

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДНІПРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор

Сергій ОКОВИТИЙ

« 12 » 02 20 р.



ПОГОДЖЕНО

В.о. проректора
з науково-педагогічної роботи

Наталія ГУК

« 12 » 02 20 р.

ПРОГРАМА

Атестаційного екзамену
за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти,
спеціальність 111 «Математика»

Розглянуто на засіданні вченої ради
механіко-математичного факультету

від « 19 » грудня 2023 р. протокол № 4

Голова вченої ради _____ (Олександр ХАМІНІЧ)

Дніпро
2023

Загальна частина

Студент, який складає атестаційний екзамен за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти спеціальності 111 Математика (освітні програми «Математика», «Математика інтелектуальних систем») має володіти базовими знаннями з математичного і комплексного аналізу, теорії міри і комплексного аналізу, алгебри, геометрії, звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь в частинних похідних, теорії ймовірностей та математичної статистики.

Програма атестаційного екзамену охоплює питання таких нормативних навчальних дисциплін природничо-наукової та професійної підготовки бакалавра:

- математичний аналіз: функції однієї змінної;
- математичний аналіз: функції багатьох змінних;
- комплексний аналіз;
- теорія міри та інтеграла;
- функціональний аналіз;
- алгебра і основи теорії чисел;
- геометрія;
- диференціальні рівняння;
- рівняння математичної фізики;
- теорія ймовірностей і математична статистика.

Перелік тем дисциплін

Математичний аналіз: функції однієї змінної

1. Елементи теорії множин і відображень
2. Теорія дійсних чисел. Основні властивості дійсних чисел
3. Основні принципи математичного аналізу
4. Границя числової послідовності. Властивості границь. Критерій Коші
5. Числові ряди. Ознаки збіжності
6. Границя функції. Властивості границь. Границя функції при базі. Обчислення границь
7. Неперервність функції. Локальні і глобальні властивості неперервних функцій
8. Порівняння асимптотичної поведінки функцій
9. Диференційовність функцій. Похідна, диференціал та їх властивості
10. Основні теореми диференціального числення. Формула Тейлора. Правила Лопітала
11. Дослідження функцій методами диференціального числення
12. Первісна та невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування функцій
13. Інтеграл Рімана. Найважливіші класи інтегрованих за Ріманом функцій. Основні властивості інтегралу Рімана. Формула Ньютона-Лейбніца
14. Застосування інтеграла Рімана
15. Невласні інтеграли, їх властивості. Абсолютна та умовна збіжність невластних інтегралів. Ознаки збіжності

Математичний аналіз: функції багатьох змінних

1. Простір R^m та найважливіші класи його підмножин
2. Границя функцій багатьох змінних, властивості границь. Неперервність функцій багатьох змінних. Локальні та глобальні властивості неперервних функцій

3. Диференційованість функцій багатьох змінних. Частинні похідні. Координатне зображення диференціалу
4. Частинні похідні вищих порядків. Формула Тейлора. Дослідження на екстремум функцій багатьох змінних методами диференціального числення
5. Поточкова і рівномірна збіжність сім'ї функцій, залежної від параметру, зокрема, функціональних послідовностей і рядів. Функціональні властивості граничних функцій (умови комутування двох граничних переходів, неперервність і граничний перехід, інтегрування і граничний перехід, диференціювання і граничний перехід)
6. Степеневі ряди. Радіус збіжності. Властивості суми степеневого ряду
7. Ряди Фур'є. Принцип локалізації. Дослідження збіжності ряду Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсевала
8. Власні і невідласні інтеграли, залежні від параметру. Ознаки рівномірної збіжності. Функціональні властивості. Ейлерові інтеграли
9. Перетворення Фур'є та його властивості. Інтеграл Фур'є. Достатні умови зображення функції інтегралом Фур'є
10. Кратні інтеграли. їх властивості. Зведення кратного інтегралу до повторного. Заміна змінних
11. Криволінійні та поверхневі інтеграли та їх властивості. Формули Гріна, Гауса-Остроградського і Стокса.

Комплексний аналіз

1. Критерій диференційованості комплекснозначної функції у точці. Умови Коші-Рімана
2. Гармонічні функції, їх взаємозв'язок з функціями аналітичними.
3. Інтегральна теорема Коші (випадок трикутного контуру).
4. Формула Коші для однозв'язної області.
5. Ряд Лорана. Розвинення функцій в ряд Лорана.
6. Поняття лишка. Обчислення лишків. Основні теореми про лишки.
7. Дробово-лінійна функція. Кругова властивість.
8. Конформні відображення функціями z^n , e^z , $\frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$.

