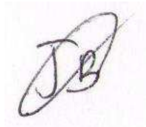
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА

Горєв В’ячеслав Миколайович



УДК 533.9, 533.72

# СКОРОЧЕНИЙ ОПИС НЕРІВНОВАЖНИХ СИСТЕМ З УРАХУВАННЯМ РЕЛАКСАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

01.04.02 – теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Дніпропетровськ – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Дніпропетровському національному університеті імені Олеся Гончара Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
**Соколовський Олександр Йосипович,**
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара, професор кафедри теоретичної фізики.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
**Герасименко Віктор Іванович,**
Інститут математики НАН України, провідний науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь з частинними похідними;

доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України
**Слюсаренко Юрій Вікторович,**
Інститут теоретичної фізики імені О. І. Ахієзера Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, завідувач відділу статистичної фізики та квантової теорії поля.

Захист відбудеться « 30 » червня 2016 р. о $16^{00}$ на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 08.051.02 Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара за адресою: вул. Наукова 9, корпус 12, ауд. 512.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара.

Автореферат розісланий « 27 » травня 2016 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради О. М. Галдіна

# ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Дослідження нерівноважних процесів є центральною задачею статистичної фізики. Таке дослідження можливе лише на основі скороченого опису нерівноважних станів, у рамках якого система описується відносно вузьким набором параметрів – параметрів скороченого опису (ПСО). Скорочений опис при цьому будується на основі рівняння Ліувілля або кінетичних рівнянь (Больцмана, Ландау тощо). Сучасною тенденцією є розширення стандартних наборів ПСО з метою врахування нових ступенів свободи системи. Тут в першу чергу слід згадати опис релаксаційних процесів в вузькому розумінні цього терміну як процесів, які можуть проходити в просторово-однорідних станах системи. Біля рівноваги ці процеси відповідають кінетичним модам системи і релаксаційним ступеням свободи. Класичні дослідження цих процесів належать Ландау, який дослідив релаксацію температур компонент плазми, і Греду, який розробив теорію максвеллівської релаксації. Ідеї цих робіт і до теперішнього часу є робочим знаряддям новітніх досліджень. Важливим недоліком цих досліджень є відсутність у розрахунках малого параметра і розв'язання на його основі кінетичного рівняння, а також неврахування порушення локальної рівноваги в системах при наявності релаксаційних процесів. Усунення цих недоліків є важливою задачею сучасної теорії нерівноважних процесів.

Основою сучасної теорії нерівноважних процесів доцільно вважати метод скороченого опису нерівноважних систем Боголюбова, який ґрунтується на його ідеї функціональної гіпотези. На відміну від ідеї нормальних розв'язків Гільберта, вона виходить з наявності у системи низки етапів природної еволюції, в яких реалізується можливість скороченого опису. Окремим випадком цього методу можна вважати метод Чепмена–Енскога, який за Боголюбовим теж базується на функціональній гіпотезі. За своїм походженням метод Чепмена–Енскога орієнтований на дослідження стандартних гідродинамічних станів. Сучасною задачею теорії нерівноважних процесів є його узагальнення на випадок наявності в системі релаксаційних процесів у вузькому розумінні цього терміну. Центральною проблемою при цьому є дослідження просторово-однорідних станів, які не є станами локальної рівноваги. Обчислити відповідні функції розподілу не дозволяє відсутність малого параметра. Дисертаційна робота пропонує підхід до розв'язання цієї проблеми на основі кінетичного рівняння і використовує його для аналізу скороченого опису газів (зокрема, плазми). Фактично при цьому йдеться про узагальнення методів Чепмена–Енскога і Греда. В літературі зазначається актуальність цієї задачі (Singh, 2010; Jou, Casas-Vázquez, Lebon, 2010). Слід також зазначити, що дослідження гідродинамічних станів плазми з урахуванням релаксаційних процесів є важливою задачею теорії нерівноважних процесів, і тому їй у дисертації приділяється велика увага.

**Зв'язок роботи з науковими програмами та темами.** Дисертаційна робота виконана в рамках держбюджетної дослідної роботи «Змінні спостереження для нових елементарних частинок та процесів в екстремальних зовнішніх умовах» (№ держреєстрації 0113U003031), що виконувалася в Дніпропетровському національному університеті імені Олеся Гончара в науково-дослідній лабораторії квантової хромоплазми.

**Мета і задачі дослідження.** *Метою* роботи є узагальнення методу Чемпена–Енскога на випадок наявності в системі релаксаційних процесів і його застосування до кінетики однокомпонентного газу та повністю іонізованої плазми.

Мета роботи досягається розв'язуванням таких *задач*:

1. На основі кінетичного рівняння розробити загальну теорію релаксаційних процесів в околі гідродинамічних станів (узагальнений метод Чепмена–Енскога) шляхом розгляду цих процесів біля їх завершення.

2. За допомогою узагальненого методу Чепмена–Енскога дослідити релаксацію Максвелла в однокомпонентному газі і встановити зв'язок з теорією релаксації Греда.

3. За допомогою узагальненого методу Чепмена–Енскога дослідити релаксаційні процеси в просторово-однорідній повністю іонізованій плазмі. Розробити теорію збурень за відношенням маси електрона до маси іона для розв'язання інтегральних рівнянь теорії з наступними наближеними обчисленнями методом обірваних розвинень за ортогональними поліномами.

4. За допомогою узагальненого методу Чепмена–Енскога дослідити гідродинамічні процеси в двокомпонентній плазмі з урахуванням процесів релаксації температур і швидкостей компонент. Дослідити кінетичні коефіцієнти в гідродинаміці двокомпонентної плазми при наявності в ній релаксаційних процесів.

5. Дослідити моди двокомпонентної плазми в її гідродинамічних станах при наявності в ній релаксаційних процесів.

*Об'єкт дослідження*: однокомпонентний газ і повністю іонізована двокомпонентна плазма.

*Предмет дослідження*: гідродинамічні стани однокомпонентного газу і повністю іонізованої двокомпонентної плазми при наявності процесів релаксації.

*Методи дослідження.* У роботі використовується метод скороченого опису Боголюбова, його ідея функціональної гіпотези, метод Чепмена–Енскога і метод обірваних розвинень за поліномами Соніна у наближеному розв'язуванні інтегральних рівнянь теорії.

**Наукова новизна отриманих результатів.**

1. На основі кінетичного рівняння вперше розроблено загальну теорію релаксаційних процесів в околі гідродинамічних станів (узагальнений метод Чепмена–Енскога) шляхом розгляду цих процесів біля їх завершення.

2. На основі узагальненого методу Чемпена–Енскога вперше досліджено максвеллівську релаксацію в однокомпонентному газі в наближенні одного та двох поліномів Соніна. З'ясовано, що відомі результати Греда відповідають наближенню одного полінома.

3. На основі узагальненого методу Чемпена–Енскога вперше досліджено релаксаційні процеси в повністю іонізованій плазмі біля їх завершення. Розроблено метод розв'язування інтегральних рівнянь теорії в теорії збурень за малим відношенням мас електрона та іона з подальшими обчисленнями методом обір-

ваних розвинень за поліномами Соніна. Показано, що наближення локальної рівноваги дає вірні результати лише в головному порядку за відношенням мас та лише в лінійній теорії релаксації. Поправки до цього наближення отримано в теорії збурень за відношенням мас у лінійній та квадратичній (з квадратичною нелінійністю) теоріях релаксації.

4. Досліджено гідродинамічні процеси в плазмі при наявності в ній релаксаційних процесів. Отримано кінетичні коефіцієнти з урахуванням процесів релаксації швидкостей та температур компонент.

5. Досліджено моди двокомпонентної плазми в гідродинамічних станах при наявності релаксаційних процесів. При цьому в рамках теорії збурень за відношенням мас послідовно враховано динаміку іонної компоненти.

**Практичне значення одержаних результатів.** Розроблена загальна теорія релаксаційних процесів в околі гідродинамічних станів (узагальнений метод Чемпена–Енскога) може бути використана для дослідження впливу релаксаційних процесів на гідродинамічні явища в газах, рідинах, плазмі, твердому тілі тощо. Вона дає можливість ураховувати нові релаксаційні ступені свободи системи та виходити за рамки наближення локальної рівноваги. Ідея цієї теорії також дозволяє досліджувати формування скороченого опису, розглядаючи скорочений опис поблизу стандартного.

**Особистий внесок здобувача.** Усі результати, що винесені на захист, отримані здобувачем особисто. Особистий внесок полягає в постановці задач, у проведенні математичних викладок, одержанні кінцевих рівнянь і їх розв’язанні, в аналізі та обговоренні результатів, написанні статей у фахових журналах [1–8], статей у працях конференцій [9–17] та тез доповідей на конференціях [18–39]. Ідеї, засади та методи вирішення наукових задач, а також напрямки проведення досліджень обговорювались з науковим керівником, професором Соколовським О. Й. У роботах [1, 6, 19, 21, 23] ідея досліджувати релаксацію біля її завершення в просторово-однорідній плазмі належить Челбаєвському З. Ю.

**Ступінь достовірності наукових результатів.** Достовірність наукових результатів, представлених у дисертаційній роботі, досягнуто таким чином:

1. Використано стандартні кінетичні рівняння (кінетичне рівняння Больцмана, Ландау та Ландау–Власова).

