

## Розв'язки завдань II туру олімпіади ДНУ з фізики

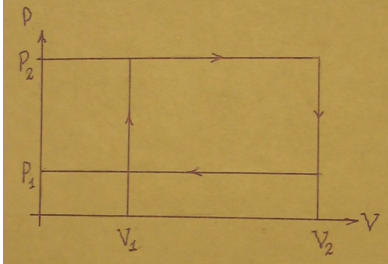
1. У двох тонких трубках різного діаметра, опущених у воду, встановилася різниця рівнів 2,4 см. При опусканні цих трубок у гас різниця рівнів складає 1 см. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу гасу, якщо для води він дорівнює 72 мН/м. Врахувати густини води та гасу  $\rho_B = 1 \text{ г/см}^3$ ,  $\rho_r = 0,8 \text{ г/см}^3$ . Врахуйте, що висота підйому рідини в капілярі дається формулою  $h = 2\sigma / \rho g r$ , де  $\sigma$  – коефіцієнт поверхневого натягу рідини,  $\rho$  – густина рідини,  $g$  – прискорення вільного падіння,  $r$  – радіус капіляру.

### Розв'язання

|  |   |
|--|---|
| $\Delta h_B = 2,4 \text{ см}$<br>$\Delta h_r = 1 \text{ см}$<br>$\rho_B = 1 \text{ г/см}^3$<br>$\rho_r = 0,8 \text{ г/см}^3$<br>$\sigma_B = 72 \text{ мН/м}$ | Різниця рівнів рідин в капілярах дається формулами  |
|  | $\Delta h_B = \frac{2\sigma_B}{\rho_B g} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad \Delta h_r = \frac{2\sigma_r}{\rho_r g} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$                             |
|  | де $r_1, r_2$ – радіуси трубок. Звідси маємо  |
|  | $\frac{\Delta h_B}{\Delta h_r} = \frac{\sigma_B \rho_r}{\sigma_r \rho_B}, \quad \sigma_r = \frac{\sigma_B \rho_r}{\rho_B} \frac{\Delta h_B}{\Delta h_r} = \frac{72 \cdot 0,8}{1 \cdot 2,4} = 24 \text{ (мН/м)}$ |
| $\sigma_r = ?$   |   |

2. Певна маса газу здійснює замкнутий круговий процес, графік якого складається з двох ізохор  $V_1 = 4 \text{ л}$ ,  $V_2 = 8 \text{ л}$  та двох ізобар  $p_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ,  $p_2 = 3,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . Відомо, що газ отримав від нагрівача 8 кДж теплової енергії. Чому дорівнює ККД такого циклу?

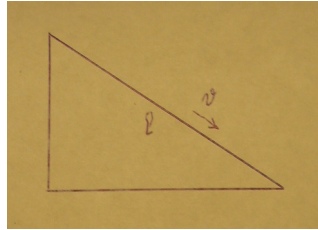
### Розв'язання

|   |  |
|---|--|
| $V_1 = 4 \text{ л}, \quad V_2 = 8 \text{ л}$<br>$p_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па},$<br>$p_2 = 3,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ |   |
| ККД – ?   | $A = p_2(V_2 - V_1) + p_1(V_1 - V_2) = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) =$ $= (3,5 - 1,0) \cdot 10^5 (8 - 4) \cdot 10^{-3} = 10^3 \text{ (Дж)}$ $\text{ККД} = \frac{10^3}{8 \cdot 10^3} = 0,125$ |

3. Ескалатор рухається вниз. Хлопчик, спускаючись на ньому вниз, нарахував 60 сходинок. Потім, піднімаючись по ньому вгору з такою ж відносно ескалатора швидкістю, він нарахував 90 сходинок. Скільки сходинок нарахує хлопчик, долаючи ту ж відстань на нерухомому ескалаторі?

