Основні результати дисертаційної роботи викладено в 19 наукових роботах, серед яких 1 стаття [1] у журналі, який входить до переліку Web of science; підрозділ монографії [2]; 8 статей [3 – 10] у журналах та збірниках, що входять до переліку наукових фахових видань України, з яких індексуються у Index Copernicus [3, 5] та у Google Scholar [4]; 3 публікації у зарубіжних виданнях [11, 14, 16]; 6 публікації [12, 13, 15, 17 – 19] у збірниках тез і матеріалах наукових конференцій.

Основні результати дисертаційної роботи отримано здобувачем самостійно. Праці [13 – 15, 17, 18] опубліковані автором одноосібно. У працях [1 – 12, 16, 19], опублікованих у співавторстві, автору належать теоретична і комп'ютерна реалізація ідеї прогнозування значень нелінійних змінних шляхом використання результатів попередніх кроків; побудова ефективних алгоритмів розв'язування нелінійної крайової задачі шляхом її зведення до стійких алгоритмів розв'язування послідовності відповідних лінеаризованих крайових задач; моделювання процесів прискорення збіжності алгоритмів послідовних наближень розв'язування задач розрахунку і оптимізації; проведення порівняльного аналізу їх застосування; розробка програм отримання числових результатів розв'язування конкретних задач; обробка числових розрахунків і їх аналіз; участь у обговоренні отриманих результатів і висновків.

Структура та обсяг дисертації Дисертація складається із анотацій, вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку використаних джерел із 138 найменувань та додатку, вона містить 32 рисунки, 2 таблиць. Загальний обсяг роботи складає 147 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** дисертаційної роботи обґрунтовано актуальність теми дослідження, подана її загальна характеристика та зв'язок із науковими програмами, планами, темами; сформульовано мету та поставлено завдання досліджень; висвітлено наукову новизну, приведені дані про достовірність і практичну значимість отриманих в дисертації результатів; подано інформацію про публікації за темою дисертаційної роботи, апробацію отриманих результатів, особистий внесок здобувача; структуру та обсяг дисертації.

У **першому розділі** «Аналітичний огляд проблеми розрахунку і зниження обчислювальних витрат в задачах механіки неоднорідних оболонок» наведено огляд наукових праць, в яких вивчено проблеми, близькі за напрямом до теми дисертаційної роботи. Зазначено, що дослідження, окреслені метою і завданням дисертації, мають за теоретичне підґрунтя результати робіт Л. Є. Андреєвої, В. А. Баженова, В. Л. Бідермана, І. А. Біргера, П. І. Булакаєва, А. Т. Василенка, А. С. Вольміра, К. З. Галімова, Е. І. Григолюка, В. З. Грищака, С. К. Годунова, Я. М. Григоренка, О. Я. Григоренка, І. В. Григорьєва, В. С. Гудрамовича, А. П. Дзюби, О. А. Ілюшина, Ж. Йосса і Д. Джозефа, А. В. Кармішина, В. Т. Койтера, М. С. Корнішина, І. Б. Лазарева, Л. Д. Левитіної, В. П. Малкова, В. І. Мяченкова, В. В. Новожилова, Н. І. Ободан, Дж. Ортегі і В. Рейнболдта, В. В. Петрова, С. Д. Понамарьова, П. О. Стеблянка, В. В. Торопова, В. І. Феодосьєва, В. Ф. Формалева, Д. Хіммельблау, Е. Хога, В. І. Шалашиліна В. Є. Шаманського.

Із аналізу літературних джерел випливає, що більшість із відомих алгоритмів розв'язання нелінійних задач механіки неоднорідних оболонок пов'язані зі зведенням вихідної нелінійної крайової задачі до задачі Коші з невідомими початковими умовами, які уточнюються надалі у процесі задоволення крайових умов із умов виконання крайових умов на правій границі інтегрування з використанням методів пристрілки, Ньютона – Канторовича та інших підходів.

Суть іншої групи методів, до яких можна віднести, зокрема, методи змінних параметрів пружності, додаткових навантажень та інші, полягає в лінеаризації вихідної нелінійної системи рівнянь і подальшому розв'язуванні сукупності відповідних лінійних крайових задач.

Огляд публікацій, аналіз проблеми в цілому і основних досягнутих результатів у цій галузі, а також методів розрахунку стану оболонок з нелінійними параметрами, що знайшли відображення в досить значній кількості оглядових робіт, монографій та наукових статей, вказує на те, що побудова та ефективне застосування числових алгоритмів розв'язання нелінійних крайових задач часто включає елементи певного «мистецтва», а їх реалізація, як правило, є досить трудовитратною і, крім того, не завжди дозволяє отримати достовірні розв'язки. При цьому питання про доцільність вибору того чи іншого методу все ще залишається дискусійним у зв'язку з відсутністю надійних і практично зручних критеріїв оцінки збіжності існуючих методів послідовних наближень розв'язування нелінійних крайових задач теорії оболонок.

За результатами огляду зроблено висновки щодо місця роботи серед сучасних досліджень з даної проблематики і обґрунтовано актуальність та основні задачі дисертаційної роботи.

Другий розділ дисертаційної роботи «Розробка прискорення збіжності ітераційних процесів» присвячено побудові алгоритму прискорення збіжності ітераційних процесів, що виникають при дослідженні нелінійних математичних моделей неоднорідних оболонок обертання з довільною формою меридіану.

Наведені математичні моделі задачі деформування оболонки обертання з використанням нелінійної моментної теорії оболонок. Використовується нелінійна моментна теорія оболонок. Рівняння напружено-деформованого стану оболонок обертання, за наявності великих переміщень подаються у формі відповідних крайових задач та зводяться до систем звичайних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами

$$\frac{d\overline{z}}{ds} = A\left(\overline{z}\left(s\right), s\right) \times \overline{z} + B\left(\overline{z}\left(s\right), s\right), \qquad (1)$$

які доповнюються відповідною кількістю крайових умов

$$f_j\left(\overline{z}\left(s_p\right)\right) = 0, \quad j = \overline{1, m}, \qquad (2)$$

що відповідають різним варіантам закріплення торців оболонки у початковій $s_p = s_0$ і кінцевій $s_p = s_l$ точках її меридіану; $\overline{z}\left(s\right)$ – вектор змінних стану оболонки.

Оскільки розв'язування нелінійної крайової задачі (1) з відповідними граничними умовами (2) ускладнюється тим, що коефіцієнти є суттєво нелінійними та залежать від компонентів вектора $\overline{z}\left(s\right)$, пропонується провести лінеаризацію системи рівнянь (1), де частина нелінійних складових відноситься до матриці коефіцієнтів $A\left(\overline{z}\left(s\right), s\right)$ (як аналогу методу змінних параметрів пружності), а частина – до стовпця вільних складових $B\left(\overline{z}\left(s\right), s\right)$ (як аналогу методу додаткових навантажень). Для розв'язання сформульованої задачі використовується метод прогонки з ортогоналізацією за С. К. Годуновим, який передбачає інтегрування лінійних крайових задач на кожному кроці ітераційного процесу уточнення нелінійних складових задачі.

Дослідження різних способів такої лінеаризації, проведені в дисертації на основі числового експерименту, переконливо вказують, що матриці лінеаризованих крайових задач повинні бути подані у формі, наближеній до матриць системи лінійних рівнянь. З цією метою пропонується розділяти існуючі компоненти матриці на лінійну та нелінійну складові, або до правих (лівих) частин кожного з m рівнянь системи (1) додавати по два однакові доданки з різними знаками, з яких один слід віднести до матриці А, а другий – до матриці В. Незважаючи на те, що наведені штучні прийоми збільшують кількість нелінійних складових матриць, це дозволяє не тільки підвищити обумовленість матриці А, але і подати її у вигляді матриць для відповідних лінійних систем, розв’язування яких достатньо апробовано.

Для прискорення збіжності розв’язування нелінійних задач розрахунку та оптимізації неоднорідних елементів конструкцій запропоновано алгоритм, суть якого полягає в зменшенні кількості етапів ітераційного процесу розв’язування послідовності лінійних крайових задач шляхом моделювання ітераційного процесу з використанням періодичних екстраполяцій значень нелінійних складових та (або, для задач оптимізації) варійованих змінних. Замість проведення всього обсягу обчислень n-го кроку наближень пропонується використовувати результатів вдалих попередніх кроків розрахунку та будувати прогноз-точки.

Запропонований в дисертації алгоритм прискорення збіжності ітераційних процесів розв’язання нелінійних задач механіки оболонок побудовано за результатами порівняльного аналізу широкомасштабного числового експерименту з використанням комбінацій різних методів, таких як аналоги методів змінних параметрів пружності, додаткових навантажень, екстраполяцій стану конструкцій, лінійної та квадратичної апроксимації, імітаційного прогнозування, екстраполяційних поліномів Лагранжа та Ньютона, ітераційного процесу Ейткена – Стеффенсена та ін.

Найбільш ефективним виявився підхід, пов'язаний з використанням авторських прийомів спільного застосування методів релаксуючих множників (лінійної екстраполяції), поліномів Лагранжа і Ньютона (в формі аналогу методу Адамса) та ітераційного процесу Ейткена – Стеффенсена.

Визначення нелінійних складових компонентів вектора $\bar{z}_i^{(n+1)}$ для наступного кроку ітераційного процесу пропонується здійснювати шляхом екстраполяції (імітації) їх значень за результатами значень нелінійних параметрів $\bar{z}_i^{n-2}$, $\bar{z}_i^{n-1}$, $\bar{z}_i^{n}$ для кожної із вузлових точок $s_i\left(i=\overline{0,L}\right)$ проміжку $s_0 \le s_i \le s_L$ інтегрування, обчислених на трьох попередніх кроках ітераційного процесу розв’язування послідовності відповідних лінеаризованих систем.