2. Використано відомі методи, такі як метод Чемпена–Енскога у формулюванні Боголюбова та метод обірваного розвинення за поліномами Соніна для наближеного розв’язання рівнянь теорії.

3. Результати роботи у випадках, які вже розглядались у літературі, збігаються з відомими результатами.

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали дослідження доповідались на 24 міжнародних конференціях: Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (Lviv, 2011; Trieste, 2013; Coventry, 2014; Esztergom, 2015; Vienna, 2016), International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics (Kharkiv, 2011), International School-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions" (Dnipropetrovsk, 2013), Conference on Statistical Physics: Modern Trends and Applications (Lviv, 2012), International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kharkiv, 2012;

Dnipropetrovsk, 2014), International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems" (Kyiv, 2014), International Young Scientists Forum on Applied Physics (Dnipropetovsk, 2015), Young Scientists Conference "Problems of Theoretical Physics", (Kyiv, 2013, 2014), Всеукраїнська школа-семінар та Конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини (Львів, 2014, 2015), Conference of Students and Young Scientists "Shevchenkivska Vesna 2014" (Kyiv, 2014), Международная молодежная научно-практическая конференция «Человек и Космос» (Днепропетровск, 2010–2015), Научная конференция «Информационные технологии в управлении сложными системами» (Днепропетровск, 2013).

**Публікації.** Результати дисертації опубліковані у 8 статтях у фахових наукових журналах [1–8], у 9 статтях у матеріалах міжнародних конференцій [9–17] та 22 тезах міжнародних конференцій [18–39]. 4 статті та 4 статті у матеріалах конференцій індексуються в SCOPUS.

**Структура дисертації.** Робота складається з вступу, п’яти розділів, висновків, двох додатків та списку використаних джерел (181 найменування). Повний обсяг дисертації складає 138 сторінок (з них список джерел на 22 стор., додатки на 7 стор.), об’єм  основного тексту – 109 стор. ( з них огляд на 9 стор.). Дисертація містить 7 таблиць.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**Перший розділ** дисертації присвячено огляду літератури. Ідея скороченого опису нерівноважних процесів є центральною ідеєю теорії переносу. На наш час найбільш розвинутою теорією переносу є теорія, яка базується на кінетичному рівнянні Больцмана. Вона широко застосовується в сучасній статистичній фізиці для дослідження плазми, твердого тіла, кінетики фотонів у середовищі, гранулярних матеріалів тощо.

Вагомий внесок до статистичної фізики вніс М. М. Боголюбов, який розробив метод скороченого опису нерівноважних процесів.  Метод Чепмена–Енскога, що використовує опис нерівноважної системи кінетичним рівнянням, є його окремим випадком. Боголюбов сформулював ідею функціональної гіпотези та обґрунтував твердження, що виникнення нормальних за Гільбертом розв’язків є результатом природної еволюції системи.

Основною задачею методу скороченого опису є пошук функції розподілу (ФР) системи та часових рівнянь для параметрів скороченого опису (ПСО). Вказані об’єкти теорії не вдається знайти точно, і їх шукають у теорії збурень. Основним питанням теорії нерівноважних процесів є вибір ПСО і можливість реалізації на його основі методу скороченого опису в деякій теорії збурень. Це, наприклад, вдається зробити в кінетиці повільних змінних, яка розглядається і в даній роботі. Ще один дуже поширений випадок – модель Пелетмінського–Яценка. Проте зауважимо, що загального «рецепту» вибору ПСО системи, на жаль, не існує. Для кожної системи сукупність ПСО формується в процесі її експериментального та теоретичного дослідження. Зазначимо, що можливість реалізації скороченого опису при виборі деяких ПСО в деякій теорії збурень може бути основою для доведення функціональної гіпотези і дослідження природної еволюції, яка веде до цього опису.

Однією з найважливіших задач сучасної теорії нерівноважних процесів є узагальнення методу Чемпена–Енскога для опису більш ранніх та більш складних за гідродинамічний етапів еволюції. В дисертації пропонується узагальнення методу Чемпена–Енскога для врахування впливу релаксаційних (кінетичних) мод системи на гідродинамічні процеси. При цьому вивчаються релаксаційні стани системи, які знаходяться в околі стандартного гідродинамічного стану, що запроваджує в теорії новий малий параметр. В якості ПСО системи вибираються ПСО гідродинамічного стану та відхилення додаткових параметрів від їх гідродинамічних значень. Це дає, зокрема, змогу дослідити максвеллівську релаксацію (задачу Греда).

На цій основі стає можливим послідовне дослідження релаксації температур та швидкостей компонент повністю іонізованої плазми. Серед результатів попередників для цієї задачі варто виділити результати Ландау і Спітцера для температурної релаксації та Александрова, Богданкевич і Рухадзе для релаксації швидкості. Отримані ними результати базуються на наближенні локальної рівноваги (НЛР). Хоча це наближення активно використовується в літературі для різних систем, відомо, що при наявності релаксаційних процесів НЛР корегується.

Послідовне дослідження процесів релаксації температур і швидкостей компонент плазми дає змогу дослідити явища переносу в плазмі в рамках її дворідинної гідродинаміки і порівняти результати з відомими результатами Брагіньского, які ґрунтуються на НЛР. При цьому відкриваються нові можливості дослідження мод плазми.

**Другий розділ** містить загальну теорію релаксаційних станів однокомпонентних систем в околі рівноважного стану та застосування цієї теорії до задачі Греда. Теорія будується для систем, які описуються кінетичним рівнянням типу Больцмана:

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} + \frac{p_n}{m}\frac{\partial f_p}{\partial x_n} = I_p(f), \tag{1}$$

де $f_p$ – ФР системи та $I_p$ – інтеграл зіткнень. Розгляд однокомпонентних систем не обмежує можливості застосування теорії, оскільки, як буде видно з подальшого розгляду двокомпонентних систем (наприклад, повністю іонізованої плазми), типи рівнянь у різних порядках теорії збурень збігаються.

ПСО системи є ПСО стандартного гідродинамічного стану (густина, швидкість та температура), а також додаткові параметри, які визначаються в термінах ФР таким чином:

$$\theta_i \equiv \int d^3p\theta_{ip} f_p, \quad \theta_i = \varphi_i + \theta_i^h(\xi), \quad \xi = \{n, \upsilon_n, T\}. \tag{2}$$

Тут $\theta_{ip}$ – мікроскопічні значення додаткових ПСО, $\varphi_i$ – відхилення додаткових ПСО $\theta_i$ від їх гідродинамічних значень $\theta_i^h(\xi)$, $\xi$ – набір ПСО стандартного гідродинамічного стану. Через те, що нами розглядаються релаксаційні стани, які знаходяться в околі стандартного гідродинамічного, відхилення $\varphi_i$ вважаються малими і їх зручно використовувати замість $\theta_i$. Малі параметри теорії $\mu$ та $g$ визначаються оцінками

$$\varphi_i \sim \mu, \qquad \partial^s \xi_\alpha \big/ \partial x_{n_1} \partial x_{n_2 \dots} \partial x_{n_s} \sim g^s, \qquad \partial^s \varphi_i \big/ \partial x_{n_1} \partial x_{n_2 \dots} \partial x_{n_s} \sim \mu g^s. \tag{3}$$

Функціональна гіпотеза, кінетичне рівняння при скороченому описі та часові рівняння для ПСО матимуть вигляд

$$f_p(x,t) \xrightarrow[t \gg \tau_0]{} f_p(x, \xi(t), \varphi(t)), \quad \xi = \{\xi_\mu\}, \quad \varphi = \{\varphi_i\};$$

$$\sum_\alpha \int d^3x' \frac{\delta f_p(x,\xi,\varphi)}{\delta \xi_\alpha(x')} M_\alpha\left(x', \xi, \varphi\right) + \sum_i \int d^3x' \frac{\delta f_p(x,\xi,\varphi)}{\delta \varphi_i(x')} L_i\left(x',\xi,\varphi\right) +$$
$$+ \frac{p_n}{m} \frac{\partial f_p(x,\xi,\varphi)}{\partial x_n} = I_p\left( f\left(x,\xi,\varphi\right)\right); \tag{4}$$
$$\partial_t \xi_\alpha(x) = M_\alpha(x,\xi,\varphi), \qquad \partial_t \varphi_i(x) = L_i(x,\xi,\varphi).$$

Тут $\tau_0$ – це деякий характерний час, який може залежати від початкового стану системи, проте зазвичай оцінюється як час вільного пробігу. Основна мета методу скороченого опису – отримати ФР та часові рівняння для ПСО (тобто вирази для їх часових похідних).

Підрозділ 2.1 присвячено дослідженню структури рівнянь теорії в різних порядках теорії збурень за $\mu$ та $g$. Результати для ФР та часових похідних у порядку $\mu^0$ збігаються з результатами стандартної гідродинаміки. Нами отримано результати в порядках $\mu^1 g^0$, $\mu^2 g^0$, $\mu^1 g^1$. Показано, що рівняння для ФР у порядку $\mu^1 g^0$ є рівнянням на власні функції і власні значення лінеаризованого оператора зіткнень та що відхилення $\varphi_i$ є лінійними комбінаціями кінетичних мод системи.