Теорія міри та інтеграла

1. Міра елементарних множин.
2. Збіжність майже скрізь та збіжність за мірою.
3. Інтеграл Лебега та його властивості.
4. Граничний перехід під знаком інтеграла.
5. Функції обмеженої варіації. Абсолютно неперервні функції та їх властивості.

Функціональний аналіз

1. Повні метричні простори. Приклади повних і неповних метричних просторів.
2. Принцип стискаючих відображень.
3. Компактність та відносна компактність у метричних просторах. Неперервні відображення компактних множин. Критерії компактності.
4. Означення та основні приклади нормованих просторів.
5. Означення та приклади гільбертових просторів. Нерівність Коші-Буняковського.
6. Неперервність та обмеженість лінійних операторів. Норма оператора.

7. Рівномірна та поточкова збіжність послідовності операторів. Теореми Банаха-Штейнгауза.
8. Обернені оператори. Достатні умови існування обмеженого оберненого оператора. Теорема Банаха.
9. Теорема Банаха-Хана. Теореми про загальний вид лінійних функціоналів у конкретних нормованих просторах.
10. Компактні оператори.
11. Спряжені оператори.

Алгебра і основи теорії чисел

1. Підстановки, їх парність, транспозиції.
2. Множення матриць, його властивості, базові матриці, трансекції.
3. Бінарні алгебричні операції, їх властивості, базові алгебричні структури.
4. Поле комплексних чисел, геометрична та матрична моделі. Тригонометрична форма комплексного числа.
5. Корені з одиниці.
6. Кільце поліномів, його властивості.
7. Функція Ейлера, функція Мебіуса.
8. Загальна теорія систем лінійних рівнянь. Однорідні системи. Фундаментальна система розв'язків.
9. Лінійна оболонка, її властивості, лінійна незалежність, базис простору, його характеристики.
10. Лінійні відображення, їх властивості, лінійні перетворення, матриці лінійних відображень, лінійні функціонали.

Геометрія

1. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів.
2. Відхилення та відстань від точки до прямої на площині.
3. Дотичні та спряжені діаметри ліній другого порядку.
4. Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду.
5. Взаємне розташування прямої та площини у просторі.
6. Вектор-функція кривої. Диференціювання вектор-функції та його властивості.
7. Тригранник Френе. Елементи тригранника Френе при натуральній параметризації.
8. Кривина та скрут регулярної кривої. Формули Френе. Натуральне рівняння кривої.
9. Перша квадратична форма регулярної поверхні та її коефіцієнти.
10. Друга квадратична форма регулярної поверхні та її коефіцієнти.

Диференціальні рівняння

1. Теорема існування та єдиності для диференціального рівняння 1-го порядку, яке розв'язане відносно похідної
2. Основні теореми про розв'язки лінійного диференціального рівняння n -го порядку
3. Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера
4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Зниження порядку диференціального рівняння
5. Системи диференціальних рівнянь в нормальній формі. Задача Коші. Перші та загальні інтеграли.

Рівняння математичної фізики

1. Диференціальні рівняння в частинних похідних 2-го порядку з 2-ма незалежними змінними.

2. Приведення рівнянь другого порядку з частинними похідними до канонічної форми.
3. Постановка основних крайових задач для рівняння еліптичного типу. Метод Фур'є для рівнянь еліптичного типу.
4. Постановка основних крайових задач для рівнянь гіперболічного типу. Застосування методу Фур'є до розв'язання рівнянь гіперболічного типу в одновимірних областях.
5. Постановка основних крайових задач для рівнянь параболічного типу і задачі Коші. Принцип максимуму.

Теорія ймовірностей і математична статистика

1. Імовірність і її основні властивості.
2. Дискретний імовірнісний простір, класична модель.
3. Дискретна випадкова величина, її розподіл, приклади розподілів дискретних випадкових величин.
4. Числові характеристики дискретної випадкової величини, теорема про обчислення математичного сподівання функції від випадкової величини.
5. Геометрична ймовірність, задача Бюффона.
6. Функція розподілу випадкової величини, абсолютно неперервні випадкові величини, приклади абсолютно неперервних випадкових величин.
7. Числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин, теорема про обчислення математичного сподівання функції від випадкової величини за її розподілом.
8. Центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин.