Здійснюються три кроки ітераційного процесу, на яких нелінійні складові уточнюються з використанням методу верхньої релаксації (лінійної екстраполяції)

$$\bar{z}_i^{(n+1)} = \bar{z}_i^{n} - \gamma\left(\bar{z}_i^{n} - \bar{z}_i^{(n-1)}\right), \tag{3}$$

(для $n=0$ лінеаризована задача розв’язується при початковому значенні $\bar{z}^{0}$, що відповідає розв’язку лінійної задачі), де $0 \le \gamma \le 1$ – множник релаксації.

Далі форма прогнозу для кожного нелінійного j-го компонента вектора $\bar{z}_i$ поділяється за виглядом ітераційного процесу (рис. 1): у випадку, коли для певного j (надалі індекс j опускається) послідовність $z_i^{n-2}, z_i^{n-1}, z_i^{n}$ немонотонна $\left(z_i^{n-1}-z_i^{n-2}\right)\left(z_i^{n}-z_i^{n-1}\right)<0$, прогноз пропонується здійснювати за формулою Ейткена – Стеффенсена

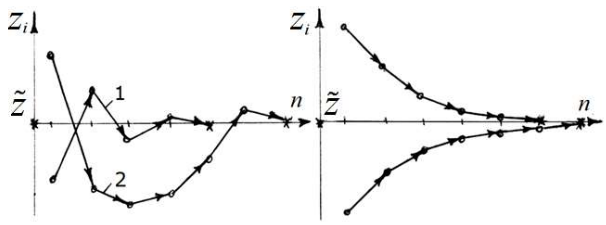


Рис. 1. – Можливі траєкторії послідовних кроків пошукового алгоритму для кожної j-ї компоненти $\overline{z}_i$

$$z_i^{(n+1)} = \frac{z_i^n z_i^{(n-2)} - \left(z_i^{(n-1)}\right)^2}{z_i^{(n-2)} - 2z_i^{(n-1)} + z_i^n}, \; n \ge 2, \; (\mathrm{i}=\overline{0,L}), \quad (4)$$

а у випадку, коли процес монотонний $\left(z_i^{n-1} - z_i^{n-2}\right)\left(z_i^n - z_i^{n-1}\right) \ge 0$ – у формі аналогу методу Адамса

$$z_i^{(n+1)} = \frac{23z_i^n - 16z_i^{(n-1)} + 5z_i^{(n-2)}}{12}, \; n \ge 2, \; (\mathrm{i}=\overline{0,L}), \quad (5)$$

який ґрунтується на екстраполяційних залежностях Лагранжа і Ньютона.

Далі, за основним алгоритмом, знову здійснюється розв'язування лінеаризованої системи для двох наступних (з використанням (3)) послідовних кроків, і процес продовжується до досягнення заданої точності з урахуванням одержаних трьох нових точок, починаючи з прогноз-точки.

Оцінка точності ітераційного процесу обчислюється у такий спосіб

$$\sqrt{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=0}^{N}\left(z_{i(j)}^{n+1}\left(s_i\right) - z_{i(j)}^{n}\left(s_i\right)\right)^2} \Bigg/ \sqrt{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=0}^{N}\left(z_{i(j)}^{n}\left(s_i\right)\right)^2} \le \varepsilon, \quad (6)$$

де ε – задана точність.

Такий підхід дозволяє уникнути необхідності «зайвого» розв'язання задачі розрахунку на кожному третьому кроці, що дозволяє суттєво прискорити метод послідовних наближень. Крім того, обчислювані прогнозні значення $\overline{z}_i^{(n+1)}$ часто виявляються більш близькими до відшукуваного розв'язку $\tilde{z}_i$ ніж ті, що були отримані за основним ітераційним процесом.

Апробація підходу та оцінка його ефективності здійснювалась для варіантів нелінійних математичних моделей оболонок, запропонованих в роботах Я. М. Григоренка (m=6)*

$$\begin{aligned}
&\frac{dN_r}{dr} = -\frac{1-\mu}{r}N_r + \frac{\left(1-\mu^2\right)D_N}{r^2}u; && \frac{du}{dr} = -\frac{1}{D_N}N_r - \frac{\mu}{r}u - \frac{1}{2}\vartheta_r^2;\\
&\frac{dQ_r}{dr} = -\frac{1}{r}Q_r - \frac{\left(1-\mu^2\right)D_N}{r^2}u\vartheta_r - \frac{1}{D_M}N_r\,\mathrm{M}_r + \mathrm{q}_n; && \frac{dw}{dr} = -\vartheta_r, \qquad (7)\\
&\frac{dM_r}{dr} = -Q_r - \frac{1-\mu}{r}M_r + \frac{\left(1-\mu^2\right)D_M}{r^2}\vartheta_r; && \frac{d\vartheta_r}{dr} = \frac{1}{D_M}\mathrm{M}_r - \frac{\mu}{r}\vartheta_r;
\end{aligned}$$

та В. П. Бідермана**

$$\begin{aligned}
&\frac{d\xi}{ds} = -\frac{\mu}{r}\cos\theta^+\xi + \cos\theta^+ - \cos\theta + \frac{1}{Kr}\cos^2\theta^+\left(Nr\right) + \frac{1}{2Kr}\sin 2\theta^+\frac{F(s)}{2\pi},\\
&\frac{d\theta^+}{ds} = \frac{1}{Dr}\left(M_1 r\right) - \frac{\mu}{r}\sin\theta^+ + \frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{r}\sin\theta,\\
&\frac{d\left(Nr\right)}{ds} = \frac{K\left(1-\mu^2\right)}{r}\xi + \frac{\mu}{r}\cos\theta^+\left(Nr\right) + \frac{\mu}{r}\sin\theta^+\frac{F\left(s\right)}{2\pi} - q_r r,
\end{aligned}$$

---

*_**Григоренко Я. М.**_ Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ / Я. М. Григоренко, А. П. Мукоед. – К.: Вища школа, 1983. – 286 с.

Бидерман В. Л.** Механика тонкостенных конструкций / В. Л. Бидерман. − М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.

$$\frac{d(M_1 r)}{ds} = \frac{D(1-\mu^2)}{2r}\sin 2\theta^+ - \frac{D(1-\mu^2)}{r}\cos\theta^+\sin\theta + \sin\theta^+(Nr) +$$
$$+\frac{\mu}{r}\cos\theta^+(M_1 r) - \cos\theta^+\frac{F(s)}{2\pi}, \tag{8}$$
$$\frac{d\zeta}{ds} = -\frac{\mu}{r}\sin\theta^+\xi + \frac{1}{2Kr}\sin 2\theta^+(Nr) + \sin\theta^+ - \sin\theta + \frac{1}{Kr}\sin^2\theta^+\frac{F(s)}{2\pi},$$

При цьому рівняння, з яких складається система, подані в дисертації відносно переміщень і зусиль в глобальній системі координат, коли сили і переміщення проектуються не на дотичну і нормаль до меридіану, а на нормаль до осі симетрії оболонки і саму вісь (рис. 2).

Це надає можливість для розрахунку складених оболонок обертання з довільною формою меридіану без використання матриць переходу в точках з'єднання фрагментів оболонок різної геометрії та, крім того, є досить зручним для опису вихідної геометрії серединної поверхні оболонки будь-якої конфігурації меридіану за допомогою функцій $r(s), \theta(s)$.

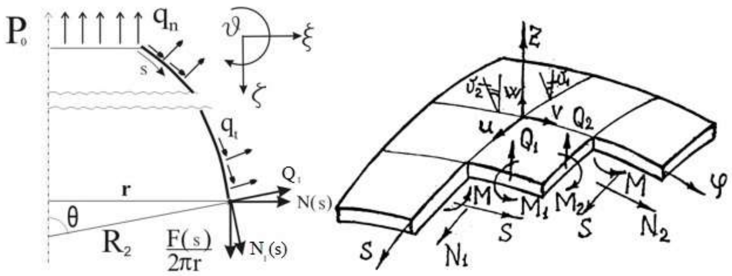


Рис. 2. – Зусилля і переміщення в оболонці

На рис. 2 $r(s)$ – радіус паралельного круга; $\theta(s)$, $\theta^+(s) = \theta(s) + \vartheta_r(s)$ – кут між віссю обертання та нормаллю до недеформованої та деформованої поверхні, відповідно; ϑ_r – кут повороту нормалі в процесі деформації; ξ, ζ – радіальне та осьове переміщення; N – розпірне зусилля; M_r – згинаючий момент; $F(s)$, $q_r(s)$ – сумарна осьова та радіальна складові зовнішнього навантаження; $1/R_1(s)$ – кривина меридіану; $K = Eh/(1-\mu^2)$, $D = Eh^3/(12(1-\mu^2))$ – жорсткість на розтяг та циліндрична жорсткість, а E, μ – модуль пружності і коефіцієнт Пуассона, відповідно; $h(s)$ – у загальному випадку змінна уздовж меридіану товщина стінки оболонки.