Підрозділ 2.2 присвячено застосуванню розробленої загальної теорії до задачі Греда. У цій задачі додатковими ПСО є потік енергії $q_n$ та безслідовий потік імпульсу $\pi_{nl}$, взяті в супутній системі відліку, де масова швидкість $\upsilon_n = 0$. Для простоти розглядається лінійна теорія релаксації в просторово-однорідному випадку. Отримано такі вирази для ФР $f_p$ і коефіцієнтів релаксації потоків $\lambda_q$, $\lambda_\pi$

$$q_n \equiv \int d^3p p_n \varepsilon_p \; f_p \big/ m, \quad \pi_{nl} \equiv t_{nl} - t_{mm}/3 = \int d^3p h_{nlp} \; f_p \big/ m,$$
$$h_{nlp} \equiv p_n p_l - p^2 \delta_{nl}/3,$$
$$f_p = w_p(1 + a_{np} q_n + a_{nlp}\pi_{nl}) + O(\mu^2), \;\; \partial_t q_n = -\lambda_q q_n, \;\; \partial_t \pi_{nl} = -\lambda_\pi \pi_{nl},$$
$$a_{np}^{[1]} = p_n a_1^{[1]} S_1^{3/2}(\beta\varepsilon_p), \quad b_{nlp}^{[1]} = h_{nlp} b_0^{[1]},$$
$$a_{np}^{[2]} = p_n(a_1^{[2]} S_1^{3/2}(\beta\varepsilon_p) + a_2^{[2]} S_2^{3/2}(\beta\varepsilon_p)), \;\; b_{nlp}^{[2]} = h_{nlp}(b_0^{[2]} + b_1^{[2]} S_1^{5/2}(\beta\varepsilon_p)), \tag{5}$$
$$a_1^{[1]} = a_1^{[2]} = -2(5nT^2)^{-1}, \qquad b_0^{[1]} = b_0^{[2]} = (2mnT^2)^{-1},$$
$$a_2^{[2]} = -2 \cdot 7^{-1/2}(\tilde\lambda_q^{[2]} - A_{11}) a_1^{[2]} A_{12}^{-1}, \quad b_1^{[2]} = 2^{1/2} \cdot 7^{-1/2}(\tilde\lambda_\pi^{[2]} - B_{00}) b_0^{[2]} B_{01}^{-1},$$
$$\tilde\lambda_q = 2mnT\lambda_q, \qquad \tilde\lambda_\pi = 8nm^2T^2\lambda_\pi/3, \qquad \beta = 1/T,$$
$$\lambda_q^{[1]} = 2\{\varepsilon_p p_n, \varepsilon_p p_n\}(15nmT^3)^{-1}, \qquad \lambda_\pi^{[1]} = \{h_{nlp}, h_{nlp}\}(10nm^2T^2)^{-1},$$

$$\lambda_q^{[2]} = \left( A_{11} + A_{22} - \sqrt{\left(A_{11} - A_{22}\right)^2 + 4A_{12}^2} \right)\left(4mnT\right)^{-1},$$

$$\lambda_\pi^{[2]} = 3\left( B_{00} + B_{11} - \sqrt{\left(B_{00} - B_{11}\right)^2 + 4B_{10}^2} \right)\left(16m^2T^2n\right)^{-1},$$

$$B_{ss'} \equiv \{h_{nlp} S_s^{5/2}(\beta\varepsilon_p), h_{nlp} S_{s'}^{5/2}(\beta\varepsilon_p)\}(y_s y_{s'})^{-1/2}, \quad y_s \equiv 2\Gamma((2s+7)/2)/s!\sqrt{\pi},$$

$$A_{ss'} \equiv \{p_n S_s^{3/2}(\beta\varepsilon_p), p_n S_{s'}^{3/2}(\beta\varepsilon_p)\}(x_s x_{s'})^{-1/2}, \quad x_s \equiv 2\Gamma((2s+5)/2)/s!\sqrt{\pi},$$

$$\{g_p, h_p\} \equiv \int d^3p d^3p' w_p K_{pp'} g_p h_{p'}, \quad w_p \equiv n(2\pi mT)^{-3/2} \exp(-\beta\varepsilon_p),$$

$$\hat{K} g_p \equiv \int d^3p K_{pp'} g_{p'}, \quad w_p K_{pp'} \equiv -M_{pp'} w_{p'}, \quad M_{pp'} \equiv \delta I_p / \delta f_{p'}\Big|_{f \to w}.$$

Тут індекс у квадратних дужках позначає кількість поліномів, у наближенні якої пораховано величину. Використано розвинення за ортогональними поліномами Соніна, які визначаються формулами

$$S_n^\alpha(x) \equiv \frac{1}{n!} e^x x^{-\alpha} \frac{d^n}{dx^n}\left(e^{-x} x^{\alpha+n}\right),$$
$$\int_0^\infty dx x^\alpha e^{-x} S_n^\alpha(x) S_{n'}^\alpha(x) = \Gamma(n+\alpha+1)\delta_{nn'}/n!. \tag{6}$$

Результати в наближенні одного полінома для ФР та часів релаксації потоків збігаються з відомими результатами Греда, проте в наближенні двох поліномів отримано до них поправки.

**Третій розділ** присвячено дослідженню процесів релаксації швидкості та температури в повністю іонізованій просторово-однорідній плазмі.

Підрозділ 3.1 присвячено базовим рівнянням теорії. Дослідження ведеться на основі кінетичного рівняння Ландау в просторово-однорідному випадку:

$$\partial_t f_{ap} = I_{ap}(f), \tag{7}$$

де $a = e, i$ – індекс компоненти, $f_{ap}$ – ФР, $I_{ap}$ – інтеграл зіткнень Ландау. Загальноприйнятими ПСО плазми є густини, швидкості та температури компонент. Їх стандартні означення в термінах функцій розподілу даються формулами:

$$n_a \equiv \int d^3p f_{ap}, \qquad \pi_{an} = m_a n_a \upsilon_{an} \equiv \int d^3p p_n f_{ap},$$
$$\varepsilon_a = 3m_a n_a T_a/2 + m_a n_a \upsilon_a^2/2 \equiv \int d^3p \varepsilon_{ap} f_{ap}, \qquad \varepsilon_{ap} = p^2/2m_a, \tag{8}$$

де $\pi_{an}$, $\varepsilon_a$ – густини імпульсу і енергії $a$-ї компоненти. За стандартними означеннями масова швидкість $\upsilon_n$ та температура $T$, які є ПСО системи у гідродинамічному стані, вводяться як

$$\pi_n = \sum\nolimits_a \pi_{an} \equiv \upsilon_n \sum\nolimits_a m_a n_a, \qquad \varepsilon = \sum\nolimits_a \varepsilon_a = \left(3T/2 + \upsilon^2/2\right)\sum\nolimits_a m_a n_a, \tag{9}$$

де $\pi_n$ та $\varepsilon$ – сумарна густина імпульсу і енергії системи. На основі рівнянь (7)–(9) можна показати, що в просторово-однорідному випадку величини $n_a$, $\upsilon_n$, $T$ є постійними рівноважними параметрами.

Вводяться відхилення температури та швидкості електронів від своїх рівноважним значень $\upsilon_n$, $T$:

$$u_n \equiv \upsilon_{en} - \upsilon_n, \quad \tau \equiv T_e - T. \tag{10}$$

Можна показати, що відхилення іонних температури та швидкості від $\upsilon_n$, $T$ виражаються через величини $n_a$, $\upsilon_n$, $T$, $u_n$, $\tau$. Це дає змогу вибрати параметри $u_n$, $\tau$ за ПСО системи, оскільки в просторово-однорідному випадку $n_a$, $\upsilon_n$, $T$ є константами (в подальшому використовується система відліку, в якій $\upsilon_n = 0$). У роботі вивчаються релаксаційні процеси поблизу їх завершення, тобто параметри $u_n$, $\tau$ вважаються малими. Це дає змогу побудувати кінетику повільних змінних $u_n$, $\tau$, величини яких оцінюються безрозмірним малим параметром $\mu$:

$$\tau \sim \mu T, \quad u_n \sim \mu\sqrt{T/m_e}, \quad \mu \ll 1. \tag{11}$$

Відповідно до (7)–(10) часові рівняння для ПСО мають вигляд:

$$\begin{gathered}\partial_t \tau = 2Q_e(f)/3n_e, \ \ \partial_t u_n = R_{en}(f)/m_e n_e, \\ R_{an}(f) \equiv \int d^3 p p_n I_{ap}(f), \quad Q_a(f) \equiv \int d^3 p \varepsilon_{ap} I_{ap}(f), \end{gathered} \tag{12}$$

де $R_{an}$, $Q_a$ – джерела імпульсу та енергії. Подальший розгляд базується на ідеї функціональної гіпотези Боголюбова:

$$f_{ap}(t) \xrightarrow[t \gg \tau_0]{} f_{ap}(u(t), \tau(t)), \tag{13}$$

де $\tau_0$ – деякий характерний час: $\tau_0 \ll \tau_u, \tau_T$; $\tau_u$, $\tau_T$ – часи релаксації швидкості і температури. Кінетичне рівняння (7) при скороченому описі (13) набуває вигляду

$$\begin{gathered}\frac{\partial f_{ap}(u,\tau)}{\partial u_n} L_n(u,\tau) + \frac{\partial f_{ap}(u,\tau)}{\partial \tau} L_0(u,\tau) = I_{ap}\big(f(u,\tau)\big), \\ \partial_t \tau = L_0(u,\tau), \quad \partial_t u_n = L_n(u,\tau) \\ L_0(u,\tau) \equiv 2Q_e(f(u,\tau))/3n_e, \quad L_n(u,\tau) \equiv R_{en}(f(u,\tau))/m_e n_e. \end{gathered} \tag{14}$$

Додатковими умовами до (14) є означення ПСО в термінах функцій розподілу. У подальшому рівняння (14) розв'язується в теорії збурень за малим параметром $\mu$.