Перелік рекомендованої літератури:

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: у 2 т. / А.Я. Дороговцев. – К.: Либідь, 1993.
2. Рудавський Ю.К., Понеділок Г.В. та ін. Математичний аналіз. — Львів: В-во НУ «ЛП», 2003.
3. 4. Рудавський Ю.К. та ін. Збірник задач з математичного аналізу. Частина 1, 2. — Львів: В-во НУ «ЛП», 2001.
4. Нестеренко О.Н., Петрова Т.О., Чайковський А.В. Збірник типових задач з математичного аналізу: функції однієї змінної: навч. посібник. К.: КНУ, 2019.
5. Назаренко М.О., Нестеренко О. Н., Петрова Т. О. , Чайковський А.В. Збірник типових задач з математичного аналізу: функції однієї змінної. Частина 2. К.: КНУ, 2020.
6. Кофанов В.О. Лекції з комплексного аналізу: методичний посібник. – Дніпро: РВВ ДНУ, 2021. – 130 с.
7. Доронін В.Г., Лигун А.О., Черномурова Л.О. Комплексний аналіз у прикладах і завданнях. Дніпропетровськ: РВВ ДНУ, 2006. - 76 с.
8. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла: Ч.1,2. Навч. посібник. / В.К. Маслюченко. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011.
9. Великін В.Л., Пасько А.М. Практикум із курсу «Теорія міри та інтеграла Лебега», Дніпро, 2009.
10. Пасько А.М. Практикум із курсу «Функціональний аналіз». РВВ ДНУ: Дніпропетровськ – 2008.
11. Ус С.А.. Функціональний аналіз: навчальний посібник. Дніпро, 2013.
12. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Елементи теорії груп, кілець і полів. "МакДен", Суми, 2013.
13. Курдаченко Л.А., Кириченко В.В., Семко М.М. Вибрані розділи алгебри та теорії чисел. Ін-т математики НАН України, Київ, 2005.

14. Авдеева Т.В., Горбачук В.М. Алгебра. Основи алгебраїчних структур. Навчальний посібник. – К.: НТУУ «КПІ», 2015.
15. Булдігін В.В., Алексеева І.В., Гайдей В.О., Диховичний О.О., Коновалова Н.Р., Федорова Л.Б. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. К.: ТВіМС, 2011.
16. Пипка, О.О., Ящук, В.С.: Посібник до вивчення дисципліни «Геометрія». Д.: РВВ ДНУ. 2019. 52 с.
17. Пришляк О. Диференціальна геометрія: Курс лекцій. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2012.
18. Сясев А.В. Диференціальні рівняння: Навч. посібник. – Д.: Вид-во ДНУ, 2007. – 356 с.
19. А.М. Самойленко, С. А. Кривошея, М.О. Перстюк. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. – К.: Вища школа, 1994.
20. Курпа Л.В., Г.Б. Лінник Рівняння математичної фізики : навч. посіб. – Харків: Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011. – 312 с.
21. Турчин Є. В. Математичні основи теорії ймовірностей. Навчальний посібник. Д.: Ліра. 2022.
22. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Д.: Ліра, 2019.

Структура екзаменаційного білету

Кожний екзаменаційний білет містить 40 тестових завдань. Усі завдання передбачають обрання однієї правильної відповіді з чотирьох запропонованих, проти якої необхідно зробити відповідну позначку.

Перший блок містить 20 запитань. Відповідь на кожне питання першого блоку може набувати одного з двох значень:

максимального значення 2 бали у випадку правильної відповіді,
мінімального значення 0 балів у випадку неправильної відповіді.

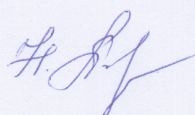
Другий блок містить 20 запитань. Відповідь на кожне питання другого блоку може набувати одного з двох значень:

максимального значення 3 бали у випадку правильної відповіді,
мінімального значення 0 балів у випадку неправильної відповіді.

№ з/п	Форма завдання	Максимальна кількість балів, яку можна отримати за одне завдання	Максимальна кількість балів, яка може бути набрана за весь іспит
1	Питання на обрання правильної відповіді	2	$20 \times 2 = 40$
2	Питання на обрання правильної відповіді	3	$20 \times 3 = 60$
			100

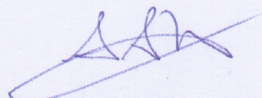
Загальний час виконання роботи 120 хвилин.

Зав. каф. математичного аналізу та оптимізації



Наталія ПАРФІНОВИЧ

Зав. каф. геометрії та алгебри



Олександр ПИПКА