**Розв'язання**

|   |
|---|
| $n_{\text{н}} = 60, \quad n_{\text{в}} = 90$<br>$n - ?$ |
|---|



$l$  – довжина ескалатора  
 $v$  – швидкість ескалатора  
 $u$  – швидкість хлопчика відносно ескалатора,  $u > v$

Час руху хлопчика вниз, вгору і на нерухомому ескалаторі

$$t_{\text{н}} = \frac{l}{u + v}, \quad t_{\text{в}} = \frac{l}{u - v}, \quad t = \frac{l}{u}$$

Шлях, пройдений хлопчиком по сходинках

$$s_{\text{н}} = u t_{\text{н}}, \quad s_{\text{в}} = u t_{\text{в}}, \quad s = u t = l$$

Кількість нарахованих сходинок

$$n_{\text{н}} = \frac{s_{\text{н}}}{a} = \frac{lu}{(u + v)a}, \quad n_{\text{в}} = \frac{s_{\text{в}}}{a} = \frac{lu}{(u - v)a}, \quad n = \frac{l}{a},$$

де  $a$  – ширина сходинки

Звідси маємо

$$n_{\text{н}} = \frac{u}{u + v} n, \quad n_{\text{в}} = \frac{u}{u - v} n$$

Ці формули дають

$$\frac{n}{n_{\text{н}}} = 1 + \frac{v}{u}, \quad \frac{n}{n_{\text{в}}} = 1 - \frac{v}{u}$$

Звідси отримуємо формулу, в яку не входять швидкості

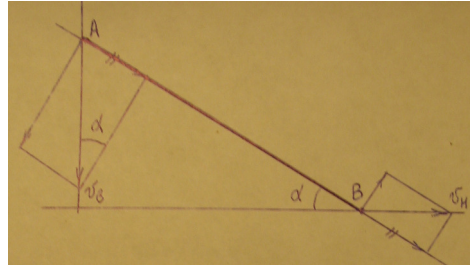
$$\frac{n}{n_{\text{н}}} + \frac{n}{n_{\text{в}}} = 2 \text{ і тому}$$

$$n = \frac{2n_{\text{в}}n_{\text{н}}}{n_{\text{в}} + n_{\text{н}}} = \frac{2 \cdot 90 \cdot 60}{60 + 90} = 72$$

4. Стрижень рухається у вертикальній площині, спираючись одним кінцем на підлогу, а другим – на стіну. Коли стрижень розташувався під кутом  $60^\circ$  до підлоги, швидкість його нижнього кінця становила  $6 \text{ м/с}$ . Яку швидкість у цей момент мав верхній кінець стрижня? Вважати, що  $\sqrt{3} = 1,71$ .

**Розв'язання**

|  |
|--|
| $\alpha = 60^\circ, \quad v_H = 6 \text{ м/с}$ |
| $v_B = ?$                                      |



Складові швидкостей кінців стрижня вздовж нього повинні бути однаковими, оскільки передбачається, що його довжина незмінна.

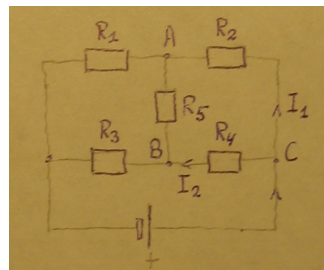
Тому  $v_B \sin \alpha = v_H \cos \alpha$  и

$$v_B = \frac{v_H}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = 3,42 \text{ (м/с)}$$

5. Резистори  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 15 \text{ Ом}$  підключені до джерела живлення відповідно до схеми. Яким слід обрати опір резистора  $R_4$ , щоб через опір  $R_5$  не йшов струм?

**Розв'язання**

|   |
|---|
| $R_1 = 20 \text{ Ом},$<br>$R_2 = 60 \text{ Ом}$<br>$R_3 = 40 \text{ Ом}$<br>$R_5 = 15 \text{ Ом}$ |
| $R_4 = ?$   |



Напруги  $U_{AC}$  між точками  $A$  і  $C$  та  $U_{BC}$  між точками  $B$  і  $C$  повинні бути однаковими  $U_{AC} = U_{BC}$ . Тоді незалежно від величини  $R_5$  струм через цей резистор не тече.