У нульовому порядку за $\mu$ часові похідні $L_0$, $L_n$ нульові, а ФР є рівноважними максвеллівськими:

$$f_{ap}^{(0)} = w_{ap}, \quad w_{ap} \equiv n_a (2\pi m_a T)^{-3/2} \exp(-\beta \varepsilon_{ap}), \quad (\beta \equiv T^{-1}). \tag{15}$$

Цей факт має місце, оскільки

$$I_{ap}(w) = 0. \tag{16}$$

Уподальших підрозділах цього розділу отримано ФР та часові похідні в більш високих порядках за $\mu$ та зроблено порівняння результатів з результатами широко вживаного наближення локальної рівноваги, у рамках якого ФР $f_{ap}(u,\tau)$ вважаються такими:

$$f_{ap}^{L}(u,\tau) \equiv n_a (2\pi m_a T_a)^{-3/2} e^{-(p - m_a \upsilon_a)^2 / 2m_a T_a}. \tag{17}$$

Підрозділ 3.2 присвячено пошуку ФР та часових рівнянь для ПСО в рамках лінійної теорії релаксації, в якій досліджені лінійні за $\mu$ внески. Результат НЛР для лінійного за $\mu$ наближення отримується тейлорівським розвиненням виразу (17) до членів, лінійних за $u_n$, $\tau$. Лінійні за $\mu$ внески нашої теорії до ФР $f_{ap}(u,\tau)$ з міркувань обертальної інваріантності мають вигляд

$$f_{ap}^{(1)} = w_{ap}[A_a(\beta\varepsilon_{ap})\tau + B_a(\beta\varepsilon_{ap})p_n u_n]. \quad (18)$$

Для функцій $A_a(\beta\varepsilon_{ap})$ та $B_a(\beta\varepsilon_{ap})$ і часів релаксації температури та швидкості $\tau_T \equiv \lambda_T^{-1}$, $\tau_u \equiv \lambda_u^{-1}$ у теорії збурень за параметром малості маси електрона $\sigma \equiv (m_e / m_i)^{1/2}$ отримано такі результати:

$$A_e(\beta\varepsilon_{ep}) = -\beta S_1^{1/2}(\beta\varepsilon_{ep}) + 3\sqrt{2}z(z+1)\beta\sigma^2 S_2^{1/2}(\beta\varepsilon_{ep}) + O(\sigma^4),$$
$$A_i(\beta\varepsilon_{ip}) = z\beta S_1^{1/2}(\beta\varepsilon_{ip}) + 2^{3/2}(1+z^{-1})\beta\sigma^3 S_2^{1/2}(\beta\varepsilon_{ip}) + O(\sigma^4),$$
$$B_e(\beta\varepsilon_{ep}) = \beta - 3z(2z-1)(3z+2^{5/2})^{-1}\beta\sigma^2 S_1^{3/2}(\beta\varepsilon_{ep}) + O(\sigma^4),$$
$$B_i(\beta\varepsilon_{ip}) = -z\beta\sigma^2 - 3z\beta\sigma^4 S_1^{3/2}(\beta\varepsilon_{ip})\big/5 + O(\sigma^5), \quad (19)$$
$$L_0^{(1)} = -\lambda_T\tau, \quad L_n^{(1)} = -\lambda_u u_n,$$
$$\lambda_T = 2^{5/2}\left(2\cdot 3^{-1} - (1+3\cdot 2^{1/2}z)\sigma^2\right)\pi^{1/2}z^2(z+1)\lambda\sigma^2 + O(\sigma^5),$$
$$\lambda_u = 2^{5/2}3^{-1}\left(1+(2z-1)(2^{3/2}-3z)(2^{5/2}+3z)^{-1}\sigma^2\right)\pi^{1/2}z^2\lambda + O(\sigma^4),$$

де $\lambda \equiv e^4 n_i L / m_e^{1/2} T^{3/2}$. Тут $\lambda_T$ та $\lambda_u$ – коефіцієнти релаксації температури та швидкості, $\tau_T \gg \tau_u$, $L$ – кулонівський логарифм. Головний порядок за $\sigma$ функцій $A_a(\beta\varepsilon_{ap})$ є точним розв'язком, поправки отримано в наближенні одного полінома. Функція $B_e(\beta\varepsilon_{ep})$ у кожному порядку за $\sigma$ отримана в наближенні одного полінома. Головний порядок функції $B_i(\beta\varepsilon_{ip})$ за $\sigma$ є точним розв'язком, а поправка отримана в наближенні одного полінома.

Результати для ФР у головному порядку за $\sigma$ збігаються з результатами НЛР, проте в більш високих порядках за $\sigma$ нами отримано поправки до цих результатів. Результати для часів релаксації в головному порядку за $\sigma$ збігаються з відомими у літературі результатами НЛР, проте в більш високих порядках за $\sigma$ внески від поправок до НЛР є більшими за відповідні члени, обчислені тільки з використанням НЛР. У формулах (19) враховано співвідношення електронейтральності $n_e = z n_i$, де $z$ – зарядове число іонів.

Підрозділ 3.3 присвячено пошуку ФР та часових рівнянь для ПСО в рамках квадратичної (с квадратичною нелінійністю) теорії релаксації, тобто в другому порядку за $\mu$. Результати НЛР другого за $\mu$ наближення отримується тейлорівським розвиненням виразу (17) до членів, лінійних за $u_n$, $\tau$. Наші ФР у рамках квадратичної теорії релаксації шукаються у вигляді

$$f_{ap}^{(2)} = w_{ap}[A_a^{\tau\tau}(\beta\varepsilon_{ap})\tau^2 + A_a^{\tau u}(\beta\varepsilon_{ap})p_n\tau u_n + A_{anl}^{uu}(p)u_n u_l],$$
$$A_{anl}^{uu}(p) = A_{a\delta}^{uu}(\beta\varepsilon_{ap})\delta_{nl} + A_{aTr}^{uu}(\beta\varepsilon_{ap})h_{nlp}. \quad (20)$$

Отримано такі результати для ФР и часових рівнянь для $\tau$ і $u_l$

$$A_e^{\tau\tau}(\beta\varepsilon_{ep}) = \beta^2 S_2^{1/2}(\beta\varepsilon_{ep}) + O(\sigma), \quad A_i^{\tau\tau}(\beta\varepsilon_{ip}) = z^2\beta^2 S_2^{1/2}(\beta\varepsilon_{ip}) + O(\sigma),$$
$$A_e^{u\tau}(\beta\varepsilon_{ep}) = -2^{5/2}\beta^2 S_1^{3/2}(\beta\varepsilon_{ep})\big/(2^{5/2}+3z) + O(\sigma),$$
$$A_i^{u\tau}(\beta\varepsilon_{ip}) = -z^2\beta^2\sigma^2 S_1^{3/2}(\beta\varepsilon_{ip}) + O(\sigma^2), \quad (21)$$
$$A_{enl}^{uu}(p) = -m_e\beta S_1^{1/2}(\beta\varepsilon_{ep})\delta_{nl}\big/3 + 3\beta^2(6-2^{5/2}z)^{-1}h_{nlp} + O(\sigma),$$

$$A^{uu}_{nl}(p) = m_e z\beta S_1^{1/2}(\beta\varepsilon_{ip})\delta_{nl}\big/3 + O(\sigma),$$
$$(\partial_t u_l)^{(2)} = 16\pi^{1/2}(2^{5/2}+3z)^{-1}z^2\lambda T^{-1}\tau u_l + O(\sigma),$$
$$(\partial_t \tau)^{(2)} = \left(2^{5/2}\pi^{1/2}z^2(z+1)\lambda T^{-1}\sigma^2 + O(\sigma^3)\right)\tau^2 + \left(2^{7/2}3^{-2}\pi^{1/2}z^2\lambda m_e + O(\sigma)\right)u^2.$$

Результати для $A^{\tau\tau}_a(\beta\varepsilon_{ap})$ отримано в наближенні одного полінома, і вони збігаються з НЛР; результат для $A^{u\tau}_e(\beta\varepsilon_{ep})$ отримано в наближенні одного полінома, але він відрізняється від результату НЛР. Результат для $A^{u\tau}_i(\beta\varepsilon_{ip})$ є точним розв'язком та збігається з НЛР. Результати для безслідових частин функцій $A^{uu}_{anl}(p)$ (тобто пропорційних $h_{nlp}$) отримані в наближенні одного полінома та з НЛР не збігаються. Частину функції $A^{uu}_{enl}(p)$, пропорційну $\delta_{nl}$, отримано в наближенні одного полінома, і цей результат збігається з НЛР та повністю визначається додатковими умовами. Частина функції $A^{uu}_{inl}(p)$, пропорційна $\delta_{nl}$, є точним розв'язком, вона збігається з НЛР та повністю визначається додатковими умовами. Таким чином, НЛР не для всіх частин ФР є правильним розв'язком у рамках квадратичної теорії релаксації навіть у наближенні одного полінома. Отримані в цій теорії внески до часових рівнянь для ПСО уповільнюють релаксаційні процеси.