Як приклад лінеаризації нелінійної системи рівнянь (8) далі (див. (9)) приведено систему, матриці якої співпадають з відомою лінійною системою, поданої в роботах В. Л. Бідермана[**]

$$\frac{d\xi}{ds} = -\frac{\mu}{r}(\cos\vartheta_r\cos\theta - \sin\vartheta_r\sin\theta)\xi - \vartheta_r\sin\theta + \frac{1}{Kr}\cos^2(\theta+\vartheta_r)(N_r r) +$$
$$+\frac{1}{Kr}\sin(\theta+\vartheta_r)\cos(\theta+\vartheta_r)\frac{F(s)}{2\pi} + \cos(\theta+\vartheta_r) - \cos\theta + \vartheta_r\sin\theta,$$
$$\frac{d\vartheta_r}{ds} = \frac{1}{Dr}(M_r r) - \vartheta_r\frac{\mu}{r}\cos\theta + \frac{\mu}{r}\left(-\sin(\theta+\vartheta_r) + \sin\theta + \vartheta_r\cos\theta\right),$$
$$\frac{d(N_r r)}{ds} = \frac{K(1-\mu^2)}{r}\xi + \frac{\mu}{r}\cos(\theta+\vartheta_r)(N_r r) + \frac{\mu}{r}\sin(\theta+\vartheta_r)\frac{F(s)}{2\pi} - q_r r,$$

$$\frac{d\left(M_r r\right)}{ds}=\vartheta_r\frac{D\left(1-\mu^2\right)}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\cos\theta+\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(N_r r\right)+\frac{\mu}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(M_r r\right)-$$
$$-\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi}+\frac{D\left(1-\mu^2\right)}{r}\cos\left(\theta+\vartheta_r\right)\left(\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)-\sin\theta-\vartheta_r\cos\theta\right), \quad (9)$$
$$\frac{d\zeta}{ds}=-\frac{\mu}{r}\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)\xi+\vartheta_r\cos\theta+\frac{1}{2Kr}\sin\left(2\left(\theta+\vartheta_r\right)\right)\left(N_r r\right)+$$
$$+\frac{1}{Kr}\sin^2\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi}+\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)-\sin\theta-\vartheta_r\cos\theta.$$

Тут $\bar{Z}^T(s)=\{N_r,u,Q_r,M_r,\vartheta_r,w\}$ та $\bar{Z}^T(s)=\{\xi,\vartheta_r,N_r r,M_r r,\zeta\}$ – вектори змінних стану для відповідних систем (8), (9).

На рис. 3 зображено характер збіжності процесу обчислення максимального прогину гнучкої кільцевої пластини при рівномірному поперечному навантаженні, де лінія 1 отримана з використанням розробленого алгоритму, а лінія 2 – для випадку неструктурованої матриці (див. (9)), коли процес простих ітерацій взагалі не збігається.

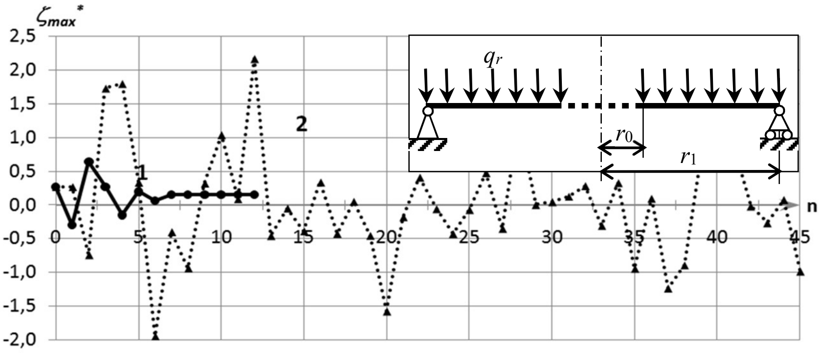


Рис. 3. – Характер збіжності процесу обчислення ζ_{max}^* гнучкої кільцевої пластини ($r(s)=s,\ \theta(s)=0$) з використанням методу імітаційного прогнозування

Ефективність (за кількістю ітерацій) алгоритму можна оцінити також за поданими на рис. 4 результатами розрахунку великих переміщень жорсткого центру гнучкої гофрованої мембрани синусоїдального профілю

$$y(r)=A(r)\sin\left(\omega\left(r-r_1\right)\right),\quad tg\theta=\frac{dy}{dr},\quad \frac{ds}{dr}=\frac{1}{\cos\theta}, \quad (10)$$

що знаходиться під дією поперечного тиску, які демонструють кількість ітерацій при використанні методів: простої (лінія 1) та складної (γ = 0,3) (лінія 2) ітерацій, методу Ейткена – Стеффенсена (лінія 3) та запропонованого комбінованого методу (лінія 4).

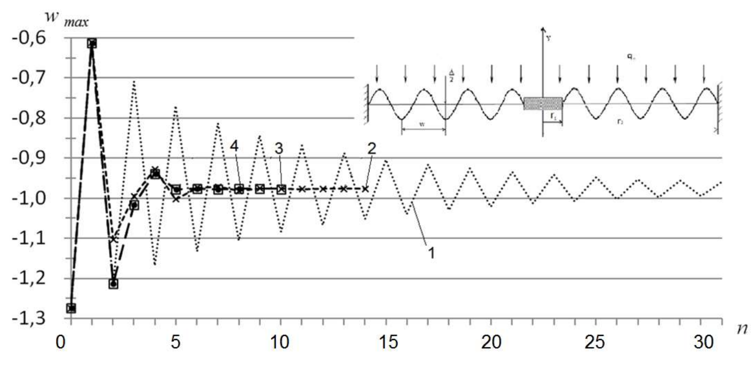


Рис. 4. – Характер збіжності процесу обчислення безрозмірного максимального прогину мембрани синусоїдального профілю

Достовірність отриманих за допомогою побудованого алгоритму результатів, оцінювалась також шляхом порівняння даних числового і експериментального дослідження.

Для проведення експериментальних досліджень була розроблена спеціальна випробувальна установка (рис. 5). Розподілене за внутрішнім контуром осесиметричне навантаження пластини (рис. 7), здійснювалось через тонкостінну циліндричну шайбу-заглушку 3 з мікрометричною різьбою, що дозволяло точно загвинчувати шайбу і, таким чином, отримувати рівномірно розподілене за внутрішнім отвором навантаження пластини. У центрі шайби було виконано отвір для закріплення стійки з платформою 4, на яку встановлювалися гирі для навантаження пластини.

Заміри прогинів пластини здійснювались індикатором годинникового типу в чотирьох точках, які знаходились на кінцях взаємно перпендикулярних діаметрів отвору пластини. За значення прогину обиралось середнє арифметичне значення результатів вимірювань.

Розрахунки максимального прогину за внутрішнім контуром кільцевої пластини під дією поперечного навантаження, рівномірно розподіленого за внутрішнім контуром, були проведені за моделями нелінійного деформування (7), (9), результати яких наведені на рис. 7 лініями 2 та 3 відповідно, лінія 1 відповідає лінійному розв’язку. Для порівняння на рис. 7 приведені також результати числового розрахунку пластинки в пакеті Ansys R19.0 Academic (позначено «▲»), та спеціально проведених експериментальних досліджень (позначено «○»).

Відхилення результатів розрахунку, отриманих з використанням розробленого підходу за моделлю (8), скінченно-елементного розрахунку і результатів експерименту не перевищує 1%.

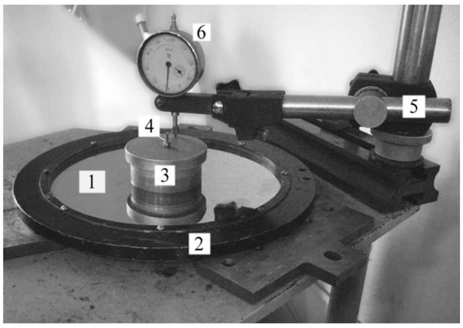


Рис. 5. – Пристрій для визначення згину кільцевої пластини під дією осесиметричного навантаження, розподіленому за внутрішнім отвором

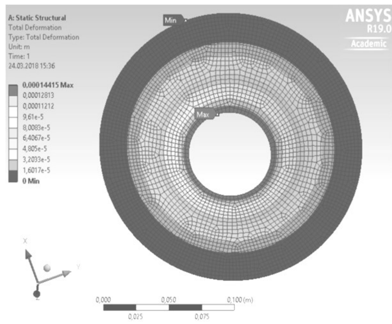


Рис. 6. – Скінченно-елементний розрахунок кільцевої пластини

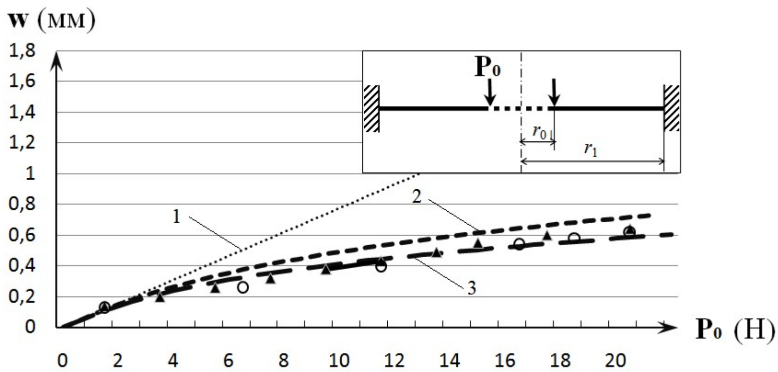


Рис. 7. – Порівняльний графік «навантаження – прогин» для кільцевої пластини під дією осесиметричного навантаження, розподіленого за внутрішнім отвором

Третій розділ дисертаційної роботи «Застосування підходу в задачах розрахунку і оптимізації гнучких елементів конструкцій» присвячено використанню запропонованого в роботі підходу для розрахунку гнучких гофрованих оболонок обертання (сильфонів), вибору оптимальних параметрів чутливих елементів приладів у вигляді гофрованих мембран, розрахунку параметрів динамометричних шайб та вагової оптимізації круглих пластин з метою зменшення обчислювальних витрат.