В цій ситуації струми  $I_1$  і  $I_2$  відповідно від  $C$  до  $A$  і від  $C$  до  $B$  знаходяться з закону Ома для повного кола

$$I_1(R_1 + R_2) = E, \quad I_2(R_3 + R_4) = E,$$

де  $E$  – електрорушійна сила джерела. Закон Ома для ділянки кола дає

$$U_{AC} = I_1 R_1, \quad U_{BC} = I_2 R_4.$$

Тепер рівність  $U_{AC} = U_{BC}$  набуває вигляду

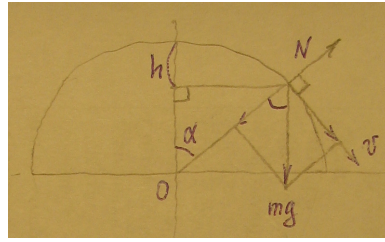
$$\frac{ER_2}{R_1 + R_2} = \frac{ER_4}{R_3 + R_4}, \text{ тобто } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \text{ і тому}$$

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = \frac{40 \cdot 60}{20} = 120 \text{ (Ом)}$$

6. Невелике тіло ковзає без тертя з вершини півсфери радіуса 1,5 м. На якій висоті, відраховуючи від вершини, тіло відірветься від її поверхні? *Врахуйте, що в момент відриву сила реакції півсфери обертається в нуль.*

**Розв'язання**

|                     |
|---------------------|
| $R = 1,5 \text{ м}$ |
| $h - ?$             |



Якщо тіло зісковзнуло з висоти  $h$ , воно відповідно до закону збереження енергії набуває швидкість  $v$ , яка визначається формулою

$mg h = \frac{mv^2}{2}$ , де  $m$  – маса тіла (потенціальна енергія перетворилася на кінетичну). При русі по поверхні півсфери доцентрове прискорення утворює різниця складової сили тяжіння вздовж радіуса півсфери  $mg \cos \alpha$  і сили реакції півсфери  $N$ . Тому II закон Ньютона дає

$$m \frac{v^2}{R} = mg \cos \alpha - N, \quad \text{де } \cos \alpha = \frac{R-h}{R}.$$

В точці відриву  $N = 0$  і це рівняння дає  $v^2 = g(R-h)$ . Підставляючи цей вираз у закон збереження енергії, знайдемо  $h = R/3 = 0,5 \text{ м}$ .

7. Зі шланга, що лежить на землі, б'є струмінь води під кутом  $30^\circ$  до горизонту зі швидкістю  $10 \text{ м/с}$ . Переріз вихідного отвору шланга  $3 \text{ см}^2$ . Визначити масу струменя, що знаходиться у повітрі. Густина води  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ . Опором повітря нехтувати.  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . *Врахуйте, що в повітрі буде вся вода, яка виливається зі шланга за час руху краплі води до поверхні землі.*

**Розв'язання**

|   |
|---|
| $\alpha = 30^\circ, \quad v_0 = 10 \text{ м/с}$     |
| $S = 3 \text{ см}^2, \quad \rho = 1 \text{ г/см}^3$ |
| $v_B - ?$   |

Час руху тіла, що кинуте під кутом до горизонту з поверхні землі до поверхні землі дається формулою

$$t_p = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Саме такий час перебуває у повітрі крапля води, яка вилася зі шланга.

Тому маса води у повітрі дорівнює масі води, що вилася зі шланга за час  $t_p$ .