**Четвертий розділ** присвячено впливу релаксації на гідродинамічні процеси в плазмі. Розглядається випадок зі слабкою просторовою неоднорідністю. У рамках цього розділу отримуються релаксаційні поправки до кінетичних коефіцієнтів системи. Розгляд базується на кінетичному рівнянні Ландау

$$\frac{\partial f_{ap}}{\partial t} + \frac{p_n}{m_a}\frac{\partial f_{ap}}{\partial x_n} = I_{ap}(f). \qquad (22)$$

Взагалі кажучи, кінетичне рівняння для плазми повинно містити внесок самоузгодженого поля. Цей внесок має суттєвий вплив на моди системи, але, як відомо, він не впливає на кінетичні коефіцієнти системи, і тому в четвертому розділі він не враховується.

Підрозділ 4.1. присвячено параметрам скороченого опису та базовим рівнянням теорії. Аналогічно теорії, розвинутій у третьому розділі, та відповідно до загальної теорії другого розділу, за ПСО системи можна обрати параметри $n_a$, $\upsilon_n$, $T$ та відхилення температури й швидкості електронів від їх стандартних гідродинамічних значень:

$$u_n \equiv \upsilon_{en} - \upsilon^h_{en}, \quad \tau \equiv T_e - T^h_e. \qquad (23)$$

У стандартному гідродинамічному стані швидкості та температури компонент мають вигляд

$$\upsilon^h_{an} = \upsilon_n + \pi^{oh}_{an}\big/m_a n_a, \qquad \sum\nolimits_a \pi^{oh}_{an} = 0, \qquad T^h_a = T + O(g^2), \qquad (24)$$

де $g$ – малий параметр, який оцінює величину градієнтів ПСО ($\pi^o_{an}$ – густина імпульсу компоненти в супутній системі відліку, яка має швидкість $\upsilon_n$). Відхилення $u_n$, $\tau$ вважаються малими та оцінюються малим параметром $\mu$ аналогічно формулі (11). У підсумку теорія має два малі параметри $\mu$ та $g$, які ведуть до оцінок

$$\partial^s \xi_{1-6} \big/ \partial x_{n_1} \partial x_{n_2} ... \partial x_{n_s} \sim g^s, \quad \partial^s \xi_{7-10} \big/ \partial x_{n_1} \partial x_{n_2} ... \partial x_{n_s} \sim \mu g^s, \tag{25}$$

де через $\{\xi_{1-6}\} \equiv \{n_e, n_i, \upsilon_n, T\}$, $\{\xi_{7-10}\} \equiv \{u_n, \tau\}$ позначено ПСО. На основі рівнянь (8), (9), (22), (23) нами отримано, що часові рівняння для ПСО мають вигляд

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} = -\frac{1}{m_a}\frac{\partial \pi_{an}}{\partial x_n}, \qquad \frac{\partial \upsilon_n}{\partial t} = \frac{1}{m_e n_e + m_i n_i}\left(\upsilon_n \frac{\partial \pi_l}{\partial x_l} - \frac{\partial t_{nl}}{\partial x_l}\right),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{2}{3(n_e + n_i)}\left(-\frac{\partial q_n}{\partial x_n} + \frac{3}{2}T\sum_a \frac{1}{m_a}\frac{\partial \pi_{an}}{\partial x_n} + \upsilon_n \frac{\partial t_{nl}}{\partial x_l} - \frac{1}{2}\upsilon^2 \frac{\partial \pi_n}{\partial x_n}\right),$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} = \frac{R_{en}}{m_e n_e} + \frac{1}{m_e n_e}\left(\upsilon_{en}\frac{\partial \pi_{el}}{\partial x_l} - \frac{\partial t_{enl}}{\partial x_l}\right) - \frac{\partial \upsilon^h_{en}}{\partial t}, \tag{26}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{2(Q_e - R_{en}\upsilon_{en})}{3n_e} + \frac{2}{3n_e}\left(-\frac{\partial q_{en}}{\partial x_n} + \frac{3T_e}{2m_e}\frac{\partial \pi_{en}}{\partial x_n} + \frac{\partial t_{enl}}{\partial x_l}\upsilon_{en} - \frac{\upsilon_e^2}{2}\frac{\partial \pi_{en}}{\partial x_n}\right) - \frac{\partial T^h_e}{\partial t},$$

$$t_{anl} \equiv \int d^3p\, p_n p_l\; f_{ap} \big/ m_a, \quad q_{an} \equiv \int d^3p\, p_n \varepsilon_{ap}\; f_{ap} \big/ m_a, \quad t_{nl} \equiv \sum\nolimits_a t_{anl}, \quad q_n \equiv \sum\nolimits_a q_{an},$$

де $t_{anl}$, $q_{an}$ – потоки імпульсу та енергії $a$-ї компоненти. Як бачимо, у часових рівняннях для ПСО гідродинамічного стану $n_e, n_i, \upsilon_n, T$ відсутні внески без градієнтів, але вони наявні в часових рівняннях для $u_n$, $\tau$ і визначають релаксаційні процеси.

Функціональна гіпотеза Боголюбова з урахуванням обраних ПСО, кінетичне рівняння (22) при скороченому описі та часові рівняння для ПСО мають вигляд

$$f_{ap}(x,t) \xrightarrow[t \gg \tau_0]{} f_{ap}(x, \xi(t)),$$

$$\sum_\alpha \int d^3x' \frac{\delta f_{ap}(x,\xi)}{\delta \xi_\alpha(x')} L_\alpha\left(x', f\left(\xi\right)\right) + \frac{p_n}{m_a}\frac{\partial f_{ap}(x,\xi)}{\partial x_n} = I_{ap}\left(f\left(x,\xi\right)\right), \tag{27}$$

$$\partial_t \xi_\alpha(x) = L_\alpha(x, f(\xi)).$$

Додатковими умовами до (27) є означення ПСО в термінах ФР.

У головному порядку теорії збурень (25) маємо

$$f^{(0,0)}_{ap} = w_{a,\, p - m_a \upsilon} \tag{28}$$

( $f^{(m,n)}_{ap}$ – внесок до $f_{ap}$ порядку $\mu^m g^n$).

Підрозділ 4.2 присвячений розгляду стандартного гідродинамічного стану системи. Знайдено внесок $f^{(0,1)}_{ap}$ до функції розподілу $f_{ap}$ та кінетичні коефіцієнти системи. Отримані результати добре узгоджуються з результатами Брагінського. Зокрема, ситуація з теплопровідністю $\kappa$ в основному наближенні за $\sigma$ ілюструється таблицею

**Порівняння результатів для теплопровідності**

| z | наш результат $\kappa$ | результат Брагінського $\kappa_{Brag}$ |
|---|---|---|
| 1 | $0{,}946 \cdot \Lambda$ | $0{,}945 \cdot \Lambda$ |
| 2 | $0{,}732 \cdot \Lambda$ | $0{,}733 \cdot \Lambda$ |
| 3 | $0{,}605 \cdot \Lambda$ | $0{,}608 \cdot \Lambda$ |
| 4 | $0{,}518 \cdot \Lambda$ | $0{,}516 \cdot \Lambda$ |

де $\Lambda = T^{5/2} / m_e^{1/2} e^4 L$.

Для в'язкості $\eta$ в основному порядку за $\sigma$ маємо

$$\eta = 0,353 \cdot \Lambda m_e / \sigma z^4 , \quad \eta_{Brag} = 0,406 \cdot \Lambda m_e / \sigma z^4 . \qquad (29)$$

Зауважимо, що теплопровідність нами обчислювалась у наближенні трьох поліномів (наближення двох поліномів розходиться з відомими результатами більш ніж в 2 рази), а в'язкості – у наближенні одного полінома (результати відрізняються менш ніж на 14 %).

Підрозділ 4.3 присвячено впливу релаксаційних процесів на гідродинаміку системи. У ньому досліджено ФР $f_{ap}^{(1,1)}$ та потоки енергії та імпульсу в порядку $\mu^1 g^1$. Показано, що не всі отримані внески до потоків мають аналоги в рамках стандартної гідродинаміки. Зокрема, завдяки релаксації швидкості потоки енергії містять градієнт масової швидкості, а потоки імпульсу – градієнти температури та густини (сумарний потік енергії містить градієнт масової швидкості навіть у головному порядку за $\sigma$). У підсумку отримано релаксаційні поправки до кінетичних коефіцієнтів стандартного гідродинамічного стану і показано, що ці поправки зменшують в'язкість та теплопровідність системи.

**П'ятий розділ** присвячено дослідженню мод повністю іонізованої плазми. Дисперсійні закони для мод та самі моди обчислюються за допомогою власних значень та власних функцій узагальненої гідродинамічної матриці з урахуванням малості хвильового вектора, оскільки система є слабко неоднорідною.