Геометрія серединної поверхні сильфону зображена на рис. 8,а, яка на окремих ділянках може бути подана (рис. 8,б) наступним чином:

- AB (пластинка): $R_в \leq s < AB$, $r(s) = s$, $\theta = 0$;
- BC (тор): $AB \leq s < ABC$, $r(s) = |r_з * \sin\theta| + AB$, $\theta(s) = (s - AB)/r_H$;
- CD (пластинка): $ABC \leq s < ABCD$, $r(s) = AB - (s - ABC)$, $\theta(s) = \pi$;
- DE (тор): $ABCD \leq s < ABCDE$, $r(s) = R_в + r_в - |r_в * \sin\theta|$, $\theta(s) = \pi - (s - ABCD)/r_B$;
- EF (пластинка): $ABCDE \leq s < ABCDEF$, $r(s) = s - ABCDE + R_B + r_B$, $\theta(s) = 0$;
- FK (тор): $ABCDEF \leq s < ABCDEFK$, $r(s) = AB + |r_з * \sin\theta|$, $\theta(s) = (s - ABCDEF)/r_H$.
- KL (пластинка): $ABCDEFK \leq s < ABCDEFKL$, $r(s) = AB - (s - ABCDEFK)$, $\theta(s) = \pi$,

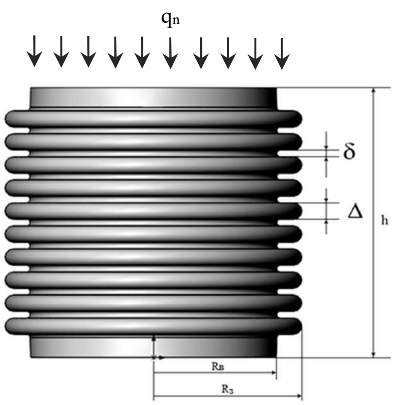
де s – відстань точки від полюса (або деякої початкової паралелі); $r_з$, $r_в$ – радіуси зовнішнього та внутрішнього торів, відповідно; $R_з$, $R_в$ – зовнішній та внутрішній радіуси сильфону; h – товщина його стінки.

При інтегруванні системи (9), яка описує поведінку сильфона кожна з ділянок розбивалась таким чином, щоб вузлова точка була на межі переходу від ділянки до ділянки, а з'єднання між умовними ділянками вважалось механічно ідеальним.

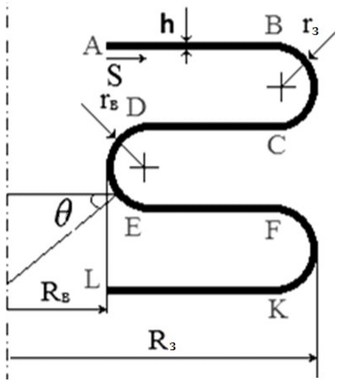
Крайові умови були наступні: нижній торець вважався жорстко затиснутим, а верхній – навантаженим рівномірно розподіленою по верхньому краю повздовжньою силою:

$$\text{при } s = s_0 = 0;\ M_r = 0; N_r = 0;\ \text{при } s = s_n;\quad \xi = 0;\ \vartheta_r = 0; \zeta = 0. \qquad (11)$$

Для визначення осьового переміщення сильфону під дією осесиметричного навантаження рівномірно розподіленого за контуром верхнього отвору була розроблена експериментальна установка (рис. 9). Осьове переміщення вимірювалось індикатором годинникового типу з ціною поділки 0,01 *мм*, а навантаження здійснювалось за схемою «мертвого» вантажу (рис. 9). Фізичні параметри сильфону були наступними: висота, внутрішній та зовнішній радіуси сильфону $h = 83$ *мм*, $Rв = 37{,}5$ *мм*, $Rз = 45$ *мм*, відповідно; діаметр внутрішнього та зовнішнього тору $\delta = 2$ *мм*, $\Delta = 5$ *мм* відповідно; матеріал –12х18н10т (нержавіюча сталь) з відповідними фізичними характеристиками.



а)



б)

Рис. 8. – Геометрія сильфона

Рис. 9. – Експериментальна установка

Результати розрахунку параметрів напружено-деформованого стану (осьових переміщень) сильфону було отримано з використанням розробленого підходу, який реалізовано у вигляді авторського програмного пакету на мові PGI Visual Fortran та подано в табл. 1. Там же приведені результати обчислень, отримані з використанням пакету прикладних програм Abaqus 6.12-1 та результати експериментальних випробувань.

Таблиця 1

Навантаження P*9,8, *H* / Осьове переміщення, ζ, *мм*	0	10	20	30	33	34	40
Visual Fortran	0	2.1	4.1	6.4	7	7.2	10.2
пакет Abaqus	0	2.18	4.36	6.54	7.19	7.41	10
експеримент	0	2	4	6	7	7.5	11

Отримані результати числових розрахунків та експериментальних досліджень демонструють достовірність та ефективність застосування розробленого алгоритму для розрахунку оболонок обертання при великих переміщеннях, що, крім того, суттєво, до 1,5÷1,8 разів дозволяє скоротити кількість прямих розрахунків у порівнянні з відомими алгоритмами прямого інтегрування крайових задач механіки оболонок.

Чутливість вимірювального пристрою, який містить мембрану, зокрема синусоїдального профілю (рис. 10), визначається кутом нахилу характеристичної кривої, що виражає залежність між прогином w в центрі і тиском на мембрану q_n. Пружна характеристика гофрованої мембрани залежить від форми серединної поверхні оболонки (10), яка утворює мембрану. При цьому чутливість мембрани збільшується зі зменшенням глибини гофрування таким чином, що найбільшу чутливість серед круглих мембран має тонка гладка мембрана (пластинка), поведінка якої вже при малих навантаженнях стає суттєво нелінійною (див. рис. 7). *Це* є недоліком при практичному застосуванні мембран, як чутливого елементу, оскільки зменшує діапазон вимірювальних тисків за шкалою з рівномірною ціною поділки.

Створення мембрани бажаної чутливості та з широким діапазоном вимірюваних тисків можливе шляхом вибору раціональної глибини її гофрування. Варіаційна задача оптимізації мембрани найбільшої чутливості полягає в максимізації її прогину в центрі (рис. 4)

$$w(r_0) = -\int_{r_0}^{r_1}\left(-\frac{\mu}{r}\sin\left(\theta+\vartheta_r\right)u + \vartheta_r\cos\theta + \frac{1}{2Kr}\sin\left(2\left(\theta+\vartheta_r\right)\right)\left(N_r r\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{Kr}\sin^2\left(\theta+\vartheta_r\right)\frac{F(s)}{2\pi} + \sin\left(\theta+\vartheta_r\right) - \sin\theta - \vartheta_r\cos\theta\right)\cos\theta\, dr, \tag{12}$$

при обмеженні довжини меридіану (і таким чином – глибини гофрування у відповідності з (10)) мембрани у вигляді

$$L = \int_{r_0}^{r_1}\sqrt{1+y'^2}\,dr = \int_{r_0}^{r_1}\sqrt{1+tg^2\theta}\,dr\,. \tag{13}$$

та наявності вимог міцності $\max\limits_{z}\sigma_i \le [\,\sigma\,]$, де $\sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 + 3\tau_{1z}^2}$. Приймається також, що найбільші напруження виникають на поверхні оболонки $z=\pm\, h/2$.

Використання запропонованого у роботі підходу дозволило отримати збіжний процес розв'язування нелінійної задачі деформування мембрани у вигляді послідовності лінеаризованих крайових задач за 8 ітерацій (рис. 4, лінія 4). Для порівняння слід зазначити, що метод простої ітерації збігався за 91 ітерацію (рис. 4, лінія 1).

На рис. 11 подані результати розрахунку прогину мембрани синусоїдального профілю під дією рівномірного тиску у вигляді недеформованого профілю (лінія 1) та профілів мембрани (лінії 2 – 5) на окремих кроках ітераційного процесу.

Рис. 10. – Гофрована мембрана з передавальним механізмом

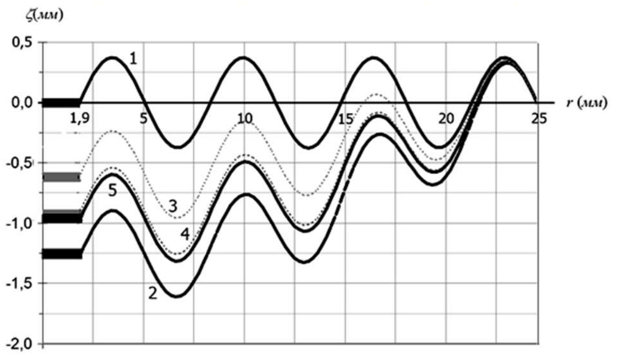


Рис. 11. – Характер зміни профілю мембрани на окремих кроках ітераційного процесу

Оптимальна форма меридіану гофрованої мембрани найбільшої чутливості, отримана як результат розв'язування варіаційної (ізопериметричної) задачі відшукання максимуму функціоналу (12) при обмеженні (13). Профіль мембрани оптимальної форми з семи гофрів з параметрами $l=1.8\cdot10^{-3}$ *м*; $h=0.2\cdot10^{-3}$ *м*; $R=25\cdot10^{-3}$ *м*; $E=1\cdot10^{11}$ *Н/м*^{2} приведено на рис. 12, де $H_1=0.47\cdot10^{-3}$ *м*; $H_2=1.1\cdot10^{-3}$ *м*. (У загальному випадку для мембрани найбільшої чутливості H_1/H_2 змінюється у діапазоні $0.44\div0.75$***).

Пружні характеристики такої мембрани подані на рис. 13. Тут, для порівняння, зображені характеристики спроектованої мембрани (лінія 1) і двох мембран постійного гофрування, одна з яких має таку ж, як і для оптимальної, довжину ($OA = OA'$) лінійної ділянки характеристики «навантаження – прогин» (лінія 2), а друга (лінія 3) – має таку ж чутливість, що і мембрана оптимального профілю.