Зі шланга за проміжок часу  $\tau$  виходить вода об'ємом циліндра висотою  $v_0 \tau$  і площею основи  $S$ . Тому в одиницю часу шланг виливає воду масою  $\rho S v_0 \tau / \tau = \rho S v_0$  і ця величина є стала. Шукана маса струменя дається формулою

$$m = \rho S v_0 t_p = 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,5}{10} = 3 \text{ (кг)}.$$

8. У вершинах правильного шестикутника зі стороною 10 см знаходяться однакові заряди величиною 8 нКл. Обчислити напруженість електричного поля в центрі шестикутника.

### Розв'язання

|  |   |
|--|---|
| $a = 10\text{ см}$<br>$q = 8\text{ нКл}$ | Напруженість електричного поля точкового заряду величиною $q$ на відстані $r$ визначається формулою $E = kq / r^2$ , де $k$ – стала. Поле додатного заряду є вектор, спрямований в точку спостереження поля від заряду вздовж лінії, яка з'єднує цю точку з зарядом. Напруженість поля в деякій точці простору є векторна сума полів, які утворюються всіма зарядами. В нашому випадку векторна сума полів в центрі шестикутника від зарядів, які знаходяться в протилежних вершинах шестикутника дорівнює нулю (вони однакові за величиною і протилежні за напрямком). Тому загальна напруженість електричного поля в центрі шестикутника дорівнює нулю. |
| $E = ?$                                  |   |

9. Максимальна відстань, на якій короткозора людина ще добре розрізняє друкований текст дорівнює 20 см. Рекомендована відстань до тексту при читанні вважається рівною 25 см. Визначте оптичну силу потрібних цій людині окулярів. *Врахуйте, що око з окулярами можна вважати лінзою, оптична сила якої дорівнює сумі оптичних сил кристаліка і окулярів. Людина при читанні обирає таку відстань до тексту, щоб зображення утворювалося на сітківці. Формула лінзи має вигляд  $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = D$ , де  $f$  – відстань від лінзи до зображення,  $d$  – відстань від предмета до лінзи,  $D$  – оптична сила лінзи.*

### Розв'язання

|  |  |
|--|--|
| $d_0 = 20\text{ см}$<br>$d = 25\text{ см}$ | У відсутності окулярів робота ока описується формулою $\frac{1}{f} + \frac{1}{d_0} = D_0$ , де $D_0$ – оптична сила кристаліка, $f$ – відстань між кристаліком і сітківкою, $d_0$ – відстань від тексту до кристаліка (до ока), яку обирає короткозора людина. При наявності окулярів робота ока описується формулою $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = D_0 + D$ , де $d$ – рекомендована відстань від тексту до кристаліка (до ока), $D$ – оптична сила лінзи окулярів. Відстань між кристаліком і сітківкою не змінюється і дорівнює $f$ . Наведені формули дають $D = \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,2} = -1(1/\text{м}) = -1(\text{дптр})$ . Від'ємність оптичної сили лінзи окулярів означає, що лінза розсіювальна. |
| $D = ?$                                    |  |

10. Між кінцями лінійного провідника довжиною 0,3м, що рухається зі швидкістю 5м/с, яка перпендикулярна до нього і ліній індукції магнітного поля, виникає різниця потенціалів 2,4В. Визначити індукцію магнітного поля.

**Розв'язання**

|   |  |
|---|--|
| $a = 0,3\text{м}$<br>$v = 5\text{м/с}$<br>$\Delta\varphi = 2,4\text{В}$ | <p>На електрон провідника в полі з індукцією <math>B</math> діє сила Лоренца за модулем рівна <math>F_m = evB</math> (<math>e</math> – модуль заряду електрона). В рівноважному провіднику виникає однорідне електричне поле <math>E</math> і електрична сила <math>F_e = eE</math> компенсує магнітну. Звідси електричне поле в провіднику дається формулою <math>E = vB</math>. Різниця потенціалів між кінцями провідника <math>\Delta\varphi = aE = avB</math>. Шукана магнітна індукція дається формулою</p> $B = \frac{\Delta\varphi}{av} = \frac{2,4}{0,3 \cdot 5} = 1,6(\text{Тл}).$ |
| $B - ?$   |  |