Підрозділ 5.1 присвячено пошуку мод кінетичного рівняння Ландау без внеску самоузгодженого поля Власова. Ця задача є важливою для зменшення розмірності задачі пошуку мод плазми як системи електромагнітного поля та заряджених частинок, а також для визначення впливу зіткнень на моди.

В рамках цієї задачі нами отримано шість гідродинамічних мод та чотири релаксаційні кінетичні моди:

$$\begin{gathered}
\lambda_{1,2} = -\eta k^2 / m_i n_i + O(\sigma^2 k^2, k^3); \\
\lambda_{3,4} = \pm ik\sigma \sqrt{5(z+1)T/3m_e} - Dk^2 + O(\sigma^2 k, \sigma k^2, k^3), \\
\lambda_{5,6} = -D_{5,6} k^2 + O(\sigma k^2, k^3), \qquad \lambda_{7,8} = -\lambda_u + \Lambda_{||} k^2 + O(k^3), \\
\lambda_9 = -\lambda_u + \Lambda_\perp k^2 + O(k^3), \qquad \lambda_{10} = -\lambda_T + \Lambda_T k^2 + O(k^2).
\end{gathered} \qquad (30)$$

Моди $\lambda_{1,2}$ описують згасання поперечних до хвильового вектора компонент масової швидкості; моди $\lambda_{3,4}$ є звуковими модами (в них беруть участь поперечна компонента масової швидкості, густити компонент та температура); моди $\lambda_{5,6}$ є тепловою та зсувною модами (в них беруть участь густини компонент та температура). Моди $\lambda_{7,8}$ описують релаксаційне згасання поперечних компонент $u_n$, мода $\lambda_9$ описує релаксаційне згасання повздовжньої компоненти $u_n$, а мода $\lambda_{10}$ описує релаксаційне згасання параметра $\tau$. Конкретні громіздкі вирази для декрементів згасання мод $D$, $D_{5,6}$, $\Lambda_{||}$, $\Lambda_\perp$, $\Lambda_T$ надані в дисертації.

Підрозділ 5.2 присвячено пошуку мод кінетичного рівняння Ландау–Власова. На жаль, процедуру пошуку ФР у теорії збурень за $\mu$ та $g$ на основі узагальненого нами метода Чепмена–Енскога не вдається реалізувати через присутність внеску самоузгодженого поля. Проте можна знайти моди рівняння Ландау–Власова в бездисипативному випадку, обмежуючись ФР нульового порядку за градієнтами. В результаті отримано такі моди:

$$\lambda_{1,2} = O(k^2),\ \ \lambda_{3,4} = \pm ik\sigma\sqrt{5(z+1)T/3m_e} + O(\sigma^2 k, k^2),\ \lambda_5 = O(k^2),$$
$$\lambda_{6,9} = -\lambda_u/2 \pm i\sqrt{\omega_p^2 - \lambda_u^2/4} + O(\sigma^2, k^2),\ \omega_p^2 \equiv 4\pi e^2 n_e/m_e; \tag{31}$$
$$\lambda_{7,8} = -\lambda_u + O(k^2),\ \ \lambda_{10} = -\lambda_T + O(k^2).$$

Моди $\lambda_{3,4}$ є звуковими модами, моди $\lambda_{7,8}$ описують релаксаційне згасання поперечних компонент $u_n$, мода $\lambda_{10}$ описує релаксаційне згасання параметра $\tau$. Моди $\lambda_{6,9}$ описують релаксаційне згасання плазмових хвиль, фізичний зміст яких – коливання заряду під дією самоузгодженого поля. Фізичною причиною релаксаційного згасання є релаксаційне згасання поперечної компоненти $u_n$. Як бачимо, декремент згасання дорівнює $\lambda_u/2$ та має місце релаксаційний зсув частоти плазмових хвиль. Хоча $\lambda_u \ll \omega_p$ і зсув частоти є незначним, для малих хвильових векторів релаксаційне згасання плазмових коливань є вагомішим за відоме згасання Ландау. Це твердження ілюструється таблицею:

**Коефіцієнти згасання для деяких повністю іонізованих плазм**

| Плазма | $n_e, \text{см}^{-3}$ | $T, K$ | $\lambda_u/2\omega_p$ | $\bar{\omega}$ |
|---|---|---|---|---|
| токамак | $10^{14} \div 10^{15}$ | $10^8$ | $(0,3 \div 1,5)\cdot 10^{-8}$ | $0,146 \div 0,152$ |
| міжпланентна плазма | $10^{-2} \div 10^{1}$ | $10^4$ | $(0,03 \div 1,5)\cdot 10^{-9}$ | $0,133 \div 0,144$ |
| сонячна корона | $10^4 \div 10^8$ | $10^6 \div 10^8$ | $3\cdot 10^{-14} \div 1,5\cdot 10^{-9}$ | $0,119 \div 0,148$ |

Її побудовано з урахуванням того, що кулонівський логарифм оцінюється як $L \sim 10 \div 15$. Величина $\bar{\omega}$ – це таке значення $kr_D$ ($r_D$ – радіус Дебая), що при $kr_D < \bar{\omega}$ декремент релаксаційного згасання є більшим за декремент згасання Ландау. Отримані в дисертації результати є узагальненням відомих в літературі результатів, оскільки нами враховується динаміка іонів плазми.

## ВИСНОВКИ

1. На основі кінетичного рівняння вперше розроблено загальну теорію релаксаційних процесів в околі гідродинамічних станів (узагальнений метод Чепмена–Енскога) шляхом розгляду цих процесів біля їх завершення (в роботі релаксаційними називаються процеси, які можуть відбуватися в просторово-однорідній системі).

2. За допомогою узагальненого методу Чепмена–Енскога вперше досліджено максвеллівську релаксацію в однокомпонентному газі. Показано, що відомі результати Греда для функції розподілу та часів релаксації потоків відповідають наближенню одного полінома Соніна та знайдено вирази для відповідних величин у наближенні двох поліномів.

3. На основі узагальненого методу Чемпена–Енскога вперше досліджено релаксаційні процеси в повністю іонізованій плазмі біля їх завершення. Розроблено метод розв'язування отриманих інтегральних рівнянь у теорії збурень за малим відношенням мас електрона та іона з подальшими обчисленнями методом обірваних розвинень за поліномами Соніна. Показано, що наближення локальної рівноваги дає вірні результати лише в головному порядку за відношенням мас та в рамках лінійної теорії релаксації. Отримано поправки до цього наближення в теорії збурень за відношенням мас у лінійній та квадратичній (з квадратичною нелінійністю) теоріях релаксації. У відповідних членах теорії збурень за відношенням мас показано, що отримані у дисертаційній роботі вирази більші за внески наближення локальної рівноваги.

4. Досліджено гідродинамічні процеси в плазмі при наявності в ній релаксаційних процесів. При цьому враховано вищезазначені поправки до наближення локальної рівноваги. Отримано потоки енергії та імпульсу і кінетичні коефіцієнти плазми з урахуванням процесів релаксації швидкостей та температур компонент.

5. На основі кінетичних рівнянь Ландау та Ландау–Власова досліджено моди двокомпонентної плазми в гідродинамічних станах при наявності релаксаційних процесів. При цьому в рамках теорії збурень за відношенням мас послідовно враховано динаміку іонної компоненти. Отримано моди релаксаційного згасання плазмових хвиль та вказано діапазон значень хвильового вектора, коли релаксаційне згасання є вагомішим за згасання Ландау.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ


1. Sokolovsky A. I. To the Landau theory of relaxation phenomena in plasma / A. I. Sokolovsky, V. N. Gorev, Z. Yu. Chelbaevsky // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nuclear Physics Investigations (57). – 2012. – N 1. – P. 230 – 234.
2. Gorev V. N. One-velocity and one-temperature hydrodynamics of plasma / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Visnyk Dnipropetrovs'kogo Universytetu. Serìa Fizyka. Radioelectronika. – 2013. – V. 21, Issue 20, No 2. – P. 39 – 46.
3. Gorev V. N. Investigation of nonequilibrium processes in vicinity of hydrodynamic states / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Proceedings of Institute of Mathematics of NAS of Ukraine. – 2014. – V. 11, No. 1. – P. 67 – 92.
4. Gorev V. N. Hydrodynamic modes of the Landau kinetic equation in the absence of relaxation / V. N. Gorev // Visnik Dnipropetrovs'kogo Unìversitetu. Serìa Fìzika, Radìoelektronika. – 2014. – V. 22, Issue 21, No 1. – P. 26 – 33.
5. Gorev V. N. Hydrodynamic, kinetic modes of plasma and relaxation damping of plasma oscillations / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Ukrainian Journal of Physics. – 2015. – V. 60, No. 3 – P. 232 – 246.
6. Gorev V. N. On relaxation phenomena in a two-component plasma / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky, Z. Yu. Chelbaevsky // Condensed Matter Physics. – 2015. – V. 18, No. 3. – P. 33001 (18 pages).
7. Gorev V. N. Non-linear relaxation in spatially uniform plasma / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Visnik Dnipropetrovs'kogo Unìversitetu. Serìa Fìzika, Radìoelektronika. – 2015. – V. 23, No 1. – P. 13 – 20.