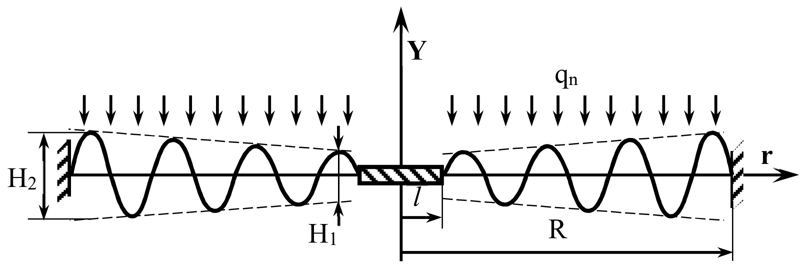


Рис. 12. – Оптимальна форма гофрованої мембрани найбільшої чутливості

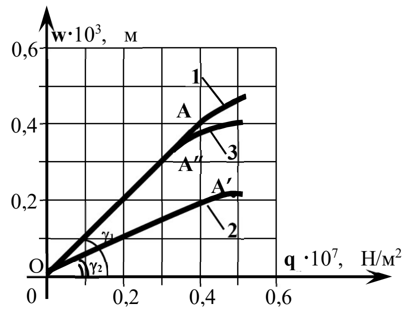


Рис. 13. – Пружні характеристики мембран

Із отриманих результатів випливає, що чутливість $\delta' = tg\gamma_1$ запропонованої мембрани у 2,1 рази більша чутливості $\delta'' = tg\gamma_2$ мембрани з постійною глибиною гофрування, а у випадку однакової чутливості $\delta' = \delta''$ довжина OA лінійної ділянки пружної характеристики запропонованої мембрани на 12% більша відповідної ділянки OA'' для мембрани з постійною глибиною гофрування.

***Дзюба А. П., Левитина Л. Д. Гофрированная мембрана синусоидального профиля: Авторское свидетельство № 1170295 // Открытия и изобретения. – 1985. – № 28. – С.156.

Приведені порівняння дозволяють зробити висновок про ефективність використання спроектованої мембрани, що дозволяє підвищити чутливість вимірювальних приладів і покращити їх якість, розширивши діапазон вимірюваних тисків у межах лінійної характеристики чутливого елементу. Таким чином, запропонований підхід, у загальному вигляді може бути ефективним засобом розв'язуванням задач проектування форми серединної поверхні оболонок з наперед заданими властивостями.

Запропонований у роботі підхід було застосовано також для розрахунку і відшукання оптимальних параметрів динамометричних шайб спеціальної конфігурації (рис. 14). Такі шайби виготовляються з пружинної сталі з підвищеною межею пружності матеріалу, що дає можливість установлювати їх під гайку і здійснювати досить простий контроль зусиль затяжки відповідальних різьбових з′єднань за допомогою простого щупа, а високі пружні властивості шайби зменшують потребу періодичної дозатягування болта внаслідок дії післязбірних монтажно-експлуатаційних навантажень на болтове з`єднання. При цьому деформування шайби при затяжці гайки відбувається до заданого припустимого зазору, величина якого попередньо визначається за результатами комп’ютерного моделювання та верифікаційних експериментальних досліджень.

Шайба має рівномірно розміщені по периметру контактуючі поверхні (рис. 14) і у загальному випадку є тонкою пружною оболонкою обертання з меридіаном довільної конфігурації.

Задача вибору раціональних параметрів такої пружної динамометричної шайби, як складеної оболонки обертання, формулюється аналогічно оптимізації параметрів гофрованої мембрани і полягає у визначенні товщини стінки і геометричних параметрів форми меридіану та товщини стінки, що забезпечують максимальну жорсткість (надають мінімуму осьовим переміщенням такої оболонкової конструкції для створення можливості користування щупами після її навантаження натягом гайки для певного набору параметрів Δ (рис. 14)) при збереженні властивостей пружності матеріалу (виконанні умов міцності) та вдоволенні низки конструктивних вимог. Додатково обмежується кількість матеріалу (що теж варіюється), необхідного для виготовлення такої шайби. Відсутність такого обмеження вочевидь привела б (виходячи із необхідності виконання вихідного критерію задачі) до проекту шайби із необмеженої кількості матеріалу.

Як приклад, застосування підходу в роботі досліджено нелінійне деформування динамометричної шайби у вигляді рис. 14,а, геометрія якої, як пружної оболонки обертання, складається з трьох кільцевих пластинок та двох конічних оболонок (рис. 15).

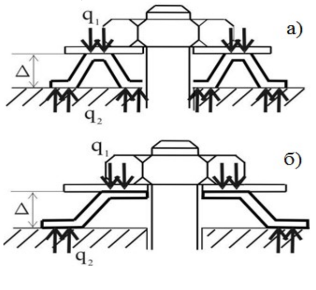
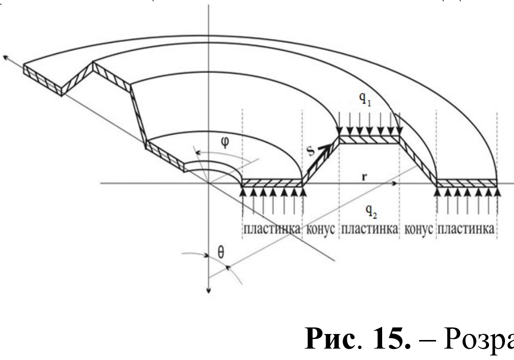


Рис. 14. – Деякі види динамометричних шайб



$s_0 \le s < s_1$ пластинка $\theta = 0$, $R = s$;

$s_1 \le s < s_2$ конус $\theta = -\alpha$, $R = \dfrac{s - s_1}{\cos\alpha} + s_1$;

$s_2 \le s < s_3$ пластинка $\theta = 0$, $R = s$;

$s_3 \le s < s_4$ конус $\theta = \alpha$, $R = s_4 - \dfrac{s_4 - s}{\cos\alpha}$;

$s_4 \le s \le s_5$ пластинка $\theta = 0$, $R = s$.

Рис. **15.** – Розрахункова модель

Зусилля натягу болта може бути визначене із залежності

$$T = \sigma F_б = q_1 F_1 = q_2 F_2, \tag{14}$$

де σ – напруження затяжки; $F_б$ – площа болта; F_1, F_2 – площі контактуючих поверхонь; q_1, q_2 – розподілені навантаження на гайку і контактну поверхню. Співвідношення між контактними тисками q_1, q_2 (які приймаються рівномірно розподіленими) визначається контактною міцністю контактуючих поверхонь, а регулюються площами F_1, F_2 контактуючих поверхонь.

Отримані результати розрахунків показують, що площа горизонтального поперечного перерізу шайби (із міркувань пружності і міцності) повинна бути співвимірною з площею поперечного перерізу болта, динамометричні властивості шайби забезпечуються головним чином лише пружними конструктивними елементами, що працюють на згин (конічними оболонками), оскільки деформації розтягу – стиску є недостатніми для забезпечення рівня чутливості шайби, що відповідає стандартному набору щупів або застосовуваним індикаторам інших типів. Максимальні осьові переміщення розглянутих оболонок-шайб з оптимальними кусково-постійними параметрами товщини стінки виявляються в 1,62÷1,66 рази меншими, ніж для динамометричних шайб постійної товщини.

Ефективність підходу для задач зниження матеріаломісткості конструкції продемонстрована на результатах прискорення збіжності алгоритму побудови рівноміцної кільцевої пластини при поперечному навантаженні у вигляді

$$\bar{h}(s_i)^{k+1} = \bar{h}(s_i)^k + \gamma \bar{h}^* \left(\bar{\sigma}(s_i)^k - \bar{\sigma}(s_i)^{k-1}\right) \Big/ [\sigma]. \quad (15)$$

Характер збіжності при застосуванні розробленого алгоритму продемонстровано на рис. 16, де подані графіки зміни товщини пластини вздовж радіусу ($r = s$) на окремих кроках пошукового алгоритму, починаючи від початкового проекту пластинки постійної жорсткості (лінія 0) до проекту пластинки оптимальної конфігурації (лінія 15). Номери кривих на рис. 16 відповідають номерам ітерацій, на яких вони одержані.

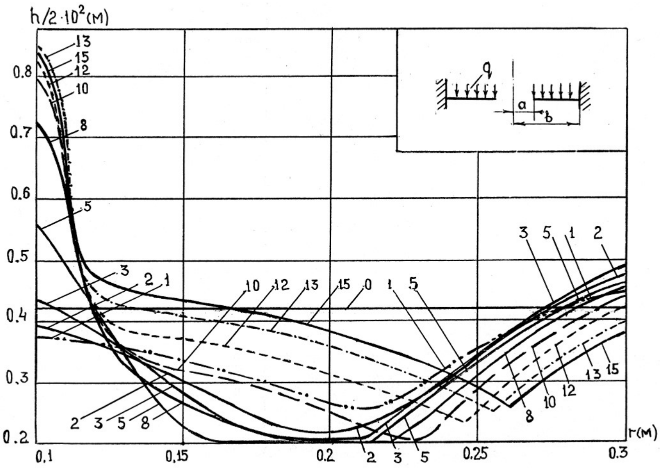


Рис. 16. – Характер збіжності алгоритму оптимізації кільцевої пластини

За результатами досить обширного числового експерименту встановлено, що запропоновані алгоритми прискорення збіжності дозволяють суттєво (в декілька разів) скоротити обчислювальні витрати на розв'язування нелінійних крайових задач та знайти оптимальні проекти оболонок обертання і пластин за 12÷16 ітерацій, що в 1,5÷3 рази менше, ніж у випадку, зокрема, ітераційних процесів відшукання рівнонапруженого проекту з урахуванням конструктивного обмеження ($h(r) \geq h_0,\ h_0 = 0,2\ мм$) рис. 16.

Четвертий розділ «Застосування підходу для побудови ефективних алгоритмів розрахунку оболонок обертання змінної жорсткості» присвячено застосуванню розробленого підходу для зменшення обчислювальних витрат при розрахунку оболонок обертання зі змінними параметрами жорсткості. У загальному випадку рівняння напружено-деформованого стану моментної теорії неоднорідних оболонок обертання при несиметричному навантаженні можуть бути подані у вигляді системи 8-ми диференціальних рівнянь в частинних похідних**.

Для випадку оболонок обертання з товщиною стінки, змінною вздовж меридіану, рівняння зводяться до сукупності крайових задач ($k=\overline{0,\infty}$) для систем звичайних диференціальних рівнянь у вигляді (1) відносно змінних уздовж меридіану коефіцієнтів розкладень

$$f=\sum_{k=0}^{\infty} f_k^c \cos k\varphi+\sum_{k=1}^{\infty} f_k^t \sin k\varphi; \qquad \psi=\sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^c \sin k\varphi-\sum_{k=0}^{\infty} \psi_k^t \cos k\varphi \tag{16}$$

параметрів напружено-деформованого стану в тригонометричні ряди Фур'є. Тобто розв'язок задачі у цілому складається із суми розв'язків зазначеної послідовності крайових задач у відповідності до (16). Тут в загальноприйнятих позначеннях† функції f означають $u, w, \ \varepsilon_1, \varepsilon_2, \vartheta_1, \chi_1, \chi_2, \ N_1, N_2, Q_1, M_1, M_2, q_1, q_3$; функції ψ – v, $\gamma_{12}, \ \vartheta_2, \ \chi_{12}, S, Q_2, M, q_2$, а $f^c_k(s), f^t_k(s), \ \psi_k^c(s), \ \psi_k^t(s)$ – коефіцієнти їх розкладань в тригонометричні ряди.

Ідея запропонованого підходу полягає у зменшенні кількості обчислень коефіцієнтів розкладень (16) шляхом періодичного екстраполювання їх значень з використанням результатів обчислень попередніх коефіцієнтів цього ряду, замінюючи їх відповідними прогноз-значеннями (4), (5).

Апробація достовірності та ефективності запропонованого прийому була здійснена за результатами системного числового експерименту, шляхом прогнозування значень коефіцієнтів розкладень в ряди Фур'є відомих одновимірних функцій. Очевидно, що такі приклади не мають самостійного практичного значення, оскільки для простих функцій однієї змінної процес інтерполяції коефіцієнтів вимагає не менших обчислювальних витрат, ніж загальноприйнятий спосіб обчислення коефіцієнтів Фур'є.

В той же час такий підхід виявляється досить ефективним в задачах розрахунку несиметрично навантажених оболонок обертання змінної вздовж меридіана товщини, коли коефіцієнти Фур'є є функціями повздовжньої координати s і обчислюються в результаті розв'язання крайової задачі у вигляді (1), (2). В цьому випадку система диференціальних рівнянь відносно амплітуд розкладань $f^c{}_k(s), f^t{}_k(s), \ \psi_k^c(s), \ \psi_k^t(s)$ в тригонометричні ряди розв'язуються тільки для окремих «опорних» гармонік. А амплітуди для кожної 3-ої гармоніки обчислюються за результатами інтерполяції їх значень для всіх точок $\left(s_0 \le s_i \le s_L\right)$ у відповідності з (4), (5). Це дозволяє суттєво скоротити обчислювальні витрати на отримання розв'язку у цілому.

Ефективність підходу ілюструється результатами розрахунку тонкої пружної сталевої кільцевої пластинки рис. 17,а під дією несиметричного навантаження, поданого своїм розкладанням в ряд Фур'є за косинусами:

$$q(r,\varphi)=\begin{cases} q(r) & -\pi/5 \le \varphi \le \pi/5; \\ 0 & \varphi \notin \left[-\pi/5; \pi/5\right]; \end{cases} \qquad q(r,\varphi)=q_0(r)/2+\sum_{k=1}^{N} q_k\left(r\right)\cos\left(k\varphi\right), \ -\pi \le \varphi \le \pi.$$

На рис. 17,б подана залежність від номера k значень коефіцієнтів розкладання параметра $w_k E/q_k$ радіального прогину в тоці $r=r_2$ в ряд Фур'є за косинусами, а на рис. 17,в параметра $M_{1(k)}^{(k)}/q_k$ повздовжнього моменту в точці $r=r_1$ для випадку кільцевої пластинки (рис. 17,а) з товщиною $h=0{,}05\,м$ з затиснутим внутрішнім $r_1=0{,}2 м$ і вільним зовнішнім контуром $r_2=1 м$; $E=200 ГПа; \ \mu=0{,}3.$

В цьому випадку для обчислення $w_k(s), M_{1k}(s), \left(k=\overline{0,20}\right)$ знадобилось 14 розв'язків крайових задач у порівнянні з необхідною, для отримання такої ж точності, кількістю розв'язків – 21, без використання запропонованого підходу.

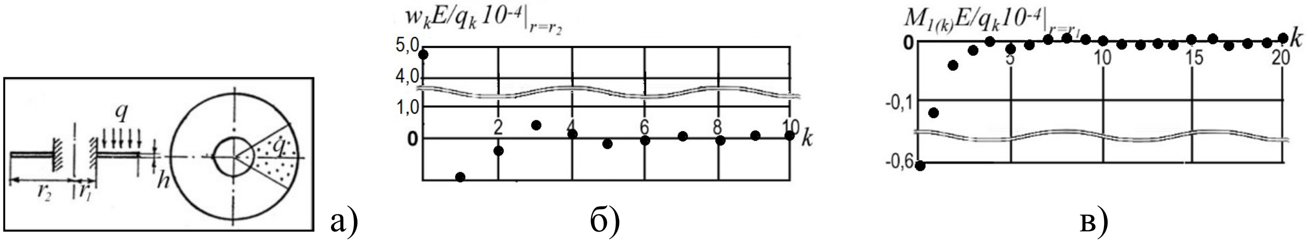


Рис. 17. – Розрахунок несиметрично навантаженої кільцевої пластини (а) та значення коефіцієнтів розкладання в ряди Фур'є прогину (б) і повздовжнього моменту (в)

При довільному несиметричному навантаженні основні співвідношення, що описують напружено деформований стан оболонок обертання змінної у двох напрямках жорсткості подаються у вигляді системи з 8-ми рівнянь в частинних похідних

$$\frac{\partial z_i}{\partial s}=\sum_{m=0}^{4}\sum_{j=1}^{8}\left(a_{ij}^{(m)}\frac{\partial^{(m)}z_j}{\partial\varphi^{(m)}}+f_i^{(m)}\right),\quad i=\overline{1,8}, \tag{17}$$

де в загальноприйнятих позначеннях вектор $\overline{z}=\left(u, v, w, \vartheta_1, N_1 r, S_1^* r, Q_1^* r, M_1 r\right)^T$.

Оскільки зведення двовимірної задачі у цьому випадку до сукупності одновимірних методом Фур'є є неможливим, для побудови числового алгоритму прямого розрахунку пропонується застосування диференційно-різницевого (дискретно-континуального) методу прямих, суть котрого полягає в тому, що в коловому напрямку використовується різницеве подання рівнянь стану оболонки, а у поздовжньому – у вигляді диференційних рівнянь.

З цією метою область визначення $0\le\varphi\le 2\pi$ поділяється на M+1 частин за допомогою M (ліній) точок $\varphi_m=2\pi(m-1)/M,\ m=\overline{1,M}$ (рис. 18,а).

При цьому похідні за φ в (17) замінюються на їх наближені центральні скінченно-різницеві значення четвертого ступеня точності

$$\begin{gathered} z'=\left(z_{i-2}-8z_{i-1}+8z_{i+1}-z_{i+2}\right)/(12\Delta);\ \ z'^{V}=\left(-z_{i-3}+12z_{i-2}-39z_{i-1}+56z_i-39z_{i+1}+12z_{i+2}-z_{i+3}\right)/\left(6\Delta^4\right),\\ z''=\left(-z_{i-2}+16z_{i-1}-30z_i+16z_{i+1}-z_{i+2}\right)/\left(12\Delta^2\right);\ z'''=\left(z_{i-3}-8z_{i-2}+13z_{i-1}-13z_{i+1}+8z_{i+2}-z_{i+3}\right)/\left(8\Delta^3\right); \end{gathered} \tag{18}$$

де $z(s,\varphi)$ – відповідна компонента НДС; z_m, (s) – її значення на m-ій прямій для $\varphi_m=2\pi(m-1)/M, \Delta=2\pi/M$. Після заміни в (17) виразів $\partial^k Z_j/\partial\varphi^k$ на їх наближенні значення (18), для кожного $\varphi^*=\varphi_m$ можна отримати систему 8*M диференціальних рівнянь в звичайних похідних у вигляді

$$\frac{dz_i^m}{ds}=\sum_{j=1}^{8}\left(A_{ij}^m z_j^m+F_i^m\right),\quad i=\overline{1,8},\quad m=\overline{1,M}. \tag{19}$$

Розв'язування всієї системи 8*M рівнянь вздовж меридіональної координати s методом прогонки при великих значеннях M призводить до слабкої обумовленості в матриці $\overline{A}$, що пов'язане з близькістю значень коефіцієнтів на сусідніх вузлових лініях $m-1, m, m+1, \ldots$, і, як наслідок, до труднощів забезпечення стійкості алгоритму.

У роботі розв'язування задачі пропонується здійснювати шляхом декомпозиції розглядуваної системи з застосуванням методу прямих і послідовних наближень. Суть якого полягає в розв'язуванні системи (19) послідовно для кожної із лінії $m=\overline{1,M}$, замінюючи складові похідних за окружною координатою значеннями, отриманими на попередніх ітераціях з використанням ідеї прогнозування їх значень на кожному 3-му кроці у відповідності з (4), (5).

Суть модифікації підходу полягає в тому, що замість розв'язування крайової задачі для всієї системи із $8*M$ рівнянь (19) в загальній схемі послідовних наближень m раз розв'язуються окремі системи по 8 рівнянь для кожного $i=\overline{1,M}$. При цьому значення параметрів в (19) з відмінними від i індексами приймаються до розгляду за результатами розрахунку на попередній ітерації з використанням ідеї прогнозування їх значень на кожному 3-му кроці у відповідності з (4), (5). Критерієм збіжності служить умова близькості двох послідовних розв'язків на ω-ому і (ω + 1)-ому кроці наближень по одній або декільком змінним.