8. Gorev V. N. Plasma kinetic coefficients with account for relaxation processes / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // International Journal of Modern Physics B. – 2015. – V. 29, No 32. – P. 1550233 (23 pages).
9. Gorev V. N. Relaxation processes in a Coulomb plasma [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // 14th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, August, 28 – 30, 2012, Kharkiv, Ukraine: Proceedings. – Kharkiv, 2012. – P. 217 – 220. – 1 compact disc (CDR). – IEEE Catalog Number: CFP12761-CDR. – ISBN 978-1-4673-4479-1.
10. Gorev V. N. Hydrodynamics of a completely ionized plasma taking into account relaxation phenomena / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions: International School-seminar, May, 22 – 24, 2013, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. – Dnipropetrovsk, 2013. – P. 135 – 138.
11. Горев В. Н. К гидродинамике полностью ионизированной плазмы [Электронный ресурс] / В. Н. Горев, А. И. Соколовский // Информационные технологии в управлении сложными системами – 2013: научная конференция, июнь, 19 – 20, 2013, Днепропетровск, Украина: сборник докладов, Секция 1. – Днепропетровск, 2013. – режим доступа к сборнику http://www.itm.dp.ua/
12. Gorev V. N. Kinetics of nonequilibrium systems in the vicinity of hydrodynamic states [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Shevchenkivska Vesna 2014: XII International Scientific Conference of Students and Young Scientists, March, 25 – 28, 2014, Kyiv, Ukraine: Proceedings. – Kyiv, 2014. – режим доступу до збірника http://radfiz.org.ua/forum/download/file.php?id=815
13. Gorev V. N. Relaxation phenomena in a homogenous plasma [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // 15th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, August, 26 – 28, 2014, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. – Dnipropetrovsk, 2014. – P. 217 – 220. – 1 compact disc (CDR). – IEEE Catalog Number: CFP14761-CDR. – ISBN 978-1-4479-6863-1.
14. Gorev V. N. Landau equation modes of a Coulomb plasma [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // 15th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, August, 26 – 28, 2014, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. – Dnipropetrovsk, 2014. – P. 221 – 224. – 1 compact disc (CDR). – IEEE Catalog Number: CFP14761-CDR. – ISBN 978-1-4479-6863-1.
15. Gorev V. N. Relaxation damping of plasma oscillations [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // 15th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, August, 26 – 28, 2014, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. – Dnipropetrovsk, 2014. – P. 237 – 240. – 1 compact disc (CDR). – IEEE Catalog Number: CFP14761-CDR. – ISBN 978-1-4479-6863-1.
16. Gorev V. N. Plasma Hydrodynamics with Account for Relaxation Degrees of Freedom [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // International Young Scientists Forum on Applied Physics 2015, September, 29 – October 2, 2015, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. – Dnipropetrovsk, 2015. – 1 compact disc (CDR). – IEEE Catalog Number: CFP15YSF-CDR. – ISBN 978-1-4673-6976-3.
17. Gorev V. N. Relaxation Processes in Spatially Homogenous Plasma with Account for Quadratic Terms [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // International Young Scientists Forum on Applied Physics 2015, September, 29 – October 2, 2015, Dnipropetrovsk, Ukraine: Proceedings. – Dnipropetrovsk, 2015. – 1

compact disc (CDR). – IEEE Catalog Number: CFP15YSF-CDR. – ISBN 978-1-4673-6976-3.
18. Горев В. Н. Релаксация скоростей и температур компонент полностью ионизированной плазмы / В. Н. Горев, А. И. Соколовский // Человек и Космос: XII Международная молодежная научно-практическая конференция, апрель, 7 – 9, 2010, Днепропетровск, Украина: сборник тезисов. – Днепропетровск, 2010. – С. 52.
19. Sokolovsky A. I. Hydrodynamics of two-component liquids taking into account relaxation phenomena / A. I. Sokolovsky, V. N. Gorev, Z. Yu. Chelbaevsky // The 36-th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (MECO 36), April, 5 – 7, 2011, Lviv, Ukraine: Programme and Abstracts. – Lviv, 2011. – P. 156.
20. Горев В. Н. Релаксационные процессы в квазиравновесной двухкомпонентной плазме [Электронный ресурс] / В. Н. Горев, А. И. Соколовский // Человек и Космос: XIII Международная молодежная научно-практическая конференция, апрель, 13 – 15, 2011, Днепропетровск, Украина: сборник тезисов. – Днепропетровск, 2011. – С. 73. – 1 электрон. опт. диск (DVD). – ISSN 2221-4550.
21. Sokolovsky A. I. To the Landau theory of relaxation phenomena in plasma / A. I. Sokolovsky, V. N. Gorev, Z. Yu. Chelbaevsky // 3rd International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics, August, 29 – September 2, 2011, Kharkov, Ukraine: Book of Abstracts. – Kharkov, 2011. – P. 131.
22. Горев В. Н. Гидродинамика двухкомпонентной плазмы и состояние локального равновесия [Электронный ресурс] / В. Н. Горев, А. И. Соколовский // Человек и Космос: XIV Международная молодежная научно-практическая конференция, апрель, 11 – 13, 2012, Днепропетровск, Украина: сборник тезисов. – Днепропетровск, 2012. – С. 53. – 1 электрон. опт. диск (DVD). – ISSN 2221-4550.
23. Gorev V. N. On the hydrodynamics of a two-liquid plasma taking into account relaxation processes / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky, Z. Yu. Chelbaevsky // 4th Conference on Statistical Physics: Modern Trends and Applications, July, 3 – 6, 2012, Lviv, Ukraine: Book of abstracts. – Lviv, 2012. – P. 107.
24. Горев В. Н. К релаксации температуры в полностью ионизированной плазме [Электронный ресурс] / В. Н. Горев, А. И. Соколовский // Человек и Космос: XV Международная молодежная научно-практическая конференция, апрель, 10 –12, 2013, Днепропетровск, Украина: сборник тезисов. – Днепропетровск, 2013. – С. 53. – 1 электрон. опт. диск (DVD). – ISSN 2221-4550.
25. Горев В. Н. Гидродинамика плазмы с одинаковыми температурами и скоростями компонент [Электронный ресурс] / В. Н. Горев, А. И. Соколовский // Человек и Космос: XV Международная молодежная научно-практическая конференция, апрель, 10 – 12, 2013, Днепропетровск, Украина: сборник тезисов. – Днепропетровск, 2013. – С. 54. – 1 электрон. опт. диск (DVD). – ISSN 2221-4550.
26. Gorev V. N. The hydrodynamic modes of the Landau equation with account for relaxation processes / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Problems of Theoretical Phys-

ics: Young Scientists Conference, December, 24 – 27, 2013, Kyiv, Ukraine: Book of Abstracts. – Kyiv, 2013. – P. 52.

27. Gorev V. Nonequilibrium processes in vicinity of hydrodynamic states / V. Gorev, A. Sokolovsky // 39th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics, April, 8 – 10, 2014, Coventry, England: Book of abstracts. – Coventry, 2014. – P. 65 – 66.

28. Горев В. Н. Гидродинамические моды уравнения Ландау / В. Н. Горев, А. И. Соколовский [Электронный ресурс] // Человек и Космос: XVI Международная молодежная научно-практическая конференция, апрель, 9 – 11, 2014, Днепропетровск, Украина: сборник тезисов. – Днепропетровск, 2014. – С. 49. – 1 электрон. опт. диск (DVD). – ISSN 2221-4550.

29. Горев В. Н. Общая теория состояний однокомпонентного газа, близких к гидродинамическим [Электронный ресурс] / В. Н. Горев, А. И. Соколовский // Человек и Космос: XVI Международная молодежная научно-практическая конференция, апрель, 9 – 11, 2014, Днепропетровск, Украина: сборник тезисов. – Днепропетровск, 2014. – С. 50. – 1 электрон. опт. диск (DVD). – ISSN 2221-4550.

30. Gorev V. N. Nonequilibrium processes in the vicinity of hydrodynamic states [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Physics of Liquid Matter: Modern Problems: 6-th International Conference, May, 23 – 27, 2014, Kyiv, Ukraine: Book of Abstracts. – Kyiv, 2014. – P. 28. – 1 compact disc (CDR).

31. Gorev V. N. Hydrodynamics of plasma at the end of the relaxation processes [Electronic resource] / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Physics of Liquid Matter: Modern Problems: 6-th International Conference, May, 23 – 27, 2014, Kyiv, Ukraine: Book of Abstracts. – Kyiv, 2014. – P. 106. – 1 compact disc (CDR).

32. Горєв В. М. Релаксаційні процеси в околі гідродинамічних станів / В. М. Горєв, О. Й. Соколовський // XIV Всеукраїнська школа-семінар та Конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини, червень, 4 – 6, 2014, Львів, Україна: збірник тез. – Львів, 2014. – С. 21.

33. Gorev V. N. The damping of plasma oscillations due to relaxation / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Problems of Theoretical Physics: VI Young Scientists Conference, November, 25 – 27, 2014, Kyiv, Ukraine: Book of Abstracts. – Kиїv, 2014. – P. 42.