Як приклад, що ілюструє можливості підходу, розглянута задача розрахунку кругової циліндричної оболонки, несиметричне навантаження внутрішнім тиском якої задається у вигляді $q_n(s,\varphi)=q_0(1+0.3\cos\varphi)\sin(\pi s/s_n)$, а товщина – змінюється за законом $h=h_0(1+0{,}3\cos\varphi)$, $q_0=const$, $h_0=const$. Поперечний перетин такої оболонки для $s=s_n/2$ зображено на рис. 18,б. Розглянуто випадки для 1) – затиснутих ($\omega=u=v=\vartheta_1=0$) та 2) – шарнірно-закріплених ($u=v=w=M_1=0$) торців оболонки.

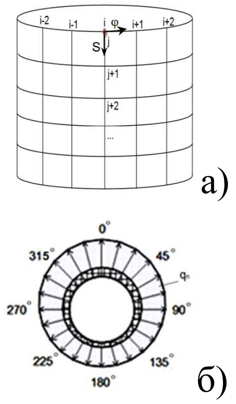


Рис. 18 – Розрахункова схема та навантаження на оболонку

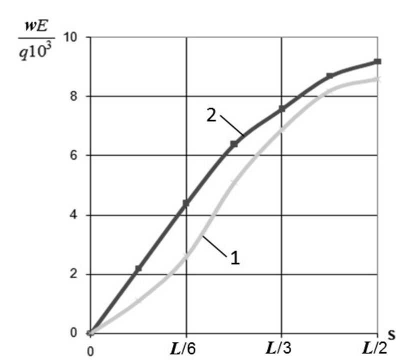


Рис. 19 – Розподіл прогинів в оболонці з різними граничними умовами

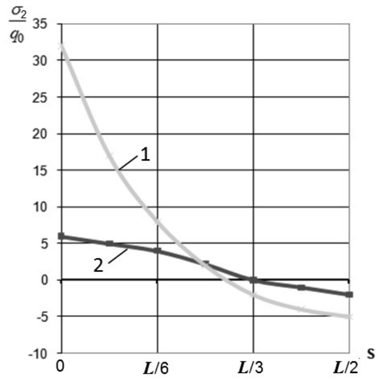


Рис. 20 – Розподіл напружень в оболонці з різними граничними умовами

У відповідності до методу прямих кількість смуг вздовж напрямної (для половини перерізу оболонки у зв'язку з симетрією) була прийнята $M = 30$, а точок інтегрування за методом С. Г. Годунова – 60.

На рис. 19 та рис. 20 подані розподіли прогинів w та напружень σ_2 на внутрішній поверхні оболонки уздовж твірної при $\varphi = 0$, лінія 1, лінія 2 відповідно для випадків закріплення країв. Відхилення від даних, наведених в роботі*, не перебільшує 0,15%.

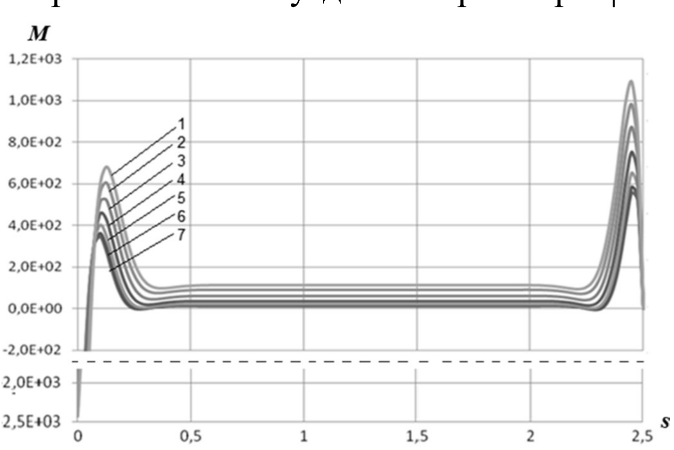


Рис. 21. – Залежності згинального моменту M_1 за довжиною оболонки

Далі приведені результати (рис. 21) розрахунку циліндричної оболонки з параметрами $r = 0{,}5$ м; $s_n = 2{,}5$ м; $\mu = 0{,}3$; $E = 1{,}9\cdot10^{11}$ Па; $h = h_0(1+\cos(\varphi/2))$; $h_0 = 0{,}005$ м, яка знаходиться під дією внутрішнього тиску $q = 1$ МПа. При $s = 0$ крайові умови прийняті у вигляді затиснення, а при $s = s_n$ – шарнірного закріплення.

На рис. 21 приведені графіки залежностей згинального моменту M_1 уздовж оболонки при $\varphi = 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180°$ – лінії (1) – (7), відповідно.

Збіжність методу послідовних наближень, на кожному кроці якого розв'язувалась по m крайових задач для системи із 8-ми рівнянь, була забезпечена за 7 ітерацій. Розрахунки основних параметрів напружено-деформованого стану для випадку оболонки постійної товщини співпадають з точним (аналітичним) розв'язком з розбіжністю не більше 0,2%, що вказує на високу достовірність розробленого алгоритму.

ВИСНОВКИ

Дисертація є завершеною науковою роботою у якій розроблено нові моделі, прості та ефективні алгоритми прискорення збіжності ітераційних процесів розв'язування нелінійних задач розрахунку і відшукання оптимальних параметрів неоднорідних оболонкових елементів конструкцій шляхом комп'ютерного моделювання ефективних ітераційних процесів, що ґрунтуються на прогнозуванні значень наступних кроків послідовних наближень.

Використання запропонованого підходу дозволяє суттєво скоротити обчислювальні витрати і отримати розв'язки різноманітних практично важливих задач механіки оболонок.

– розроблено нові ефективні алгоритми прискорення збіжності ітераційних процесів розв'язання задач розрахунку напружено-деформованого стану і визначення оптимальних параметрів неоднорідних оболонкових елементів конструкцій шляхом прогнозування (на окремих кроках) значень нелінійних параметрів за результатами попередніх ітерацій;

– за результатами досить обширного числового експерименту встановлено, що запропоновані алгоритми прискорення збіжності дозволяють суттєво (в декілька разів) скоротити обчислювальні витрати на розв'язування нелінійних крайових задач механіки оболонок та відшукати оптимальні проекти оболонок обертання і пластин за $12 \div 16$ ітерацій, що в $1{,}5 \div 3$ рази менше, ніж у випадку відомих ітераційних процесів.

– модифіковано прийоми перетворень нелінійних крайових задач механіки оболонок (їх ліанеризації) для побудови ефективних ітераційних схем та прискорення збіжності їх розв'язування;

– проведено експериментальні дослідження поведінки гнучкої кільцевої пластинки та гофрованої оболонки (сильфона) і порівняльні числові дослідження адекватності існуючих математичних моделей і ефективності розроблених алгоритмів;

– розроблено методологію зменшення обчислювальних витрат в задачах розрахунку несиметрично навантажених оболонок обертання змінної вздовж меридіана жорсткості при спільному використанні методу Фур'є та розробленого алгоритму прискорення збіжності ітераційних процесів;

– розроблено ефективний підхід до дослідження напружено-деформіваного стану і визначення параметрів оболонок зі змінною у двох напрямках жорсткістю, шляхом спільного застосування модифікованого дискретно-континуального методу прямих та розробленого алгоритму прискорення збіжності ітераційних процесів;

– отримані корисні, у прикладному відношенні, результати розв'язування низки задач розрахунку напружено-деформованого стану та вибору оптимальних параметрів неоднорідних гнучких оболонкових елементів конструкцій зі складною формою меридіану. Зокрема, кільцевих пласти, гофрованих мембран синусоїдального профілю, динамометричних шайб, оболонок обертання довільної конфігурації і змінною вздовж меридіану та окружному і меридіональному напрямках товщиною стінки.

Отримані в дисертації результати можуть бути безпосередньо використані для скорочення обчислювальних витрат в задачах розрахунку і вибору оптимальних параметрів широкого спектру задач механіки оболонок.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Safronova I. A. Algorithm for computational costs reducing in problems of calculation of asymmetrically loaded shells of rotation / Dzyuba A. P., Safronova I. A., Levitina L. D // Strength of Materials and Theory of Structures, 2020. – № 105. – P. 107-122 (Web of science).
2. Сафронова І. А. Моделі та алгоритми оптимізації елементів неоднорідних оболонкових конструкцій / Дзюба А. П., Сіренко В. М., Сафронова І. А., Дзюба О. А. // Актуальні проблеми механіки: Монографія серії: Підсумки науки до 100-річчя заснування Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара / під редакцією М. В. Полякова. – Дніпро: ЛІРА, 2018. – С. 225-243.
3. Сафронова І. А. Розробка методики розрахунку напружено-деформованого стану циліндричної оболонки зі змінної у двох напрямах товщиною стінки / Дзюба А.П., Сафронова І. А., Левитіна Л.Д. // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Зб. наук. праць. – Дніпро: ДНУ. – Вип. 30, 2019. – С. 53-67.
4. Сафронова І. А. Числові та експериментальні дослідження великих переміщень в оболонкових елементах конструкцій / А. П. Дзюба, І. А. Сафронова // Вісник Дніпропетровського університету: серія «Механіка неоднорідних структур», Дн-ськ, 2016. –Вип. 1(20). – С. 11-20.
5. Сафронова І. А. Числові та експериментальні дослідження поведінки осесиметричних кільцевих пластин при великих переміщеннях / А. Г. Пацюк, І. А. Сафронова // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Зб. наук. праць - Дн-ськ: ДНУ. –Вип. 25, 2016. – С. 158-170.
6. Сафронова І. А. Алгоритми прискорення збіжності ітераційних процесів розрахунку оболонок обертання складної форми меридіану при великих переміщеннях / А. П. Дзюба, І. А. Сафронова // Вісник Дніпропетровського університету. Серія «Механіка» Т 2. – Дн-ськ: ДНУ, 2015. – Вип. 19. – С.38-55.
7. Сафронова І. А. Прискорення збіжності ітераційного алгоритму розв’язування задач розрахунку оболонок при великих переміщеннях / П. І. Булакаєв, Л. Д. Левитіна, І. А. Сафронова // Методи розв’язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: зб. наук. Праць. – Дн-ськ: ДНУ. – Вип. 13, 2012. – С. 69-76.
8. Сафронова І. А. Дискретно-континуальний алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану оболонок обертання змінної у двох напрямках жорсткості / П. І. Булакаєв, А. П. Дзюба, І. А. Сафронова // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. – Дн-ськ: Ліра, 2011. – Вип. 16. – С. 69-78.
9. Сафронова І. А. Розробка математичної моделі та методики розрахунку і оптимізації параметрів динамометричної шайби / А. П. Дзюба, І. А. Філяшина (І. А. Сафронова) // Геотехническая механіка. – Дн-ськ, 2005. – Вып. 56. – С. 219-226.
10. Дзюба А. П. Розрахунок та оптимізація форми меридіану оболонок обертання як чутливих елементів манометричних пристроїв / А. П. Дзюба, Л. Д. Левитіна,

І. А. Філяшина (І. А. Сафронова) // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: зб. наук. праць. – Дн-ськ: ДНУ, 2003. – Вип. 5. – С. 40-46.