34. Gorev V. N. The Grad theory and the Bogolyubov generalization of the Chapman–Enskog method / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // Problems of Theoretical Physics: VI Young Scientists Conference, November, 25 – 27, 2014, Kyiv, Ukraine: Book of Abstracts. – Kyiv, 2014. – P. 62.

35. Gorev V. N. Relaxation of a completely ionized plasma in the vicinity of hydrodynamic states / V. N. Gorev, A. I. Sokolovsky // 40th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics, March, 23 – 25, 2015, Esztergom, Hungary: Book of abstracts. – Esztergom, 2015. – P. 45 – 46.

36. Горев В. Н. К гидродинамике полностью ионизированной плазмы с учетом релаксации скорости и температуры компонент / В. Н. Горев, А. И. Соколовский [Электронный ресурс] // Человек и Космос: XVII Международная молодежная научно-практическая конференция, апрель, 8 – 11, 2015, Днепропет-

ровск, Украина:  сборник тезисов. – Днепропетровск, 2015. – С. 38. – 1 электрон. опт. диск (DVD). – ISSN 2221-4550.
37. Горев В. Н. Релаксация в пространственно-однородной плазме с учетом нелинейных релаксационных вкладов [Электронный ресурс] / В. Н. Горев, А. И. Соколовский // Человек и Космос: XVII Международная молодежная научно-практическая конференция,  апрель, 8 – 11, 2015, Днепропетровск, Украина: сборник тезисов. – Днепропетровск, 2015. – С. 37. – 1 электрон. опт. диск (DVD). – ISSN 2221-4550.
38. Горєв В. М. Урахування релаксаційних процесів у гідродинаміці плазми / В. М. Горєв, О. Й. Соколовський // XV Всеукраїнська школа-семінар та Конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини, червень, 4 – 5, 2015, Львів, Україна: збірник тез. – Львів, 2015. – С. 31.
39. Gorev V. Non-linear relaxation in a spatially uniform plasma at the end of the relaxation processes [Electronic resource] / V. Gorev, A. Sokolovsky // 41st Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics, February, 14 – 17, 2016, Vienna, Austria: program posters. – Vienna, 2016. – режим доступу до збірника http://meco41.univie.ac.at/

## АНОТАЦІЇ

**Горєв В. М. Скорочений опис нерівноважних систем з урахуванням релаксаційних процесів.** – На правах рукопису.

*Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика – Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара, МОН України, Дніпропетровськ, 2016.*

Дисертація присвячена скороченому опису нерівноважних систем з урахуванням релаксаційних процесів. Під терміном «релаксація» розуміється процес, який може мати місце в просторово-однорідній системі. Запропоновано узагальнення методу Чемпена–Енскога, яке дозволяє враховувати вплив релаксаційних процесів на гідродинаміку системи. На основі цього узагальнення досліджено задачу Греда. Отримано поправки до результатів Греда у наближенні двох поліномів Соніна. Досліджено релаксацію у просторово-однорідній плазмі. Отримано поправки до результатів наближення локальної рівноваги для функції розподілу компонент і часів релаксації температури та швидкості компонент. Досліджено вплив релаксаційних процесів на гідродинаміку та моди плазми з послідовним врахуванням динаміки іонної компоненти.

*Ключові слова*: узагальнення методу Чемпена–Енскога, задача Греда, повністю іонізована плазма, релаксація, функції розподілу, часи релаксації, кінетичні коефіцієнти, гідродинамічні та кінетичні моди, релаксаційне згасання плазмових хвиль.

**Горев В. Н. Сокращенное описание неравновесных систем с учетом релаксационных процессов. –** На правах рукописи.

*Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности* 01.04.02 – *теоретическая физика. –*

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, МОН Украины, 2016*.

Диссертация посвящена сокращенному описанию неравновесных систем с учетом релаксационных процессов, под термином «релаксация» понимается процесс, который может проходить в пространственно-однородной системе. Предложено обобщение метода Чемпена–Энскога, которое позволяет учитывать влияние релаксационных процессов на гидродинамику системы. На основе этого обобщения исследована задача Грэда. Получены поправки к результатам Грэда в приближении двух полиномов Сонина. Исследована релаксация в пространственно-однородной плазме. Получены поправки к результатам приближения локального равновесия для функций распределения компонент и времен релаксации температуры и скорости компонент. Исследовано влияние релаксационных процессов на гидродинамику и моды плазмы с последовательным учетом динамики ионной компоненты.

*Ключевые слова*: обобщение метода Чемпена–Энскога, задача Грэда, полностью ионизированная плазма, релаксация, функции распределения, времена релаксации, кинетические коэффициенты, гидродинамические и кинетические моды, релаксационное затухание плазменных волн.

**Gorev V. N. Reduced description of non-equilibrium systems with account for relaxation processes.** – Manuscript.

*Candidate's thesis on Physics and Mathematics, speciality 01.04.02* – theoretical physics. – Oles Honchar Dnipropertovsk National University, Ministry of Education of Ukraine, Dnipropetrovsk, 2016.

This thesis is devoted to the reduced description of non-equilibrium systems with account for relaxation processes; the term “relaxation” means a process that can take place in a spatially uniform system. The Chapnan–Enskog method is generalized in order to account for relaxation processes. The generalization is based on the idea of the Bogolyubov functional hypothesis, and it describes relaxation states of a system in the vicinity of a standard hydrodynamic state. The reduced description parameters (RDPs) of the standard hydrodynamic state and the deviations of additional parameters from their hydrodynamic values are chosen as the RDPs of the system. These deviations are assumed to be small. The distribution function (DF) and the RDP time derivatives are sought in a perturbation theory in two small parameters. One parameter describes the smallness of the mentioned deviations, and the other describes the smallness of the gradients. This generalization is applied to the Grad problem. For simplicity, a spatially uniform state is investigated. The kinetic equation of the Boltzmann type is solved with the help of the Sonine polynomial series. It is shown that Grad's well-known results for the DF and the flux relaxation times coincide with our results of the one-polynomial approximation. Corrections to these results in the two-polynomial approximation are obtained.

The same idea is also applied to the description of a completely ionized two-component electron-ion plasma. It is shown that the following RDP set can be chosen: the component particle densities, the mass velocity and the temperature of the standard hydrodynamic state, and small deviations of the electron temperature and velocity from their hydrodynamic values.

First a spatially uniform state is investigated. The component DFs and the temperature and velocity relaxation rates are investigated up to quadratic terms in the above-mentioned small deviations. In is shown that in the framework of the linear relaxation theory the leading order of the DFs in the small electron-to-ion mass ratio is completely determined by the local equilibrium assumption (LEA), but corrections of higher orders to the LEA DFs are obtained. The temperature and velocity relaxation rates in the leading order in the small mass ratio are completely determined by the LEA, but higher orders of the relaxation times calculated using LEA are smaller than the corrections given by our theory. It is shown that in the framework of the quadratic relaxation theory the LEA fails to give correct results even in the leading order in the small mass ratio and in the one-polynomial approximation and that the quadratic terms slow down the relaxation processes.

The spatially non-uniform case is also investigated. It is shown that the results for the kinetic coefficients in the framework of standard hydrodynamics are in good agreement with Braginsky's well-known results. The effect of the relaxation processes on the hydrodynamics is investigated. The DFs and the fluxes are investigated in the first order both in small deviations and in gradients, and corrections to the LEA results in the spatially uniform case are taken into account in these calculations. It is shown that the terms in the obtained expressions for the fluxes do not all have their analogs in standard hydrodynamics. Due to velocity relaxation, the energy fluxes contain the mass velocity gradients, and the momentum fluxes contain the temperature and particle density gradients. Relaxation corrections to the thermal conductivity and viscosity of the standard hydrodynamics of plasma are obtained. It is shown that these corrections decrease the corresponding kinetic coefficients.

The problem of plasma mode calculation is also investigated. The modes of the Landau and Landau–Vlasov kinetic equation are obtained.

The problem of mode investigation on the basis of the Landau kinetic equation without a self-consistent term is important because it allows one to decrease the dimensionality of the problem for a system of electromagnetic field and charged particles, and to investigate the effect of collisions on the plasma modes. Six hydrodynamic modes and four relaxation kinetic modes of the Landau kinetic equation are obtained.

Unfortunately, the perturbation theory in small gradients and deviations faces difficulties because of the presence of a self-consistent term in the Landau–Vlasov kinetic equation. But it is possible to restrict the consideration to the dissipationless approximation using spatially uniform DFs because the self-consistent term vanishes in a spatially uniform state. As a result, the modes of the Landau–Vlasov kinetic equation are obtained in this approximation. Special attention is paid to the modes that describe the relaxation damping of plasma waves. The obtained results are more general than similar results in the framework of the jelly model because the deviation of the ion DF from equilibrium is taken into account.

Keywords: generalization of the Chapman–Enskog method, Grad problem, completely ionized plasma, relaxation, distribution functions, relaxation rates, kinetic coefficients, hydrodynamic and kinetic modes, relaxation damping of plasma waves.

Підписано до друку 26.05.2016 р.
Формат 60х84/16. Ум. друк. арк. 0,9.
Наклад 100 пр. Зам. № 94.

Видавництво і друкарня «Ліра»
49050, м. Дніпропетровськ, вул. Наукова, 5
Свідоцтво про внесення до Держреєстру
ДК №188 від 19.09.2000