11. Safronova I. A. Research adequacy of the mathematical models of deformation shell elements with large displacements / A. P. Dzyuba, I. A. Safronova // Proc. of the III Intern. Scient. and Pract. Conf. «Science and Education – Our Future, Ajman, UAE, 2016», 2016. – P. 39-44.
12. Сафронова І. А. Прогнозування значень коефіцієнтів в методі Фур'є для зниження обчислювальних витрат в задачах розрахунку оболонок обертання при несиметричному навантаженні /Дзюба А. П., Сафронова І. А., Левитіна Л. Д.// Актуальные проблемы инженерной механики / Тезисы докладов VII Международной научно--практической конференции. Общая редакция – Н. Г. Сурьянинов. Одесса: ОГАСА, 2020. – С. 96-99. – Режим доступу до ресурсу: https://drive.google.com/file/d/1RIruKchAIDCfvCfEtoi33HkeKcIpoLSx/view
13. Сафронова І.А. Алгоритм прискорення збіжності ітераційних процесів розрахунку і оптимального проектування конструкцій / Сафронова І. А. // Сучасні проблеми механіки та математики: збірник наукових праць у 3-х т. / за заг. ред. А. М. Самойленка та Р. М. Кушніра [Електронний ресурс] // Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2018. – Т. 2. – С. 194-195. – Режим доступу до ресурсу: www.iapmm.lviv.ua/mpmm2018
14. Сафронова І. А. Алгоритм розв'язування задачі оптимізації форми гнучких гофрованих мембран / І. А. Сафронова // «Scientific and Practical Results. Prospects for Their Development» (2016, Abu-Dhabi, UAE). – P. 35-39.
15. Сафронова І. А. Числовий аналіз збіжності ітераційних алгоритмів розрахунку оболонок обертання при великих переміщеннях / І. А. Сафронова // III Международная конференция «Актуальные проблемы инженерной механики»: Тезисы докладов. – Одесса, 2016. – С. 178-181.
16. Safronova I. A. Algorithms of optimal designing for materially and geometrically nonlinear thin elements of metallurgical equipments under thermal loading / I. A. Safronova, L. D. Levitina // Summaries of lectures 9th international symposium of Croatian metallurgical society. – Shibenik, Croatia, june 20 – 24, 2010: SHMD'2010 Materials and metallurgy. – Metallurgy, 2010. – Vol. 49. – N.3. – P. 222.
17. Сафронова І. А. Прискорення збіжності методу прямих для розв'язування задач теорії оболонок змінної у двох напрямках жорсткості / І. А. Сафронова // Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки – 2010»: тези доповідей. –Дніпродзержинськ, 2010. – С. 136.
18. Сафронова І. А. Алгоритми прискорення збіжності ітераційних процесів розв'язування нелінійних крайових задач механіки розрахунку оболонок обертання / І. А. Сафронова // Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки»: Тези доповідей. – Том 2. – Дніпродзержинськ, 2016. – С. 14.
19. Сафронова І. А. Алгоритм прискорення збіжності методу прямих для розв'язування крайових задач механіки оболонок обертання /Левитіна Л.Д., Сафронова І. А., Рябчекно Є. Д. // Тези доповідей ІІ МНТК пам'яті академіка НАН України В. І. Моссаковського (до сторіччя з дня народження) «Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій». – Дніпро, 2019. – С. 181.

АНОТАЦІЯ

Сафронова І. А. Моделі і алгоритми прискорення збіжності ітераційних процесів в задачах розрахунку і оптимізації оболонкових елементів конструкцій. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04. «Механіка деформівного твердого тіла» (фізико-математичні науки). – Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, 2021.

Дисертаційна робота присвячена розробці методів розрахунку оболонкових конструкцій з неоднорідними параметрами.

Розроблено ефективний алгоритм прискорення збіжності ітераційних процесів, що виникають при розв’язуванні нелінійних задач розрахунку і вибору оптимальних параметрів оболонкових елементів конструкцій сучасної техніки (зокрема, кільцевих пластин, чутливих мембран синусоїдального профілю, динамометричних шайб, сильфонів), несиметрично навантажених неоднорідних оболонок обертання з довільною формою меридіану та змінною жорсткістю при великих переміщеннях.

Підхід ґрунтується на використанні авторських прийомів спільного застосування методу релаксуючих множників (лінійна екстраполяція), поліномів Лагранжа і Ньютона (в формі методу Адамса) та ітераційного процесу Ейткена – Стеффенсена.

Суть підходу полягає в зменшенні кількість етапів ітераційного процесу розв’язування послідовності лінійних крайових задач шляхом періодичної екстраполяції значень лінійних складових на основі вдалих попередніх кроків, замість проведення всього обсягу обчислень на *k*-му кроці.

Побудовані ефективні алгоритми та наведені результати розв’язування нелінійних крайових задач для різних математичних моделей опису поведінки таких оболонок з нерегулярними параметрами. Достовірність підходу підтверджена результатами спеціальних експериментальних досліджень.

Для випадку несиметрично навантажених оболонок обертання змінної уздовж меридіану жорсткості розроблений алгоритм застосовано для зменшення кількості розв’язання крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами шляхом прогнозування значень коефіцієнтів розкладень відшукуваних функцій в ряди Фур’є.

Для змінної у двох напрямках жорсткості задача розв’язується шляхом застосування дискретно-континуального методу прямих, коли в окружному напрямку використовується скінченно-різницевий підхід, в меридіональному – задача інтегрування одновимірних крайових задач, а розроблений алгоритм прискорення збіжності – для зменшення кількості розв’язувань таких задач.

Результати дисертації, які подані у вигляді опису алгоритмів, графіків і таблиць числових розрахунків та даних експериментальних досліджень, можуть бути безпосередньо використані для скорочення обчислювальних витрат в задачах розрахунку і вибору оптимальних параметрів широкого спектру задач механіки оболонок.

Ключові слова: прискорення збіжності, числові алгоритми, змінна жорсткість, гнучкі оболонкові елементи, великі переміщення, експериментальні дослідження.

ABSTRACT

Safronova I. A. Models and algorithms for accelerating the convergence of iterative processes in the problems of calculation and optimization of shell elements of structures. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Dissertations for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences, specialty 01.02.04. "Mechanics of a deformable solid" (physical and mathematical sciences). – Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, 2021.

The dissertation is devoted to the development of methods for calculating shell structures with inhomogeneous parameters.

An effective algorithm for accelerating the convergence of iterative processes arising in solving nonlinear problems of calculation and selection of optimal parameters of shell elements of structures of modern technology (in particular, annular plates, sensitive membranes of sinusoidal profile, dynamometric washers, bellows) meridian shape and for accelerating the variable stiffness at large displacements was developed.

The approach is based on the usage of the author's methods of joint application of the relaxing multiplier method (linear extrapolation), Lagrange and Newton polynomials (in the form of the Adams method) and the Aitken-Stefansson iterative process.

The essence of the approach is to reduce the number of stages of the iterative process of solving a sequence of linear boundary value problems by periodically extrapolating the values of linear components based on successful previous steps, instead of performing the entire volume of calculations on the k-th step.

Effective algorithms are constructed and the results of solving nonlinear boundary value problems for various mathematical models of describing the behavior of such shells with irregular parameters are presented. The reliability of the approach is confirmed by the results of special experimental studies.

For the case of asymmetrically loaded shells of rotation of a variable along the stiffness meridian, the developed algorithm is used to reduce the number of solutions of boundary value problems for systems of ordinary differential equations with variable coefficients by predicting the values of coefficients of Fourier series.

For a variable in two directions of rigidity the problem is solved by applying the discrete-continuum method of lines, when in the circumferential direction a finite-difference approach is used, in the meridional - the problem of integrating one-dimensional boundary value problems, and the developed algorithm for convergence acceleration tasks.

The results of the dissertation, which are presented in the form of a description of algorithms, graphs and tables of numerical calculations and experimental data, can be directly used to reduce computational costs in calculation problems and select optimal parameters for a wide range of shell mechanics problems.

Keywords: convergence acceleration, numerical algorithms, variable stiffness, flexible shell elements, large displacements, experimental studies.

Підписано до друку 28.07.2021 р.
Формат 60×90/16 Папір офсетний. Друк цифровий.
Ум.-друк. арк. 1,4 Наклад 100 прим. Зам. № 178

Видавництво та друкарня ПП «Ліра ЛТД».
вул. Наукова, 5, м. Дніпро, 49107
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виготовлювачів
та розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 6042 від 26.02.2018.

dnipro.lira@gmail.com | +38 (067) 561-57-05 | lira.dp.ua